

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la technologie

Département Génie Mécanique

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MASTER

FILIERE : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par

➤ **Dahmane Fatima**

Intitulé

***Analyse de la convection naturelle thermosolutale magnétohydrodynamique
au sein d'un domaine rempli de nanofluide et muni d'un cylindre poreux ondulé***

Soutenu le : 06/07/2022

Devant le Jury composé de :

<i>Nom & Prénom</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Etablissement</i>
<i>Dr. Gouidmi Hamza</i>	<i>MCA</i>	<i>Président</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>Dr. Tayebi Tahar</i>	<i>MCA</i>	<i>Encadreur</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>Mr. Saidani Lyamine</i>	<i>MAA</i>	<i>Examineur</i>	<i>Univ-BBA</i>

Année Universitaire 2021/2022

Remerciements

Tout d'abord merci pour **Allah** le tout puissant qui m'a donné le courage, la volonté et la sente pour mener à bien ce modeste travail.

Mes remerciements vont tout particulièrement à mon encadreur Prof. **Tayebi Tahar** pour la qualité de son encadrement et pour ses encouragements qui ont été indispensables pour garder le moral dans les moments les plus compliqués, pour ses brillantes intuitions ainsi pour l'optimisme qu'il a su me transmettre.

Je tiens d'exprimer mes sincères gratitudeux aux membres de jury : Dr.

GOUIDMI Hamza, Enseignant à l'Université de BBA ; Monsieur **SAYDANI Lyamine**, Enseignant à l'Université e BBA ; Monsieur **BELFEGAS Bilal**, Enseignant à l'Université de BBA. Je leurs remercie infiniment d'avoir accepté de faire partie de mon jury et pour avoir consacré une partie de leurs temps pour lire, évaluer et juger ce travail de thèse.

Nos remerciements s'adressent également aux responsables de laboratoire génie mécanique de Mr. **ZITOUNI Kamel** et Mr. **BRIKI Amer**.

Je souhaite remercier tous les enseignants de l'Université de Bordj Bou Arreridj, pour m'avoir bien formé durant toutes ces années, pour leur soutien, leur disponibilité et leurs conseils précieux.

Je n'oublie pas de remercier mes collègues avec qui j'ai toujours passé de très bons moments. Je leurs remercie pour leur bonne humeur et pour le partage de connaissances.

Dédicaces

Je dédie ce travail :

A mon cher père et ma chère mère je lance un appel à Allah pour qu'il vous accorde une
bonne santé et une longue vie.

A mon cher frère et mes chères sœurs.

A mon fiancé Radouane

A toute ma famille.

À toutes mes amis(es).

A tous mes professeurs depuis mes premières années d'études.

A tous ceux qui ont sacrifié leur temps pour la science et à tous ceux qui utilisent la
science pour le bien et la prospérité de l'humanité.

DAHMANE FATIMA

Nomenclatures

Lettres latines

A	<i>Amplitude de l'ondulation (m).</i>
\vec{B}	<i>Champ magnétique (T).</i>
C_p	<i>Chaleur spécifique à pression constante, (J/kg. K).</i>
\vec{g}	<i>Accélération de la pesanteur (m/s^2).</i>
H	<i>La longueur caractéristique de l'enceinte (m).</i>
k	<i>Conductivité thermique (W/m K).</i>
k_b	<i>Constante de Boltzmann, $1,380648 \times 10^{-23}$ (J/K).</i>
p, P	<i>Pression (Nm^{-2}), pression sans dimension.</i>
r	<i>Le rayon du bloc (m).</i>
A	<i>Nombre d'amplitudes.</i>
n	<i>Fréquence d'ondulation.</i>
η	<i>La position angulaire autour du bloc.</i>
T	<i>Température dimensionnelle (K).</i>
T_0	<i>Température de référence (K).</i>
T_f	<i>Température de paroi froide (K).</i>
T_c	<i>Température de paroi chaude (K).</i>
C	<i>Concentration dimensionnelle (g/mol).</i>
C_0	<i>Concentration de référence (g/mol).</i>
C_f	<i>Concentration de paroi froide (g/mol).</i>
C_c	<i>Concentration de paroi chaude (g/mol).</i>
u, v	<i>Composantes de vitesse en coordonnée cartésiennes (m/s).</i>
U, V	<i>Composantes adimensionnelles des vitesses.</i>
x, y	<i>Coordonnées dimensionnelles (m).</i>

X, Y Coordonnées adimensionnelles.

Symboles Grecs

- α Diffusivité thermique (m^2/s).
- β Coefficient de dilatation du fluide à pression constante (K^{-1}).
- θ Température adimensionnelle $\theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$.
- φ La fraction volumique des nanoparticules dans le fluide.
- ρ La masse volumique (Kg /m^3).
- μ Viscosité dynamique (kg/m^2s).
- ν Viscosité cinématique (m^2/s).
- σ Conductivités électrique ($\Omega^{-1} m^{-1}$).
- Ψ Fonction du courant adimensionnelle.
- ε Porosité.

Nombres adimensionnels

- Pr* Nombre de Prandtl.
- Ra* Nombre de Rayleigh.
- Ha* Nombre de Hartmann.
- N* Rapport des forces de flottabilité.
- Nu* Nombre de Nusselt.
- Sh* Nombre de Sherwood.
- F* Paramètre de Forchumer.
- Da* Nombre de Darcy.
- Le* Nombre de Lewis.

Indices

- p* Nanoparticule solide.
- nf* Nanofluide.
- f* Fluide porteur.
- 0* Référence.
- eff* Effectif.

Liste des figures

Figure 2.1 : Géométrie de problème.	29
Figure 3.1 : <i>Volume de contrôle pour la résolution en volumes finis.</i>	42
Figure 3.2 : <i>Schémas représentatif de l'algorithme SIMPLE.</i>	46
Figure 4.1 : (a) et (b) Comparaison des contours de la concentration massique, de la température de la phase fluide et de la température de la phase solide avec Bera et al.[47] (a) : $Ra=104$, $Da=10^{-2}$, (b) : $Ra=106$, $Da=10^{-4}$ at $N=1$, $Le=0.1$, $\gamma=10$, $\epsilon=10$, $\epsilon=0.97$, $F=0$	52
Figure 4.2 : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour différent Ra ($Le=0.1$, $N=1$, $Ha=30$, $Da=10^{-3}$, $\epsilon=0.5$, $\gamma=10$, $\phi=0.04$).	54
Figure 4.3 : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour différents N ($Ra=105$, $Le=0.1$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$, $\epsilon=0.5$, $\gamma=10$, $\phi=0.04$)	55
Figure 4.4 : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour différents Le ($Ra=105$, $N=1$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$, $\epsilon=0.5$, $\gamma=10$, $\phi=0.04$).	56
Figure 4.5 : Lignes de courant et Isothermes et isoconcentration pour différents Ha ($Ra=105$, $N=1$, $Da=10^{-3}$, $Le=0.1$, $\epsilon=0.5$, $\gamma=10$, $\phi=0.04$).	58
Figure 4.6 : <i>Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour différents ϵ</i> ($Ra=10^5$, $N=1$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$, $Le=0.1$, $\gamma=10$, $\phi=0.04$).	59
Figure 4.7 : <i>Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour différents Da</i> ($Ra=10^5$, $N=1$, $Le=0.1$, $Ha=30$, $\epsilon=0.5$, $\gamma=10$, $\phi=0.04$).	60
Figure 4.8 : Variation du Nusselt et Sherwood moyen au niveau de la paroi droite en fonction de (Ra) pour différentes valeurs de Le , ($N=1$, $\epsilon=0.5$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$).	61
Figure 4.9 : Variation du Nusselt et Sherwood moyen au niveau de la paroi droite en fonction de (N) pour différentes valeurs de Le , ($Ra=10^5$, $\epsilon=0.5$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$).	62
Figure 4.10 : Variation du Nusselt et Sherwood moyen au niveau de la paroi droite en fonction de (Ha) pour différentes valeurs de Le , ($N=1$, $\epsilon=0.5$, $Da=10^{-3}$, $Ra=10^5$).	62
Figure 4.11 : Variation du Nusselt et Sherwood moyen au niveau de la paroi droite en fonction de (Da) pour différentes valeurs de Le , ($N=1$, $\epsilon=0.5$, $Ra=10^5$, $Ha=30$).	62
Figure 4.12 : Variation du Nusselt et Sherwood moyen au niveau de la paroi droite en fonction de (ϵ) pour différentes valeurs de Le , ($N=1$, $Ra=10^5$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$).	63

Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Résumé des travaux théoriques, numérique et expérimentaux de la convection naturelle des nanofluides dans les cavités.	5
Tableau 2.1 : Les propriétés thermo physiques de fluide de base et de nanoparticule	30
Tableau 4.1 : Etude du maillage	42
Tableau 4.2 : Comparaison des nombres de Nusselt moyens	43

T able des matières

Remerciements	
Dédicaces	
Nomenclature	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Table des matières	
Introduction	1

Chapitre 1 : Revue bibliographique

1.1	Introduction	4
1.2	Synthèse bibliographique	5
1.3	Bibliographies	22

Chapitre 2 : Formulation mathématique

2.1	Introduction	28
2.2	Description du problème	28
2.3	Propriété thermo physique	29
2.4	Hypothèses simplificatrice	30
2.5	Equations générales en régime laminaire	31
	2.5.1 Equations dimensionnelle	31
	2.5.1.1 Pour la région nanofluide	31
	✓ Equation de continuité	31
	✓ Equation de quantité de mouvement	32
	✓ Equation d'énergie pour l'écoulement de fluide	32
	✓ Equation de concentration	33
	2.5.1.2 Pour la région poreuse	33
	✓ Equation de continuité	33
	✓ Equation de quantité de mouvement	33
	✓ Equation d'énergie pour le bloque poreux	34
	✓ Equation de concentration	34
2.6	Equations adimensionnelles	34
2.7	Conditions aux limites	37
2.8	Calcul du nombre de Nusselt et Sherwood	37

Chapitre 3 : Méthode numérique et présentation du code fluent

3.1	Introduction	40
3.1.1	Méthode des différences finis	40
3.1.2	Méthode des éléments finis	40
3.1.3	Méthode spectrale	40
3.1.4	Méthode des volumes finis	41
3.2	Utilisation du GAMBIT	41
3.3	Utilisation du FLUENT	41
3.4	Méthode de résolution des équations de transport	42
3.4.1	Schéma de discrétisation	42
3.4.2	Choix du schéma d'interpolation de la pression	43
3.4.3	Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse	44
3.5	Résolution numérique	46
3.5.1	Paramètre de contrôle de la convergence	46
3.5.1.1	Critère de convergence	47
3.5.1.2	Sous-relaxation	47
3.6	Etapas de résolution du problème	48
3.7	Conclusion	48

Chapitre 4 : Résultat et discussion

4.1	Introduction	50
4.2	Test du maillage	50
4.3	Validation des résultats	51
4.4	Discussion des résultats	53
4.4.1	Champs dynamique et thermique	53
4.4.2	Taux de transfert de chaleur	61
Conclusion		63

Introduction

La recherche dans le domaine de transfert de chaleur et de masse caractérisé par la présence d'un milieu fluide et poreux occupe un cadre d'étude précieux, à cause de ces multiples utilisations dans plusieurs domaines comme : la récupération du pétrole, les échangeurs de chaleur et le stockage des produits d'agriculture, l'isolation thermique et acoustique, les infiltrations des déchets chimique dans les sols....

Microscopiquement, un milieu poreux est un milieu biphase constitué d'une phase solide et une autre de vide interconnecté ou non appelés pores, dans la quelles circule un fluide.

Les nanofluides sont une richesse au service de la recherche scientifique, muni de caractéristiques intéressantes telle que leur conductivité thermique parfaite et d'un coefficient d'échange de transfert thermique que les autres caloporteur ne peuvent pas l'atteindre.

Le nanofluide est un fluide colloïdal contenant des particules de taille nanométrique appelées "nanoparticules" [1], qui sont ajouté au fluide de base dans des propriétés appropriées.

Le but de se mémoire est d'étudié numériquement la convection naturelle à double diffusion (induite par un gradient thermique et massique) dans une cavité carrée remplie d'un nanofluide ($\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$) avec un bloc poreux ondulé centré sous l'effet du champ magnétique externe.

On considérera en particulier l'influence des paramètres suivants : le nombre de Rayleigh, le nombre de Hartmann, le Nombre de Darcy, le Nombre de Lewis, La porosité et le Rapport des

Introduction

forces de flottabilité sur les champs thermiques et dynamiques ainsi que sur le nombre de Nusselt et Sherwood locaux et moyennes.

La présentation ce mémoire est structuré comme suit :

- Le premier chapitre, une recherche bibliographique a été présentée pour citer les différents travaux théoriques, numériques et expérimentaux sur la convection naturelle dans des cavités en présence d'un champ magnétique et un milieu poreux de diverses configurations, paramètres et résultats.
- Le deuxième chapitre expose la géométrie, le modèle mathématique, le choix des variables adimensionnelles, et les conditions limites.
- Le troisième chapitre s'intéresse à la description de la méthode des volumes finis, sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que le choix du maillage adéquat et une présentation du code de calcul FLUENT et le logiciel qui réalise la géométrie et le maillage GAMBIT.
- Le quatrième chapitre, la partie la plus riche de ce mémoire, présente la validation de nos simulations, les principaux résultats numériques ainsi les commentaires et interprétations des résultats obtenus.

Enfin, une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.

Chapitre 1

Revue bibliographique

Sommaire

1.1	Introduction.....	4
1.2	Synthèse bibliographique	5

1.1 Introduction

Les nanofluides sont considérés comme des fluides importants dans le domaine du transfert de chaleur, de la gestion thermique, la récupération d'énergie, le stockage d'énergie, l'efficacité énergétique, etc. Ce domaine s'est donc fortement développé ces dernières années. Aujourd'hui, avec l'évolution des matériaux, les capacités de ces fluides sont encore améliorées en termes d'aspects hydrodynamiques et thermiques.

La convection thermosolutale est un problème important en raison de ses applications pratiques importantes en ingénierie. Ces phénomènes interviennent, par exemple, lors des procédés de séchage de différents produits industriels et domestiques, au cours de divers procédés thermochimiques et électrochimiques, lors de stockage des gaz liquides, dans les pompes à chaleurs à absorption ou à adsorption, dans les réacteurs chimiques, dans les procédés d'oxydation ou de traitement des surfaces métalliques et lors de la migration de l'humidité dans les fibres destinées à l'isolation thermique...etc.

La convection naturelle dans les milieux poreux a une importance fondamentale et trouve des applications dans de nombreux domaines (astrophysique, océanographie, géophysique, pollution de l'air, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, isolation thermique, métallurgie, extractions pétrolières, exploitation géothermique et stockage de certains produits agricoles).

En effet, avec l'application d'un champ magnétique externe, il est possible d'agir sur les écoulements convectifs sans aucun contact physique, et donc de contrôler le transfert de chaleur.

Dans cette revue bibliographique nous citerons les différents travaux réalisés par les chercheurs sur la convection naturelle dans les cavités de diverses configurations et pour différentes conditions aux limites et remplies de divers fluides sous l'effet d'un champ magnétique.

Auteurs	Fluide de travail	Paramètres	Méthode	Remarque	Géométrie
T. Grosan & al. [1]	Cu-Eau	$Ra = 10 \text{ et } 10^2$ $Le = 1 \text{ et } 10$ $\varepsilon = 0.8$ $N_{BT} = 0.1$	MDF	- L'ajout de nanoparticules réduit la température et améliore le transfert de chaleur	
Mehryan & al. [2]	Fe ₃ O ₄ -Eau	$10^3 \leq Ra \leq 10^6$ $0.1 \leq \varepsilon \leq 0.9$ $0 \leq Ha \leq 50$ $0 \leq \varphi \leq 0.1 / 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ $10^{-7} \leq Da \leq 10^{-1}$ $0 \leq \delta \leq 2$	MEF	<ul style="list-style-type: none"> - Les micro rotations sont augmentées et allongées horizontalement en augmentant R_k. - L'augmentation de φ et de R_k augmente le N_{unf} sauf pour une faible valeur de R_k, tandis que le N_{unf} est clairement indépendant de φ. 	
Mahmoodi & Sebdani [3]	Cu/Eau	$103 \leq Ra \leq 106$ $0 \leq \varphi \leq 0.1$ $0.4 \leq Ar \leq 0.6$	MVF	- Pour $Ra = 10^3, 10^5$ et 10^6 : lorsque le nombre de Rayleigh est maintenu constant, le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules.	

<p>Miroshnichenko & al. [4]</p>	<p>Al₂O₃ /Eau</p>	<p>$10^4 \leq Ra \leq 10^5$ $0,1 \leq d \leq 0,4$ $0,1 \leq C_1 \leq 0,3$ $0,1 \leq C_2 \leq 0,3$ $0 \leq \phi \leq 0,04$</p>	<p>MDF</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Le nombre de Nusselt moyen et la circulation du nanofluid diminuent avec l'épaisseur des couches poreuses, tandis que l'effet de l'épaisseur de la couche poreuse gauche est non monotone. 	
<p>Saleem et al. [5]</p>	<p>Air/Eau</p>	<p>$10^4 \leq Ra \leq 10^6$ $10^2 \leq Re_\infty \leq 10^5$ $N = 1, 2,5 \text{ et } 10$ $Pr=0.7 ; Sc=0.62$ $Le=0.89$</p>	<p>MVF</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Les taux de transfert de chaleur et de masse totaux augmentent avec l'élargissement de chacun des paramètres Ra, N et Re∞. - L'influence de Re∞ dans Nu_M et Sh_M est plus significative avec un Ra plus élevé (c'est-à-dire 10⁶). 	
<p>Sathiyamoorthy & al. [6]</p>	<p>-</p>	<p>$10^3 \leq Ra \leq 10^6$ $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$ $0,2 \leq Pr \leq 100$</p>	<p>MEF</p>	<ul style="list-style-type: none"> - La méthode des éléments finis de pénalité permet d'obtenir des solutions lisses en termes de fonction de courant et contours isothermes pour une gamme de Pr, Ra et Da. 	

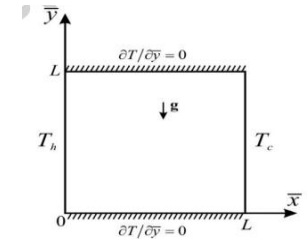
Sheremet et al
[7]

Cu/Eau

$Ra = 1000.$
 $\varphi = 0.05.$
 $\varepsilon = 0.9.$
 $Nhs = 100.$

MDF

- Le taux de transfert de chaleur de la phase solide est une fonction croissante de Ra et ε , et une fonction décroissante de φ et une fonction non monotone de Nhs .



