Université Mohamed El Bachir El Ibrahimi de Bordj Bou Arréridj

Faculté des Mathématiques et de l'Informatique

Département de Recherche Opérationnelle

Mémoire

Présenté par :

Nouioua Afrah

Pour l'obtention du diplôme de

Master

Filière : **Mathématique Appliquées**

Spécialité : **Méthode et outils pour la recherche opérationnelle**

Thème

Méthode de décomposition pour le problème de planification d'emplois du temps

---

Soutenu publiquement le **28** septembre **2021** devant le jury composé de

M-Brahmi Boualem	Président	Univ BBA
M-Touati Hillal	Encadrant	Univ BBA
M-Ramdani Zoubir	Examinateur	Univ BBA

Promotion 2020/2021

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES FIGURES

Dèdicace

Je dédie ce travail à mes parents, ma mère pour ses encouragements et ses prières tout au long de mes études, mon père pour tous ce qu'il avait fait pour avoir ce résultat.

Que dieu les protègent.

A mes chère grand-mère Daraji et Fatima , mes chère grand père Alwany et Rebiha qu'Allah lui fasse miséricorde.

Je le dédie à mes chère sœurs Asma, Meriem et mes chère frères Aymen et Adem

À mes amis Mouna Ben Ziane, Moustafa, Bilal

A tous mes amis et mes collègues dans l'université " BBA ".

DE NOUIOUA AFRAH

Remerciements

Nous tenons à rendre grâce tout d'abord à Dieu, le Tous Puissant, de nous avoir donné le courage d'entamer et de finir ce mémoire.
Nous tiens à remercier en tout premier lieu mon directrices de mémoire,monsieur Hillal Touati , professeur chercheur à l'université de Bordj Bou Arreridj, Nous avons eu l'honneur d'être parmi vos étudiants et nous vous remerçions d'accepter de nous accompagner dans la réalisation de ce projet de fin d'étude Nous tenons à gratifier aussi les membres de jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail. Enfin, on adresse nos sincères sentiments de gratitudes et de reconnaissances a toutes les personnes qui ont participé de prés ou de loin à la réalisation de ce travail.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Dans de nombreux domaines de la vie humaine, on se trouve confronter au problème de la gestion du temps, dans tout le document, afin d'optimiser le temps, l'argent et les autres ressources.

Parmi la vaste famille de problèmes du planification d'horaire ,celui de l'élaboration de l'emploi des temps dans les établissements éducatifs qui exploite des ressources humains, et d'autres ressources(classes...)

La planification de temps consiste à allouer des ressources données à des objets dans un intervalle de temps, de façon à satisfaite au mieux un ensemble d'objectifs et de contraintes, tel que l'amélioration de la qualité de service et l'amélioration des condition de travail.

La construction d'un planning d'horaires souvent est long et très difficile à mettre en œuvre et qui doit être répétée à intervalle régulier, c'est pour cette raison que l'automatisation des l'emploi du temps est une tâche de grande importance car elle permet de gagner beaucoup d'heures de travail de fournir des solutions optimales.

la résolution d'un problème de planification d'horaire n'est pas une étape facile, ce qui a poussé de nombreux chercheurs dans de nombreux domaines à résoudre ce problème en utilisant un ensembles de méthodes et de techniques. Parmi ces méthodes, on a celles dite exactes et les autres dites approches appelées aussi méthodes de recherche généralisée comme recherche tabou, recuit simulé et algorithmes génétiques.

Dans ce travail, nous intéressons à l'étude de la modélisation du problème de planification des emplois du temps.

Ce manuscrit est organisé comme suit :

Dans le premier chapitre nous introduisons les notions liées à la planification d'horaires de travail et les différents types de plannings dans différents domaines de travail(pédagogiques . . .).

Dans le deuxième chapitre nous introduisons des variantes du notre problème. En plus d'une présentation succinte des principales méthodes de résolution.

le dernier chapitre est dédié à la présentation du modèle proposé avec une description succinte des contraintes et de la fonction objectif.

Enfin on termine notre mémoire par une conclusion générale.

CHAPITRE 1

PRÉLIMINAIRES SUR LE PROBLÈME

Dans de nombreux domaines de la vie professionnelle, on se trouve confronter problèmes de la planification des horaires. En effet la question de l'aménagement du temps et ses enjeux préoccupe tout les planificateurs qui incite à proposer des méthodes et des techniques pour aider à gérer au mieux les horaires, soit dans les universités avec les emplois des temps ou la planification des examens, soit dans l'horaire des écoles primaire.
Ce chapitre expose la problématique de planification des horaires dans un contexte général et sa complexité au quotidien ,et pour mieux comprendre les autres chapitres on va donner un ensemble de notions nécessaires pour clarifier et faciliter la compréhension des prochaines parties.

1.1 La Recherche opérationnelle

La recherche Opérationnelle(R.O), aussi appelée aide à la décision, peut être définie comme l'ensemble des méthodes et techniques rationnelles d'analyse et de synthèse des phénomènes d'organisation utilisables pour élaborer de meilleures décisions.[7]
Elle propose des modèles conceptuels pour analyser des situations complexes et permet aux décideurs de faire les choix les plus efficaces.[8]
Les problèmes que la R.O. peut aider à résoudre sont soit stratégiques (on peut citer le choix d'investir ou pas, le choix d'une implantation, le dimensionnement d'une flotte de véhicules ou d'un parc immobilier) ou opérationnelles (notamment l'ordonnancement, la gestion de stock, les prévisions de ventes).[14]

La gestion de projets est une composante très importante de la communauté de recherche opérationnelle. De nombreux travaux traitent de l'ordonnancement et de la gestion de projets, mais aussi de logistique (tournées de véhicule, conditionnement), de planification, et de problèmes d'emploi du temps.[16]

Cette discipline possède ses racines durant la fin de la deuxième guerre mondiale ou l'armée américaine faisait appel à plusieurs mathématiciens, économistes et informaticiens pour déterminer des lieux optimaux et sures afin d'installer des postes anti-espionnage.
On peut dire que, la RO est un carrefour ou se rencontrent les mathématiques, l'économie et l'informatique. Elle peut être définie comme un outil d'aide à la décision qui consiste à appliquer des méthodes (Techniques) mathématiques à des problèmes réels d'ordre économique impliquant des moyens humains et matériels et matières premières. Ces problèmes touchent divers domaines tels que l'industrie (gestion de production, ordonnancement, Affectation, transport,...), finance (Gestion du budget, choix et portefeuille d'investissement,...), militaire (stratégie, maintenance,...) et bien d'autre domaine.
Le problème de planification des emplois des temps, et parmi les vrais problèmes de la recherche opérationnelle. Généralement, les problèmes réels sont difficiles à résoudre en vue de leurs complexités et la taille de leurs données d'où la nécessite de faire appelle à l'outil informatique.
Étant donnée un problème réel, l'approche de la RO consiste à modéliser (Traduire) fidèlement ce problème de la réalité vers un modèle mathématique puis lui appliquer une technique (méthode) pour sa résolution afin de fournir des solutions sur lesquelles des décisions seront prise.

1.2 La planification

La planification désigne l'action et l'effet de planifier, c'est à dire, d'organiser à l'avance quelque chose (son temps, ses activités) selon un plan. Cela implique avoir un ou plusieurs objectifs à satisfaire tout en prenant les mesures nécessaires dans le but de parvenir à ces fins.[5]
La planification d'horaires : est un processus très complexe, qui vise à organiser des activités humaines (principalement de travail) dans le temps et à optimiser l'utilisation des ressources, de façon à couvrir un besoin exprimé par une charge de travail prévisionnelle sous diverses contraintes. Elle aboutit à des programmes définissant les horaires de travail et de repos.[5]

Définition 1. *La planification est un instrument de gestion dont l'objectif est d'aboutir à des pro-*

grammes permettant d'organiser et planifier le travail des salariés afin de rester pérenne dans l'économie globale. Ceci passe par la détermination des capacités tout un chacun et par le recensement des activités futures et des besoins en personnel.[1]
Elle a pour objectif affecter les ressources humaines pour chaque intervalle de temps, de telle manière que les besoins par intervalle et les différentes contraintes soient satisfaites.

Pour mieux cerner ce qui est la planification et la complexité à sa réalisation, on s'intéresse à un ensemble de questions :

Qu'est ce qu'un planning ?

La planification peut être aussi vue comme un mécanisme du gestion dont l'objectif est d'aboutir a des programmes(planning) permettant d'organiser et planifier le travail a fin de rester perpétuel.
Les plannings sont des calendriers de travail, où figurent à la fois le temps, l'affectation du personnel, les jours et les horaires de travail, et les congés et repos.[2]

A Quoi sert un planning ?

Depuis le début des années 80, la gestion des ressources humaines à été reconnue comme une activité stratégique pour l'entreprise. Avec cette reconnaissance, l'intérêt d'élaborer des plannings s'est vu accroître de plus en plus car ils permettent :

— aux entreprises exerçant une activité continue ou quasi-continue de répartir convenablement leur personnel (compagnies aériennes, entreprises de transports, hôpitaux, etc. . .),

— aux entreprises cherchant à se rendre plus accessibles à la clientèle d'étaler les horaires d'ouverture (grands magasins, banques, etc. . .),

— à toutes les entreprises de surmonter leur exigences de productivité et de mieux gérer les présences et absences de leur personnel.

— Les situations où un planning est utile son monbreuses. Elles justifient l'existence de différentes types de plannings dans un même système : plannings à court, moyen et à long terme.

1.2.1 Différents types de plannings :

Les plannings peuvent être utilisés pour planifier les horaires de présences du personnel ou les tâches effectuées par le personnel. On distingue des type de planification par exemple :

— Planning des horaires de présence : Ce type de planning est utilisé pour prévoir les horaires de présence du personnel sans préciser les tâches journalières à effectuer soit pour des raisons de sécurité, soit pour une meilleure souplesse.

— Planning des tâches : Ce type de planning est utilisé dans des organismes et entreprises à haute technicité, comportant plusieurs métiers et compétences distincts, où il est souhaitable d'affecter le personnel en fonction des tâches. Ce qui exige une décomposition fine des opérations et le repérage des tâches que chaque personne est capable d'accomplir.
Les plannings peuvent être journaliers, hebdomadaires, mensuels ou annuels . Certains plannings sont cycliques, s'ils reflètent une certaine périodicité des horaires individuels, c'est à dire si au bout d'une durée D (mesurée généralement en semaine). Autrement, ils sont dits acycliques c'est à dire ils sont différents chaque semaine.

le domaine de la santé

Les plannings dans le domaine de la santé sont des calendriers de travail où figurent à la fois le temps, et l'affectation des personnels (jours et horaires de travail, repos). Ils sont établis au niveau de chaque équipe, ils sont à la fois une tâche, un document d'organisation du travail, et un élément contribuant à la gestion administrative du personnel. Cette tâche est parmi les plus difficiles et les plus délicates.
Difficile parce qu'elle repose sur la recherche de solutions combinatoire, répond à des contraintes multiples, remise en cause de manière fréquente par l'absentéisme et délicate car elle impose toujours une négociation avec les acteurs (médecins, infirmiers) et la direction du service de soins et l'administration. Les documents établis sont des calendriers sur lesquels on inscrit les affectations des médecins et des infirmiers ; ils sont généralement des tableaux à double entrée tel que en ligne le personnel et en colonne le temps.
L'objectif de la confection d'horaires en ce milieu est donc une combinaison variable de considérations en terme de coûts, de qualité des soins et de satisfaction du personnel. Mais les

gestionnaires font souvent face à la difficulté d'obtenir des horaires réalisables qui satisfassent les contraintes.

le domaine de transport

Le transport est une activité complexe qui fait intervenir des investissements lourds, du personnel qualifié et une informatique très coûteuse.

1 le transport routier : il est toujours nécessaire de gérer aux mieux les ressources existantes en optimisant les investissements. Comme les clients exigent toujours plus de flexibilité, il faut offrir des services sur mesure, replanifier en permanence et en temps réel et gérer le personnel qualifié qui est une opération très complexe car il faut tenir compte de plusieurs contraintes (contrats, temps de travail, manque du personnel qualifié,. . .).

2 le transport maritime : c'est la gestion des escales et la gestion du personnel docker est aussi une activité complexe qui nécessite un effort considérable de la part des planificateurs. Les navires doivent rester à quai un temps minimum et les équipes docker doivent être disponibles.

