

REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la technologie

Département Electromécanique

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MASTER

FILIERE : Electromécanique

Spécialité : Electromécanique

Par

- **Benkhiat Ahmed**
- **Bouزيد Mohamed Cherif**

Intitulé

*Étude thermique et dynamique de l'écoulement d'un fluide
paramagnétique soumis à un champ magnétique*

Soutenu le : 14/07/2022

Devant le Jury composé de :

<i>Nom & Prénom</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Etablissement</i>
<i>M. Seddik Ben Haddouga</i>	<i>MCB</i>	<i>Président</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M. Hamimid Saber</i>	<i>MCB</i>	<i>Encadreur</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M. Bennia Abderezak</i>	<i>MCB</i>	<i>Examineur</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M. Maghlaoui Issam</i>	<i>MCA</i>	<i>Examineur</i>	<i>Univ-BBA</i>

Année Universitaire 2021/2022

Dédicaces

Louange à « Allah » le tout puissant, prière et salut sur le prophète Mohamed.

Nous tenons à remercier « Allah » qui nous a donné la force et la puissance d'accomplir ce travail et c'est grâce à lui que nous sommes arrivés à ce niveau.

*Je dédie ce
modeste travail
A ma mère.*

A mon père.

Et mes sœurs.

A ma famille.

A mes amis et mes collègues de la promotion2022

«2^{-ème} année Master électromécanique ».

Benkhiat Ahmed

Je dédie ce travail à :

A mes parents pour leur : Amour, sacrifice, patience, soutien moral et matériel depuis mon enfance jusqu'à ce jour.

Aujourd'hui et du fond de mon cœur, je vous dis 'MERCI mes parents la source de courage.

A mes frères et ma petite sœur.

Et à toute ma famille.

A tous mes amis.

A Toutelapromotion2022.

Bouزيد Mohamed Cherif

Remerciement

Louange à Dieu qui nous a donné la foi, le courage, la patience et la volonté pour réaliser ce travail dans des meilleures circonstances.

Nous tenons à remercier profondément notre encadreur

Le Dr. HAMIMID Saber, pour son aide et ses conseils précieux, pour ses commentaires intéressants sur ce mémoire et avec lui nous avons beaucoup appris.

Nous remercions aussi monsieur le président et messieurs les membres du jury d'avoir accepté de juger notre travail.

Nous remercions tous les enseignants du département d'électromécanique de l'université

Mohamed El Bachir El Ibrahimi Bordj Bou Arreridj.

Nos vifs remerciements vont également à tous nos ami(e)s pour leur soutien moral tout le long de la préparation de ce mémoire.

Nous ne pouvons pas clôturer nos remerciements sans se retourner vers les personnes les plus chères à nous : nos parents qui ont un rôle essentiel et permanent dans notre réussite

Sommaire

Table des illustrations :	6
Liste des tableaux :	6
Liste des abréviations :	7
Introduction générale	1
Chapitre 1 Revue bibliographique :	3
1.1 Introduction :	3
1.2 Etude Bibliographique :	3
1.2.a Convection naturelle :	3
1.2.b Convection mixte :	4
1.2.c Effet du champ magnétique sur la convection naturelle (ou mixte) :	6
1.2.d Substances magnétiques :	9
Chapitre 2 Formulation mathématique.....	11
2.1 Introduction :	11
2.2 Formulation mathématique :	11
2.2.a Géométrie physique :	11
2.2.b Modèle mathématique :	13
2.3 La susceptibilité magnétique :	13
2.4 Loi de curie :	14
2.4.a Forces magnétiques :	14
2.5 Hypothèse de Boussinesq :	17
2.5.a Pour le terme de la force de flottabilité :	17
2.5.b Pour le terme de la force magnétique (force de Kelvin) :	17
2.6 Conditions aux limites :	19
2.7 Adimensionnement des équations gouvernantes :	20
2.7.a Equation de continuité :	20
2.7.b Equations de quantité de mouvement :	20
2.7.c Equation de l'énergie :	20
2.7.d Condition aux limites Adimensionnel :	21
Chapitre 3 Résolution numérique :	23
3.1 Introduction :	23
3.2 Volumes finis :	24

.3.2a	Principe :	24
.3.2b	Maillage décalé :	25
3.3	Discretisations Des Equations De Conservation :	28
3.3.a	Terme convectif :	29
3.3.b	Terme diffusif :	30
	Calcul de la conductance Γ :	31
3.3.c	Terme source :	31
3.3.d	Équation de continuité :	32
3.4	Schémas numériques :	32
3.5	Méthode et algorithme de calcul :	34
3.5.a	Couplage vitesse-Pression (Algorithme SIMPLER).....	34
	Introduction :	34
	Algorithme SIMPLER :	34
Chapitre 4	Résultats et interprétation :	40
4.1	Introduction :	40
4.2	-Effet du nombre Magnétique (γ_m) :	40
	Conclusion générale.....	47
	Références.....	48