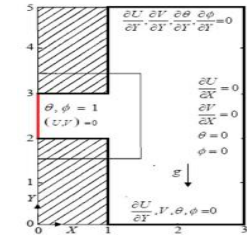
Hussian & Ahmed
[8]

-

$10^4 \leq Ra \leq 10^7.$
 $10^{-2} \leq Da \leq 10^{-6}.$
 $0,1 \leq L \leq 1.$
 $0,1 \leq Nr \leq 1.$
 $0,1 \leq Nb \leq 1.$

MEF

- L'augmentation du nombre de Darcy accroît l'activité du fluide, les couches limites thermiques, Nusselt moyen et Sherwood moyen, indépendamment quelles que soient les valeurs du nombre de Ra



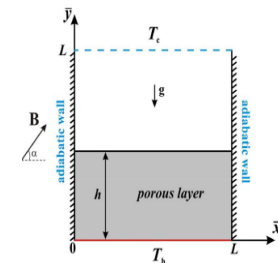
Gibanov & al.
[9]

Fe₃O₄/Eau

$Ra = 10^5$
 $Da = 10^{-5}.$
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
 $0 \leq Ha \leq 100.$
 $Pr = 6.26$
 $0.25 \leq \delta \leq 0.75$
 $\Phi = 0$ et $0,05$
 $\varepsilon = 0.39$

MDF

- L'angle d'inclinaison du champ magnétique et la hauteur de la couche poreuse peuvent être de très bons paramètres de contrôle pour l'amélioration du transfert de chaleur et l'intensification de l'écoulement des fluides.



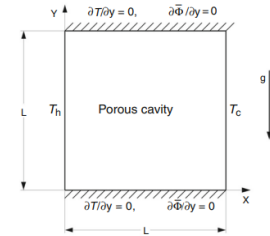
Zahmatkesh & al.
[10]

EG & à base d'eau Ag,
Al₂O₃ CNT, Co, Cu, CuO,
Fe₃O₄ & TiO₂

$$0 \leq Ha \leq 30$$

LBM

- A Ha=0, φ a contribué au transfert de chaleur tandis que à Ha=30, le média a contribué le plus



Gibanov & al.
[11]

Fe₃O₄/Eau

$$0 \leq Ha \leq 100$$

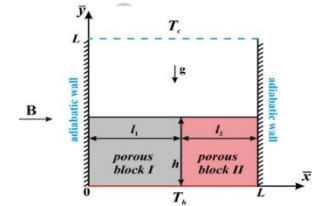
$$0 \leq \phi \leq 0.05$$

$$0.25 \leq h \leq 0.75$$

$$Ra = 10^4$$

MDF

- Le taux de transfert de chaleur, l'écoulement des nanofluides et l'entropie moyenne s'atténuent avec Ha et φ.



Ahmed & Rashed
[12]

-

$$1 \leq k \leq 4,$$

$$0.1 \leq b \leq 0.25,$$

$$0 \leq Ha \leq 100,$$

$$10^{-2} \leq Da \leq 10^{-5},$$

$$0.1 \leq Nt \leq 0.5,$$

$$0 \leq \gamma \leq 90^\circ,$$

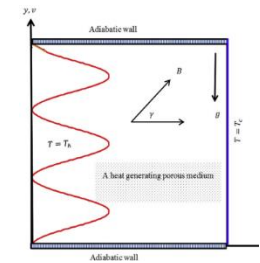
$$0.1 \leq Nr \leq 0.5,$$

$$0.1 \leq Nb \leq 0.5,$$

$$0 \leq Qm \leq 5$$

MDF

- La convection a diminué avec une augmentation de k, b et Ha, mais elle a augmenté avec une augmentation de Da.



<p>Dogonchi & al. [13]</p>	<p>Cu/Eau</p>	<p>$0 \leq Ha \leq 20$ $0 \leq \varphi \leq 0.04$ $10^3 \leq Ra \leq 5.4 \times 10^4$ $3 \leq m \leq 5.7$</p>	<p>MEFVC</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Pour toutes les valeurs de Ra, l'ajout de nanoparticules dans le fluide de base entraîne une augmentation de l'intensité des lignes de courant. 	
<p>Ghasemi et Siavashi [14]</p>	<p>Cu-Eau (100 nm)</p>	<p>$10^3 \leq Ra \leq 10^6$ $0 \leq Ha \leq 20$ $0 \leq \varphi \leq 0.12$ $1 \leq K^* \leq 70$</p>	<p>LBM</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Le cas D montre le meilleur taux de transfert de chaleur dans ce cas, deux forts tourbillons sont formés et conduisent à une meilleure performance de transfert de chaleur 	
<p>Sheikholeslami [15]</p>	<p>CuO-Eau</p>	<p>Re = 100 et 500 $0 \leq Ha \leq 40$ $0 \leq \varphi \leq 0.04$ Da = 0.01 et 100</p>	<p>MEFVC</p>	<ul style="list-style-type: none"> - L'utilisation de nanoparticules en forme de plaquettes conduit au taux de transfert de chaleur le plus élevé. - Lorsque la perméabilité du milieu poreux augmente, le taux de transfert de chaleur augmente 	

Boulahia & al.
[16]

Cu/Eau

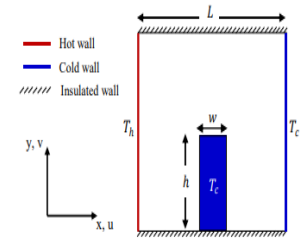
$$0,125 \leq H \leq 0,5.$$

$$10^3 \leq Ra \leq 10^6.$$

$$0 \leq \varphi \leq 0,2.$$

MDF

- Dans les paramètres de conception, le transfert de chaleur est amélioré en augmentant à la fois le nombre de Rayleigh (Ra) et la fraction volumique des nanoparticules (φ).



Sheremet & al.
[17]

Al_2O_3 /Eau

$$Ra = 10^5$$

$$Pr = 6.82$$

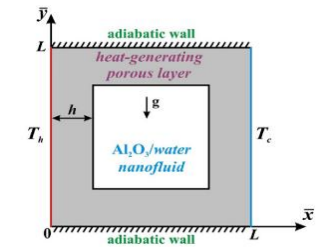
$$Da = 10^4$$

$$Os = 5 ; j = 100$$

$$\varepsilon = 0.9 ; \phi = 0.02$$

MDF

- Il a été révélé qu'une croissance du nombre d'Os conduit à la formation d'une zone de chauffage dans la partie supérieure gauche de la cavité et l'effet d'Os est plus essentielle pour le milieu poreux à faible conductivité thermique



Mehryan & al.
[18]

-

$$10^3 \leq Ra \leq 10^6$$

$$0.3 \leq \varepsilon \leq 0.9$$

$$10^{-5} \leq Da \leq 10^{-2}$$

$$0.1 \leq Kr \leq 10$$

$$0.1 \leq H \leq 10^3$$

$$0.1 \leq R_k \leq 10$$

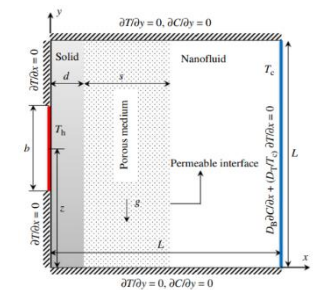
$$0.2 \leq B \leq 0.8$$

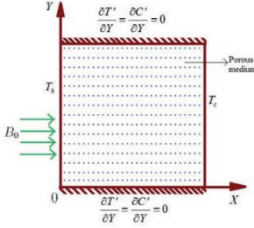
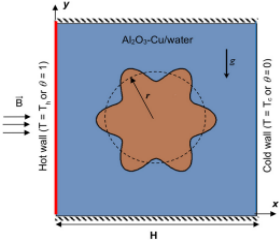
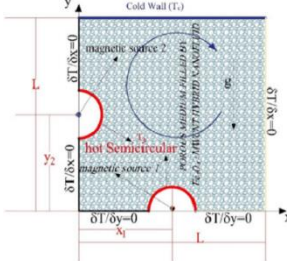
$$0.3 \leq Z \leq 0.7$$

$$10 \leq Le \leq 10^2.$$

MEF

- Le rapport Kr , induit un effet significatif sur les lignes de courant et les modèles de concentration à l'intérieur de la couche poreuse.



<p>Shekar & al. [19]</p>	<p>–</p>	<p>$10^2 \leq Ra \leq 10^3$, $0 \leq M \leq 0.8$, $0 \leq Le \leq 10$, $10^{-3} \leq Ec \leq 10^{-2}$, $0 \leq Nt \leq 1$, $0.2 \leq Nb \leq 0.8$, $0.5 \leq Nr \leq 1.5$</p>	<p>MEF</p>	<p>- Nu a été remarqué être amélioré avec une augmentation de Nt, M, Nr, mais il se détériore avec Ec et Nb.</p>	
<p>Tayebi & Chamkha [20]</p>	<p>Cu-Al₂O₃/Eau</p>	<p>$0 \leq \phi \leq 0.09$ $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ $k^* = 0.1, 1 \text{ et } 10$ $0 \leq Ha \leq 50$ $N=6$ $A=0.2$ $Pr=6.2$</p>	<p>MVF</p>	<p>- L'effet du rapport de conductivité est plus important sur le taux de transfert de chaleur et sur l'irréversibilité du transfert de chaleur à un faible nombre de Rayleigh</p>	
<p>Izadi et al [21]</p>	<p>MWCNT-Fe₃O₄-Eau</p>	<p>$100 \leq Mn_f \leq 5000$, $0 \leq Ha \leq 50$, $0.1 \leq \epsilon \leq 0.9$, $0.2 \leq \gamma r \leq 5$, $0 \leq \phi \leq 0.3$, $10^4 \leq Ra \leq 10^6$, $Da=10^{-2}$</p>	<p>MEFVC</p>	<p>- Pour $Ra=10^4$, Nu a été trouvé augmente avec Mn_f et γr mais il déprécié avec ϵ. - A $Ra=10^6$ et faible γr, Nu était augmenté seulement à $\gamma r=5$</p>	

Ul Haq & al.
[22]

–

$$0 \leq n \leq 15$$

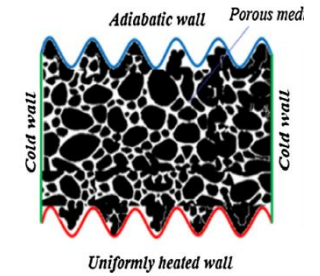
$$10^4 \leq Ra \leq 10^6$$

$$10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$$

$$10 \leq Ha \leq 10^3$$

MEF

- Le nombre de Nusselt a augmenté en raison de l'augmentation du paramètre de longueur d'onde et du nombre de Rayleigh.
- Les nombres de Darcy et de Hartmann n'ont pas d'effets significatifs sur la distribution de la température.



Ching-Chang Cho
[23]

Cu/Eau

$$10^2 \leq Ra \leq 10^6$$

$$10^{-6} \leq Da \leq 10^{-2}$$

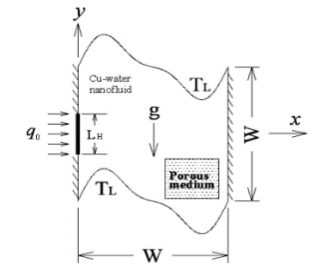
$$\varepsilon = 0.5 ; \phi = 2\%$$

$$L_H^* = 0.5$$

$$\alpha_w = 0.2.$$

MVF

- Pour un Da et un Ra élevés, Nu_m et St augmentent avec Da, ε et Ra, tandis que Be diminue. Ces résultats sont dus à la domination de la conduction.



Hashim & al.
[24]

Fe₃O₄/Eau

$$Ra = 10^5$$

$$Ha = 20$$

$$AR = 0.6$$

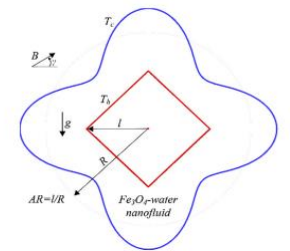
$$\phi = 4\%$$

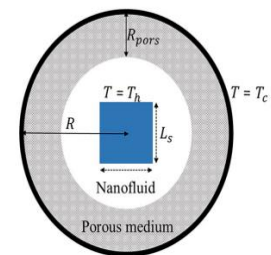
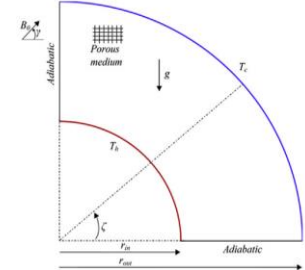
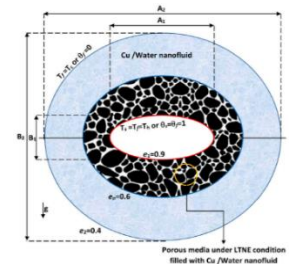
$$m = 5.7$$

$$Rd = 0.6.$$

MEFVC

- Le type de nanoparticules était un facteur clé dans le taux de transfert de chaleur et il a été observé un transfert de chaleur plus élevé dans le cas des nanoparticules en plaquettes.



<p>Abdelraheem M. Aly [25]</p>	<p>-</p>	<p>$1 \leq Ls \leq 0.4$ $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-2}$ $(0.1 \leq R_{pors} \leq 0.4)$ $0 \leq \varphi \leq 0.05$ $\varepsilon = 0.6$ $Ra = 10^4$</p>	<p>MHPIL</p>	<p>- Un paramètre de Darcy plus faible (résistance poreuse plus élevée) réduit à la fois les distributions de température et l'écoulement de fluide à l'intérieur d'une couche poreuse.</p>	
<p>Dogonchi & al. [26]</p>	<p>Cu/Eau</p>	<p>$10^3 \leq Ra \leq 10^5$ $0 \leq Ha \leq 50$ $10^{-3} \leq Da \leq 10^{-1}$ $0 \leq \gamma \leq 60$</p>	<p>MEFVC</p>	<p>- Les résultats démontrent que l'intensité du flux convectif a une relation directe avec le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy et l'angle d'inclinaison du champ magnétique alors qu'elle a une relation inverse avec le nombre de Hartmann.</p>	
<p>Tayebi et Chamkha [27]</p>	<p>Cu/Eau</p>	<p>$10^{-2} \leq Da \leq 10^{-5}$ $H=1 ; 10 ; 100$ et 1000. $\gamma=0.1 ; 1 ; 10$ et 100 $\varepsilon=0.2 ; 0.4 ; 0.6 ; 0.8$ $Ra=10^5$</p>	<p>MVF</p>	<p>- Plus la valeur de Da est élevée et plus la valeur de H, γ et ε est faible, plus les effets LTNE sont importants dans le manchon poreux.</p>	

Tayebi & al.
[28]

Cu, Al₂O₃/Eau

$$10^3 \leq Ra \leq 10^5$$

$$0 \leq Ha \leq 40$$

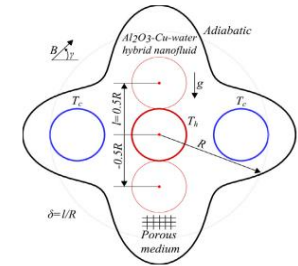
$$Da = 0.1 \text{ et } 0.01$$

$$-0.5 \leq \delta \leq 0.5$$

$$\phi = 0.02$$

MEF

- Plus la valeur du rapport de conductivité modifié est élevée, plus la performance de transfert de chaleur est mauvaise, affectée par le nombre de Darcy.



Alsabery & al.
[29]

Al₂O₃/Eau

$$10^6 \leq Da \leq 10^2$$

$$0.6 \leq \phi \leq 0.04$$

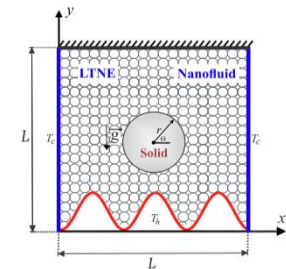
$$0.01 \leq \gamma \leq 1000$$

$$1 \leq N \leq 4$$

$$0.2 \leq \varepsilon \leq 0.8$$

MEF

- En toutes circonstances, les nanoparticules de Cu donnent des valeurs plus importantes du Num que les deux autres types de nanoparticules, Al₂O₃ et TiO₂.



Chamkha & al.
[30]

Cu, Al₂O₃ et TiO₂/Eau

$$0 \leq \phi \leq 0.2$$

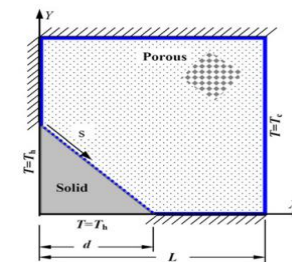
$$10 \leq Ra \leq 1000$$

$$K_{r0} = 0.44, 1 \text{ et } 23.8$$

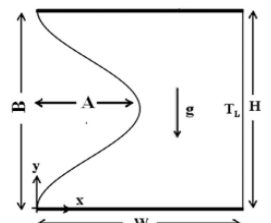
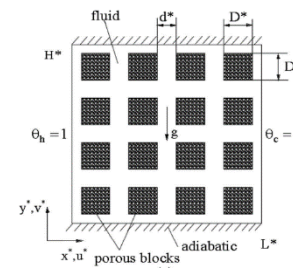
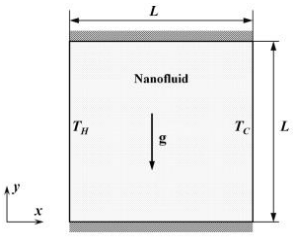
$$0.1 \leq D \leq 1$$

MDF

- En considérant séparément l'épaisseur de paroi triangulaire D, le transfert de chaleur augmente avec la valeur de D jusqu'à une certaine valeur au-delà de laquelle le transfert de chaleur est réduit.