En effet, la qualité de la planification des travaux influe directement sur la rentabilité de l'activité de l'entreprise d'où la nécessité de la gestion des escales (planifier le placement des navires sur les quais, planifier la disponibilité des ressources matérielles nécessaires, positionner des équipe sur des navires). Afin d'optimiser les coût liés aux chargements et déchargements des navires et la gestion du personnel docker(les besoins en équipe et en qualification pour chaque tâche issue de la gestion des escales et les contraintes liées a la gestion de personnel) afin d'optimiser l'affectation des ressources tout en tenant compte des contraintes liées à l'organisation du travail.

3 le transport aérien : la gestion des flux de trafic aérien correspond aussi à des problèmes d'optimisation dont la résolution est très complexe. En effet, le contrôle de la circulation aérienne organise les flux aériens afin d'assurer la sécurité des vols(en terme de risque de collision), d'améliorer la capacité du réseau de routes sur lequel les avions se déplacent et de construire des programmes de vols optimisé.

le domaine de la pédagogie :

La confection d'horaires (ou confection d'emploi du temps) dans les établissements universitaires est un travail très important,. Pour fournir une solution , nécessite d'être capable de

s'adapter aux changements dynamiques de l'environnement en tenant compte de la diversité des contraintes telles que l'interdépendance des programmes d'enseignement, la multitude des matières étudiées et les contraintes sur ces matières(cours, TD, TP. . .), la durée des cours, les contraintes de disponibilité des enseignants, la disponibilité limitée des salles. C'est un problème qui peut être défini comme un problème qui fait assigner quelques évènements dans un nombre limité de périodes.
Il peut être divisé en deux catégories principales : la confection d'horaires des cours et la confection d'horaires des examens.[25]

La confection de plannings d'horaires est donc une tâche très difficile et sa solution manuelle peut exiger beaucoup d'effort ce qui a attiré énormément l'attention de la communauté scientifique.

Les problèmes des emplois de temps s'étendent de la construction des emplois du temps semestriels ou annuels dans les universités, écoles ou collèges aux emplois du temps d'examens à la fin de ces périodes. Les premières activités d'emploi du temps ont été effectuées manuellement et un emploi du temps typique, une fois construit est resté statique avec seulement quelques changements nécessaires.[4]

1.3 problème d'emploi du temps

Dans notre travail on s'intéresse à la planification des emplois de temps à l'université, mais il faut par oublier que la planification du temps et existe dans plusieurs domaines : dans les poste, les industrielles,on trouve aussi dans la maison quant le maman décider de faire plusieurs travail dans la journée avant de commencer leur travail elle est automatiquement fait un emploi pour organiser tout les taches avec consommation des temps et des ressources.

1.3.1 Historique

Les premières activités d'emploi du temps ont été effectuées manuellement et un emploi du temps typique, une fois construit est resté statique avec seulement quelques changements nécessaires. Cependant la nature des enseignements a changé considérablement au cours des années et ainsi les exigences en matière de confection d'emploi du temps sont devenues beaucoup plus compliquées qu'ils ont eu l'habitude de l'être. L'intérêt de génération d'emploi du temps a augmenté dramatiquement dans les années 60 principalement en la raison de la disponibilité d'ordinateurs pour exécuter les algorithmes développés. Autour de la fin des années 60 quelques tentatives qui ont traité le problème en considérant des études de cas commençaient à être publiées. Par exemple en 1969, Lawrie a développé un modèle pour le problème de confection d'horaire en employant l'approche de programmation linéaire. Pendant les années 1970, plusieurs publications ont abordé le problème d'emploi du temps. Les principales techniques qui semblent avoir été plus répandu dans les années 1970 et les années 1980 sont les techniques ayant pour racine l'intelligence artificielle et sont basées sur les méthodes du recuit simulé, la recherche Tabou et les algorithmes génétiques. En 1985, De Werra, a décrit les divers problèmes traitant le problème d'emploi du temps d'une façon formelle et a fourni les différentes formulations dans une tentative de les résoudre. Il a aussi décrit les approches considérées les plus importantes à ce temps-là. En 1986,Carter ,a fait une analyse sur de réelles applications de confection d'emploi du temps de plusieurs universités. Junginger, a décrit dans la même année, les recherches faites en Allemagne sur le problème d'emploi du temps scolaires et les approches qui étaient basées sur des heuristiques directes, en particulier il a décrit les divers logiciels mis en œuvre et leur utilisation dans les divers établissements. En 1994, Corne, a fait une enquête sur l'application des algorithmes génétiques au problème d'emploi du temps et a controversé les futures perspectives de telles approches en comparant les résultats obtenus avec ceux obtenus avec d'autres approches. Dans les dernières décennies, les sujets de résolution du problème d'emploi du temps ont été principalement limités à la (Recherche Opérationnelle) (les techniques employées étaient naturellement mathématiques). Dans la décennie actuelle, la contribution de l'intelligence Artificielle a fourni au problème de résolution de l'emploi du temps une heuristique moderne telle que les algorithmes génétiques, le recuit simulé et la recherche Tabou.

A Quoi sert un emploi du temps ?

Depuis le début des années 80, la gestion des ressources humaines a été reconnue comme une activité stratégique pour un établissement. Avec cette reconnaissance, l'intérêt d'élaborer des emplois du temps s'est vu accroître de plus en plus car ils permettent :

- Aux établissements exerçant une activité continue ou quasi-continue de répartir convenablement leur personnel (universités, entreprises de transports, hôpitaux, etc. . .)
- Aux établissements cherchant à se rendre plus accessibles à la clientèle d'étaler les horaires d'ouverture (grands magasins, banques, etc. . .).

— A toutes les établissements de surmonter leur exigences de productivité et de mieux gérer les présences et absences de leur personnel. Les situations où un emploi du temps est utile sont nombreuses. Elles justifient l'existence de différentes formes de ce dernier dans un même système : emplois du temps à court, moyen et à long terme.

.

Comment un emploi du temps est élaboré ?

Pour que les emplois du temps élaborés soient satisfaisants, ils doivent vérifier un ensemble de contraintes et établir un meilleur compromis entre les différents acteurs (exemple : le chef du département, le planificateur, les enseignants et les étudiants). Lorsque les différentes solutions alternatives sont connues, une négociation se déroule de la manière suivante : chaque acteur donne son opinion. Les points d'accord sont très vite expédiés et les points incertains sont débattus. Et des solutions de compromis sont dégagées. Les difficultés de négociation augmentent avec le nombre d'acteurs et le nombre de solutions alternatives. L'aspect combinatoire (pour l'élaboration des emplois du temps) rend d'autant plus difficile la négociation, car les opinions sont plus difficiles à formuler. Les moyens informatiques apportent une aide certaine notamment dans l'acquisition et la confrontation des données individuelles.

Définition 2. *: Les emplois du temps sont des calendriers de travail, où figurent à la fois le temps, l'affectation du personnel, les jours et les horaires de travail, et les congés et repos. Les emplois du temps peuvent être utilisés pour planifier les horaires de présences du personnel ou les tâches effectuées par le personnel.*

La planification d'horaire est un processus très complexe et NP-complet, qui vise a organiser des activités humaines et les différents tâches que nous avons a réaliser dans le temps et a optimiser l'utilisation des ressources de façon a couvrir un besoin exprimé, La confection d'horaires (ou confection d'emploi du temps) dans les établissements scolaires(emploi du temps d'université cours, examen et des scolaires), est un travail très important, difficile à réaliser. Pour fournir une solution, nécessite d'être capable de s'adapter aux changements dynamiques de l'environnement en tenant compte de la diversité des contraintes. l'interdépendance des programmes d'enseignement, la multitude des matières étudiées et les contraintes sur ces matières (cours,TD,TP. . .), la durée des cours, les contraintes de disponibilité des enseignants, la disponibilité limitée des salles. C'est un problème qui peut être défini comme un problème qui fait assigner quelques évènements dans un nombre limité de périodes. Il peut être divisé en deux catégories principales : la confection d'horaires des cours et la confection d'horaires des examens.

1.3.2 Horaire de l'école

L'emploi des temps des écoles est un outil d'affectation qui affecter un ensembles de enseignants a un ensembles de classes qui contient un groupe des élèves pour but de fournir un ensemble de leçons dans une période de temps.
un classe est composé d'un certain nombre d'élèves présents et des enseignants, tel que chaque enseignants est effectué a l'avance et il reste dans la même salle avec la même classe toute la journée, enseignant diverses matières(les écoles secondaires),on trouve qu'il existe divers contraintes sur le nombre des salle, les élèves et les enseignants comme :

- L'enseignant ne peut pas enseigner dans deux classes au même temps ou donnée deux leçons au même temps
- Certains classes ayant besoin spéciaux par exemple : les ordinateurs ou les matériel laboratoire il faut utiliser seulement pour des sciences spéciaux.
- Sons oublier qu'il existe d'autres type de contraints, les contraints douces comme : les enseignants peuvent préférer enseigner leur matière à une certaine période de la journée.
- Il peut être préférable de distribuer les cours durant la semaine afin que le même cours ne soit pas donné deux fois la même journée.

1.3.3 Horaire des universités

La tâche d'attribuer un certain nombre d'événements, tels que des conférences, des examens, des réunions, etc., à un nombre limité de ensemble de créneaux horaires (et peut-être de salles), en fonction d'un ensemble de contraintes. D'une manière générale, il est généralement admis que, dans cette définition, les problèmes liés à l'horaire des études universitaires peuvent être classés en deux grandes catégories : les problèmes liés à l'horaire des examens et les problèmes liés à l'horaire des cours.[17]

Horaire des examens

Le problème du calendrier des examens est essentiellement défini comme la répartition des examens dans un nombre limité de créneaux horaires, tout en respectant le nombre maximal de contraintes qui diffèrent grandement d'un établissement à l'autre. Par conséquent, les problèmes de calendrier d'examen diffèrent par leur taille, leur complexité et leurs contraintes.

Dans la documentation sur le calendrier, deux catégories de contraintes ont été présentées, à savoir les contraintes douces et les contraintes dures.
Les contraintes dures on prend comme exemples :
Deux examens ne peuvent pas être programmés en un seul créneau horaire lorsqu'il y a un certain nombre de points communs élèves assis pour l'examen.
Le nombre d'élèves présents aux examens ne doit pas dépasser le nombre de sièges disponibles. et on a les contraintes douces
Les examens qui sont en conflit sont mieux d'être répartis tout au long de la session d'examen dans éviter les intervalles de temps consécutifs des examens ou deux examens le même jour.
Examens considérés comme ayant le plus les élèves devraient être inscrits le plus tôt possible pour permettre un temps de marquage suffisant.
La commande (priorité) des examens est nécessaire pour être remplies.
Horaire de cours :le calendrier hebdomadaire du conférence d'un ensemble de cours universitaires minimisants les chevauchements de cours ayant des étudiants commun. Et qui consiste a planifier une séquence de cours entre les enseignants et les étudiants dans une période de temps prédéfinie généralement une semaine, sans oublier la satisfaction des contrainte.
Une contrainte ne revêt pas nécessairement un aspect absolu (soit elle est vérifiée ou violée) mais peut être formulée sous forme d'un objectif qui doit être approché autant que possible, selon ce critère, les contraintes peuvent être réparties en deux grandes classes : les contraintes dures et les contraintes de souple.
On considère le problème d'horaire universitaire comme un problème d'ordonnancement ,la résolution du cette problématique consiste a ordonnancer les différents taches des enseignants et des étudients.[18]

Chaque calendrier contiens les éléments suivants :

1 un ensembles des matières à enseigner.

2 un ensembles d'enseignants.

3 un ensembles de classes et de salles.

4 un ensembles des contraintes .

Horaire des cours

le problème d'emploi du temps consacrés au cours, qui se définit comme un ensemble de cours universitaire qui se déroulent tout au long des périodes spécifiques pendant cinq ou six

jours par semaine, dirigés par un nombre limité de professeurs et de salles de classe nécessitant une meilleure gestion pour bien contenir le nombre important d'étudiant inscrits.
Et la programmation hebdomadaire de toutes les conférences d'un ensemble de cours universitaires, en minimisant les chevauchements de conférences de cours ayant des étudiants communs.[17]
On se limitera pour l'instant à cette partie introductive car dans le chapitre deuxième on abordera encore plus en détails les horaires de cours.

conclusion

D'après ce qu'on a vu dans les paragraphes précédents, on peut dire que la planification de personnel est un processus complexe qui présente des enjeux à la fois sur le plan économique et sur le plan social. Cette complexité s'accroît considérablement dans le secteur des services. Parmi tous les types de plannings cités, c'est sur les plannings pédagogiques que nous allons porter notre intérêt. Les problèmes de planification en général sont des problèmes NP-Complets ; donc, tout apport en terme d'approche de résolution ne peut qu'être bénéfique.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION ET LES APPROCHES DE RÉSOLUTION

Elaborer Le calendrier des temps est un problèmes large et très complexes, qui a besoin de méthodes ou de techniques pour leur résolution. Parmi ces méthodes on à des approches dits exacts et des approches approchées, appelées communément heuristique.