Table des illustrations :

FIGURE 1 : MODEL PHYSIQUE ET CONDITIONS AUX LIMITES	12
FIGURE 2 VOLUME DE CONTROLE DANS LE CAS DE 2D.	25
FIGURE 3 MAILLAGE DE LA FORMULATION VITESSE-PRESSION : (A) MAILLAGE COLLOCATIF ; (B) MAILLAGE DECALE.	26
FIGURE 4 VOLUMES DE CONTROLE POUR LES SCALAIRES ET LES VITESSES	26
FIGURE 5 VOLUME DE CONTROLE POUR LA COMPOSANTE U ET CES VOISINES.	27
FIGURE 6 VOLUME DE CONTROLE POUR LA COMPOSANTE V ET CES VOISINES.	27
FIGURE 7 INTERPOLATION POUR LE GRADIENT DE Φ	30
FIGURE 8 DIFFUSIVITE POUR UN MATERIAU COMPOSITE	31
FIGURE 9 ALGORITHME SIMPLR	39

Liste des tableaux :

TABLEAU 1 EXPRESSION DES COEFFICIENTS CONVECTIF	29
TABLEAU 2 : EXPRESSIONS DES COEFFICIENTS DIFFUSIFS	30
TABLEAU 3 EXPRESSIONS DE LA FONCTION $A(P)$ POUR LES DIFFERENTS SCHEMAS	33

Liste des abréviations :

ρ	La masse volumique
Δp	Le gradient de pression appliqué
F	La résultante des forces extérieures
Ra	Numéro de Rayleigh
Nu	Numéro de Nusselt
Pr	Numéro de Prandtl
U_{in}	La tension induite
H	L'intensité du champ magnétique imposé
χ_m	La constante de proportionnalité
M	L'aimantation
C	Constante de Curie
\vec{F}_{kelvin}	Force de Kelvin
b	L'induction magnétique
α	La diffusivité thermique.
P_0	La pression statique.
Ω_{cv}	Le volume du contrôle
C_p	Capacité calorifique massique à pression constante du fluide.
F_i	Flux de masse convectif
P_e	Le nombre de Péclet
P^*	Estimation du champ de pression
E, W, N, S	Nœuds des volumes de contrôle adjacents est, ouest, nord, sud respectivement.
e, w, n, s	Faces du volume de contrôle est, ouest, nord, sud respectivement

F_e, F_w, F_n, F_s	Flux convectifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée
D_e, D_w, D_n, D_s	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisé
$A(P)$	Fonction d'un schéma numérique.
t	Temps
T	Température.
T_0	La température de référence.
T_c	La température de la paroi chaude.
T_f	La température de la paroi froide.
U	Composante de la vitesse suivant x.
V	Composante de la vitesse suivant y.
S_ϕ	Le terme source
\bar{S}_ϕ	La valeur moyenne de S_ϕ
e	Le flux à l'interface

Résumé :

Le présent travail repose sur une étude de simulation numérique de l'effet d'un champ magnétique créé par des aimants sur le régime dynamique et thermique d'un fluide de type paramagnétique contenu dans une cavité ventilée et soumise à un faible gradient horizontal de température. Il s'agit ici de trouver une expression analytique du champ magnétique et de la force magnétique et de déterminer l'effet de ces forces d'origines magnétique sur le comportement thermique et dynamique de l'écoulement en convection forcée.

Abstract:

This work is based on a numerical simulation study of the effect of a magnetic field created by magnets on the dynamic and thermal regime of a paramagnetic-type fluid contained in a ventilated cavity and subjected to a low horizontal temperature gradient. . The aim here is to find an analytical expression of the magnetic field and the magnetic force and to determine the effect of these forces of magnetic origin on the thermal and dynamic behavior of the flow in forced convection.

ملخص:

يعتمد هذا العمل على دراسة محاكاة عددية لتأثير المجال المغناطيسي الذي تم إنشاؤه بواسطة مغناطيس على النظام الديناميكي والحراري لسائل من النوع البارامغناطيسي الموجود في تجويف مهوى ويخضع لتدرج درجة حرارة أفقي منخفض. الهدف هنا هو إيجاد عبارة تحليلية للمجال المغناطيسي والقوة المغناطيسية وتحديد تأثير هذه القوى ذات الأصل المغناطيسي على السلوك الحراري والديناميكي للتدفق في الحمل الحراري القسري.

Introduction générale

La convection naturelle est le processus de transmission de chaleur qui résulte du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des régions à différentes températures. Les particules fluides sont vigoureusement mélangées à la suite de cette action, échangeant de l'énergie et la distance qui existe entre eux.