<p>Sheikholeslami & al. [31]</p>	<p>Cuo/Eau</p>	<p>$10^2 \leq Ra \leq 10^3$ $Rd = 0.8$ $\epsilon = 0.3$ $Nhs = 10 \text{ et } 1000$ $\phi = 0.04$ $0 \leq Ha \leq 20$ $Pr = 6.2$ $Gr = 0.1$</p>	<p>MEFVC</p>	<ul style="list-style-type: none"> - L'écoulement est saturé à travers des nanoparticules d'oxyde de cuivre submergées dans de l'eau liquide en phase continue 	
<p>Sheremet & al. [32]</p>	<p>-</p>	<p>$50 \leq Ra \leq 10^3$ $Ln = 10, Nr = 0.1$ $Nb = 0.1, Nt = 0.1$ $A = 1, \kappa = 1 \text{ et } 3$ $b = 0.2$ $(h_{hs}/L = 0.2-0.8)$</p>	<p>MDF</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Les valeurs élevées de Ra illustrent la présence d'une forme ondulée du graphique du nombre de Nusselt local. 	
<p>Abu-Nada & Oztop [33]</p>	<p>Al₂O₃-Eau</p>	<p>$10^3 \leq Ra \leq 10^5$ $0.85 \leq \alpha \leq 1.1$ $0.05 \leq \phi \leq 0.1$</p>	<p>MVF</p>	<ul style="list-style-type: none"> - le paramètre géométrique est un paramètre de contrôle important sur l'écoulement de la chaleur et des fluides. - L'augmentation de Ra produit des augmentations significatives du Num 	

<p>Shirvan & al. [34]</p>	<p>Cu/Eau</p>	<p>$0 \leq \alpha \leq 0.15$ $0.25 \leq \beta \leq 1$ $0 \leq \phi \leq 0.04$</p>	<p>MVF</p>	<p>- On constate qu'en augmentant les amplitudes et les longueurs d'onde de l'ondulation, l'intensité du tourbillon diminue. Par conséquent, le transfert de chaleur devient faible</p>	
<p>A.Narasimhan [35]</p>	<p>-</p>	<p>$10^5 \leq Ra \leq 10^8$ $Da_i = 10^{-4}$ $Da_e = 2.53 \cdot 10^{-4}$ $N_2 = 9, 16, 36 \text{ et } 64$</p>	<p>MVF</p>	<p>- Une corrélation est proposée pour évaluer le transfert de chaleur de l'enceinte BDPM, Nu, en fonction de Ra, DaE, DaI, et N2.</p>	
<p>Nguyen & al. [36]</p>	<p>Cu/Eau</p>	<p>$10^3 \leq Ra \leq 10^9$ $10^{-6} \leq Da \leq 10^{-2}$ $0 \leq \phi \leq 0.05$ $0.4 \leq \varepsilon \leq 0.9$</p>	<p>MEF</p>	<p>- Nu_{moy} semble diminuer ou rester pratiquement la même avec l'augmentation de ϕ du solide dans régime d'écoulement de Darcy pour un Ra élevé et un Da faible.</p>	

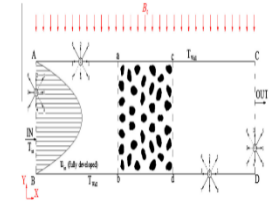
Servati & al.
[37]

Al₂O₃/Eau

$\phi = 0\%, 3\%, 5\%$ et 7% .
Ha = 0, 5, 10 et 15

LBM

- En augmentant la fraction volumique des nanoparticules, le nombre moyen de Nusselt augmente de façon spectaculaire, tandis qu'une augmentation du nombre de Hartmann entraîne une légère croissance du nombre moyen de Nusselt moyen



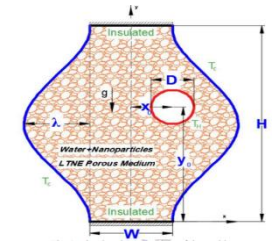
Izadi & al.
[38]

Cu/Eau

$10^3 \leq Ra \leq 10^6$
 $1 \leq Le \leq 50$
 $0.1 \leq Nb \leq 0.5$
 $0.1 \leq Nt \leq 0.5$
 $0.1 \leq Nr \leq 0.5$
 $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-1}$
 $0.1 \leq \epsilon \leq 0.9$
 $0.1 \leq \gamma_s \leq 10$
 $1 \leq Nhs \leq 1000$

MEF

- L'utilisation du modèle de non-équilibre à une valeur plus élevée du nombre Ra est raisonnable.



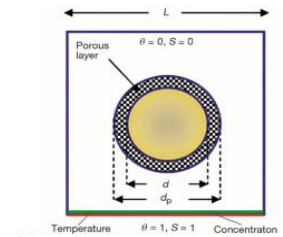
MODERRES
& al.
[39]

Fluide

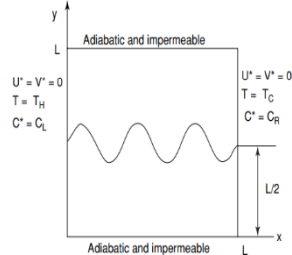
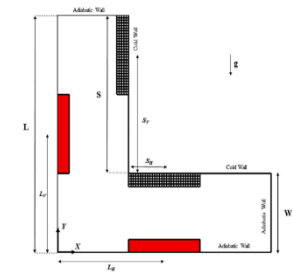
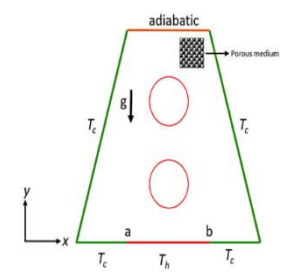
$10^4 \leq Ra_T \leq 10^8$
 $R_S = 10^5$
 $-100 \leq N \leq 100$
AR=1.667/2.5/5
Pr=0.71
Da=10⁻³.
 $\epsilon = 0.4$

MVF

- Les profils de température et de concentration diminuent en augmentant Ra_T, car l'écoulement flottant fort induisant la chaleur dans cette région d'un anneau.



<p>Sivaraj & Sheremet [40]</p>	<p>–</p>	<p>$0 \leq Ha \leq 50$ $-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ $0^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$ $Ra = 10$</p>	<p>MVF</p>	<p>- Une augmentation du nombre de Hartmann atténue le mouvement du fluide induit par la flottabilité et les taux de transfert de chaleur dans la cavité en raison de la formation de la force de Lorentz.</p>	
<p>Chabani & al. [41]</p>	<p>Cu-TiO₂/EG</p>	<p>$10^3 \leq Ra \leq 10^6$ $0 \leq Ha \leq 100$ $-4000 \leq W \leq 4000$ $0.02 \leq \phi \leq 0.08$ $Da = 0.1$ $\epsilon = 0.4$</p>	<p>MEFG</p>	<p>- le nombre de Rayleigh et la fraction volumique des nanoparticules peuvent être considérés comme des caractéristiques cruciales dans la modulation de la convection.</p>	
<p>Kadhim & al. [42]</p>	<p>Cu-Al₂O₃/Eau</p>	<p>$10^4 \leq Ra \leq 10^7$ $10^{-2} \leq Da \leq 10^{-5}$ $1 \leq N \leq 4$ $0.2 \leq W_p \leq 0.8$ $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ $0 \leq \phi \leq 0.2$</p>	<p>MEFG</p>	<p>- Par rapport au fluide pur, l'utilisation de nanoparticules d'Al₂O₃ augmente le nombre de Nusselt moyen.</p>	

<p>Mojtabi & al. [43]</p>	<p>Air+Pollutant</p>	<p>$1 \leq n \leq 4$ $0 \leq A \leq 0.2$ $-10 \leq N \leq 10$ $Ra = 10^5 / Da = 10^{-4}$ $Le = 0.84 / \epsilon = 0.5$ $Pr = 0.71$</p>	<p>MEF</p>	<ul style="list-style-type: none"> - L'amplitude sans dimension de l'interface ondulée n'a pas d'influence sur les transferts de chaleur et de masse dans la couche poreuse 	
<p>Hazim Moria [44]</p>	<p>—</p>	<p>$10^3 \leq Ra \leq 10^6$ $10^{-8} \leq Da \leq 10^{-2}$ $1 \leq Ke \leq 100$ $0 \leq \varphi \leq 125^\circ$ $0 \leq Lv/L \leq 1$ $0 \leq Sv/S \leq 1$</p>	<p>MEF</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Parmi les différentes formes de blocs chauffants, un bloc chauffant de forme triangulaire donne un nombre de Nusselt moyen légèrement plus élevé. 	
<p>Khan & al. [45]</p>	<p>Fluide</p>	<p>$Ra = 200 ; 300 \text{ et } 500$ $H = 1 ; 10 \text{ et } 50$ $\gamma = 1 ; 10 \text{ et } 50$ $0 \leq L \leq 1$</p>	<p>MDF</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Les effets du non-équilibre thermique s'avèrent être significatifs pour plus petites valeurs de H et γ - Le nombre de Nusselt de la phase solide et de la phase fluide augmente le rapport de conductivité modifié 	

Raizah & al.
[46]

AL₂O₃/Eau

$$0.2 \leq L_p \leq 1.5$$

$$10^{-2} \leq Da \leq 10^{-5}$$

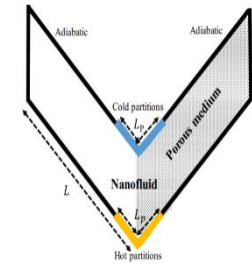
$$0 \leq \phi \leq 5$$

$$10^3 \leq Ra \leq 10^5$$

$$\epsilon = 0.6$$

ISPH

- Au fur et à mesure que la longueur des cloisons chaudes et froides augmente, les distributions de température et l'activité du flux de mélange sont améliorées.



Mahbuba & al.
[47]

Cu/Eau

$$10^3 \leq Ra \leq 10^5$$

$$10^{-4} \leq Da \leq 10^{-2}$$

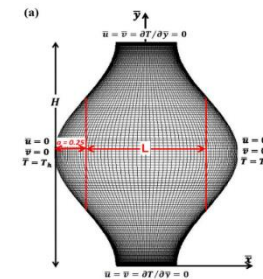
$$0.7 \leq n \leq 1.4$$

$$0 \leq \phi \leq 0.1$$

$$A=2/ N=1$$

MVF

- Le graphe de génération d'entropie locale et les graphes locaux de nombre de Bejan sont symétriques en rotation d'ordre deux autour du centre de la cavité ondulée



Bera & al.
[48]

Fluide

$$10^4 \leq Ra \leq 10^6$$

$$10^{-2} \leq Da \leq 10^{-4}$$

$$1 \leq Le \leq 100$$

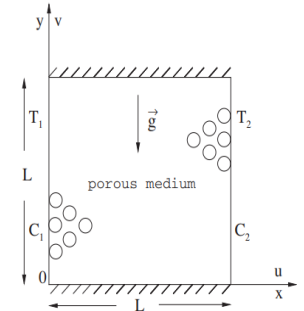
$$0.01 \leq \lambda \leq 100$$

$$0.001 \leq H \leq 1000$$

$$-5 \leq N \leq 5$$

MVF

- Pour l'écoulement assisté par la flottabilité, pour chaque valeur de c considérée dans cette étude, il existe une valeur minimale δH0P de H telle que Nuf et Sh diminuent doucement dans l'intervalle [0, H0], mais que Nus augmente dans cet intervalle.



Tayebi & al.
[49]

AL₂O₃/Eau

$$10^3 \leq Ra \leq 10^5$$

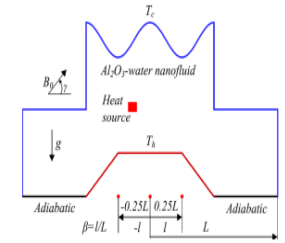
$$m = 3/5.7 \text{ et } 8.3$$

$$\varphi = 0/0.02 \text{ et } 0.04$$

$$Ha = 20/A = 0.2$$

MEF

- La croissance de Ra et la diminution de Ha augmentent l'intensité de l'écoulement par convection naturelle.
- Pour un Rayleigh donné, le champ magnétique horizontal a plus d'effet sur la composante verticale de la vitesse que sur la composante horizontale o



Khan & al.
[50]

FE₃O₄

$$10^{-4} \leq Da \leq 10^{-2}$$

$$10^2 \leq Ha \leq 10^4$$

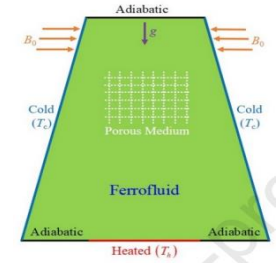
$$0 \leq L \leq 1$$

$$0 \leq \varphi \leq 0.2$$

$$Ra = 10^4$$

MEF

- Les lignes de courant se renforcent alors que les isothermes s'affaiblissent avec la diminution de la longueur de l'élément chauffant.
- Le nombre de Rayleigh augmente la force des lignes de courant et des isothermes



Bibliographies

- [1] T. Grossan , C. Revnic, I. Pop et D.B. Ingham Free convection heat transfer in a square cavity filled with a porous medium saturated by a nanofluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 87(2015) 36-41.
- [2] S. A. M. Mehryan, Mohsen Izadi, Zafar Namazian et Ali J. Chamkha. Natural convection of multi-walled carbon nanotube–Fe₃O₄/water magnetic hybrid nanofluid flowing in porous medium considering the impacts of magnetic field-dependent viscosity. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. [https://doi.org/10.1007/s10973-019-08164-1\(01234567890..-volV\)](https://doi.org/10.1007/s10973-019-08164-1(01234567890..-volV)).
- [3] Mostafa Mahmoodi et Saeed Mazrouei Sebdani. Natural convection in a square cavity containing a nanofluid and an adiabatic square block at the center. *Superlattices and Microstructures* 52 (2012) 261–275.
- [4] Igor V. Miroshnichenko, Mikhail A. Sheremet, Hakan F. Oztop et Nidal Abu-Hamdeh. Natural convection of alumina-water nanofluid in an open cavity having multiple porous layers. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 125 (2018) 648–657.
- [5] Khalid B. Saleem a , Lounes Koufif , Ahmed K. Alsharac , Lioua Kolsi. Double-diffusive natural convection in a solar distiller with external fluid stream cooling. *International Journal of Mechanical Sciences* 181 (2020) 105728.
- [6] M. Sathiyamoorthy, Tanmay Basak , S. Roy et I. Pop. Steady natural convection flow in a square cavity filled with a porous medium for linearly heated side wall(s). *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 1892-1901.
- [7] M.A. Sheremet, I. Pop, R. Nazar. Natural convection in a square cavity filled with a porous medium saturated with a nanofluid using the thermal nonequilibrium model with a Tiwari and Das nanofluid model. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.07.007>.
- [8] Shafqat Hussaina et Sameh E. Ahmed. Steady natural convection in open cavities filled with a porous medium utilizing Buongiorno’s nanofluid model. *International Journal of Mechanical Sciences* 157–158 (2019) 692–702.
- [9] Nikita S. Gibanov, Mikhail A. Sheremet, Hakan F. Oztop et Khaled Al-Salem. Effect of uniform inclined magnetic field on natural convection and entropy generation in an open cavity having a horizontal porous layer saturated with a ferrofluid. *Numerical Heat Transfer*. <https://doi.org/10.1080/10407782.2017.1386515>
- [10] Iman Zahmatkesh et Mohammad Reza Habibi Shandiz. Optimum constituents for MHD heat transfer of nanofluids within porous cavities. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. [https://doi.org/10.1007/s10973-019-08191-y\(01234567](https://doi.org/10.1007/s10973-019-08191-y(01234567)

- [11] Nikita S. Gibanov, Mikhail A. Sheremet, Hakan F. Oztop et Khaled Al-Salem. MHD natural convection and entropy generation in an open cavity having different horizontal porous blocks saturated with a ferrofluid. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2017.12.075>
- [12] Sameh E. Ahmed et Z.Z. Rashed. MHD natural convection in a heat generating porous medium-filled wavy enclosures using Buongiorno's nanofluid model. *Case Studies in Thermal Engineering* 14 (2019) 100430.
- [13] A. S. Dogonchi, T. Armaghani, Ali J. Chamkha et D. D. Ganji. Natural Convection Analysis in a Cavity with an Inclined Elliptical Heater Subject to Shape Factor of Nanoparticles and Magnetic Field. *Arabian Journal for Science and Engineering*. <https://doi.org/10.1007/s13369-019-03956-x>.
- [14] Kasra Ghasemi et Majid Siavashi. Lattice Boltzmann numerical simulation and entropy generation analysis of natural convection of nanofluid in a porous cavity with different linear temperature distributions on side walls. *Journal of Molecular Liquids*. doi: 10.1016/j.molliq.2017.03.016.
- [15] Mohsen Sheikholeslami. CuO-water nanofluid flow due to magnetic field inside a porous media considering Brownian motion. *Journal of Molecular Liquids* 249(2018)
- [16] Zoubair Boulahia, Abderrahim Wakif et Rachid Sehaqui. Natural Convection Heat Transfer of the nanofluids in a Square Enclosure with an Inside Cold Obstacle. *International Journal of Innovation and Scientific Research* Vol. 21 No. 2 Apr. 2016, pp. 367-375.
- [17] Mikhail A. Sheremet, Ioan Pop, A. Cihat Baytas. Non-equilibrium natural convection in a differentially heated nanofluid cavity partially filled with a porous medium. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* Vol. 29 No. 8, 2019 pp. 2524-2544.
- [18] S. A. M. Mehryan, Mohammad Ghalambaz et Mohsen Izadi. Conjugate natural convection of nanofluids inside an enclosure filled by three layers of solid, porous medium and free nanofluid using Buongiorno's and local thermal non-equilibrium models. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* [https://doi.org/10.1007/s10973-018-7380-y\(0123456789\(\).,-volV\)\(0123456789\(\)](https://doi.org/10.1007/s10973-018-7380-y(0123456789().,-volV)(0123456789().).
- [19] Balla Chandra Shekar, C Haritha et Naikoti Kishan. Magnetohydrodynamic convection in a porous square cavity filled by a nanofluid with viscous dissipation effects. *Proc IMechE Part E: J Process Mechanical Engineering* 0(0) 1–15. DOI: 10.1177/0954408918765314.
- [20] Ali J. Chamkha et TAYEBI, Tahar. Entropy generation analysis during MHD natural convection flow of hybrid nanofluid in a square cavity containing a corrugated conducting block. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* Vol. 30 No. 3, 2020 pp. 1115-1136.