Les premiers efforts fournis était l'élaboration de méthodes efficaces(ou exacts), tel que le branchement et séparation pour les programme linéaires en nombre entiers(PLNE), la génération des colonnes et enfin les méthodes liée à la théorie de graphes.

2.1 Divers méthodes de résolution

Pour la résolution des problèmes, en recherche opérationnelle, le choix de la méthode de résolution constitue une étape cruciale. Il existe deux grandes familles de méthodes de résolution. D'un coté, les méthodes exactes (complètes) qui garantissent la complétude de la résolution, de l'autre les méthodes approchées heuristiques méta heuristiques (incomplètes) qui perdent en complétude pour gagner en efficacité.

Méthodes Exactes

Les méthodes exactes (appelées aussi complètes) produisent une solution optimale pour une instance de problème d'optimisation donné. Elles se reposent généralement sur la recherche arborescente et sur l'énumération partielle de l'espace de solutions.
Elles sont utilisées pour trouver au moins une solution optimale d'un problème. Les algorithmes exacts les plus connus sont la méthode de séparation et évaluation, et la programmation linéaire, l'inconvénient majeur de ses méthodes est l'explosion combinatoire : Le nombre de combinaisons augmente avec l'augmentation de la dimension du problème. L'efficacité de ces algorithmes n'est prometteuse que pour les instances de problèmes de petites tailles.
On peut définir une méthode exacte comme une méthode qui garantit l'obtention de la solution optimale pour un problème d'optimisation. L'utilisation de ces méthodes s'avèrent particulièrement intéressante, mais elles sont souvent limitées au cas des problèmes de petite taille.[6]

Programmation linière en nombre entier(PLNE)

La programmation linéaire est l'une des techniques (outils) les plus utilisées de la recherche opérationnelle. Ceci s'explique par la grande variété des problèmes qui peuvent être modélisés par des programmes linéaires et par l'efficacité de la méthode de résolution (algorithme du Simplexe).[22]
Un programme linéaire, est une fonction objectif linéaire à maximiser ou minimiser , sous des contraintes linéaires, dans lequel il y a la contrainte supplémentaire que les variables sont entières. On parle de programme linéaire mixte lorsque seul un sous-ensemble de variables doivent être entières et les autres réelles.
La programmation linéaire est essentiellement appliquée pour résoudre des problèmes d'optimisation à moyen et long terme (problèmes stratégiques et tactiques, dans le vocabulaire de la recherche opérationnelle). Les domaines d'application de ces problèmes sont très nombreux aussi bien dans la nature des problèmes abordés(planification et contrôle de la production, planification des emploi des temps)que dans les secteurs dans laquelle elle intervient : industrie manufacturière, énergie (pétrole, gaz, électricité, nucléaire), transports (aériens, routiers et ferroviaires), télécommunications, industrie forestière, finance...[20]
Parmi les modèle utilisé dans le problème de planification d'emploi du temps, on trouve des modèle à deux dimensions ,et d'autres à 3 dimension.

2.1.1 Modèle linéaire pour le problème

Un modèle à deux indices(ou 2 dimension :

Il existe différentes formulation du problème d'horaire. Dans cette parties nous présenterons un modèle exposé dans l'état d'art de De Werra [3] Étant donner q module noté : $k_1, k_2 ... k_q$ et pour chaque i, le module K est composé de k_i cours par séance. Il existe des modules $S_1 ... S_r$, qui ont des groupes d'étudiants en communs. Cela signifie que les modules doivent être tous à programmés des créneaux différents. Le nombre de périodes est p, et l_K est le nombre maximal de séance pouvant être programmées à la période k (c.-à-d. le nombre de salles disponibles à la période k), alors la formulation de ce modèle est la suivante :

$$max \sum_{i=1}^{q} \sum_{k=1}^{p} d_{ik} y_{ik}$$

$$\sum_{K=1}^{p} y_{ik} = k_i (i = 1...q) \tag{2.1}$$

$$\sum_{i=1}^{q} y_{ik} \leqslant l_k (k = 1...p) \tag{2.2}$$

$$\sum_{i \in S_l} y_{ik} \leqslant 1 (l = 1...r/k = 1...p) \tag{2.3}$$

La première contrainte signifie que chaque cours est composé du nombre de séance.La deuxième contraintes impose qu'à chaque fois il n'y a pas plus de cours que de salles. Et la dernière contrainte empêche que des cours contradictoires soient programmés à la même période de temps.

Dans ce modèle, la variable y_{ik} est une variable binaire égale à 1 si un cours de k_i est programmé à la période k, 0 sinon.

Une formulation équivalente de ce problème est basée sur la matrice des conflits. La matrice de conflit C_{pq} est une matrice binaire telle que $C_{ij} = 1$ si les cours K_i et K_j ont des étudiants communs, et égale 0 sinon.

d_{ik} est la préférence d'avoir une séance de cours K_i à la période k. D'autres auteurs, ont considéré le même problème en ajoutant des modification au modèle pour des considérations pratique comme tripatty, Aubin , et les autres.[17]

Un modèle à 3 dimensions

Dans [3], des auteurs se donnent un modèle simple classe-enseignants qui inclue toutes les contraintes qui sont généralement présent dans le cas réels.
Dans cette partie on donne une description d'un modèle basique en PLNE ayant des variables à trois indices.

Une classe[1] contienne un ensemble d'étudiants qui suivent le même programme,Soient $C = \{c_1, c_2, c_3...\}$ un ensemble de classes,
$T = \{t_1, t_2, t_3...\}$l'ensemble des enseignants,

Étant donner R=r_{ij} la matrice d'exigence $m \times n$ tel que :
r_{ij} : nombre des cours impliquant la classe c_i, l'enseignant t_j.

Si p est l'ensemble des périodes(ou créneau), on suppose que les cours ont une même période de temps(par exemple la durée du cours est $1h : 30min$ pour tout les cours).
Le problème est d'affecter chaque salle à un ensemble de périodes P de telle sorte qu'aucun enseignant n'est assigné dans plusieurs salles à la fois.

On définie la variable binaire(booléenne) X_{ijk} elle prend la valeur 1 si l'enseignant t_j enseigne la classe c_jà la période k.

Le système d'équations associé du ce modèle(P) est :

$$P = max(max_j \lceil \sum_{i=1}^{m} r_{ij} / b_j \rceil, max_i \lceil \sum_{j=1}^{n} r_{ij} / a_i \rceil)$$

$$\sum_{k=1}^{p} X_{ijk} = r_{ij} (i = 1...m, j = 1...n)$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ijk} \leqslant 1 (i = 1...m, k = 1...p)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ijk} \leqslant 1 (j = 1...n, k = 1...p)$$

1. une classe peut être assimilée aussi à une promotion d'une spécialité donnée

$$\sum_{i=1}^{m} r_{ij} \leqslant P(j = 1...n)$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_{ij} \leqslant P(i = 1...m)$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_{ij} \leqslant a_i(i = 1...m; k = 1...p)$$

$$\sum_{i=1}^{m} r_{ij} \leqslant b_j(j = 1...n; k = 1...p)$$

Dans la première contrainte on a, X_{ijk} représente que l'enseignant j est affecter dans la salle i durent la période k, égale au nombre des cours de la dans classe $c_i$assurés par l'enseignant t_j. La contrainte 2.1.1 assure qu'un seul enseignant seulement qui doit enseigner la classe c_ià la période k. En plus, pour assurer qu'une seul classe c_i est affecter à l'enseignant j durent la période k, on a la contrainte 3 .Et pour la contrainte trois si on a l'enseignant et une période les deux sont disponible mais n'y a pas une classe alors $\sum_{i=1}^{m} X_{ijk} = 0$, et les dernières contraintes exprime l'existence des solutions dans le système.

2.1.2 Modèle avec des graphes

Parmi les modèles utilisés dans la formulation du problème planification emploi du temps, on a aussi les graphes ou plus exactement la coloration de graphes

Définition 3 (16)**.** *Un graphe $G = (V, E)$ est représenté par un couple (V, E), tel que V est un ensemble fini non vide est E une relation binaire commutative sur V. L'ensemble V est appelée l'ensemble des sommets de G, et E un sous-ensemble de$V \times V$. Les éléments de E sont appelés arêtes de G. La taille d'un graphe $G = (V, E)$ est le nombre arête $m =\mid (E) \mid$.*

Définition 4 (16)**.** *(Graphe simple)Un graphe est simple s'il ne contient ni boucle ni arrête multiples. Un graphe G = (V,E) est dit fini s'il contient un nombre fini de sommets.*
Un multigraphe est un graphe qui n'est pas simple

Définition 5 (13)**.** *(multigraphe) Appelé aussi graphe multiple ou p-graphe, c'est un graphe ou au moins 1 couple de sommets ont plus d'une arrête entre eux.*

Définition 6 (13)**.** *(Graphe biparti)Un graphe G = (V,E) est dit biparti si les sommets de ce graphe peuvent être partitionnées en deux ensembles stables V_1 et V_2. On le note comme suit : $G = (V1, V2, E)$*

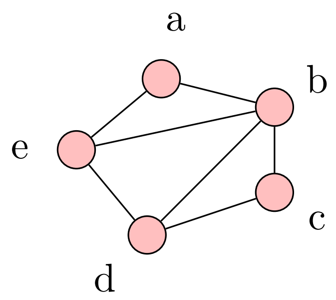


FIGURE 2.1 – graphe simple avec L'ensemble des sommets est {a,b,c,d,e}

Définition 7. *(un graphe orienté) : notée $G = (V; A)$, constitué un ensemble des sommets V et un ensembles des arêtes qui sont orienté appelée arcs.*

La coloration de graphes

La coloration de graphes est un problème central de l'optimisation combinatoire, c'est un domaine très attractif par ses nombreuses applications. La coloration de graphes permet de modéliser de nombreux problèmes réels tels que l'allocation de fréquences, la diffusion dans les réseaux, le partage des ressources , le transfert de fichiers, etc. Un graphe peut être coloré de différentes manières. Nous pouvons colorer différents éléments d'un graphe : les sommets, les arêtes, une combinaison de ces éléments, des sous-structures, etc.[11]

Définition 8. *Une coloration est dite propre quand elle vérifie certaines propriétés. Par exemple :*

— *les sommets/arêtes voisin(e)s ont des couleurs différentes.*

— *les sommets/arêtes à distance deux ont des couleurs différentes.*

— *les sommets d'une même couleur forment un graphe acyclique(i.e. une foret).*

— La coloration des arêtes : consiste à colorer les arrêtes tel que chaque deux arrêtes qui partagent le même sommet auront deux couleurs différentes.[16]

— La coloration des sommets :Il s'agit de colorer les sommets des graphes de sorte que chaque deux sommets adjacents sont colorés par des couleurs différentes.

Définition 9. *(nombre chromatique)Le nombre chromatique d'un graphe G (notée $\boldsymbol{X(G)}$) est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour lui donner une coloration propre.*

Les origines du ce problème remonte au XIX ème siècle lorsque Francis Guthrie, cartographe anglais, remarqua que quatre couleurs suffisant pour colorier la carte des cantons d'Angle-

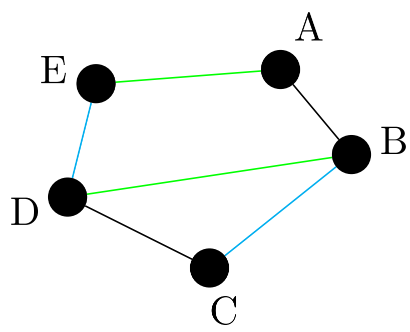


FIGURE 2.2 – Exemple de la coloration d'arêtes

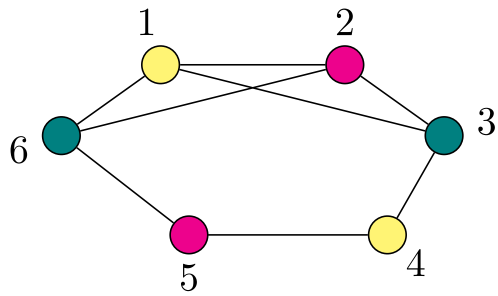


FIGURE 2.3 – Une coloration de sommets, par exemple les sommets 1,4 sont coloré avec la même couleur puisqu'ils sont pas adjacents

terre, sans donner la même couleur a deux cantons ayant une frontière commune. il pose alors la question de savoir si quatre couleurs suffisant toujours pour colorier n'importe quelle carte géographique de sorte que deux régions voisines n'aient pas la même couleur.[11]

La coloration apparait comme modèle en pratique. A titre d'exemple, on a :

1 l'allocation de créneaux horaires à des événements : cours, examens... on prendre les sommet sont les événement et les arêtes sont les contraintes ou deux événements ne peuvent se dérouler simultanément et on utilise les couleurs pour Coulerai les créneaux horaires.

2 Allocation de fréquences dans les réseaux GSM : c'est attribution aux antennes relais des bandes de fréquences pour communiquer avec les usagers.
On prend les sommets sont les antennes relais les arêtes : entre deux antennes trop proches géographiquement l'une de l'autre(niveau d'interférence trop important) et les

couleurs sont les canaux de fréquences radio.

D'autres plan liés à la coloration existant, comme coloration de carte géographique et Allocation de niveaux des vol. On trouve dans la littérature un très grand nombre d'algorithmes heuristiques pour la résolution approchée de problème de coloration. Divers algorithmes exacts existent également, mais leur application dans le cas général est limitée aux graphes de taille réduite

[11]

Couplage dans les graphes

La théorie du couplage est un sujet classique et très important de la théorie des graphes et de l'optimisation combinatoire.
Soit un graphe simple non orienté $G = (S, A)$(ou S est l'ensemble des sommets et A l'ensemble des arêtes.[23]
Un couplage M est un ensemble d'arêtes deux à deux non adjacentes, c'est a dire que M est une partie de l'ensemble A d'arêtes telle que :

$$\forall (a, a^{'}) \in R, a \neq a^{'} \Rightarrow a \cap a^{'} = \emptyset$$

(R est l'ensemble des arrêtes de graphes)

On peut aussi définir le couplage comme étant l'ensemble des arêtes deux a deux indépendantes.[23]

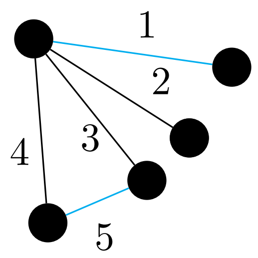


FIGURE 2.4 – couplage du graphe

Dans ce graphe,un exemple de couplage tel que l'ensemble d'arête contenant les arêtes 1 et

5 avec l'ensemble 2 3 4 sont deux a deux indépendants.

Un couplage maximal est un couplage M du graphe tel que, toute arrête du graphe possède au moins une extrémité commune avec une arrête de M ceci équivalents à dire dans l'ensemble des couplages du graphe, M est maximal au sens de l'inclusion c'est à dire pour tout arrête 'a' de A qui n'est pas dans M, $M \cup \{a\}$ n'est plus un couplage de G.

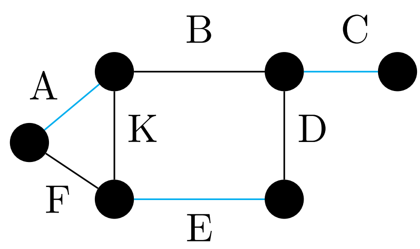


FIGURE 2.5 – l'ensemble d'arêtes A,E,Cest un couplage maximal

On dite qu'un couplage est maximum s'il n'existe pas un autre plus grand que lui .Un graphe peut possèder plusieurs couplage maximum.

On parle de couplage parfait M (ou couplage complet) :si tout sommet du graphe est incident à exactement une arrête de M.

Remarque 1. *Le couplage parfait est un couplage de taille maximum, le contraire n'est pas nécessairement vrai.*

Soit G un graphe et soit M un couplage de G. Nous dirons qu'un sommet v est couvert par M s'il existe une arête $e \in M$ incidente à v.

Théorème 1 (Berge 1957)**.** *Soit M un couplage dans un graphe G. M est maximum si et seulement si il n'existe pas de chemin augmentant.*

Un chemin augmentant est un chemin alternant qui commence et se finit par un sommet non-appariée.

le problème du Flux Maximum

Dans [17] on a étudié le problème de recherche du flot maximum
Un réseaux, noté R = (G ; s ; p ; c), est un graphe orienté possédant une source et un puit, plus une application capacité c qui associe à chaque arc une valeur nommée capacité.
Une source (resp. un puit) dans un graphe orienté est un sommet n'ayant que des successeurs (resp. prédécesseurs), et le flux d'un arc est la quantité qu'on transporte sur cet arc. La capacité d'un arc est la valeur maximal que le flux sur l'arc ne peut dépasser.
Alors un flot dans R est une fonction $F : V \times V \to R$ tel que :

pour tout $u, v \in V$ on a : $F(uv) \leqslant C(uv)$

pour tout $v \in V \setminus \{s, p\}$ on a :

$$\sum_{u \in w^- v} c(u) = \sum_{u \in w^+ v} c(u)$$

[17]

La modélisation par coloration :

La modélisation sous forme d'un graphe est considérée comme une méthode exacte dans la résolution du problème des emplois du temps.une littérature abondante existe dans sens, à titre d'exemple un mémoire de fin de cycle de master a traité le problème de planification des examens d'un point de vue coloration de graphe.
Le problème d'élaboration de planning d'examens peut être défini comme celui d'affecter un ensemble d'examens, chacun prévu pour un certain groupe d'étudiants, à un nombre limité de périodes, tout en respectant un ensemble prédéfini de contraintes, qui diffèrent d'un problème à un autre, suivant la spécificité de l'établissement en question et les caractéristiques attendues de l'emploi du temps recherché. Il est impossible pour un surveillant ou un étudiant d'assister à plus d'un examen simultanément. Par conséquent, chaque surveillant et étudiant peut avoir au plus un examen de matière en même temps, cette exigence peut être considérée comme une contrainte de surveillant et une contrainte d'étudiant, c'est une contrainte forte. Une planification d'emploi du temps des examens dite réalisable si elle respect obligatoirement tout les contraintes dures, car la violation de l'une de ces contraintes(S'il y-a un conflit, lorsque un étudiant ou surveillant se voit assigner deux examens à la même période) rend l'emploi du temps inefficace dans la réalité.

On prend en considération un ensemble de contrainte des exigence comme :

— la période d'examens et la durée du chaque examen (généralement 1 h :30 min)de 8 à 16 h et vide entre deux créneaux(30 min).

— l'ensemble d'étudiants qui passe a l'examen.

— l'ensemble d'examen qui sont programmé dans la semaine .

— l'ensemble des ressources nécessaire (salle, amphi) sont oublier l'ensemble des contraintes dure(doivent être satisfais),et les contraintes douces (c'est a dire celle qui sont souhaitable mais non essentielle).

La modélisation par un graphe est une représentation graphique simplifier d'une entité du monde réel, on peut utiliser la coloration des graphes pour résoudre la problématique des planning des examens, tel que les sommets du graphe représentent les examens, les couleurs sont les période et les arrêtes entre deux sommets indiquent un conflit entre examens (au moins un étudiants est inscrit dans les deux examens correspondants).
Premièrement, un plan des examens à été définie telle que chaque section doit passer un examens, et un graphe $\boldsymbol{G(V,E)}$a été tracer à partir du plan et les examens sont représenté par un sommets V, et puisque les étudiants qui ont des examens communs doivent les passer simultanément il n'y a pas besoin de consacrer un sommet pour chaque groupe, donc on créer une matrice nulle $\boldsymbol{m \times n}$ telle que $\boldsymbol{m = n}$ nombre de modules ayant un examen et on traduire cette matrice par un graphe nulle, et on représente les contraintes par les arêtes.
Le graphe non orienté résume tout les contraintes de conflit des examens et été modéliser après avoir obtenu la matrice d'adjacents.

Après utilisations de l'algorithme, une coloration à été obtenue cette dernière est optimal(mais pas unique). A partir d'une coloration , on peut attire un planning de façon que tout les examens qui ont la même couleur peuvent avoir lieu au même temps. Pour plus d'informations sur le sujet, les lecteurs de ce travail peuvent se référe aux mémoire[24]

Résolution par le flot max :

Rappelons qu'on a le modèle (p) définie comme suit :

$$(P)=\begin{cases} max(max_j\lceil \sum_{i=1}^{m} r_{ij}/b_j\rceil, max_i\lceil \sum_{j=1}^{n} r_{ij}/a_i\rceil) & \\ \sum_{k=1}^{p} X_{ijk} = r_{ij} & (i=1...m, j=1...n) \\ \sum_{j=1}^{n} X_{ijk} \leqslant 1 & (i=1...m, k=1...p) \\ \sum_{i=1}^{m} X_{ijk} \leqslant 1 & (j=1...n, k=1...p) \\ \sum_{i=1}^{m} r_{ij} \leqslant P & (j=1...n) \\ \sum_{j=1}^{n} r_{ij} \leqslant P & (i=1...m) \end{cases}$$

D'après De Werre [4], avec cette formulation on peut associer un multi-graphe biparti $G = (C, T, R)$, Son ensemble de sommets représente les classes(promos) et les enseignants, et deux sommet c_i et t_j sont reliés par r_{ij} arêtes parallèles(.
Si chaque période corresponds à une couleur,alors le problème consiste en la recherche d'une affectation d'une des p couleurs à chaque arête du graphe de sort à obtenir une coloration des arêtes.

proposition 1. *La proposition suivante donne une condition nécessaire et suffisante pour que le modèle admet une solution,*

$$\sum_{i=1}^{m} r_{ij} \leqslant P_j (j=1...n)$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_{ij} \leqslant P_i (i=1...m)$$

La proposition ci-dessus est connue en tant que théorème de Konig sur la coloration d'arêtes dans les graphe bipartis.
Ce modèle prend en compte un programmation journalière, cependant pour tout une semaine on doit prendre en compte le nombre maximal de cours qui doivent êtres programmés pendant la semaine. Dans ce cas, pour chaque promo c_i (enseignant t_j)on a un entier positive $a_i(b_j)$représentant le nombre maximum des séance sur chaque jour de la semaine.
De ce fait x_{ijk} représenta le nombre de cours impliquent la promo c_i et l'enseignant t_j sur la journée k.
Le modèle devient :

$$\sum_{k=1}^{p} X_{ijk} = r_{ij} (i=1...m, j=1...n)$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_{ij} \leqslant a_i (i = 1...m; k = 1...p)$$

$$\sum_{i=1}^{m} r_{ij} \leqslant b_j (j = 1...n; k = 1...p)$$

$$x_{ijk} \geqslant 0 entier (i = 1...m; j = 1...n; k = 1...p)$$

De manière similaire, ce modèle peut être formulé en terme de coloration de sommets.
On passe maintenant à l'autre types de méthodes des résolution les méthode approché.

2.1.3 Génération de colonnes

En informatique théorique et en recherche opérationnelle, la génération de colonnes est une méthode pour résoudre efficacement les problèmes d'optimisation linéaire de grande taille. Elle repose sur la décomposition de Dantzig-Wolfe(en), qui consiste à décomposer l'ensemble des contraintes en deux sous-ensembles.
L'idée centrale est que les programmes linéaires de grande taille ont trop de variables (ou colonnes) pour qu'on puisse les représenter toutes de manière explicite. A l'optimum, la plupart des variables sont hors base et, très souvent, la plupart d'entre elles sont nulles, c'est-à-dire que seul un (petit) sous-ensemble de variables doit être pris en compte pour résoudre le problème. Une méthode utilisant la génération de colonnes initialise le programme linéaire avec un sous-ensemble de colonnes de petite taille. Le mécanisme de la génération de colonnes consiste alors à générer, au sein d'un algorithme à plusieurs étapes , les variables qui sont susceptibles d'améliorer la solution courante, c'est-à-dire celles qui ont des coûts réduits négatifs.
L'efficacité de la méthode est très dépendante du mécanisme utilisé pour générer des colonnes. En effet, le sous-problème à résoudre est souvent NP-difficile.