- [21] Mohsen Izadi, Rasul Mohebbi, Amin Amiri Delouei et Hasan Sajjadi. Natural convection of a magnetizable hybrid nanofluid inside a porous enclosure subjected to two variable magnetic fields. *International Journal of Mechanical Sciences*. Volume 151, February 2019, Pages 154-169
- [22] Rizwan Ul Haq, Feroz Ahmed Soomro, Toufik Mekkaoui et Qasem M. Al-Mdallal. MHD natural convection flow enclosure in a corrugated cavity filled with a porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 121 (2018) 1168–1178.
- [23] Ching-Chang Cho. Effects of porous medium and wavy surface on heat transfer and entropy generation of Cu-water nanofluid natural convection in square cavity containing partially-heated surface. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 119 (2020) 104925.
- [24] A.S. Dogonchi et Hashim S. Heat transfer by natural convection of Fe₃O₄-water nanofluid in an annulus between a wavy circular cylinder and a rhombus. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 130 (2019) 320–332
- [25] Abdelraheem M. Aly. Natural convection of a nanofluid filled circular enclosure partially saturated with a porous medium using ISPH method. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. DOI 10.1108/HFF-12-2019-0919.
- [26] A.S. Dogonchia, Seyyed Masoud Seyyedib, M. Hashemi-Tilehnoee, Ali J. Chamkha, et D.D. Ganjie. Investigation of natural convection of magnetic nanofluid in an enclosure with a porous medium considering Brownian motion. *Case Studies in Thermal Engineering* 14 (2019) 100502.
- [27] Tahar Tayebi et Ali J. Chamkha. Analysis of the effects of local thermal non-equilibrium (LTNE) on thermo-natural convection in an elliptical annular space separated by a nanofluid-saturated porous sleeve. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105725>.
- [28] A. Sattar Dogonchia, Tahar Tayebi, Nader Karimid, Ali J. Chamkha et Hesham Alhumadeg. Thermal-natural convection and entropy production behavior of hybrid nanofluid flow under the effects of magnetic field through a porous wavy cavity embodied three circular cylinders. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers* 000 (2021) 1-12.
- [29] Ammar I. Alsabery a, Rasul Mohebbi, Ali J. Chamkha et Ishak Hashim. Effect of local thermal non-equilibrium model on natural convection in a nanofluid-filled wavy-walled porous cavity containing inner solid cylinder. *Chemical Engineering Science* 201 (2019) 247–263.
- [30] Ali J. Chamkha et Muneer A. Ismael. Conjugate heat transfer in a porous cavity filled with nanofluids and heated by a triangular thick wall. *International Journal of Thermal Sciences* 67 (2013) 135-151

- [31] Mohsen Sheikholeslami, Muhammad Ijaz Khan, Yu-Ming Chu, Seifedine Kadry et Waqar A. Khan. CVFEM based numerical investigation and mathematical modeling of surface dependent magnetized copper-oxide nanofluid flow using new model of porous space. Wileyonlinelibrary.com/journal/num. DOI: 10.1002/num.22592.
- [32] M.A. Sheremet, D.S. Cimpean et I. Pop. Free convection in a partially heated wavy porous cavity filled with a nanofluid under the effects of Brownian diffusion and thermophoresis. Applied Thermal Engineering. <http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.11.033>.
- [33] Eiyad Abu-Nada et Hakan F. Oztop. Numerical Analysis of Al₂O₃/Water Nanofluids Natural Convection in a Wavy Walled Cavity. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology. <http://dx.doi.org/10.1080/10407782.2011.552363>.
- [34] Kamel Milani Shirvan, R. Ellahi, Mojtaba Mamourian et Mohammad Moghiman. Effects of wavy surface characteristics on natural convection heat transfer in a cosine corrugated square cavity filled with nanofluid. International Journal of Heat and Mass Transfer. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.11.022>.
- [35] Arunn Narasimhan. Natural Convection inside a Bidisperse Porous Medium Enclosure. Journal of Heat Transfer. DOI : 10.1115/1.3192134.
- [36] Minh Tuan Nguyen, Abdelraheem M. Aly et Sang-Wook Lee. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology. International Journal of Computation and Methodology, 67:2, 224-247. DOI: 10.1080/10407782.2014.923225.
- [37] Ata A. Servati V, Koroush Javaherdeh et Hamid Reza Ashorynejad. Magnetic field effects on force convection flow of a nanofluid in a channel partially filled with porous media using Lattice Boltzmann Method. Advanced Powder Technology 25 (2014) 666-675.
- [38] Mohsen Izadi, Gholamreza Hoghoughi, Rasul Mohebbi et Mikhail Sheremet. Nanoparticle migration and natural convection heat transfer of Cu-water nanofluid inside a porous undulant-wall enclosure using LTNE and two-phase model. Journal of Molecular Liquids. doi:10.1016/j.molliq.2018.04.063JC.
- [39] Mourad MODERRES, Toufik BENMALEK, Aberkan SOFIANE , Abderrahmene GHEZAL, Said ABOUDI c et Abderrahmene BENBRIK. DOUBLE-DIFFUSIVE NATURAL CONVECTION IN A CAVITY WITH AN INNER CYLINDER WRAPPED BY A POROUS LAYER. THERMAL SCIENCE: Year 2022. VOL. 26, NO. 2C , PP. 1841-1853.
- [40] Sivaraj et M.A. Sheremet. MHD natural convection in an inclined square porous cavity with a heat conducting solid block. Journal of Magnetism and Magnetic Materials. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.11.112>.

- [41] Ines Chabani, Fateh Mebarek-Oudina et Abdel Aziz I. Ismail. MHD Flow of a Hybrid Nano-Fluid in a Triangular Enclosure with Zigzags and an Elliptic Obstacle. *Micromachines* 2022, 13, 224. <https://doi.org/10.3390/mi13020224>.
- [42] Hakim T. Kadhim , Faris A. Jabbar et Aldo Rona. Cu-Al₂O₃ hybrid nanofluid natural convection in an inclined enclosure with wavy walls partially layered by porous medium. *International Journal of Mechanical Sciences*. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105889>.
- [43] Razli. Mehdaouia, Mohamed. Elmir et Abdelkader. Mojtabi. Effect of the Wavy permeable Interface on Double Diffusive Natural Convection in a Partially Porous Cavity. *The International Journal of Multiphysics* Volume 4 • Number 3 • 2010.
- [44] Hazim Moria. Natural convection in an L-shape cavity equipped with heating blocks and porous layers. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 126 (2021) 105375.
- [45] Z.H. Khan, Muhammad Hamid b, W.A. Khan , L. Sun et H. Liu. Thermal non-equilibrium natural convection in a trapezoidal porous cavity with heated cylindrical obstacles. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 126 (2021) 105460.
- [46] Zehba A.S. Raizah , Abdelraheem M. Aly , Sameh E. Ahmed. Natural convection flow of a nanofluid-filled V-shaped cavity saturated with a heterogeneous porous medium: Incompressible smoothed particle hydrodynamics analysis. *Ain Shams Engineering Journal*. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2020.09.026>.
- [47] P. Bera, Sarita Pippal et Abhishek K. Sharma. A thermal non-equilibrium approach on double-diffusive natural convection in a square porous-medium cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 78 (2014) 1080–1094.
- [48] Mahbuba Tasmin, Preetom Nag, Zarin T. Hoque et Md. Mamun Molla. Non-Newtonian effect on heat transfer and entropy generation of natural convection nanofluid flow inside a vertical wavy porous cavity. *SN Applied Sciences* (2021) 3:299 | <https://doi.org/10.1007/s42452-021-04157-8>.
- [49] Mohamad Sadegh Sadeghi ,Tahar Tayebi, Abdul Sattar Dogonchi⁴ ,Taher Armaghani et Pouyan Talebizadehsardari⁶. Analysis of hydrothermal characteristics of magnetic Al₂O₃-H₂O nanofluid within a novel wavy enclosure during natural convection process considering internal heat generation. 2020 John Wiley & Sons, Ltd.DOI: 10.1002/mma.6520.
- [50] Z.H. Khan, O.D. Makinde, M. Hamid, R.U. Haq et .A. Khan. Hydromagnetic Flow of ferrofluid in an Enclosed Partially Heated Trapezoidal Cavity Filled with a Porous Medium. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2019.166241>.
-

Chapitre 2

Formulation mathématique

Sommaire

2.1	Introduction	28
2.2	Description du problème	28
2.3	Propriété thermo physique	29
2.4	Hypothèses simplificatrice	30
2.5	Equations générales en régime laminaire	31
2.5.1	Equations dimensionnelle	31
2.5.1.1	Pour la région nanofluide	31
✓	Equation de continuité	31
✓	Equation de quantité de mouvement	32
✓	Equation d'énergie pour l'écoulement de fluide	32
✓	Equation de concentration	33
2.5.1.2	Pour la région poreuse	33
✓	Equation de continuité	33
✓	Equation de quantité de mouvement	33
✓	Equation d'énergie pour le bloque poreux	34
✓	Equation de concentration	34
2.6	Equations adimensionnelles	34
2.7	Conditions aux limites	37
2.8	Calcul du nombre de Nusselt et Sherwood	37

2.1. Introduction

Dans ce chapitre nous décrivons le modèle physique et nous formulons le modèle mathématique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

La géométrie de la configuration considérée est présentée, ainsi que les équations modélisant le problème traité. Ces équations mettent en évidence la convection naturelle laminaire à double diffusion dans une enceinte carrée avec un bloc poreux ondulé centré sous l'effet d'un champ magnétique horizontal \vec{B} externe constant. Elles sont fondées selon les lois de la physique : équation de conservation de masse, de quantité de mouvement (Navier-Stokes), de l'énergie, et de concentration.

2.2. Description du problème

La **figure 2.1** illustre la configuration géométrique liée au problème de la convection naturelle magnétohydrodynamique à double diffusion dans une cavité carrée ayant un cylindre poreux circulaire ondulé et remplie d'un nanofluide (Eau /Al₂O₃).

L'écoulement convectif naturel est généré par une différence de température et de concentration entre les parois latérales de la cavité. Les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. Dans la théorie classique des milieux poreux, on suppose un équilibre thermique local entre la phase fluide et la phase solide, les températures du fluide et du solide atteignant rapidement une valeur de température d'équilibre. Cependant, l'équilibre thermique local dans les milieux poreux pose un problème, car la vitesse de transfert de chaleur entre le fluide et le solide risque de ne pas être assez rapide pour atteindre un équilibre thermique local (TEL) en raison de leurs propriétés de diffusion thermique. Par conséquent, dans notre problème on considère le non-équilibre thermique local (NETL) pour le transfert de chaleur et de masse dans le milieu poreux.

La forme de paroi du bloc intérieur ondulé correspond à l'équation suivante :

$$r(\eta) = r + (A \cos(n \eta)) \quad (2.1)$$

Où r est le rayon du cercle de base, A et n , le nombre d'amplitudes et d'ondulations, respectivement, et η , la position angulaire autour du bloc.

Dans ce problème, la taille du bloc est maintenue constante correspondant $2R / H = 0.5$. Le nombre d'ondulations, n et son amplitude, A , sont fixé à 6 et 0,02, respectivement.

Le modèle physique considéré est schématisé sur la **figure 2.1**.

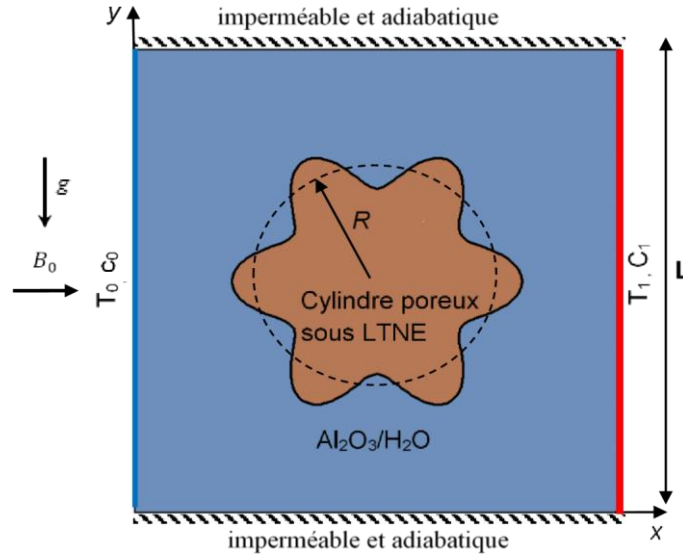


Figure 2.1 : Géométrie et conditions aux limites.

2.3. Propriétés thermophysiques

Il existe des corrélations proposées dans la littérature, que nous avons utilisée ici pour prédire les différentes propriétés thermophysiques des nanofluides. Ces corrélations dépendantes de la nature de chacune des phases et aussi de la concentration volumique des nanoparticules dans le liquide de base.

- La masse volumique d'un nanofluide est exprimé par l'expression suivant :

$$\rho_{nf} = (1-\varphi)_f + \varphi\rho_P \quad (2.2)$$

- La capacité thermique du nanofluide est donnée comme suite :

$$C_{Pnf} = (1-\varphi)P_f + \varphi C_{PP} \quad (2.3)$$

- Le coefficient de dilatation thermique du nanofluide est déterminé par :

$$\beta_{nf} = (1-\varphi)_f + \varphi\beta_P \quad (2.4)$$

- La conductivité thermique est donnée par le modèle classique de Corcione [1] :

$$\lambda_{nf} = \lambda(1+4.4Re^{0.4} Pr^{0.66} (T/T_{fr})^{10}(\lambda_p/\lambda_f)^{0.03}(\phi_p)^{0.66}) \quad (2.5)$$

Où :

$\lambda_{nf,f}$ et λ_p : désignent respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide porteur et des nanoparticules solides.

φ : La concentration volumique des nanoparticules dans le fluide.

$$Re = 2k_b\rho_f T / \pi\mu_f^2 d_p$$

- Pour la viscosité dynamique du nanofluide, nous avons repris la relation donnée par Corcione [1]:

$$\mu_{nf} = \mu_f / (1 - 34.87(d_p/d_f)^{-0.3}(\phi_p)^{1.03}) \quad (2.6) \text{ Où :}$$

$$d_{H_2O} = 0.385 \text{ nm}$$

- La diffusivité thermique des nanofluides s'écrit :

$$\alpha_{nf} = \frac{\lambda_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (2.7)$$

- La conductivité électrique est définie comme [2] :

$$\sigma_{nf} = \sigma_f \left(1 + \frac{3 \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_f} - 1 \right) \varphi}{\left(\frac{\sigma_p}{\sigma_f} + 2 \right) - \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_f} - 1 \right) \varphi} \right) \quad (2.8)$$

Les propriétés thermophysiques (la masse volumique, la chaleur spécifique, la dilatation thermique, la viscosité dynamique et la conductivité thermique) de fluide de base et de nanoparticules de cuivre utilisées sont données dans le **Tableau. 2.1**.

	C_p (J.kg ⁻¹ K ⁻¹)	(kg.m ⁻³)	(W.m ⁻¹ K ⁻¹)	$\square\square\square \Omega^{-1} m^{-1}$)	β (K ⁻¹)
Eau	4179	997.1	0.613	0.05	21×10^{-5}
Al ₂ O ₃	871	2719	0.0613	5.96×10^7	1.67×10^{-5}

Tableau. 2.1. Propriétés thermophysiques de fluide de base et des nanoparticules

2.4. Hypothèses simplificatrices

Il est maintenant nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses afin d'établir un modèle mathématique simple qui décrit la physique de ce problème, donc on adopte les hypothèses suivantes :

- La solution binaire est assimilée à un fluide newtonien et incompressible
- Nous admettons que le problème est bidimensionnel, permanent et laminaire.
- La dissipation visqueuse et le transfert de chaleur par rayonnement sont négligeables.
- Les interactions entre le transfert de chaleur et de masse (effets de Soret et Dufour) sont négligeables.
- Le champ magnétique induit par le mouvement du fluide électriquement conducteur est négligeable par rapport au champ magnétique appliqué.
- Le chauffage par effet de joule et le courant de déplacement sont négligés.
- Les propriétés physiques des nanofluides sont constantes.
- Les deux phases (nanoparticule et fluide) en équilibre thermique et dynamique.
- La puissance volumique dissipée est négligeable.
- Nous supposons être dans le cadre de *l'approximation de Boussinesq* Celle-ci consiste à considérer les variations de la masse volumique de nanofluide ρ négligeable au niveau de tous les termes des équations de la quantité de mouvement hormis dans le terme de pesanteur dont les variations avec la température, supposées linéaires, engendrent la convection naturelle. Ces variations sont alors traduites par une équation qui relie la masse volumique à la température.

$$\rho_{nf}(T, C) = \rho_{ref} [1 - \beta_T (T - T_{ref}) - \beta_C (C - C_{ref})]$$

Où :

ρ_{ref} est la masse volumique de référence (constante).

T_{ref} est la température de référence (constante) associée à ρ_{ref} . $T_{ref} = T_0$

C_{ref} est la concentration de référence (constante) associée à ρ_{ref} . $C_{ref} = C_0$

$$\beta_T \text{ Coefficient d'expansion thermique : } \beta_T = -\frac{1}{\rho_{ref}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_C$$

$$\beta_C \text{ Coefficient d'expansion massique : } \beta_C = -\frac{1}{\rho_{ref}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_T$$

β_T est positif pour tous les fluides, tandis que β_c peut être positif ou négatif selon le soluté considéré. Si la densité augmente β_c est négatif et si cette dernière diminue β_c est positif.

Au niveau de tous les autres termes, la masse volumique est constante et égale à ρ_0 .

2.5. Equations générales en régime laminaire

2.5.1. Equations dimensionnelles

En prenant compte de toutes ces hypothèses, les équations générales régissant l'écoulement de convection naturelle laminaire dans l'enceinte sous l'effet d'un champ magnétique horizontal et constant rapportées à un système de coordonnées cartésiennes sont données par :

2.5.1.1. Pour la région nanofluide

✓ *Equation de continuité*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

✓ *Equations de quantité de mouvement*

➤ *Suivent x :*

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.11a)$$

➤ *Suivent y :*

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf}} (\rho\beta)_{nf} g(T - T_0) + (\rho\beta_c) g(c - c_0) - \sigma_{hnf} B_0^2 v \quad (2.11b)$$

Equation d'énergie

$$u \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} + v \frac{\partial T_{nf}}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T_{nf}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{nf}}{\partial y^2} \right) \quad (2.12)$$

✓ *Equation de concentration*

$$\left(u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y}\right) = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right) \quad (2.13)$$

Avec l'hypothèse de Boussinesq :

$$\rho_{re}(T,C) = \rho_0[1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0)]$$

2.5.1.2. Pour la région poreuse✓ *Equation de continuité*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.14)$$

✓ *Equations de quantité de mouvement*

➤ *Suivent x :*

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}\right) &= -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\varepsilon \rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \\ &\quad - \frac{1}{\rho_{nf}} \left(\frac{\mu_{nf}}{K} u + \frac{1.75}{\sqrt{150} \varepsilon^{3/2}} \frac{\rho_{nf} u \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{K}}\right) \end{aligned} \quad (2.15_a)$$

Suivent y :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}\right) &= -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{nf}}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \\ &\quad - \frac{1}{\rho_{nf}} \left(\frac{\mu_{nf}}{K} v + \frac{1.75}{\sqrt{150} \varepsilon^{3/2}} \frac{\rho_{nf} v \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{K}}\right) + \frac{\beta}{\rho_{nf}} g(T - T_0) + (\rho \beta_c) g(c \\ &\quad - c_0) - \sigma_{hnf} B_0^2 v \end{aligned} \quad (2.15_b)$$

✓ *Equation d'énergie*

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \quad (2.16)$$

✓ *Equation de concentration*

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (2.17)$$

Où :

$$K = \frac{\varepsilon^3 D_p^2}{150(1 - \varepsilon)^2}$$

2.5.2 Equations adimensionnelles

L'adimensionnalisation ou normalisation consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en des variables sans dimensions, c'est-à-dire qu'elles seront normalisées par rapport à certaines dimensions caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètres de façon à rendre la solution plus générale.