Les méthodes utilisant la génération de colonnes ont souvent des problèmes de convergence dus au fait que le problème dual est très peu contraint au début de la méthode. En pratique, ces problèmes vont amener la méthode à effectuer un grand nombre d'itérations qui ne permettent plus d'améliorer la solution courante.[21]

2.2 Méthodes approchées

Les méthodes approchées fournissent une solution approchée au problème traité. Elles sont en général conçues de manière à ce que la solution obtenue puisse être située par rapport à la valeur optimale : de telle méthodes permettent d'obtenir des bornes inférieures ou supérieures de la valeur optimale tel que : Méthodes Heuristiques, Méta heuristiques.

Heuristiques : Le mot heuristique, dérivé de la langue grec, vient du verbe heuriskein qui signifie trouver. Une heuristique est un algorithme qui permet de trouver dans un temps polynomial une solution réalisable, tenant en compte d'une fonction objectif, pas nécessairement optimale (approchée) ou exacte pour un problème d'optimisation difficile.

Ce type de méthodes traduit une stratégie (une manière de penser) en s'appuyant sur la connaissance du problème. Une heuristique est spécifique au problème et ne peut pas être généralisée.

Méta heuristique : Le mot méta heuristique est composé de deux mots grecs : méta et heuristique. Le mot méta est un suffixe signifiant au-delà c'est-à-dire de niveau supérieur.

Les méta heuristiques sont des méthodes généralement inspirées de la nature. Contrairement aux heuristiques , elles s'appliquent à plusieurs problèmes de nature différentes. Pour cela on peut dire qu'elles sont des heuristiques modernes, de plus haut niveau, dédiées particulièrement à la résolution des problèmes d'optimisation. Leur but est d'atteindre un optimum global tout en échappant les optima locaux.

Les méta-heuristiques regroupent des méthodes qui peuvent se diviser en deux classes :

— **Méta-heuristiques à solution unique :**Ces méthodes traitent une seule solution à la fois, afin de trouver la solution optimale.

— **Méta-heuristiques à population de solutions :** Ces méthodes utilisent une population de solutions à chaque itération jusqu'à l'obtention de la solution globale.

Il existe plusieurs modèle des modélisations , Parmi ses techniques on a :

2.2.1 Algorithmes génétiques

L'algorithme génétique (AG) est un algorithme de recherche heuristique adaptatif basé sur l'évolution et la sélection naturelle. L'AG se dirige vers de meilleures solutions dans l'espace de solution en utilisant le principe de la « survie du plus apte ». En raison de ce principe, l'individu le mieux adapté dominera sur les autres. Dans chaque génération il y a une population et chaque individu de cette population est une solution potentielle au problème. Chaque individu de cette population connaîtra une évolution où seul l'individu le plus fort survivra. Les individus les plus aptes à chaque génération auront une plus grande chance de se reproduire, ce qui mènera à une solution améliorée. Deux bonnes personnes peuvent produire une progéniture qui est meilleure que ses parents parce qu'elle peut hériter d'un mélange de gènes des deux.
Les algorithmes génétiques utilisent la théorie de Darwin sur l'évolution des espèces. Elle repose sur trois principes : le principe de variation, le principe d'adaptation et le principe d'hérédité.
Le principe de variation : Chaque individu au sein d'une population est unique. Ces différences, plus ou moins importantes, vont être décisives dans le processus de sélection.
Le principe d'adaptation : Les individus les plus adaptés à leur environnement atteignent plus facilement l'âge adulte. Ceux ayant une meilleure capacité de survie pourront donc se reproduire davantage.
Le principe d'hérédité : Les caractéristiques des individus doivent être héréditaires pour pouvoir être transmises à leur descendance. Ce mécanisme permettra de faire évoluer l'espèce pour partager les caractéristiques avantageuse à sa survie.

Opérateurs d'évolution

sélection

La sélection consiste à choisir les individus les mieux adaptés afin d'avoir une population de solution la plus proche de converger vers l'optimum global. Cet opérateur est l'application du principe d'adaptation de la théorie de Darwin.
Il existe plusieurs types de sélection :Sélection par rang,par tournoi ,uniforme.

Voici un exemple avec des individus en représentation binaire une fois la sélection effectuée :

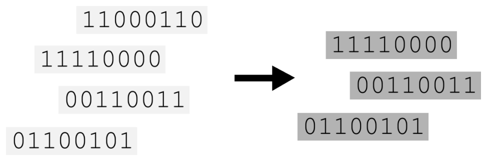
(1).png 

FIGURE 2.6 – Sélection

croisement

Le croisement, ou enjambement est le résultat obtenue lorsque deux chromosomes partage leurs particularités. Celui-ci permet le brassage génétique de la population et l'application du principe d'hérédité de la théorie de Darwin.
Il existe deux méthodes de croisement : simple ou double enjambement.
Le simple enjambement consiste à fusionner les particularités de deux individus à partir d'un pivot, afin d'obtenir un ou deux enfants :

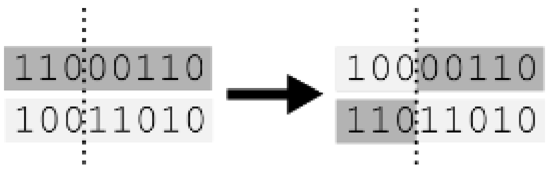


FIGURE 2.7 – Exemple(simple enjambement)

Le double enjambement repose sur le même principe, sauf qu'il y a deux pivots :

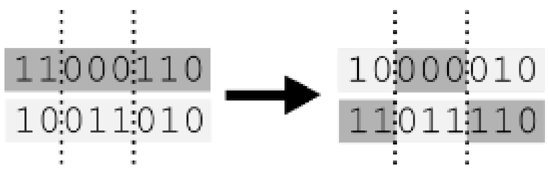


FIGURE 2.8 – Exemple(double enjambement)

Mutation

La mutation consiste à altérer un gène dans un chromosome selon un facteur de mutation. Ce facteur est la probabilité qu'une mutation soit effectuée sur un individu. Cet opérateur est l'application du principe de variation de la théorie de Darwin et permet, par la même occasion, d'éviter une convergence prématurée de l'algorithme vers un extremum local.
Voici un exemple de mutation sur un individu ayant un seul chromosome :

Avec ces trois opérateurs d'évolution, nous pouvons appliquer les algorithmes génétiques.
On a la fonctionnement d'un algorithme génétique :

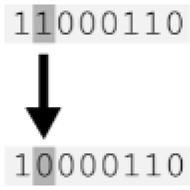


FIGURE 2.9 – Exemple de Mutation

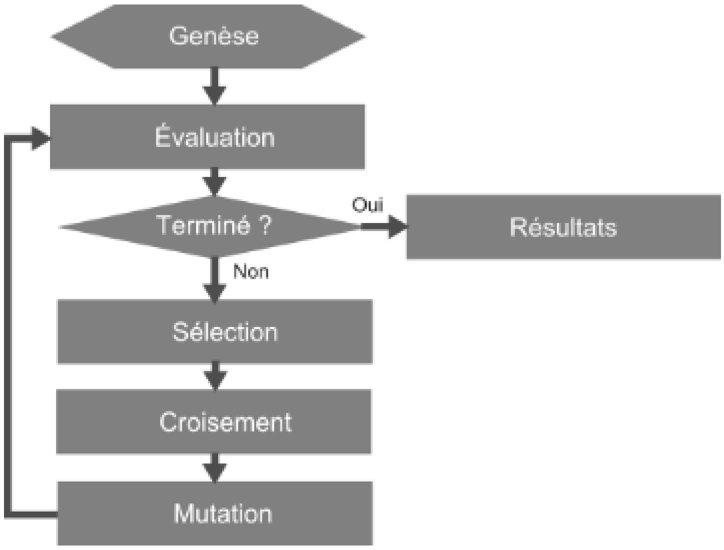


FIGURE 2.10 – fonctionnement

N'oublions pas que :
La genèse est l'étape de la création d'une population aléatoire. C'est le point de départ de notre algorithme.
L'évaluation est l'analyse des individus pour analyser si une solution est disponible. Pour ceci, nous utilisons un fonction de coût, ou d'erreur, afin de définir le score d'adaptation des individus lors du processus de sélection.
Nous effectuons une boucle tant que l'évaluation estime que la solution n'est pas optimale.[12]

2.2.2 Recuit simulé

Le recuit simulé (RS) est une technique probabiliste permettant d'approcher l'optimum global d'une fonction donnée.
Le recuit simulé est la première méta-heuristique qui a été proposée est réalisées par Metropolis et al. dans les années 50 pour simuler l'évolution de ce processus de recuit physique (Metropolis53). et utilisé pour la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire beaucoup plus récente.

Spécifiquement, il est méta-heuristique d'approcher l'optimisation globale dans un grand espace de recherche pour un problème d'optimisation. Il est souvent utilisé lorsque l'espace de recherche est discret (par exemple : le problème du voyageur de commerce). Pour les problèmes dans lesquels la recherche d'un optimum global approximatif est plus importante que la recherche d'un optimum local précis dans un laps de temps déterminé, un recuit simulé peut être préférable à des alternatives telles que la descente de gradient. Le principe général de cette algorithm est de d'effectuer un mouvement selon une distribution de probabilité qui dépend de la qualité des différents voisins :

— Les meilleurs voisins ont une probabilité plus élevée.

— Les moins bons ont une probabilité plus faible.

On utilisant un ensemble des paramètres dans cette algorithm appelé la température (notée T) :

— T élevée : tous les voisins ont à peu près la même probabilité d'être acceptés.

— T faible : un mouvement qui dégrade la fonction de coût a une faible probabilité d'être choisi.

— T=0 : aucune dégradation de la fonction de coût n'est acceptée.

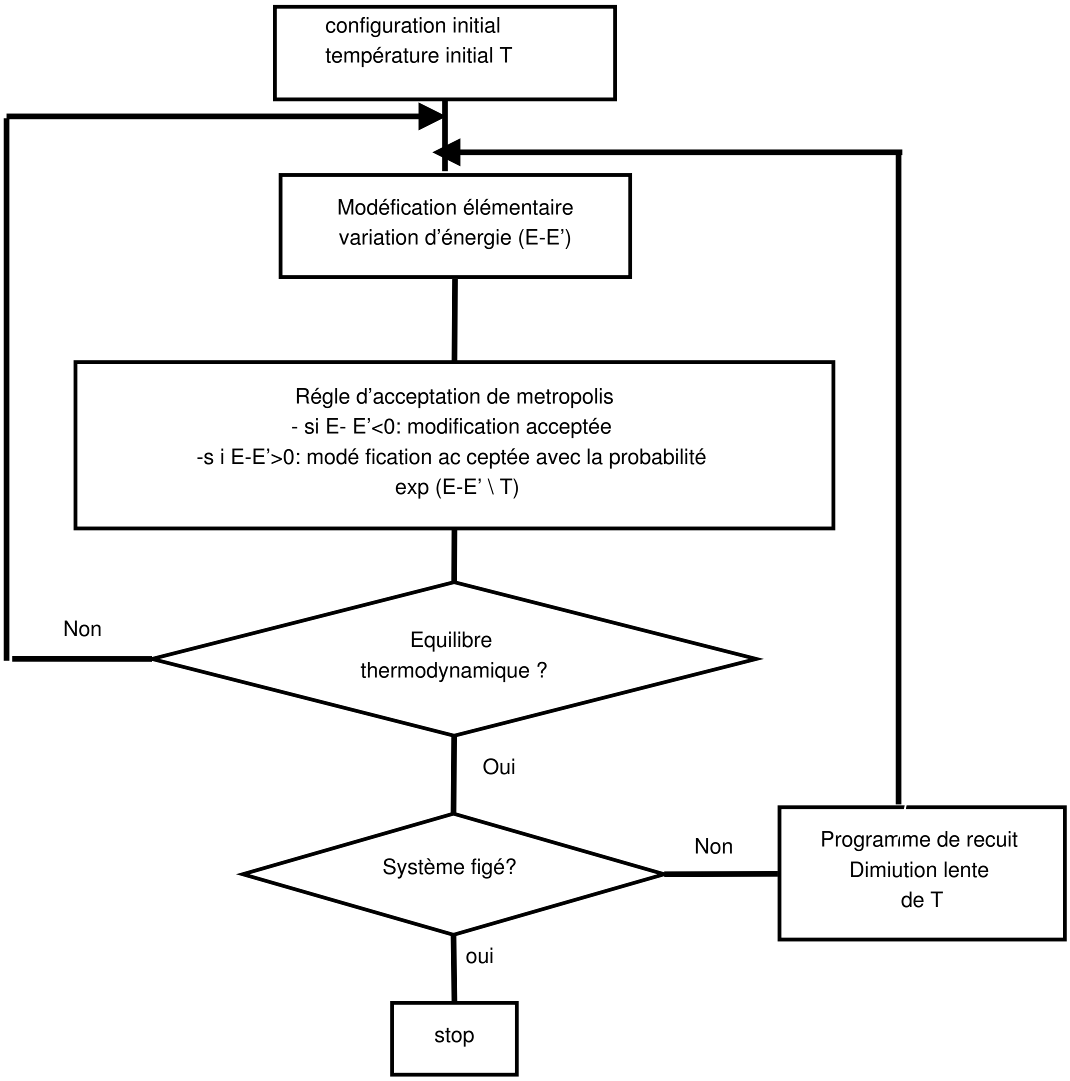


FIGURE 2.11 – L'organigramme du recuit

La température varie au cours de la recherche : T est élevée au début , puis diminue et finit par tendre vers 0. Le chemin de cette algorithm est comme suit :

1 Engendrer une configuration initiale S_0de S; $S = S_0$.

2 Initialiser T en fonction du schéma de refroidissement.

3 Répéter

— Engendrer un voisin aléatoire S' de S.

— Calculer $\Delta = f(S') - f(S)$.

— Si CritMetropolis (Δ, T), alors $S = S'$.

— Mettre T à jour en fonction du schéma de refroidissement.

4 Jusqu'à <condition fin>

5 Retourner la meilleure configuration trouvée.

L'RS commence par générer une solution aléatoire, qui est ensuite évaluée en calculant l'adéquation de la solution. Une fois la solution initiale évaluée, une solution voisine est créée en modifiant légèrement la solution initiale.
Si la solution du voisin est mieux adaptée que la solution actuelle, le voisin est enregistré comme solution actuelle. Il est également possible que l'algorithme choisisse une solution pire. Ceci est utilisé par la SA pour éviter de se coincer à l'optimum local. RS décide si elle doit conserver la solution ou non par l'utilisation d'une température. La température est réglée à une certaine valeur au début et quand la température est plus élevée, il est plus susceptible d'accepter une solution pire que lorsqu'il a refroidi pendant un certain temps. Une fois la solution sélectionnée, la température est abaissé par l'utilisation d'un taux de refroidissement fixe. Ensuite, une solution voisine est produite une fois de plus et par rapport à la meilleure solution précédente. Cette procédure est répétée jusqu'à ce qu'un objectif soit atteint. Le but peut être soit lorsque la température atteint zéro ou quand un certain temps s'est écoulé ou lorsque la qualité de la solution a atteint un certain niveau.[19]

2.2.3 Recherche Tabou

Recherche tabou (RT) est un algorithme méta-heuristique dont l'idée principale est de produire de nouvelles solutions avec des changements mineurs et compare l'adéquation des solutions à la solution actuelle, en la remplaçant si la nouvelle est mieux.
RT a par rapport à son nom une liste tabou d'une taille fixe contenant des solutions qui ont été précédemment visitées et qui sont déclarées tabou, c'est-à-dire interdites. Une solution de cette liste ne sera pas visitée de nouveau avant qu'un certain nombre de solutions aient été visitées. Ceci est appelé la mémoire à court terme de RT et aide l'algorithme à éviter de devenir redondant et contribue à étendre la recherche dans différentes régions dans l'espace de solutions.

— $\boldsymbol{S0}$: solution initiale.

— $S*$: meilleure solution jusqu'à présent.

— S : nouvelle solutions du voisinage de $S*$.

— $f(x)$: fonction objectif à minimiser.

— $f(s*)$: valeur de la meilleure solution.

On arrête la recherche si :

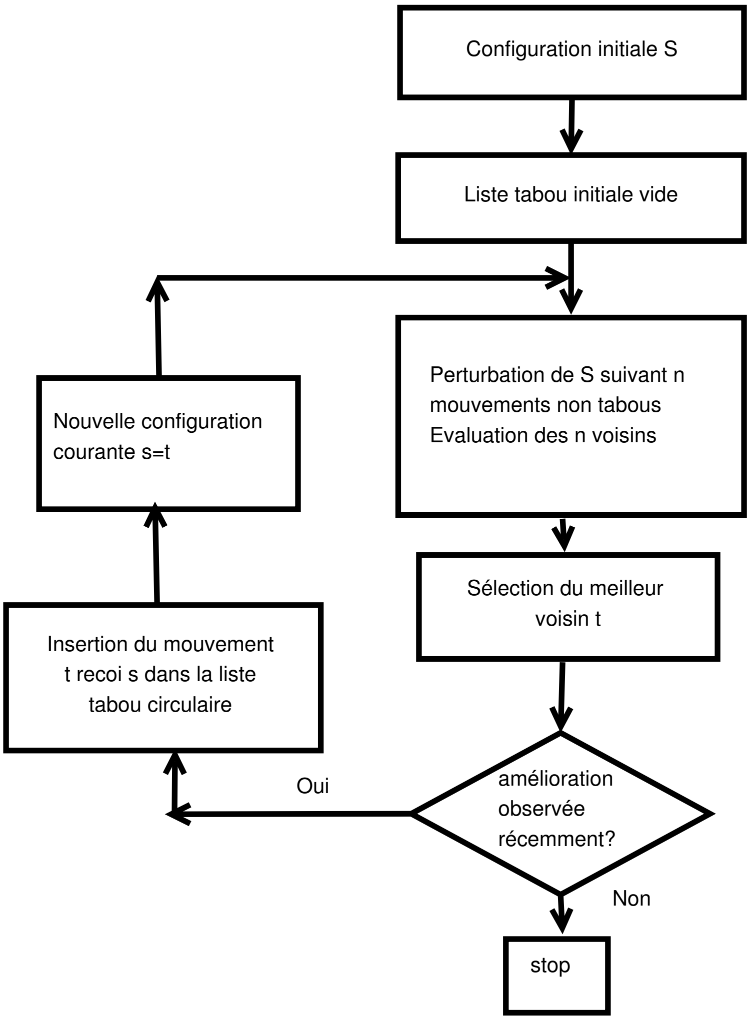


FIGURE 2.12 – L'organigramme du recherche tabou[39]

— Si une solution prouvée optimale a été trouvée.

— Si une limite a été atteinte en ce qui concerne : -Le nombre d'itérations. -Le temps de calcul.

— Si la recherche semble stagner : nombre d'itérations sans amélioration de la meilleure configuration trouvée.

La recherche tabou (RT) est une méthode de recherche locale combinée avec un ensemble de techniques permettant d'éviter d'être piégé dans un minimum local ou la répétition d'un cycle. La recherche tabou est introduite principalement par Glover (Glover 1986), Hansen (Hansen 1986), Glover et Laguna dans (Glover et Laguna 1997). En effet, à partir d'une solution initiale s dans un ensemble de solutions local S, des sous-ensembles de solution N(s) appartenant au voisinage S sont générés. Par l'intermédiaire de la fonction d'évaluation nous retenons la solution qui améliore la valeur de f, choisie parmi l'ensemble de solutions voisines $N(s)$.

L'algorithme accepte parfois des solutions qui n'améliorent pas toujours la solution cou-

rante. Nous mettons en œuvre une liste tabou (tabu list) T de longueur k contenant les k dernières solutions visitées, ce qui ne donne pas la possibilité a une solution déjà trouvée d'être acceptée et stockée dans la liste tabou. Alors le choix de la prochaine solution est effectué sur un ensemble des solutions voisines en dehors des éléments de cette liste tabou. Quand le nombre k est atteint, chaque nouvelle solution sélectionnée remplace la plus ancienne dans la liste. La construction de la liste tabou est basée sur le principe FIFO.
La recherche Tabou a été appliquée pour la première fois à le problème de coloration en 1987 par Hertz et de Werra et a permis d'obtenir de bons résultats. Depuis, d'autres algorithmes Tabou ont été développés avec des performances supérieures. Encore aujourd'hui, ces algorithmes font partie des principaux algorithmes de référence pour le problème de coloration, bien que les meilleurs résultats soient détenus par des algorithmes hybrides plus complexes .[6]
Si plusieurs choix sont possibles, l'un deux est pris au hasard. Pour que ce choix du meilleur voisin soit réalisé rapidement, des structures de données spécifiques sont utilisées pour permettre une évaluation incrémentale du voisinage. La paire (i, c) est ainsi mise dans la liste tabou pour interdire de réaffecter la couleur c au sommet i pendant les prochaines t_1 itérations. La valeur t_1 change pendant la recherche en fonction du nombre des sommets en conflit et en fonction de deux variables aléatoires [4,5,6]. La recherche locale se termine soit lorsque l'on trouve une solution (une coloration sans conflits), soit lorsque l'on arrive au nombre d'itérations maximal fixé a priori.

conclusion

Toutes ces méthodes peuvent être utilisées pour la plupart des problème posés en optimisation combinatoire, nous avons essayés de donner une brève description de chaque méthode en se focalisant sur la méthode exacte qui nous intéresse.

CHAPITRE 3

MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION

Introduction

Le but des emplois du temps universitaire est d'associer un ensemble d'entité à savoir des cours, des conférenciers, des étudiants, des salles et des créneaux horaires de sorte qu'aucun conflits ne se produit à n'importe quelle période. Le nombre d'étudiant affectés à une salle doit ne pas dépasser la capacité maximale des salles, et sans oublier d'autre contraintes nécessaire.

Le problème peut être formulé comme étant la recherche d'une meilleure répartition des cours entre les enseignants (conférenciers) et les étudiants sur un nombre fini d'unités de temps et de salles, tout en satisfaisant un grand nombre de contraintes.

3.1 Modélisation par graphe biparti

Pour montrer comment appliquer la méthode du flot maximum dans un graphe biparti, on considère cet exemple pour le problème d'affectation dans les emplois des temps.
On peut voir une partie de l'emploi du temps comme étant une affectation des cours aux enseignants. De ce fait, on peut considérer les deux entités comme étant les sommets du graphe et une relation existe entre les cours (modules) et les enseignants si le cour est dispensée par enseignant.
Le graphe ainsi obtenu est biparti.
L'exemple que nous donnons ici est donné par De werra à travers cette exemple nous

donnerons une description sur l'utilisation du flot max au problème d'emploi du temps. Il s'agit d'emploi des temps qui concerne une semaine appliquer sur 3 jours, on a 3 enseignants et 2 salles ou fait la résolution est réaliser à l'aide de la technique du flot max.

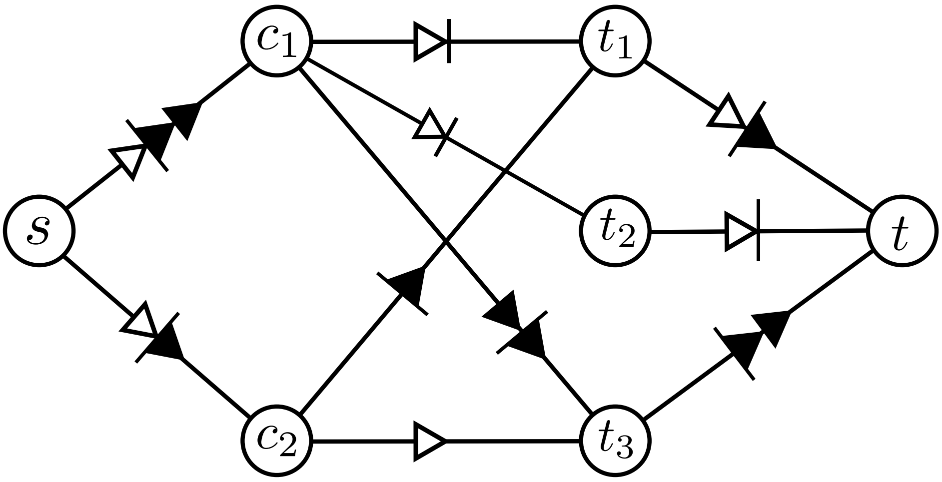


FIGURE 3.1 – graphe du problème

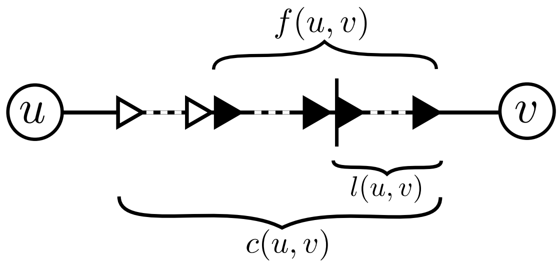


FIGURE 3.2 – description

A l'aide de l'exemple suivant, on aura idée sur l'application de la méthode de flot. Le graphe, comme présenté sur la figure 3.1, contient les sommets associés aux enseignant et aux classes, il s'agit plus précisément de deux stables. A cela on ajoute deux sommets fictifs, comme source et comme puit. Les arcs seront orientés des classes vers les enseignant intervenant.