Les équations dimensionnelles sont développées sous forme adimensionnelle par l'utilisation des variables caractéristiques suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{L}{\alpha_{eff}} u, V = \frac{L}{\alpha_{eff}} v, P = \frac{pL^2}{\rho_f \alpha_f^2}, \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}, S = \frac{C - C_0}{C_1 - C_0},$$

$$\Delta T = (T_1 - T_0), \Delta C = (c_1 - c_0), \theta_s = \frac{T_s - T_0}{\Delta T}, C = \frac{c - c_0}{\Delta C}, \Psi = \frac{\psi}{\alpha_f}$$

$$\lambda_{eff} = (1 - \varepsilon)\lambda_s + \varepsilon\lambda_f, \quad \gamma = \frac{\varepsilon\lambda_f}{(1 - \varepsilon)\lambda_s}, \quad H = \frac{hL}{\varepsilon\lambda_f}, \quad F = \frac{1.75 L}{\sqrt{K}}$$

En introduisant les grandeurs sans dimensions dans les équations de conservation, on obtient :

2.5.2.1 Pour la région fluide :✓ *Equation de continuité*

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.18)$$

✓ *Equations de quantité de mouvement*➤ *Suivent x :*

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.19a)$$

➤ *Suivent y :*

$$\begin{aligned}
 U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\rho_f \mu_{nf}}{\rho_{nf} \mu_f} Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \\
 &+ \frac{(\rho \beta_c)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ra Pr (\theta_{nf} - NC) - \frac{\rho_f \sigma_{hnf}}{\rho_{nf} \sigma_f} Ha^2 Pr V
 \end{aligned} \tag{2.19b}$$

✓ *Equation d'énergie*

$$U \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta_{nf}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_{nf}}{\partial Y^2} \right) \tag{2.20}$$

✓ *Equation d'énergie de solide*

$$u \frac{\partial C}{\partial X} + v \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \tag{2.21}$$

2.5.2.2 Pour la région poreuse ✓

Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{2.22}$$

✓ *Equation de quantité de mouvement :*

➤ *Suivant x :*

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\rho_f \mu_{nf}}{\rho_{nf} \mu_f} \frac{Pr}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\rho_f \mu_{nf}}{\rho_{nf} \mu_f} \frac{Pr}{Da} U \\
 &- F \sqrt{U^2 + V^2} U
 \end{aligned} \tag{2.23a}$$

➤ *Suivant y:*

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\rho_f \mu_{nf} Pr}{\rho_{nf} \mu_f \varepsilon} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\rho_f \mu_{nf} Pr}{\rho_{nf} \mu_f Da} U - F \sqrt{U^2 + V^2} V \\
&+ \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ra Pr (\theta_{nf} - NC) - \frac{\rho_f \sigma_{hnf}}{\rho_{nf} \sigma_f} Ha^2 Pr V
\end{aligned} \quad (2.23b)$$

✓ *Equation d'énergie:*

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(U \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial Y} \right) = \frac{\lambda_{eff} (\rho C_p)_f}{\lambda_f (\rho C_p)_{nf}} \left(\frac{\partial^2 \theta_{nf}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_{nf}}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho C_p)_f}{(\rho C_p)_{nf}} H (\theta_s - \theta_{nf}) \quad (2.24)$$

✓ *Equation d'énergie de solide:*

$$u \frac{\partial C}{\partial X} + v \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (2.25)$$

✓ *La fonction de flux est définie comme :*

$$\begin{cases} U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \\ V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \end{cases} \quad (2.26)$$

Les nombres sans dimension figurant dans les équations précédentes sont déterminés comme suit :

$$Ra = \frac{L^3 g \beta_f (T_1 - T_0)}{v_f \alpha_f}, \quad Le = \frac{\alpha_f}{D}, \quad N = \frac{\beta_c \Delta C}{\beta_{nf} \Delta T}, \quad Pr = \frac{v_f}{\alpha_f}, \quad Ha = LB_0 \sqrt{\sigma_f / \mu_f}, \quad Da = \frac{K}{L^2}$$

$$\begin{cases} U = V = 0 \text{ et } \theta_{nf} = C = 0 \\ U = V = 0 \text{ et } \theta_{nf} = C = 1 \\ \partial \theta \quad \partial C \end{cases} \quad (2.27)$$

2.7. Condition aux limites

$X=0$:

$X=1$:

$$\{ Y=0 \text{ ou } 1: U = V = 0 \text{ et } \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial Y} = \frac{\partial C}{\partial Y} = 0$$

A la limite de l'interface entre le cylindre poreux ondulé et le nanofluide, les vitesses, les températures et les gradients de température sont égalisés sur la surface ondulée.

2.8. Calcul du nombre de Nusselt et de Sherwood

Dans la présente étude on s'intéresse au calcul du taux de transfert de chaleur et de masse au sein du fluide, qui sont exprimées à travers les nombres de Nusselt et Sherwood. Pour notre cas, le nombre de Nusselt et de Sherwood locaux pour la paroi verticale droite s'exprime à partir des relations suivantes :

$$Nu = \sqrt{\left(\frac{\partial \theta_{nf}}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_{nf}}{\partial Y}\right)^2} \Big|_{X=1} \quad (2.28)$$

$$Sh = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2} \Big|_{X=1} \quad (2.29)$$

Les nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour la paroi verticale droite ont été obtenus en moyennant l'équation de Nusselt et de Sherwood locaux, selon la formule donnée cidessous :

$$\begin{cases} Nu_{moy} = \int_0^1 Nu \, dY \\ Sh_{moy} = \int_0^1 Sh \, dY \end{cases} \quad (2.30)$$

Bibliographie

-
- [1]. Corcione, M. Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids. *Energy Convers. Manag.* 52, 789–793 (2011)
- [2]. Maxwell, J.C., *A treatise on electricity and magnetism*. Oxford University Press, 1904. ed. 2.
-

Chapitre 3

Méthode numérique et présentation du code Fluent

Sommaire

3.1	Introduction	40
3.1.1	Méthode des différences finis	40
3.1.2	Méthode des éléments finis	40
3.1.3	Méthode spectrale	40
3.1.4	Méthode des volumes finis	41
3.2	Utilisation du GAMBIT	41
3.3	Utilisation du FLUENT	41
3.4	Méthode de résolution des équations de transport	42
3.4.1	Schéma de discrétisation	42
3.4.2	Choix du schéma d'interpolation de la pression	43
3.4.3	Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse	44
3.5	Résolution numérique	46
3.5.1	Paramètre de contrôle de la convergence	46
3.5.1.1	Critère de convergence	47
3.5.1.2	Sous-relaxation	47
3.6	Etapes de résolution du problème	48
	Conclusion	48

3.1. Introduction

Les équations décrites au deuxième chapitre sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires, elliptiques et couplées. En raison de leur complexité, ces équations sont résolues à l'aide d'une méthode numérique. Plusieurs méthodes numériques sont disponibles dans la littérature. On peut distinguer les méthodes suivantes :

- Méthode des différences finis (MDF).
- Méthode des éléments finis (MEF).
- Méthode spectrales (MS).
- Méthode des volumes finis (MVF).

3.1.1. Méthode des différences finies

C'est la méthode la plus ancienne, le principe fondamental de cette méthode consiste au domaine d'étude un maillage en nœuds dont la finesse permet de donner une approximation des contours du domaine. Ensuite, en appliquant le développement dans chaque nœud du maillage, ce qui permet d'obtenir un nombre d'équation algébrique égale au nombre des valeurs d'inconnues des grandeurs étudiées.

3.1.2. Méthode des éléments finis

La méthode consiste à mailler l'espace en régions élémentaires dans lesquelles on représente la grandeur recherchée par une approximation polynomiale. Le maillage peut être constitué de triangles ou de rectangles aux sommets desquels on recherche des volumes de l'inconnue en supposant que, dans ce domaine, l'inconnue varie linéairement en fonction des coordonnées. Une telle méthode nécessite donc de mailler tout l'espace étudié. Elle conduit à des tailles importantes en mémoire des calculateurs et à des temps de calcul longs qui nécessitent souvent des stations de travail pour la résolution des problèmes industriels.

3.1.3. Méthode spectrale

L'inconnue est approchée par des séries Fourier tronquées ou par des séries de polynômes Chébiev. Par rapport aux méthodes des différences finies et des éléments finis l'approximation n'est pas locale mais elle est valide sur tout le domaine de calcul. On utilise également le concept du résidu pondéré comme dans la méthode des éléments finis

où en imposant que l'approximation doit correspondre à la solution exacte pour les points du maillage.

3.1.4. Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est caractérisée par son avantage à satisfaire la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie dans tous les volumes finis ainsi que dans tout le domaine de calcul. Elle facilite la linéarisation des termes non linéaires dans les équations de conservation tel que le terme source par exemple. La méthode consiste à partager le domaine de calcul en plusieurs volumes, où chaque volume entoure un nœud.

3.2. Utilisation du GAMBIT

Le maillage est conçu par l'utilisateur à l'aide du mailleur GAMBIT. Celui-ci permet de construire trois types de grille de calcul, structurée, non structurée ou hybride.

- Maillage structuré (quadrilatères/hexagones), il est plus facile de le générer en utilisant à multi bloc.
- Maillage non structuré (tri/tétra), les éléments de ce type de maillage sont générés arbitrairement sans aucune contrainte quant à leur disposition.
- Maillage hybride, maillage généré par un mélange d'éléments de différents types (structuré et non structuré).

Dans ce travail nous avons utilisé un maillage structuré, car il présente les avantages suivants :

- Economique en nombre d'éléments, présente un nombre inférieur de maille par rapport à un maillage non structuré équivalent.
- Réduit les risques d'erreurs numériques car l'écoulement est aligné avec le maillage.

3.3. Utilisation du FULENT

Pour réaliser nos simulations, nous avons choisi d'utiliser le code de calcul FLUENT, ce code est développé pour modéliser les écoulements des fluides et transfert thermique, est écrit en langage de programmation C. Ce logiciel utilise la méthode des volumes finis pour résoudre les équations.

Le solveur FLUENT permet de définir numériquement les conditions opératoires (gravité, pression...) dans lesquelles, est effectuée la simulation, ainsi que la spécification des conditions aux limites, il permet de choisir le processus itératif, en proposant plusieurs schémas numériques pour la discrétisation spatiale et temporelle, et pour le couplage de vitesse et de pression.

3.4. Méthode de résolution des équations de transport

3.4.1. Schéma de discrétisation

Notre code emploie la méthode des volumes finis pour la résolution des systèmes d'équations utilisés pour modéliser les mouvements des fluides. En fait, avec la méthode des volumes finis, un problème physique donné est résolu suivant trois principales étapes :

- Division du domaine de calcul en volumes de contrôle via un maillage.
- Intégration des équations sur chaque volume de contrôle afin de les transformer en équations algébriques,
- Résolution des équations ainsi discrétisées.

Ces équations sont mises sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i\varphi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right] + S_\varphi \quad (3.1)$$

Où φ représente une grandeur intensive telle que θ , C et Ψ .

Γ_φ Est un coefficient de diffusion et S_φ un terme de source. Sous cette forme générale, tous les termes non-convectifs ou non-diffusifs sont inclus dans le terme source S_φ .

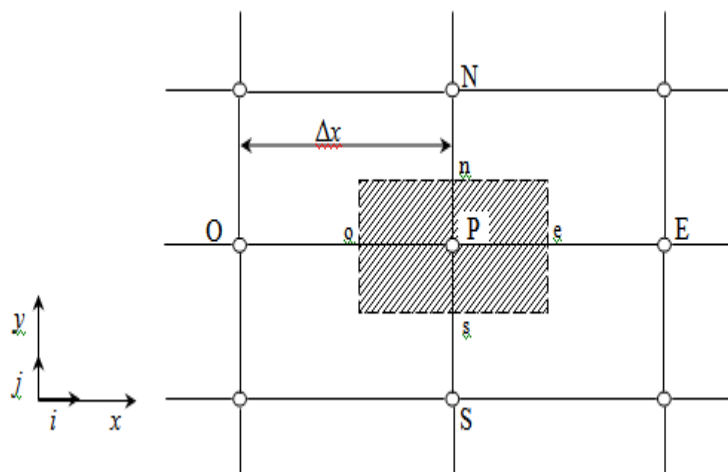


Figure.3.1 : Volume de contrôle pour la résolution en volumes finis

La **Figure.3.1** représente la discrétisation en volumes finis des équations de transport. Les différentes grandeurs de l'écoulement sont calculées au centre de chaque volume de contrôle, aux points P , E , O , N et S . L'intégration de l'équation 3.1 dans un volume de contrôle fait intervenir les valeurs, ainsi que les flux de diffusion et de convection et de conservation de ces grandeurs aux frontières du volume de contrôle. Ainsi, pour le calcul des grandeurs au point P , leurs valeurs aux interfaces e , o , n et s sont également nécessaires. Plusieurs méthodes d'interpolation peuvent alors être utilisées connaissant leurs valeurs au centre des volumes de contrôle adjacents.

FLUENT propose plusieurs schémas de discrétisation dépend de la nature de l'écoulement et la géométrie adoptée.

- Schéma du Premier Ordre Upwind : Ce schéma permet une certaine stabilité dans les calculs mais est responsable de diffusion numérique. Il est fortement recommandé dans les écoulements de dominance convective.

- Schéma de Seconde Ordre Upwind : est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles

- Le schéma « QUICK » (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics) : Il procure une meilleure précision que le schéma au Second Ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne s'applique pas à un maillage triangulaire.

- Le schéma « Power Law » est plus précis que le Schéma du premier ordre pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds. Sinon, il procure en général le même degré de précision.

- Le schéma « third-order MUSCL » : il donne plus de précision que les autres schémas

Pour notre étude, le schéma Seconde Ordre Upwind est utilisé [1].

3.4.2. Choix du schéma d'interpolation de la pression

Pour la plupart des cas, le schéma « Standard » est acceptable. Pour des écoulements spécifiques, on peut choisir parmi les options suivantes :

- Le schéma force de volume pondéré « Body Force Weighted » est recommandé dans les cas où l'effet des forces de gravité sont importantes.
- Le schéma « PRESTO ! » (Pressure Staggering Option) est approprié pour les

écoulements hautement tourbillonnaires, à grande vitesse de rotation ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.

- Le schéma au second ordre est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- Le schéma linéaire « Linear » est disponible comme alternative au cas où les autres options ont des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques.
- Le schéma « Standard » est choisi pour notre cas.

3.4.3. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

Trois algorithmes sont disponibles dans le logiciel de calcul :

- SIMPLE : le plus robuste.
- SIMPLEC : il donne une convergence plus rapide pour les problèmes simples.
- PISO : il est utile pour des problèmes des écoulements instables.

L'algorithme choisit dans notre étude est l'algorithme SIMPLE [2]. A l'initialisation du calcul, un champ de pression fixé a priori est introduit dans l'équation de bilan de la quantité de mouvement, permettant de calculer un premier champ de vitesse. La combinaison des équations de bilan de masse et de quantité de mouvement permet ensuite de corriger ces premiers champs de pression et de vitesse. Les autres équations de transports sont ensuite résolues et le champ de pression corrigé est utilisé pour initialiser le calcul à l'itération suivante. Cette succession d'opération est répétée jusqu'à ce que les critères de convergences soient atteints.

➤ Algorithme SIMPLE

La discrétisation d'une équation de transport diffusion sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes (U_e , U_w , U_n , U_s). Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolations). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse en "damier" est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées "staggeredgrid". Une grille principale est construite sur

laquelle on calcule la pression, la température et la concentration. Deux grilles décalées vers la droite et vers le haut respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

L'algorithme SIMPLE, acronyme pour « Semi-Implicite Méthode for Pressure Linked-Equations » permet de résoudre le système d'équations discrétisées. Cet algorithme stipule l'existence d'une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées, en vue de vérifier l'équation de conservation de la masse.

La séquence des opérations de calcul de la méthode SIMPLE est la suivante :

1. Estimer un champ de pression P' .
2. Résoudre les équations de quantité de mouvement pour en tirer les champs de vitesses V'' (vitesse estimée).
3. Résoudre l'équation de correction de pression P' .
4. Corriger la pression $P=P'+P''$.
5. Corriger les champs de vitesses.
6. Prendre le champ P comme une nouvelle estimation et recommencer la séquence à partir de l'étape 2, jusqu'à la convergence.

Le schéma représentatif de ce processus itératif est le suivant

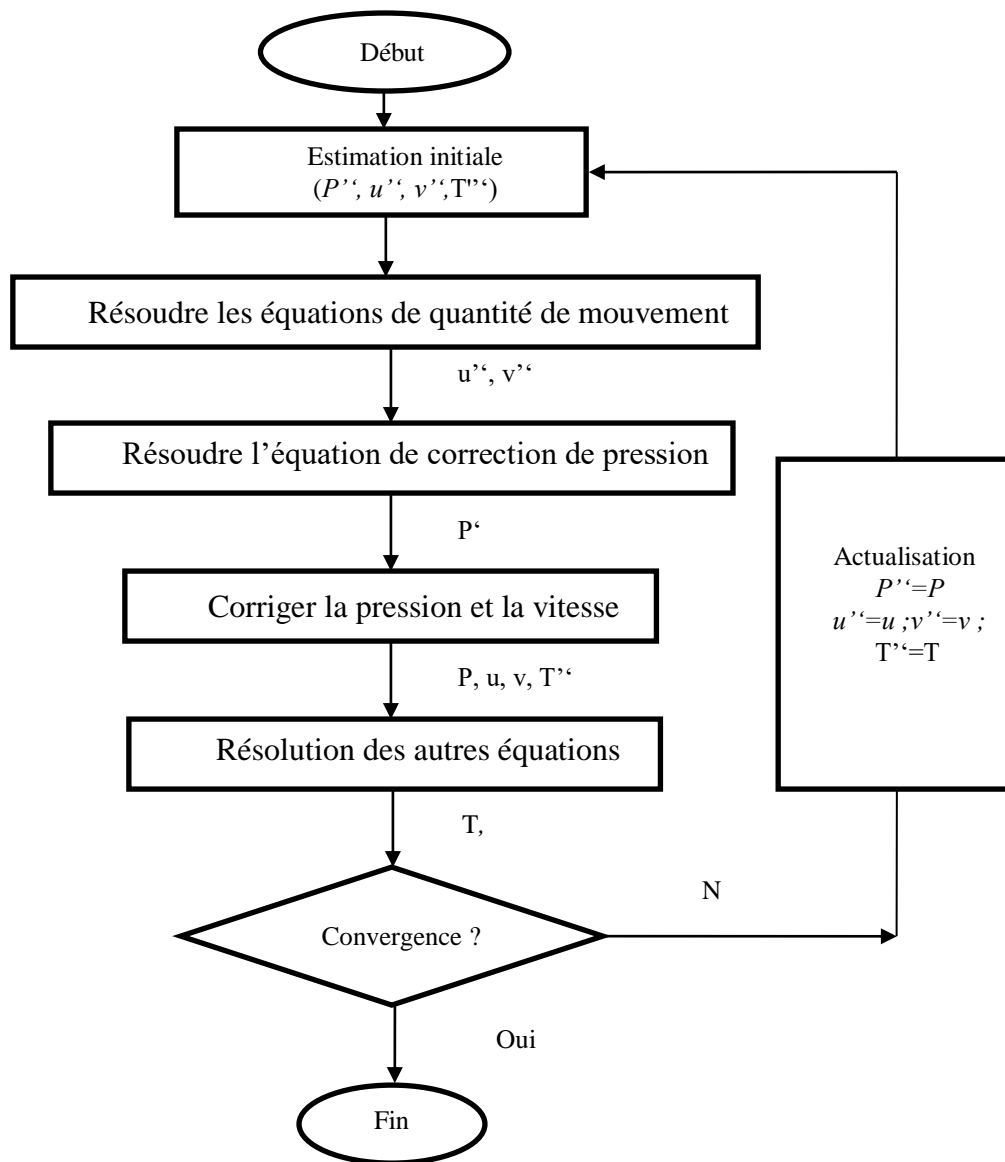


Figure.3.2. Schéma représentatif de l'algorithme SIMPLE

3.5. Résolution numérique

3.5.1. Paramètre de contrôle de la convergence

La façon d'obtenir une solution convergée est un des éléments essentiels de prédiction d'écoulement au moyen des codes CFD. Le code "FLUENT" propose différentes techniques pour accélérer le processus de convergence est augmentée si une bonne estimation de la solution est donnée comme condition initiale. Nous avons recours à plusieurs techniques décrites ci-dessous :

3.5.1.1. Critère de convergence

La résolution numérique des problèmes de type CFD nécessite un processus itératif. Pour apprécier la convergence du processus itératif, des critères de convergence doivent être pris en compte. Ainsi, la convergence du processus itératif est déterminée par le concept de résidu.