De cette manière, on obtient un réseau sur lequel on cherche un flot compatible[4].

Par ailleurs, une borne inférieure $\boldsymbol{L^k(x,y)}$ et une capacité $\boldsymbol{C^k(x,y)}$ sont attribuées à chaque arc.

Considérons, à titre d'exemple la matrice M suivant :

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{3} & & \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

Si on prend le nombre 4 à l'intersection de la ligne 1 et la colonne 3 il signifie le cours 1 en 4 périodes s de temps.

On applique une méthode (ici à la main) pour trouver la solution représentée par la matrice suivante :

$$X_{ij1} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} t_1 & t_2 & t_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} c_1 \\ c_2 \end{array} & \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & & \mathbf{0} \end{pmatrix} \end{array}$$

Cette solution a été obtenue en résolvant le problème du flot pour trouver un flot compatible. Pour le deuxième jour, la matrice de besoin sera :

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} t_1 & t_2 & t_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} c_1 \\ c_2 \end{array} & \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & & \mathbf{2} \end{pmatrix} \end{array}$$

Elle est obtenue par la soustraction de la matrice initiale et la matrice X_{ij1}.

$$X_{ij2} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} t_1 & t_2 & t_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} c_1 \\ c_2 \end{array} & \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & & \mathbf{1} \end{pmatrix} \end{array}$$

$$X_{ij3} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} t_1 & t_2 & t_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} c_1 \\ c_2 \end{array} & \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & & \mathbf{1} \end{pmatrix} \end{array}$$

De la même manière obtiendra les affectation pour le $\mathbf{2}^{me}$ et le $\mathbf{3}^{me}$ jours.Ces matrices sont données comme suit :

D'après la contrainte (chapitre 2.page 24) dans cette exemple on a $\mathbf{1} \leqslant \sum_{i=1}^{n} x_{ijk} \leqslant \mathbf{2}$
et (2.2) dans ce cas est $\mathbf{2} \leqslant \sum_{i=1}^{m} x_{ijk} \leqslant \mathbf{3}$

Les modèles présentés jusqu'à présent sont des modèles dont les variables sont à trois indices.

Dans la suite, nous donnerons une autre modélisation la décomposition du modèle précédent en deux modèles dont les variables sont à deux indices. Les auteurs de ce travail, à savoir : Lach, Lübbecke, Sørensen... affirme qu'une telle décomposition réduit la complexité du problème et rend plus facile sa résolution.

3.2 Décomposition en deux niveaux

Dans cette partie, nous allons donner une description de la méthode de décomposition. Nous allons nous appuyer sur le travail de Matias Sørensen et Florian H.W. Dahms[3]. Dans ce derniers les auteurs réduisent le problème à l'origine en trois dimension en un plan à deux dimension incluant deux modèle et sa résolution se fera en deux étapes.

La première étape consiste en la résolution du modèle d'affectation des événements aux créneaux horaires puis vient la seconde étape qui reprend les résultats de la première étape comme donner du second modèle. Il s'agit de l'affectation des événements aux salles.

Dans ce modèle on utilise un ensemble de variables nécessaires pour l'étape du modélisation sont :

Soit $|E|$ l'ensemble des événements ou un événement est une séance ou se rencontre une promotion avec l'un des professeurs qui enseigne un module (classe)donnée

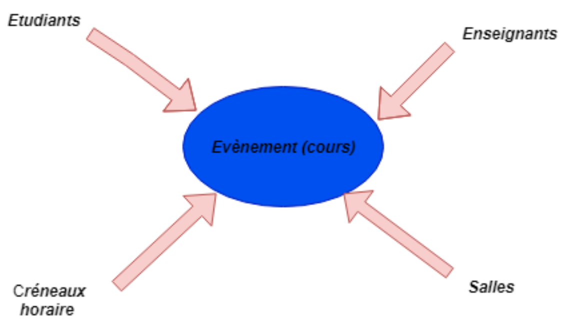


FIGURE 3.3 – L'ensemble d'évènements

On a aussi :

C_n : c'est l'ensemble des modules(class) existant.tout enseignement est subdivisé en trois catégories :

— cours,

— travaux dirigés(Td),

— travaux pratique(Tp).

R : c'est l'ensemble des salles existante.

$T = 1, \ldots, 6$: est l'ensemble des créneaux horaires d'une journée.

A c'est ensemble des ressource existe.

$'a'$ c'est une entité qui peut représenter un enseignant ou un étudiant. L'ensemble des enseignants sont subdivisés en plusieurs corps :

— Les professeurs.

— Les maîtres-assistants et les maîtres-assistants chargés de cours.

— Les maîtres de conférences.

. D_j : c'est l'ensemble des jours . Alors $(j = 1...6)$
N_c le nombre de conflits de jours voisins autorisés pour la salle.
F_a c'est le jour de congé pour l'entité a.
$E_a^{'}$ l'ensemble des événements auxquels participe les ressource.
$W_a \in N_0$ c'est le nombre maximum d'évènement qui peuvent être programmé pour l'entité $a \in A$ un jour donné. $\phi_{e,t}$: c'est l'ensemble des pénalités d'affectation d'un événement e dans un créneau horaire t.
$\pi_{e,r}$: c'est l'ensemble des pénalité d'affectation d'un événement e dans une salle r.
Dans les deux modèle donnés, les variables $y_{e,t}$ et $z_{e,t}$ sont de type binaire, elle vant toute les deux 1 lorsqu'un évènement est affectée à un créneaux et une salle respectivement. $b_{c,t}$ prend la valeur 1 si le module c a au moins un séance dans le créneau horaire $t \in T$ et 0 sinon.
$n_{c,d}$prend de la valeur 1 si la salle a un conflit jour-voisin le jour $d \in D$. Un conflit jour voisin se produit lorsque le même module a programmé des événements sur deux jours consécutifs.
$P_{d,d'} = 1$ si les deux jours d et $d^{'}$ sont des jours voisins(0 sinon)
$R_{c,d} = 1$ si la salle $c \in C$ fait partie d'un évènement qui est verrouillé a une plage horaire $d \in D$.
k c'est le poids dans la fonction objectif du jour sont période de travail.
ζ : c'est le poids dans la fonction objectif pour le jour voisin.
W est ensemble des valeurs de $\pi_{e,r}$.
$\theta_{a,d}$ Variable binaire tel que si l'entité $'a'$ un seul évènement dans un jour alors égale a 1 et 0 sinon.
γ_a c'est le poids dans la fonction objectif pour chaque jour ou l'enseignant n'a aucune séance de travail.
$F_{a,d}$ C'est une variable binaire qui est égale a 1 lorsque l'entité $'a'$ n'a pas d'évènement programmé dans le jour d et 0 sinon.
$V_{a,t}$ c'est un variable binaire qui égale à 1 si l'entité $'a'$ est active dans un créneau horaire.
$V_{c,r}$ variable binaire qui prend la valeur 1 s'il y a au moins un événement relatif à la

promo(classe) $c \in C$ programmée dans la salle r, et 0 sinon.
Ce problème est constitué de deux modèles, tel que l'objectif du modèle original définit un objectif naturel pour les étapes I et II, puisqu'il est divisé en deux expressions indépendantes, on a la premier modèle qui vise à affecter les évènements aux un créneau horaire :

$$minW^1 = \sum_{e \in E, t \in t} \phi_{e,t} Y_{e,t}$$

$$\sum_{t \in T} Y_{e,t} = 1, \forall e \in \varepsilon$$

$$\sum_{e \in E'_a} Y_{e,t} \leqslant 1, \forall a \in A, t \in T \setminus t_D$$

$$Y_{e,t} \in P_{emploi}$$

$$Y_{e,t} \in \{0,1\}$$

et dans le deuxième modèle on vise à affecter les évènement aux salles.

$$minW^2 = \sum_{e \in \varepsilon, r \in R} \pi_{e,r} Z_{e,r}$$

$$\sum_{r \in R} Z_{e,t} = 1, \forall e \in \varepsilon$$

$$\sum_{r \in R} Y^*_{e,t} Z_{e,r} \leqslant G_{r,t}, \forall r \in R \setminus r_D, t \in T \setminus t_D$$

$$Z_{e,r} \leqslant K_{e,r} \forall e \in \varepsilon, r \in R$$

$$Z_{e,r} \in P_{salle}$$

$$Z \in \{0,1\}$$

Il est à noté, que la solution obtenue noté par $Y^*_{e,t}$en résolvant le premier modèle sera une donnée pour le deuxième modèle. De ce fait,on a :

$$\sum_{r \in R} X_{e,r,t} = Y_{e,t} X_{e,r,t} = Y^*_{e,t} Z_{e,r} \tag{3.1}$$

L'avantage de cette approche est la réduction considérable du nombre de variables dans les deux étapes, ce qui entraîne une diminution significative du temps de résolution.
Nous allons, dans la suite, donner une description des deux modèles. Pour commencer, représentons-les contraintes du premier modèle.

$$\sum_{t \in T} Y_{e,t} = 1 \tag{3.2}$$

Cette contrainte est pour assurer que tout événement, aura lieux que sur un seul créneau.

$$\sum_{e \in E_{a'}} Y_{e,t} = V_{a,t} \tag{3.3}$$

Lorsque $V_{a,t} = 1$ ça veut dire que l'entité $'a'$est active dans un créneau horaire t, et 0 sinon dans le cas contraire.
Par cette contrainte, on assure qu'un enseignant ou les étudiants ait un seul cour (ou TD,TP) pendant la période t.

$$\sum_{t \in T} V_{a,t} + F_{a,d} \leqslant 1 a \in A d \in D \tag{3.4}$$

Cette contrainte exprime le fait que si aucune entité (enseignants,étudiants) n'est programmée en jour d alors tous les $V_{a,t}$ soit nuls ou t est un créneau du jour d.

$$Y_{e,t} = 1 \tag{3.5}$$

$\forall e \in E, t \in T, LT_{e,t} = 1 LT(tempsverrouill)$
Cette contrainte est pour s'assure que l'attribution des événements spéciaux affecter à un certain intervalle de temps.

$$Y_{e,t} - Y_{e',t} = 0 \tag{3.6}$$

$\forall e \in E, e^{'} \in S_e, t \in T$
ou S_e représente l'ensemble des évènement qui doivent être programmés dans le même période de temps que évènement $e \in \varepsilon$.

$$Y_{e,t} - Y_{e',t'} = 0 \tag{3.7}$$

$\forall e \in E, e^{'} \in C_e(t, t^{'}) \in T, d_t = d_{t'} ord(t) + 1 = ord(t^{'})$

Ou C_e représente l'ensemble des évènements qui doivent être programmés dans le même période de temps que évènement $e \in \varepsilon$. Ces deux contrainte est servent à assurer le placement d'événements exigeant le déroulement de manière successives.

$$\sum_{t \in T, D_{e,t}=0} Y_{e,t} = 0 \tag{3.8}$$

$\forall e \in E$

$D_{e,t}$ prend la valeur 1 si l'événement $e \in E$ peut être programmé dans l'intervalle $t \in T$ (0 sinon). Cette contrainte impose des restrictions sur les créneaux horaires pour lesquels une entité n'est pas disponible.

$$\sum_{t \in T_d} V_{a,t} + F_{a,d} \geqslant 1 \tag{3.9}$$

pour tout $a \in A, d \in D$

Cette contrainte assure que si une entité $a \in A$ n'a pas d'événement sur un jour $d \in D$, alors la variable $f_{a,d}$ est forcée de prendre la valeur 1. Ceci est nécessaire car cette variable est minimisée dans l'objectif.

$$\sum_{e \in E, t \in T_d} Y_{e,t} \leqslant W_a \tag{3.10}$$

$\forall a \in A, d \in D$ Cette contrainte est pour assurer que la limite sur le nombre d'événements assignés durant le jour d pour l'entité a est respecté. Pour une entité, les jours avec un seul événement programmé sont indésirables.

$$2 - \sum_{t \in T_d} V_{a,t} - 2F_{a,d} \leqslant O_{a,d} \tag{3.11}$$

$\forall a \in A, d \in D$ Cette formule est pour pénalise les jours avec un seul événement programmé pour l'entité a.

$$\sum_{t \in T_D} V_{a,t} \leqslant 5 \tag{3.12}$$

Cette contrainte exprime que chaque entité(enseignants, étudient)ne peut pas étudier toute la journée .