Après l'étape de discrétisation, l'équation de conservation d'une variable ϕ donnée sur une cellule de centre P peut s'exprimer comme suit :

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (3.2)$$

Où : a_p et a_{nb} représentent la contribution convectives et diffusives, l'indice nb est lié aux centres de cellules adjacentes.

b : Représente la contribution de partie constante du terme source Φ_ϕ .

Le résidu normalisé a alors pour expression

$$R^\phi = \frac{\sum_{Domaine} |\sum a_{nb} \times \phi_{nb} + b - a_p \times \phi_p|}{\sum_{Domaine} |a_p \times \phi_p|} \quad (3.3)$$

Ces expressions des résidus sont valables pour toutes les grandeurs sauf la pression, dans le cas de cette grandeur, le résidu est déterminé à partir de l'équation de continuité :

$$R^c = \sum_{Domaine} |taux\ de\ création\ de\ matière\ dans\ le\ domaine| \quad (3.4)$$

3.5.1.2. Sous-relaxation

A cause de la non linéarité des équations résolues, il est possible, pour atténuer les fluctuations de la solution, de réduire les variations des variables d'une itération à une autre en introduisant une sous-relaxation. Il n'existe pas des règles générales concernant des meilleures valeurs des coefficients de sous-relaxation, mais il existe des recommandations pour chacune des grandeurs, généralement basé sur des connaissances empiriques.

3.6. Etapes de résolution du problème

Les principales étapes utilisées dans notre simulation sont les suivantes :

1. Détermination du domaine de calcul (construction de la géométrie).
2. Discrétisation du domaine de calcul (maillage).
3. Identification des conditions aux limites.
4. Choix du modèle mathématique.
5. Choix de l'algorithme de solution.
6. Solution du modèle mathématique.
7. Visualisation et interprétation des résultats.

3.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons élaboré les hypothèses considérées dans notre travail. Nous avons ainsi, défini les méthodes numériques d'une part, et la présentation du code de calcul d'autre part.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter les dernières étapes de notre processus CFD, à savoir le calcul numérique de la solution, la visualisation des résultats et la validation.

Bibliographies

- [1] H. K. Versteeg, and W Malalasekra. An introduction to computational fluid dynamics. Essex : Longman Scientific & Technical, 257 p. (ISBN 0 58221884 5), 1995.
 - [2] S. V. Patankar. Numerical Heat transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill Book Company, 1980.
-

Chapitre 4

Résultats et Discussions

Sommaire

4.1	Introduction	50
4.2	Test du maillage	50
4.3	Validation des résultats	51
4.4	Discussion des résultats	53
4.4.1	Champs dynamique et thermique	53
4.4.2	Taux de transfert de chaleur	61

4.1. Introduction

Ce chapitre est consacré principalement à la présentation et la discussion des résultats de la simulation numérique, de la convection naturelle laminaire en régime permanent dans une cavité bidimensionnelle remplie de nanofluide avec un bloc poreux ondulé et centré en présence d'un champ magnétique axial. Les deux parois verticales gauche et droite sont portées à des températures uniformes respectivement chaude (T_0) et froide (T_1), et des concentrations C_0 et C_1 . Les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables.

Nous verrons en premier lieu, l'influence du maillage sur les résultats. Puis nous procédons à la validation des résultats de la simulation obtenus à l'aide du logiciel FLUENT en les comparant avec ceux obtenus par **Bera et al [1]**.

La présentation des résultats concerne les lignes de courants, les isothermes, les isoconcentrations et les nombres de Nusselt et Sherwood moyens et locaux calculés pour la paroi droite de l'enceinte.

Ces résultats sont obtenus pour un nanofluide à base d'eau contenant des nanoparticules d'oxyde d'aluminium, le nombre de Rayleigh (Ra) variant de 10^3 à 10^6 , le nombre de Lewis (Le) de 0.1 à 10, le nombre de Hartmann (Ha) de 0 à 60, le nombre de Darcy (Da) de 10^{-2} à 10^{-5} le rapport des forces de flottabilité (N) de -2 à 2, la porosité $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.8$. La taille du bloc poreux ($R=L/4$), le nombre d'ondulation ($n=6$) et l'amplitude du bloc poreux ($A=0.02$), le rapport de conductivité pour le milieu poreux ($\square=10$), le coefficient de transfert de chaleur à l'interface solide/fluide ($H=10$) et la concentration des nanoparticules ($\varphi = 0.04$) sont maintenus fixes.

4.2. Test du maillage

Pour vérifier l'effet du maillage sur les résultats numériques, plusieurs maillages uniformes ont été utilisés arbitrairement pour le cas de $Ra=10^5$, $Da=10^{-3}$, $N=1$, $Le=1$, $Ha=30$, $H=10$, $\gamma=10$, et $\varepsilon=0.5$.

Dans le **Tableau.4.1** nous présentons les valeurs de $X \times Y$, Nu_{moy} , Sh_{moy} et $|\Psi_{max}|$. D'après les résultats nous retenons le maillage (81×81) pour le reste des calculs.

Grid size	21×21	41×41	61×61	<u>81×81</u>	101×101
Nu_{avg}	3.558	3.402	3.318	<u>3.295</u>	3.293
Sh_{avg}	2.214	2.175	2.164	<u>2.162</u>	2.162
$ \Psi_{max} $	3.058	2.954	2.925	<u>2.913</u>	2.911

Tableau.4.1 : Etude du maillage

4.3. Validation des résultats

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail, une validation de notre simulation numérique a été faite en comparant nos résultats avec d'autres travaux numériques de **Bera et al. [1]**.

Ra et Da	Nos résultats			Bera et al. [1]		
	Nu_{f_moy}	Nu_{s_moy}	Sh_{moy}	Nu_{f_moy}	Nu_{s_moy}	Sh_{moy}
$Ra=10^4, Da=10^{-2}$	2.377	1.920	1.039	2.419	1.951	1.040
$Ra=10^6, Da=10^{-4}$	4.686	2.642	1.139	4.688	2.642	1.139

Tableau.4.2 : Validation des résultats.

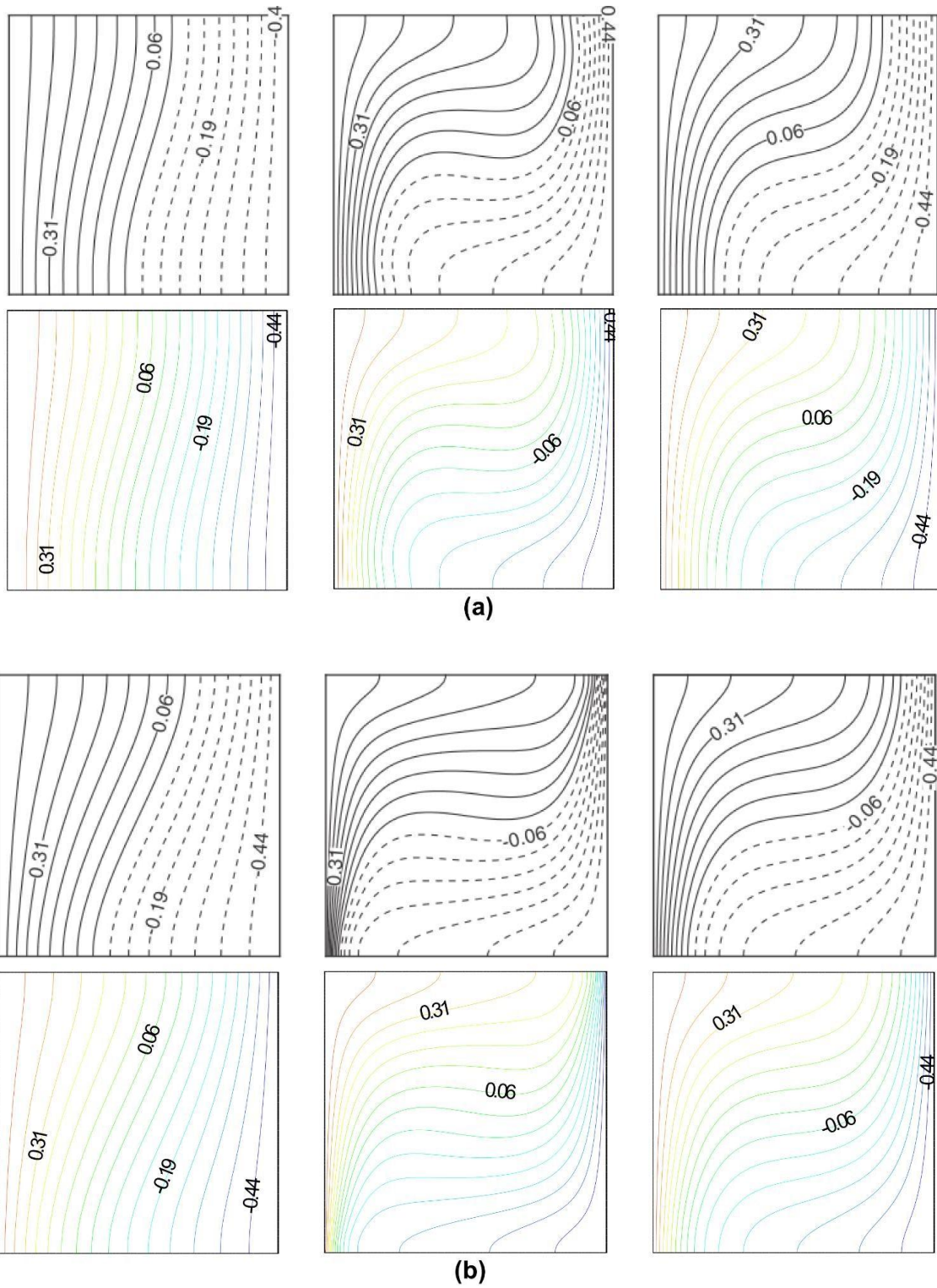


Figure 4.1 : (a) et (b) Comparaison des contours de la concentration massique, de la température de la phase fluide et de la température de la phase solide avec Bera et al. [1], (a) : $Ra=10^4$, $Da=10^{-2}$, (b) : $Ra=10^6$, $Da=10^{-4}$ pour $N=1$, $Le=0.1$, $\gamma=10$, $H=10$, $\mathcal{E}=0.97$, $F=0$.

La comparaison quantitative (**Tableau 4.2**) et la comparaison qualitative de la concentration massique, de la température de la phase fluide et de la température de la phase solide (**Figure 4.1**) montrent une excellente concordance. Ceci permet donc de valider notre procédure numérique.

4.4. Discussion des résultats

4.4.1. Champ dynamique, thermique et de concentration

Dans la **figure 4.2**, les isothermes (de la phase solide et de la phase fluide), les isoconcentrations et les lignes de courant sont tracées pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh lorsque $N=1$, $Le=0.1$, $Ha=30$, $Da=10^{-3}$, $\varepsilon=0.5$. Pour $Ra=10^3$ et 10^4 , nous pouvons voir que le transport de chaleur et de masse au sein de la cavité est essentiellement contrôlé par les processus simultanés de conduction thermique et massique. L'écoulement s'organise en une cellule rotative qui tourne lentement dans le sens antihoraire (le sens positive). Cela est dû au mouvement ascendant des particules de fluide sous l'effet de la flottabilité lié aux gradients de température, qui se réchauffent le long de la paroi chaude droite et les mouvements vers le bas des particules de fluide sous l'effet de la gravité, qui se refroidissent le long de la paroi froide gauche. La structure des isothermes et des isoconcentrations qui sont parallèles et épousent assez bien le profil de la cavité signifie que les transferts thermique et massique sont purement diffusifs. Pour $Ra \geq 10^4$, les isothermes et les isoconcentrations se modifient sensiblement dont le sens de déformation des isothermes est conforme à la direction de rotation des lignes de courant. Les valeurs des fonctions de courant augmentent ce qui signifie que le transfert de chaleur par convection commence à prendre place. Il convient de noter que pour un faible nombre de Rayleigh, les isothermes et les isoconcentrations dans le bloc poreux sont presque verticales indiquant que le transfert chaleur et de masse est dirigée horizontalement à travers le bloc tandis que pour un nombre de Rayleigh élevé, les isothermes et les isoconcentrations à l'intérieur du bloc deviennent presque horizontales indiquant que le transfert chaleur et de masse est conduit verticalement dans le bloc poreux. De plus, en comparant les lignes isothermes dans la matrice solide et la phase nanofluide dans le bloc poreux, il est à noter que l'état d'équilibre thermique local (ETL) existe car les isothermes dans la phase solide et les nanofluides ne sont pas similaires sauf au milieu du bloc où l'on constate que les lignes de température des deux phases y sont identiques.

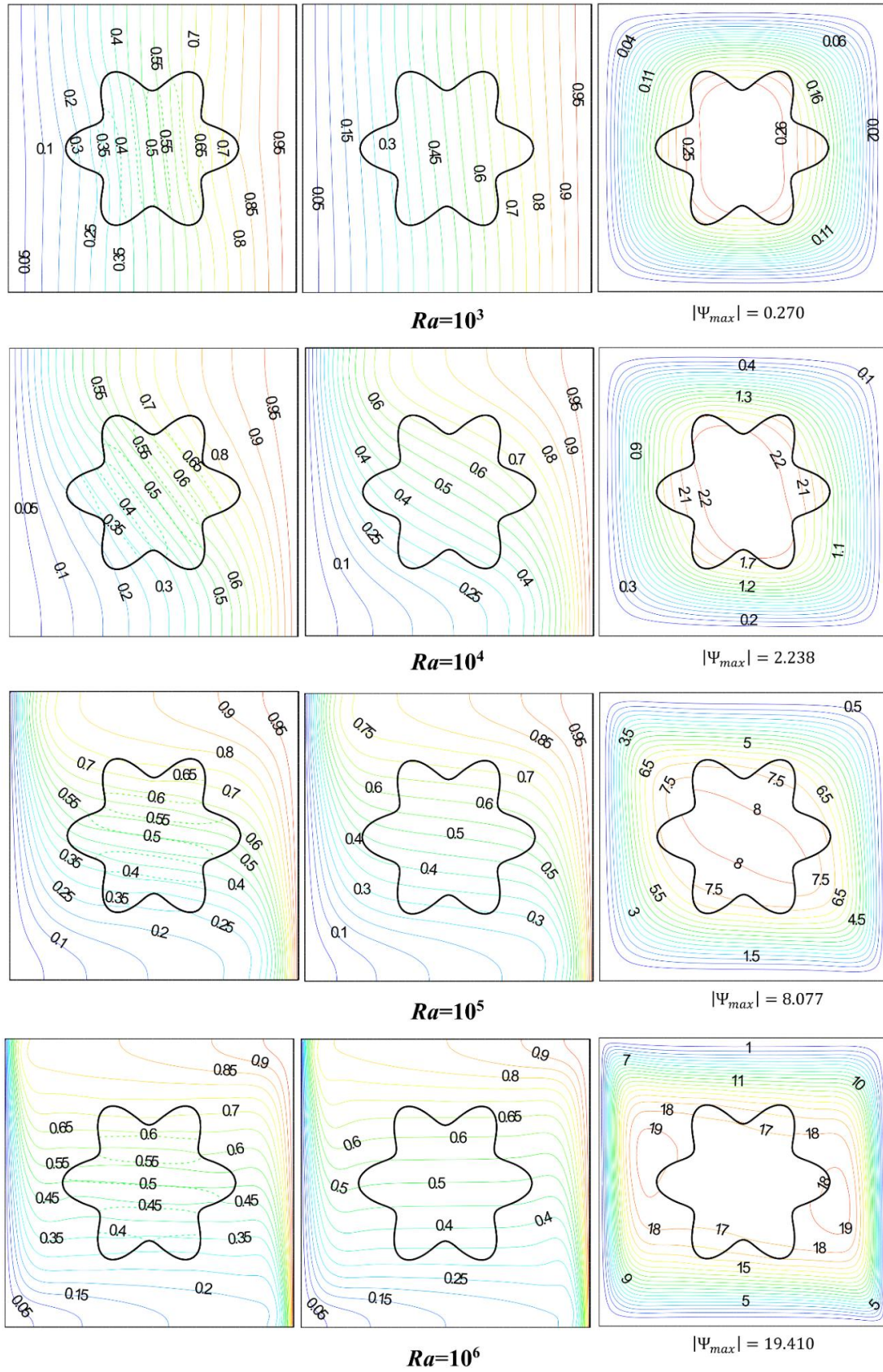


Figure 4.2 : Lignes de courant (droite), isothermes (centre) et isoconcentration (gauche) pour différents Ra ($Le=1, N=1, Ha=30, Da=10^{-3}, \varepsilon=0.5, \gamma=10, \phi=0.04$).