A fin d'éviter une continuité, sans arrête on introduit la contrainte suivante :

$$\sum_{t \in \{3,4\}} V_{a,t} \leqslant 1 \tag{3.13}$$

En exigeant un période de repos pendant la 3 ème ou la 4 ème séance.

$$\sum_{r\in R} Z_{e,r} = 1 \tag{3.14}$$

$\forall e \in E$

Cette formule exprime que chaque évènement e est affecter à une seul salle (dans un période de temps).

$G_{r,t}$est une variable binaire, égale à 1 si la classe r est disponible pendant la période t et $Y^*_{e,t}$ C'est la solution obtenue par le modèle 1

$$\sum_{e\in E} Y^*_{e,t} Z_{e,r} \leqslant G_{r,t} \forall r \in R \diagdown r_D, t \in T \diagdown t_D \tag{3.15}$$

Cette contrainte est exprime que l'affectation du évènement $e \in \varepsilon$ dans créneaux horaire dans étape 1 tous cela doit assigner dans les salles.

$$Z_{e,r} \leqslant K_{e,r} \forall e \in E, r \in R \tag{3.16}$$

Cette contrainte est exprime que les évènement sont affecter aux salles.

$$Z_{e,r} = 1 \forall e \in E, r \in R, LR_{e,r} = 1 \tag{3.17}$$

Le fait que $Z_{e,r} = 1$ cela assure que les événements spéciaux dont les salles sont verrouillées sont attribués en conséquence.

$$\sum_{r\in R\diagdown r_D} Y_{e,t_D} Z_{e,r} - \sum_{r\in R} LR_{e,r} \leqslant 0 \tag{3.18}$$

$\forall e \in E$

Cette formule mathématique fait en sorte qu'un événement ne puisse être attribué à une salle s'il n'est pas attribué à un créneau horaire, sauf si l'événement est verrouillé à une salle spéciale.

Pour cette problématique il existe deux types des contraintes, les contraintes soft(douce) et hard(dure).

Les contraintes hard sont les contraintes qui doivent été satisfaites dans un calendrier pour être réalisable, les contraintes soft qui sont à considérer sont :

— Toutes les classes doivent être attribuées.

— Le cours doit être programmé pour un nombre de fois requis pour chaque sujet sur une période d'une semaine en général.

— Certaines matières doivent être enseignées à certains moments.Par exemple les modules fondamentaux ci mieux d'enseigner dans les premiers heurs de la journée.

— Les enseignants ne peuvent enseigner que dans une classe en même temps.

— Il ne peut y avoir qu'un seul sujet dans la même classe en même temps.

— Certaines classes ayant des besoins spéciaux, par exemple : les ordinateurs ou le matériel de laboratoire doivent être enseigné dans une salle assignée à cette fin.

Et pour les contraintes soft on a un autre ensemble de cette contrainte qui est souhaitables mais pas absolument essentielles :

— Certains enseignants peuvent préférer enseigner leur matière pendant certaines périodes de la jour

— Il est peut-être préférable de remplir d'abord des salles plus petites, si possible.

— Il peut être préférable de distribuer les cours au cours de la semaine afin que le même cours ne soit pas donné deux fois le même jour.

— Il est peut-être préférable d'éviter d'avoir beaucoup de lacunes dans l'horaire.

— Il peut y avoir des préférences pour certaines classes de quand la classe devrait être tenue,par exemple le matin ou l'après-midi.

Les contraintes

alors l'ensemble des contraintes hard dans notre système sont :

1, 2,3, 5, 6, 15, 16, 17, 22, 20.

Et l'autre ensemble c'est les contrainte soft : 4, 9, 10, 14.

La suite, on donne le fonction objectifs des deux modèles : **Modèle 01 :** la fonction objective du cette étape est donner comme suite :

$$minW^1 = \sum_{e\in\varepsilon,t\in T} \phi_{e,t} Y_{e,t} + \zeta \sum_{a\in A,d\in D} n_{c,d} + \sum_{c\in C,d\in D} \eta_a \theta_{a,d} + \sum_{a\in A} \gamma_a [\mid D \mid - \sum_{d\in D} F_{a,d}]$$

$$+\sum_{c\in C} W_c + K\sum_{t\in T_d} V_{a,t}.$$

Sous contraintes de 1 jusqu'à 16.

Notons que l'idée derrière l'extension du premier modèle pour inclure partiellement les pénalités sur l'allocation des salles, est de considérer le deuxième modèle comme étant un problème de couplage maximum dans les graphes bipartis. En outre, vue que le deuxième modèle peut être subdiviser en sous-problème indépendants qui peuvent résolue séparemment suivant chaque crénaux horaire. Ce qui revient à résoudre, pour chaque période de temps, un sous-problème. Ce qui fait un totale de $|T|$ sous-problèmes. En considérant un problème de couplage maximum pour la deuxième étape, permet l'exploitation de certaine propriétés des problème de couplage dans les graphes bipartis. D'où l'utilisation du théorème de Hall comme étant une contrainte dans la première étape (contrainte 3.13) afin de garantir, en quelque sorte, que le l'étape 1 conduira à une solution réalisable pour tout les sous-problèmes de la deuxième étape.

D'autres éléments qui ont été omis par nos soins, ont été détaillés dans le travail de M. Sorensen et F.H.W. Dahms[3].

Modèle 02 : En résume le deuxième modèle est comme suit :

$$minW^2 = \sum_{e\in\varepsilon, r\in R} \pi_{e,r} Z_{e,r} + \varepsilon\sum_{c} S_c$$

$$\sum_{r\in R} Z_{e,r} = 1 \forall e\in E$$

$$\sum_{e\in E} Y^*_{e,t} Z_{e,r} \leqslant G_{r,t}, \forall r\in R\diagdown r_D, t\in T\diagdown t_D$$

$$Z_{e,r} \leqslant K_{e,r}, \forall e\in E, r\in R$$

$$Z_{e,r} = 1, \forall e\in E, r\in R, LR_{e,r} = 1$$

$$\sum_{r\in R} V_{c,r} - 1 \leqslant S_c, \forall c\in C$$

$$\sum_{r\in R\diagdown r_D} Y_{e,t_D} Z_{e,r} - \sum_{r\in R} LR_{e,r} \leqslant 0 \forall e\in E$$

$$Z_{e,r}, V_{c,r} \in \{0,1\}.$$

$$S_c \in R^+$$

Pour cherché a une solution aux divers problématique ils faut passer par une ensemble des étapes différentes. Parmi ces méthodes on trouver la modélisation, et pour cette dernier on aura des plusieurs techniques. Dans notre mémoire on utilise deux type. La modélisation qui basé sur le graphe(biparti), utilisent le flot maximum pour rechercher a une solution qui représente la résolution du problème d'emploi du temps, l'autre type et basé sur la décomposition en deux sous modèle chaque modèle pris un ensembles des contraintes qui doit le satisfait on l'objectif. La décomposition en deux niveau aider pour facilité la recherche du solution aux problème, nous essayent de monter un peut cette dernier, malheureusement nous sont pas fait l'application du cette décomposition sur notre faculté en raison du manque de temps et d'autres circonstances particulières, et nous espérons qu'il sera utilisé dans autres mémoire.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Parmi les vastes problèmes qu'on traite en recherche opérationnelle, on trouve la problématique de gestion des emplois temps, qui consiste en la planification d'un ensemble de tâches sur une période de temps. On trouve ce dernier dans plusieurs domaines différents : l'éducation, les hôpitaux, ... Dans ce travail, nous nous sommes intéressés au problème de planification des emplois du temps en milieu universitaire. C'est un problème très complexe à résoudre. Pour le résoudre plusieurs modèles ont été proposés, en autres nous citons, la coloration dans les graphes, les programmes en nombres entiers. Parmi les modèles en nombre entiers on a ceux dit à trois dimensions. Ces derniers, sont caractérisé par un nombre important de variables, ce qui alourdi sa résolution. Pour remédier à cette problématique une méthode qui s'avère efficace a été proposé par Matias Sørensen et Florian H.W. Dahms, appelée méthode de décomposition. Son principe réside dans la décomposition du modèle à trois dimension en deux modèles à deux dimensions chacun. Le premier consiste en l'affectation des événements aux entités (enseignants et étudiants) et le deuxième consiste en l'affectation des événements aux salles. La solution du premier modèle est intégrée comme une donnée pour le deuxième modèle. Nous avons essayé de comprendre cette modélisation et d'en donner sa description. Le travail n'est pas encore achevé, car une adaptation rigoureuse est envisageable pour notre faculté et pourquoi pas une implémentation aussi.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Yew-Cheong Peter Chan , *la planification du personnel :acteur ; action et terme multiples pour une planification opérationnelle des personnes* Université Joseph-fourier-Grenoble 1, 2002.

[2] Mme Troudi Fatiha *Résolution du problème de l'emploi du temps : proposition d'un algorithme évolutionnaire multi-objectif*,mémoire présenté pour l'obtention du diplôme du magister en informatique,Université Mentouri Constantine,2005.

[3] Matias Sorensen Florian H.W Dahms, *A Two -stage Decomposition of High school Time Tabling applied to cases in Danemark* , Département of management enginering Technical university of Danemark ,2013.

[4] De Werra D, *An introduction to time tabling*,European Journal of Operational Research,1985.

[5] Pierre Merlin et Françoise Choay, *Dictionnaire de l'urbanisme et de l'aménagement*,paris,2010.

[6] N. kherici ,*Méthode de résolution en optimisation combinatoire*, UBMA , 2020/2021.

[7] Frédéric Meunier ,*Introduction A La Recherche Opérationnelle* , Université de paris Est , Ecole des Ponts Paristech.

[8] Dominique de Werra, Thomas M. Liebling et Jean-François Hêche *Recherche opérationnelle pour ingénieurs*, Presses polytechniques et universitaires romandes. 2003.

[9] hillal Touati , *le Flux* , Cour du Problème de Recherche du Flux Maximum ,Université de bourj bou Araridj , 2019.

[10] Laurent Moalic , *Coloration de graphe méthodes et applications* , Institut IRIMAS , 14 mars 2018.

[11] Johan Jonasson, Eric Norgren,*Investigating a Genetic Algorithm -Simulated Annealing Hybrid Applied to University Cours Time tabling Problem* , SWEDEN 2016.

[12] Marthieu Sablik ,*Graphe Et Langage*,https :
math :univ-toulouse.fr, 2015.

[13] B. ROY ,*Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision*,Discours de remerciements à l'occasion de la remise du diplôme de Docteur Honoris Causa de l'Université de POZNAN,1992.

[14] Burke E. ,kingston j., Jackson k., Weare R *Automated university Timetabling : the state of the art*, the Computer Journal 40 (9) 565-571 , 1997.

[15] Nicolas Bonsquet , *coloration de graphes : algorithme et structures* , Semindoc 18 avril 2012.

[16] A. Schaerf *Survey of Automated Timetabling* , University de roma, 1 février 1999.

[17] *Recuit Simuler*, https ://fr.wikipedia.org/wiki/Recuit simuler, 2021.

[18] Leo Liberti, Ruslan Sadykov ,*Introduction à la programmation linière en nombre entiers*, LIX, Ecole Polytechnique, 7/12/2006.

[19] *Génération des colonnes*,https ://fr.wikipedia.org/wiki/Génération des colonnes, 2020 .

[20] Salim KALLA ,*Programmation Linéaire*,Université de Batna 02,2020-2021.

[21] M.Dimopoulou,P.Miliotis ,*Inplementation og a university course and examination timetabling system* University of Economics and Business, 17 janvier 2000.

[22] Chaima Mani,*Le problème de planification d'emploi du temps des examen avec la coloration de graphes* Mémoire fin de cycle, université de bourj bou araridj,2020.

résumé

Il existe plusieurs méthode pour faire une planification des emplois des temps et parmi les meilleurs méthode on trouve la décomposition en deux étapes.

abstract

There existe many way to organizated the hours of the study classes and among the most important and successful methodsthat exist is A TWO STAGE DECOMPOSITION.

ملخص

من ابرز المشاكل صعبة التي يواجهها الانسان هو تنظيم الوقت و التي تصنف ضمن المشاكل صعبة الحل.و من ابرز الطرق التي تساعد في تنظيم الوقت نجد التحليل الى خطوتين .

0.1