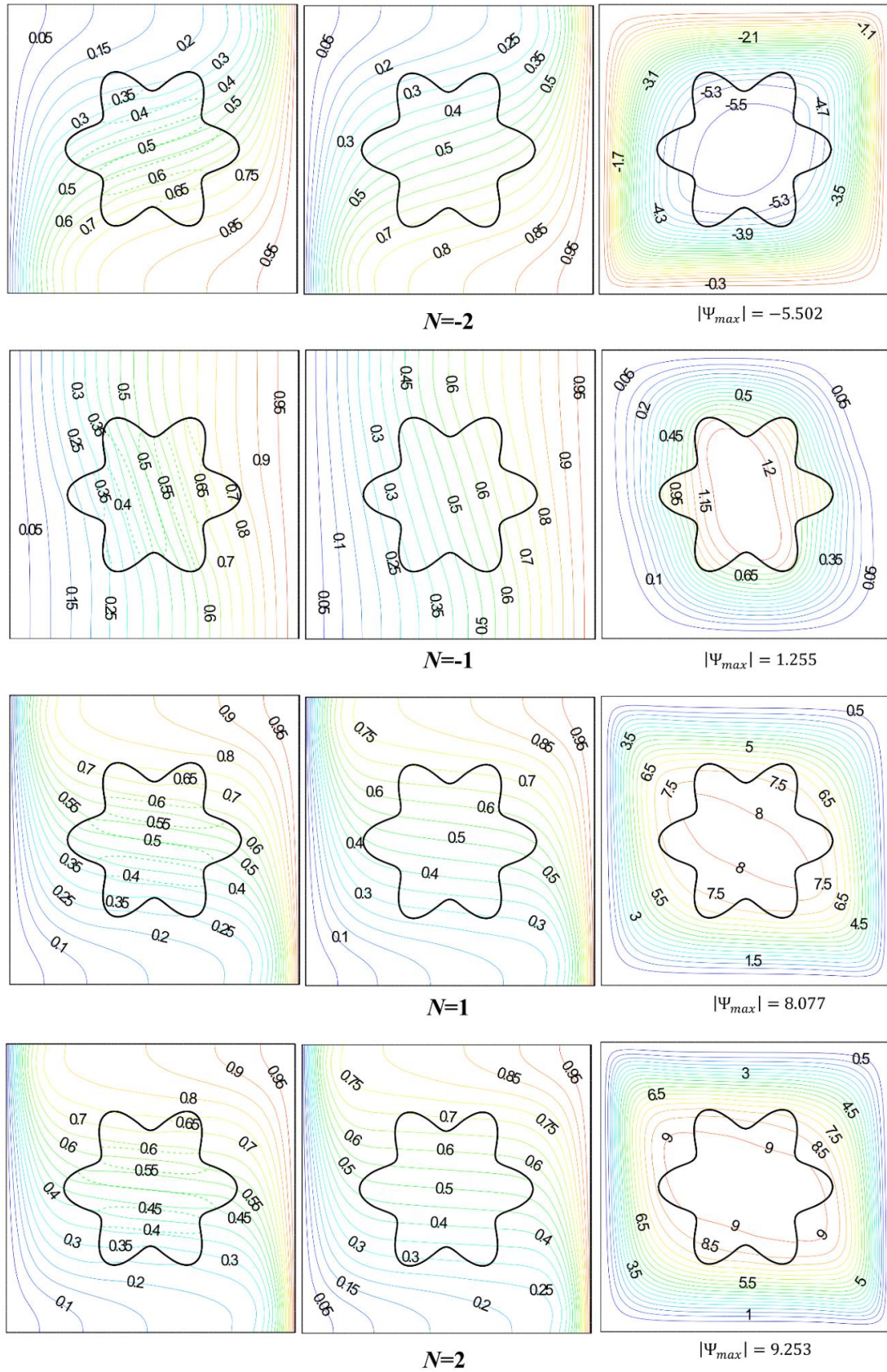


Figure 4.3 : Lignes de courant(droite), isothermes(centre) et isoconcentration(gauche) pour différents N ($Ra=10^5$, $Le=1$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$, $\varepsilon=0.5$, $\gamma=10$, $\phi=0.04$).

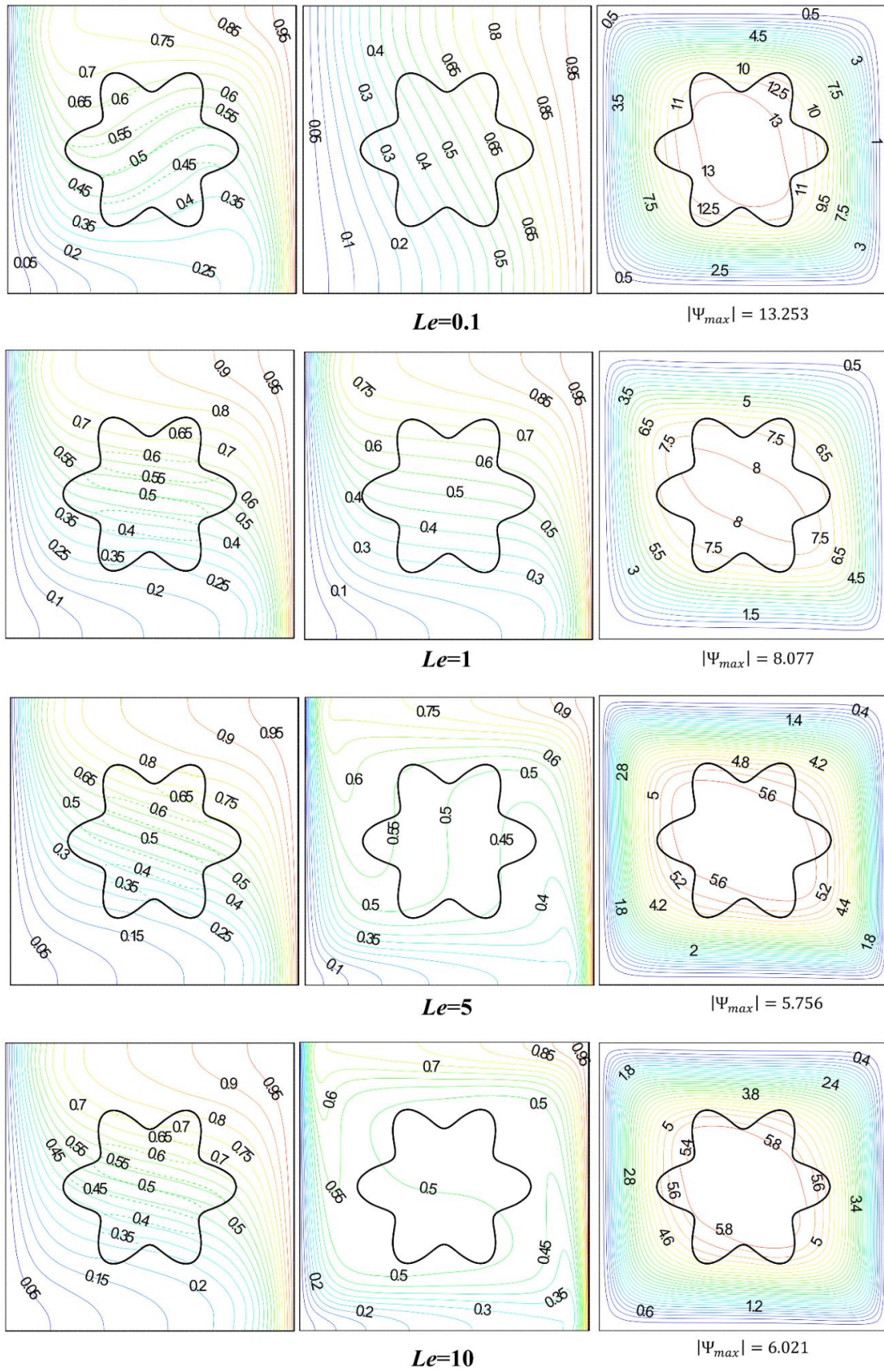


Figure 4.4: Lignes de courant(droite), isothermes(centre) et isoconcentration(gauche) pour différents Le ($Ra=10^5$, $N=1$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$, $\varepsilon=0.5$, $\gamma=10$, $\phi = 0.04$).

Le rapport de flottabilité N est défini comme le rapport entre la force de flottabilité solutale et la force de flottabilité thermique. La **figure 4.3** montre les résultats numériques visualisés par les lignes de courant, les isothermes et les isoconcentrations pour différentes valeurs de N .

Pour $N=0$, l'écoulement est entraîné uniquement par la force de poussée thermique, nous sommes en présence d'une convection naturelle thermique pure. Pour le cas coopérant ($N > 0$), les deux forces de poussées solutale et thermique agissent dans le même sens, ce qui donne une intensification de l'écoulement vu la valeur de la fonction de courant maximale qui augmente d'une manière significative pour le cas $N=2$. Lorsque $N < 0$, les forces de poussées thermique et massique s'opposent dans ce cas-là. La recirculation diminue et reste organisée en une cellule rotative. Pour $N=-2$, l'écoulement cette fois-ci se fait en sens inverse que pour le cas coopérant.

La **figure 4.4** présente les lignes de courant, les isothermes et les isoconcentration pour différents nombres de Lewis quand $Ra=10^5$, $N=1$, $Da=10^2$, $Ha=30$, $e=0.5$, $\gamma=10$, $\phi = 0.04$. Pour le cas $Le=1$, la diffusivité thermique est égale à la diffusivité massique, les forces de poussées solutale et thermique sont comparables, les isothermes et les isoconcentrations se confondent. Comme les nombres de Le sont supérieurs à l'unité, la diffusivité thermique du milieu nanofluide est supérieure à la diffusivité massique. En conséquence, la résistance thermique est plus grande que la résistance massique, et donc les isoconcentrations sont observées comme étant plus développées que les isothermes.

D'après la **figure 4.5**, nous remarquons que l'application du champ magnétique horizontal au système entraîne une diminution du flux convectif naturel en raison de la présence des forces de Lorentz qui agissent contre les forces de flottabilité.

Il convient de noter que l'état de l'équilibre thermique local à l'intérieur du bloc ondulé n'est pas affecté par le changement de N , Le ou Ha .

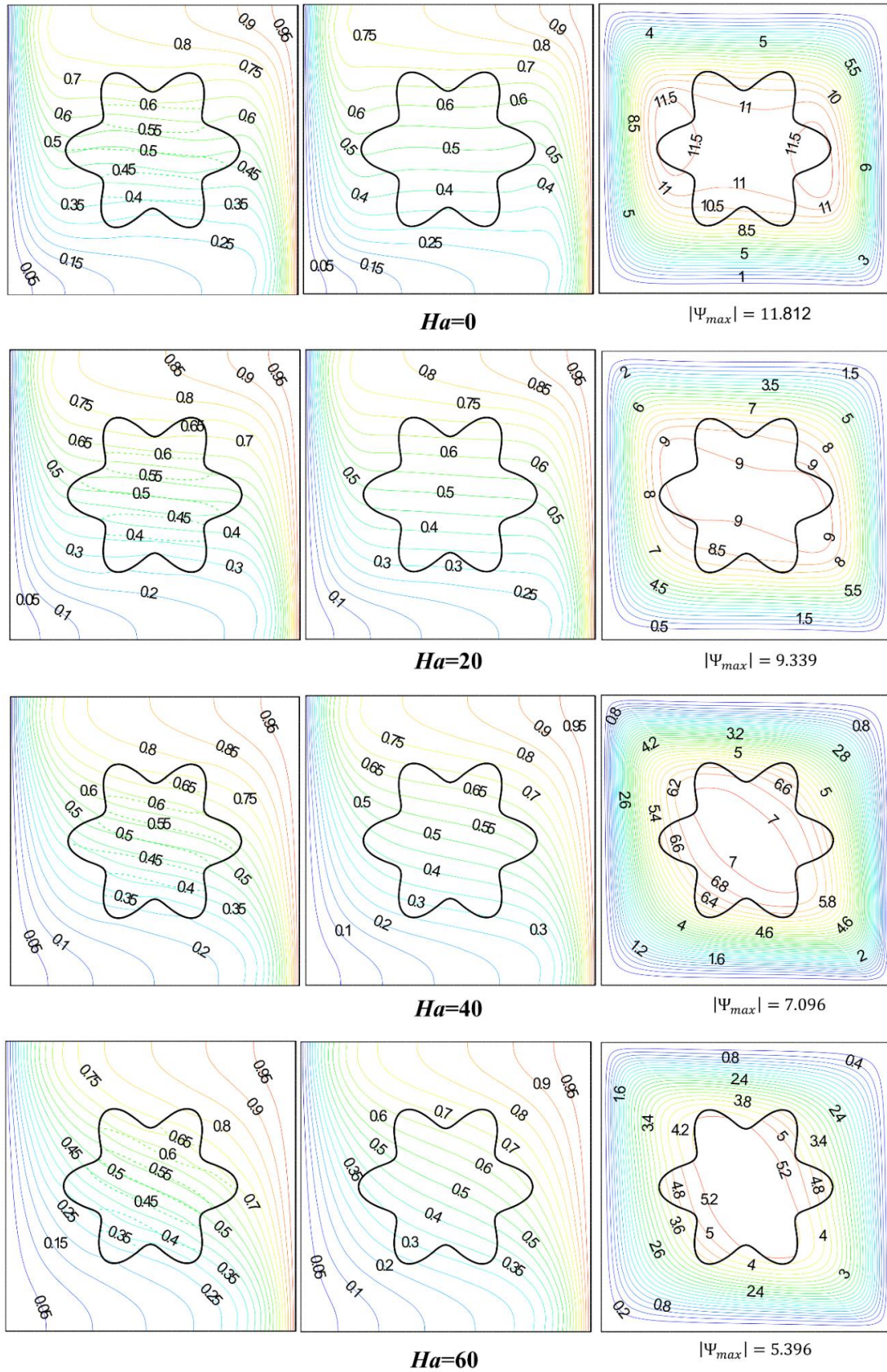


Figure 4.5: Lignes de courant (droite) et Isothermes (centre) et isoconcentration (gauche) pour différents Ha ($Ra=10^5$, $N=1$, $Da=10^{-3}$, $Le=1$, $\varepsilon=0.5$, $\gamma=10$, $\phi = 0.04$).

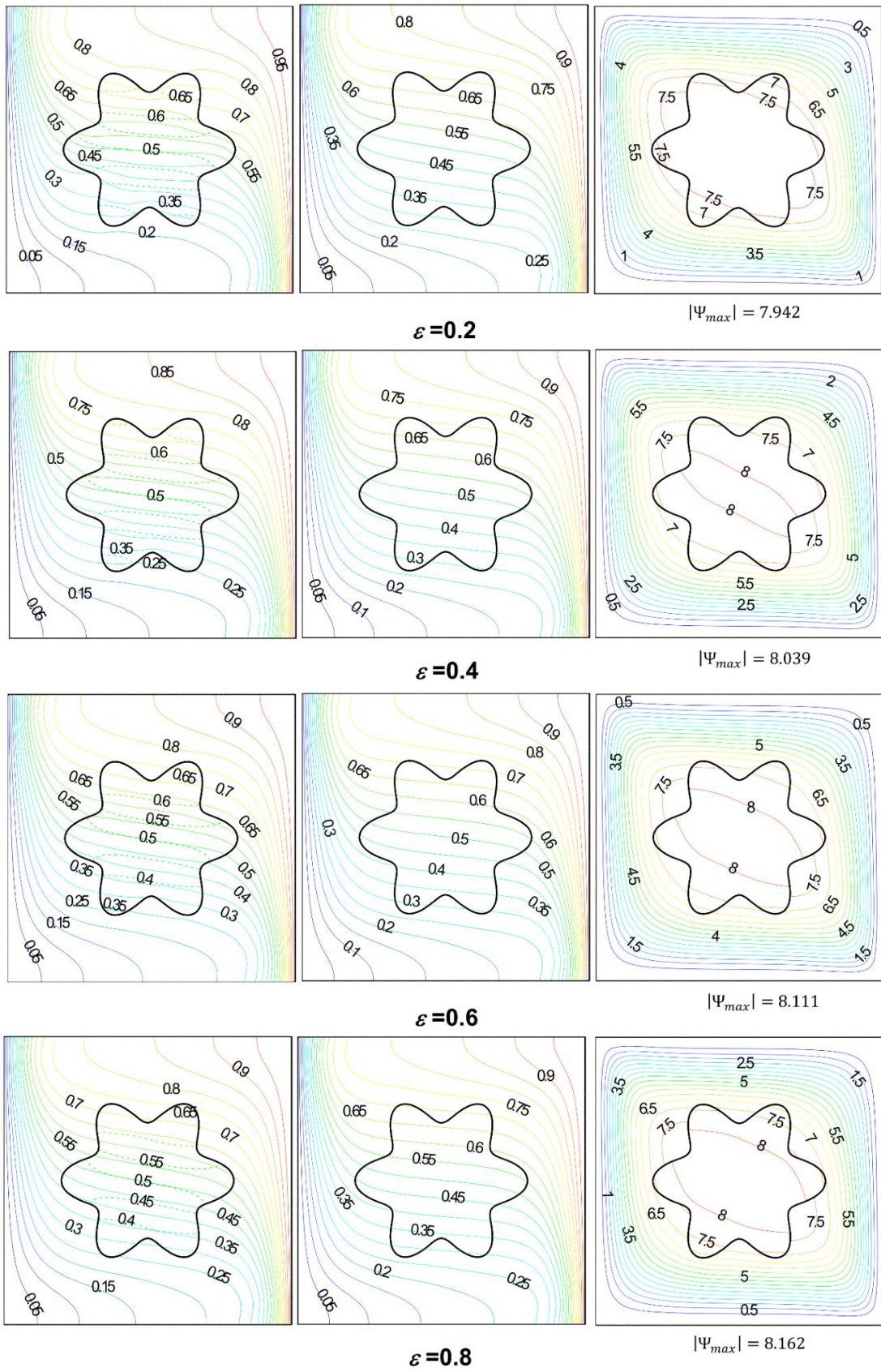


Figure 4.6: Lignes de courant(droite), isothermes(centre) et isoconcentration(gauche) pour différents ϵ ($Ra=10^5$, $N=1$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$, $Le=1$, $\gamma=10$, $\phi = 0.04$)

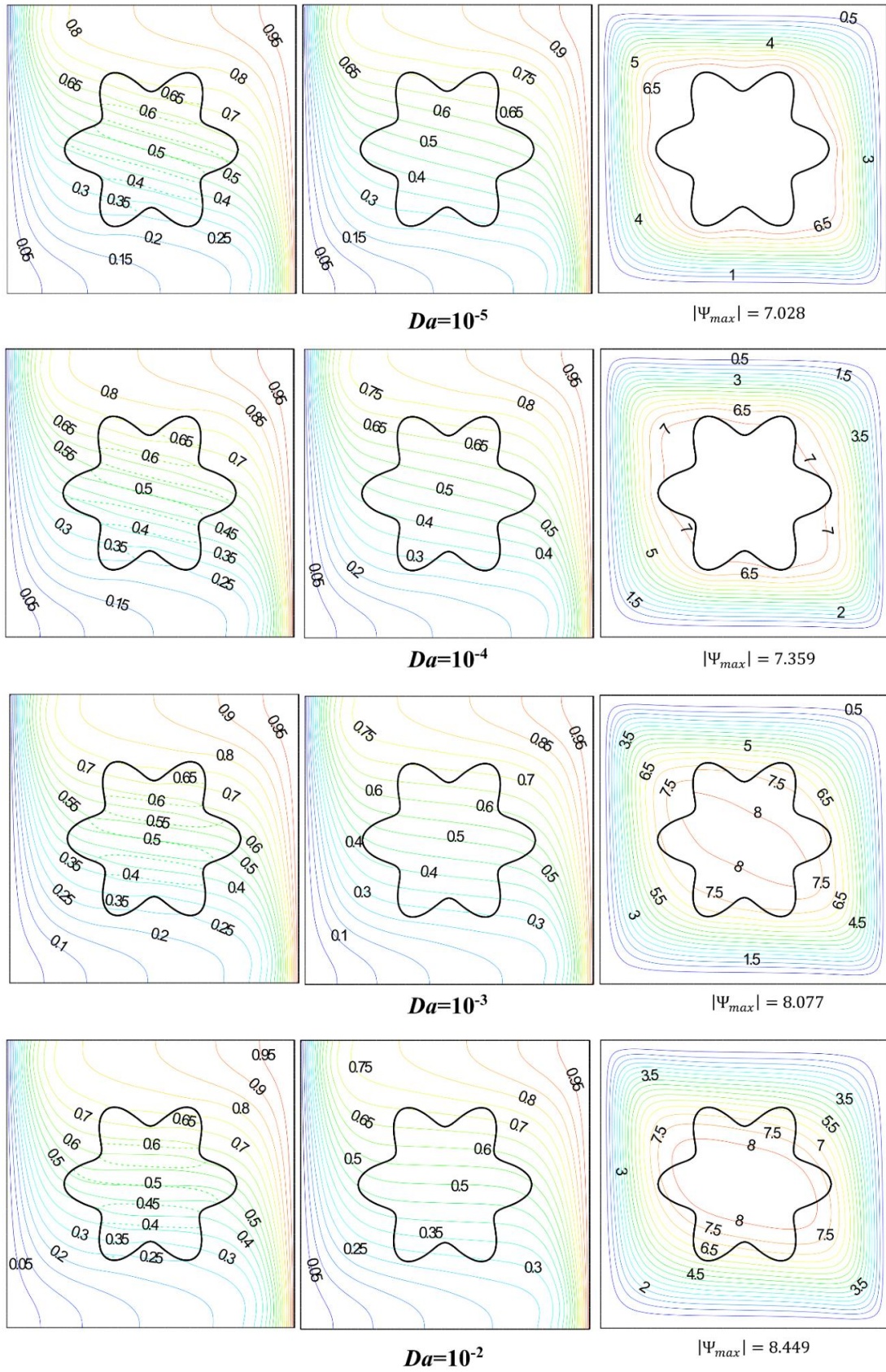


Figure 4.6: Lignes de courant(droite), isothermes(centre) et isoconcentration(gauche) pour différents Da ($Ra=10^5$, $N=1$, $\varepsilon=0.5$, $Ha=30$, $Le=1$, $\gamma=10$, $\phi=0.04$)

Les effets de la variation de la porosité du bloc poreux sur les isothermes de phase nanofluide et solide et les caractéristiques d'écoulement dans les différentes régions à l'intérieur de la cavité sont démontrés sur la **figure 4.6**. Comme on peut le voir, une augmentation de la porosité du bloc entraîne une augmentation de la circulation du nanofluide dans toute la cavité. En effet, à mesure que la porosité augmente, le mouvement du nanofluide devient plus libre dans la cavité ce qui contribue à un plus grand transfert convectif de nanofluide à travers le bloc poreux.

La **figure 4.7** illustre les lignes de courant, les isoconcentrations et les isothermes de la phase nanofluide et de la phase solide pour montrer l'influence du nombre de Darcy sur l'écoulement et les champs thermiques à l'intérieur de la cavité. Pour un faible nombre de Darcy, la matrice poreuse provoque l'arrêt du flux dans la région poreuse et par conséquent, le flux est presque entièrement confiné à la région du nanofluide et n'est pas capable de pénétrer dans le milieu poreux. La vitesse d'écoulement augmente avec l'augmentation du nombre de Darcy car la perméabilité dans la masse poreuse augmente, donc le nanofluide pénètre davantage à l'intérieur du milieu poreux et son mouvement dans les pores est plus libre.

En regardant les isothermes dans la phase solide et nanofluide à l'intérieur du bloc, il est clair que le milieu poreux se transforme en un état d'équilibre thermique local à de faibles valeurs du nombre de Darcy et de porosité.

4.4.2. Taux de transfert de chaleur et de masse

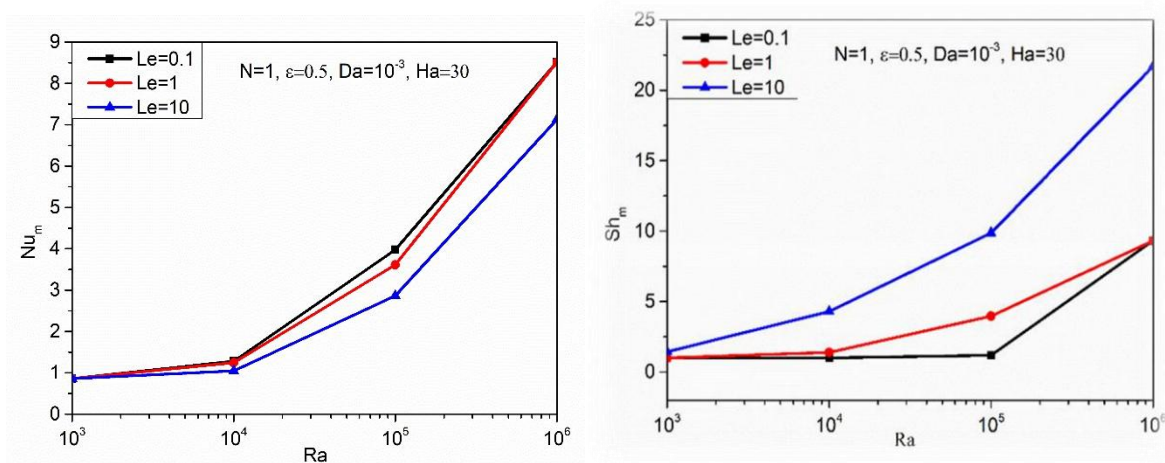


Figure 4.8 : Variation de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de Ra pour différentes valeurs de Le, ($N=1$, $\varepsilon=0.5$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$).

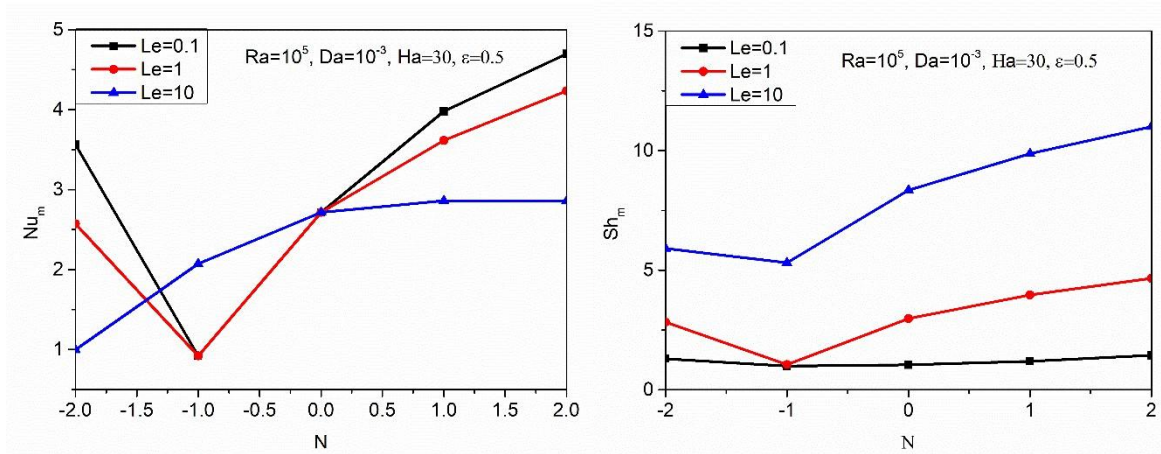


Figure 4.9 : Variation de Nusselt et Sherwood moyenne en fonction de N pour différentes valeurs de Le , ($Ra=10^5$, $\epsilon=0.5$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$).

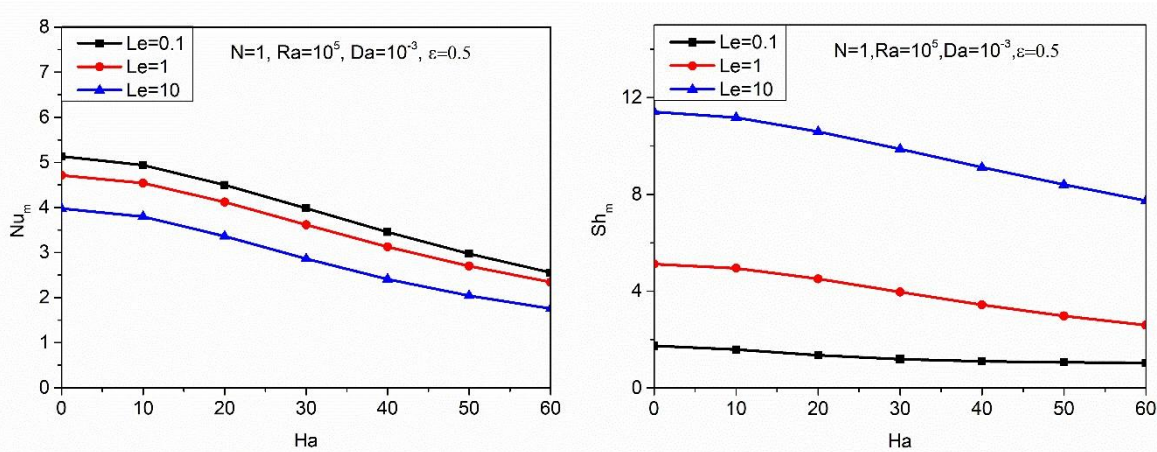


Figure 4.10 : Variation de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de Ha pour différentes valeurs de Le , ($N=1$, $\epsilon=0.5$, $Da=10^{-3}$, $Ra=10^5$).

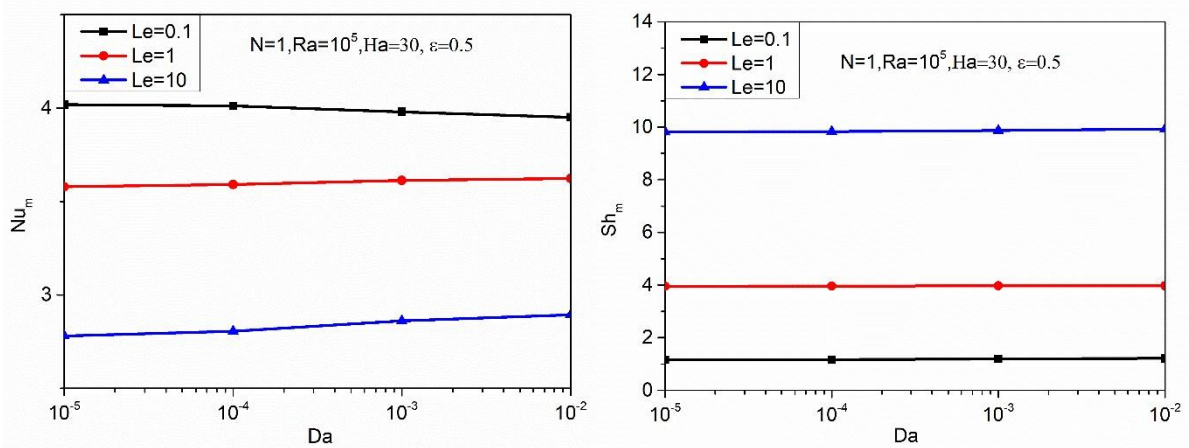


Figure 4.11 : Variation de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de Da pour différentes valeurs de Le , ($N=1$, $\epsilon=0.5$, $Ra=10^5$, $Ha=30$).

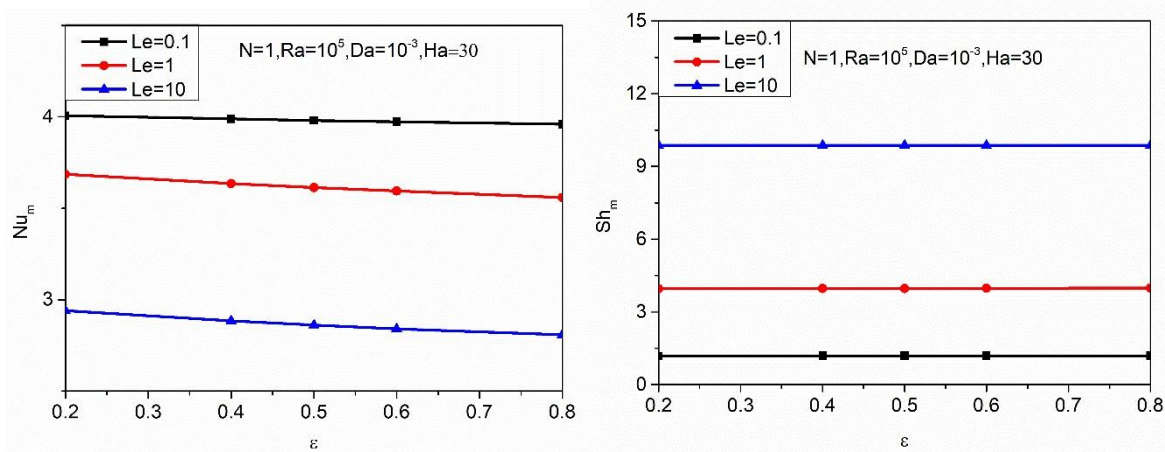


Figure 4.12 : Variation de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de (ϵ) pour différentes valeurs de Le , ($N=1$, $Ra=10^5$, $Da=10^{-3}$, $Ha=30$).

Les **figures 4-12** Montrent la variation de nombre de Nusselt et de Sherwood moyens en fonction de Ra , N , Ha , Da , et ϵ pour trois différentes valeurs du nombre de Lewis ($Le=0.1$, $Le=1$, et $Le=10$).

Sur la **figure 4.7** et **4.8**, on remarque un accroissement du transfert thermique et massique avec l'augmentation du Ra et ce pour les différentes valeurs du nombre de Lewis utilisé. De plus, on peut noter que ces deux figures illustrent bien le fait qu'une augmentation du nombre de Lewis entraîne une diminution du taux de transfert thermique et une augmentation du taux de transfert massique. Dans la **figure 4.9**, Le point de minimum du taux de transfert de chaleur ou de masse est à $N= -1$, pour tout Le (sauf pour $Le=10$). Comme prévu, les résultats montrent que les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood diminuent en augmentant les nombres de Hartmann (voir la **figure 4. 10**).

Une augmentation de Da contribue à une légère augmentation des taux de transfert de chaleur et de masse dans la cavité en raison de l'amélioration de la perméabilité du bloc poreux, tandis qu'une augmentation de la porosité entraîne une diminution légère dans les taux de transfert de chaleur et de masse du fait de la diminution de la conductivité effective du milieu poreux.

Bibliographies

-
- [1] Bera, P., Pippal, S., & Sharma, A. K. (2014). A thermal non-equilibrium approach on double-diffusive natural convection in a square porous-medium cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 78, 1080-1094.
-

Conclusion

Dans le présent travail, nous avons présenté une étude numérique de la convection naturelle bidiffusive bidimensionnelle laminaire et permanente d'un nanofluide ($\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$) dans une cavité avec un bloc ondulé poreux centré est exposée sous l'effet d'un champ magnétique horizontal uniforme.

Nous avons établi un modèle mathématique traduisant les transferts de chaleur et de masse en régime stationnaire à travers les parois de l'enceinte. Ce modèle repose sur l'hypothèse de Boussinesq, le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour analyser la dynamique de l'écoulement à travers le milieu poreux et le modèle de non-équilibre thermique local considérant la bidimensionnalité de l'écoulement. La conductivité thermique effective et la viscosité du nanofluide sont estimées via les corrélations de Corcione prenant en compte le mouvement brownien des nanoparticules pour 4% de nanoparticules d' Al_2O_3 .

Nous avons mis au point un code de calcul numérique, basé sur une méthode aux volumes finis, qui permet de déterminer les champs de température de la phase solide et la phase fluide et de concentration et la distribution de la fonction de courant, ainsi que les nombres adimensionnels de Nusselt et de Sherwood moyens, en fonction des grandeurs caractérisant l'état du système.

Nous avons examiné l'influence du nombre de Rayleigh, du nombre de Lewis, du nombre de Hartmann, du rapport des forces de poussée thermique et solutale, du nombre de Darcy, et de la porosité du milieu poreux sur l'écoulement et sur le taux de transfert thermique et massique.

Abstract: The emphasis of this study is the numerical analysis via finite volume method of magneto-natural convection induced by double-diffusion of a nanofluid within an enclosure equipped with a wavy porous cylinder. The porous cylinder, which is under the local thermal non-equilibria (LTNE) situation, is modeled using Darcy-Brinkman-Forchheimer design as momentum equation. Results are interpreted and evaluated in terms of the dimensionless controlling variables such as Rayleigh number (Ra), Lewis number (Le), Hartman number (Ha), buoyancy ratio (N), Darcy number, (Da), and the porosity (ε) at a given heat transfer coefficient for the solid/fluid inter-phase (H) and the porosity modified conductivity ratio (γ) of the porous wavy cylinder region. The effective thermal conductivity and viscosity of the working nanofluid are estimated via Corcione correlations taking into consideration the Brownian motion of nanoparticles for 4% of Al_2O_3 nanoparticles.

Keywords: Double-diffusive natural convection; Nanofluid; wavy-porous cylinder; Local thermal non-equilibrium; Magnetic field.

Résumé : L'objectif de cette étude est l'analyse numérique par la méthode des volumes finis de la convection naturelle magnétohydrodynamique induite par la double-diffusion d'un nanofluide dans une enceinte équipée d'un cylindre poreux ondulé. Le cylindre poreux, qui se trouve dans une situation de non-équilibres thermiques local (LTNE), est modélisé en utilisant la conception de Darcy-Brinkman-Forchheimer comme équation de quantité de mouvement. Les résultats sont interprétés et évalués en termes de variables de contrôle sans dimension telles que le nombre de Rayleigh (Ra), le nombre de Lewis (Le), le nombre de Hartman (Ha), le rapport de flottabilité (N), le nombre de Darcy (Da), et la porosité (ε) à un coefficient de transfert de chaleur pour l'interphase solide/fluide (H) et un rapport de conductivité modifié par la porosité (γ) de la région poreuse du cylindre ondulé donné. La conductivité thermique effective et la viscosité du nanofluide sont estimées via les corrélations de Corcione prenant en compte le mouvement brownien des nanoparticules pour 4% de nanoparticules d' Al_2O_3 .

Mots clés : Convection naturelle double-diffusive; Nanofluide; cylindre poreux ondulés; Non-équilibres thermique local; champ magnétique

ملخص: الهدف من هذه الدراسة هو التحليل الرقمي من خلال طريقة الحجم المتناهية للحمل الحراري الطبيعي الناجم عن الانتشار المزدوج لنانوفلويد في حاوية مزودة بأسطوانة مسامية مموجة تحت تأثير مجال مغناطيسي. تم نمذجة الأسطوانة المسامية، والتي هي في وضع عدم التوازن الحراري المحلي (LTNE)، باستخدام تصميم Darcy-Brinkman-Forchheimer في معادلة للحركة. تم تفسير النتائج وتقييمها من حيث متغيرات التحكم بالأبعاد مثل عدد رايلي (Ra)، وعدد لويس (Le)، وعدد هارتمان (Ha)، ونسبة الطفو (N)، وعدد من دارسي (Da)، والمسامية (ε) عند معامل نقل الحرارة بين الطور الصلب/السائل (H) ونسبة الموصلية المسامية المعدلة (γ) للأسطوانة المموجة ثابتة. يتم تقدير الموصلية الحرارية الفعالة ولزوجة المائع النانوي من خلال ارتباطات Corcione مع مراعاة الحركة البراونية للجسيمات النانوية لـ 4% من الجسيمات النانوية Al_2O_3 .

الكلمات المفتاحية: الحمل الطبيعي المزدوج. نانوفلويد اسطوانة مسامية متموجة. عدم التوازن الحراري المحلي؛ حقل مغناطيسي.