La convection mixte, qui est une combinaison de convection naturelle et forcée, est un mécanisme de transfert de chaleur important qui se produit dans de nombreuses applications. En raison de l'interaction des forces de flottabilité et de cisaillement, le transfert de chaleur par convection mixte est un phénomène complexe

La gestion du transfert de chaleur par convection des fluides dans les tuyaux, les conduits et les cavités est également fortement influencée par le champ magnétique. Lorsque le champ magnétique augmente, le transfert de chaleur diminue et cet effet atteint le point d'inhiber le transfert de chaleur à des valeurs élevées du champ magnétique. Les champs magnétiques appliqués verticalement et horizontalement affectent différemment le transfert de chaleur.

Le concept de ce mémoire est de faire une étude thermique et dynamique de l'écoulement d'un fluide de type paramagnétique dans une cavité ventilée soumise à l'action d'un gradient de champ magnétique externe et uniforme

Ce travail est constitué de quatre chapitres :

- ❖ Le premier chapitre est dédié pour la présentation théorique et les revues bibliographique concernant le transfert thermique par convection (naturelle, forcée et mixte) et la convection thermomagnétique.
- ❖ Le deuxième chapitre est conçu pour la géométrie physique, le modèle mathématique ainsi que les conditions aux limites et la mise sous forme adimensionnelle des équations de conservation.
- ❖ Le troisième chapitre sert à exprimer la méthode de volume fini qui est utilisé pour la résolution numérique du problème.

- ❖ Les résultats numériques de cette étude ainsi que les interprétations et les analyses des différents résultats obtenues sont présentés dans le quatrième chapitre.
- ❖ Enfin, une conclusion générale qui met en évidence les principaux résultats de cette étude.

Chapitre 1 Revue bibliographique :

1.1 Introduction :

Dans ce chapitre nous présentons l'historique et quelques recherches bibliographiques sur la convection naturelle, mixte et forcée et l'effet du champ magnétique sur la convection naturelle ou mixte ainsi que l'historique des substances magnétique : Ferro, dia et paramagnétisme.

1.2 Etude Bibliographique :

1.2.a Convection naturelle :

Le phénomène de transfert de chaleur par convection naturelle joue un rôle important, dans la nature et dans les systèmes artificiels. Dans la convection naturelle, le mouvement du fluide est le résultat de la force de flottabilité. Pour une cavité, le nombre de Rayleigh est généralement le plus utilisé.

La convection naturelle dans une cavité est aussi variée que la géométrie et l'orientation. De nombreuses enquêtes ont été menées pour cavités théoriquement et expérimentalement pour une large gamme de nombres de Rayleigh [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Convection naturelle dans l'air rempli cavité à parois verticales qui sont chauffées et refroidies tandis que ses murs horizontaux sont adiabatiques ont reçu une grande considération car de nombreuses applications industrielles utilisent ce concept comme prototype

Plus tôt, la convection naturelle à l'intérieur des cavités rectangulaires sans et avec obstacles qui ont été rapportés par des chercheurs [7, 8, 9] qui ont analysé numériquement la convection libre de nano fluide ou pur fluide à l'intérieur d'une cavité carrée avec un triangulaire décentré et centré réchauffeur selon la méthode de Boltzmann sur réseau. Leurs investigations ont montré qu'à haut Rayleigh, il existe un important effet sur le transfert de chaleur lorsque le bloc triangulaire est placé verticalement, mais aux faibles valeurs de Rayleigh le transfert de chaleur est plus affecté pour Position décentrée du bloc.

Baghsaz et al [10] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse remplie de nano fluide en considérant la formation d'entropie. Les résultats obtenus ont indiqué que l'irréversibilité du processus et le transfert de chaleur par convection naturelle augmentaient en augmentant les valeurs de porosité et les nombres Ra.

Oztop et Abu-nada [11] ont fait une étude sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans des cavités rectangulaires remplies de nano fluide par la méthode des volumes finis. Les cavités avaient une paroi verticale froide et un réchauffeur localisé sur l'autre paroi verticale et des parois horizontales isolées.

Zhan et al. [12] ont utilisé une approche expérimentale pour étudier le transfert de chaleur convectif naturel dans une cavité fermée et l'étude a rapporté que, en augmentant la distance entre les sources de chaleur, le transfert de chaleur a été amélioré puis diminué. Leurs études ont également prouvé que le transfert de chaleur pouvait être amélioré en augmentant la différence de température entre les sources de chaleur et les dissipateurs.

Aminossadati et Ghasemi [13] ont analysé la convection naturelle du nano fluide dans une cavité carrée à deux parois horizontales verticales et supérieures et un réchauffeur à flux de chaleur constant situé sur son fond horizontal mur. Ils ont étudié l'effet du nombre de Rayleigh, de la fraction volumique des nanoparticules, de la taille et de l'emplacement du réchauffeur et du type de nano fluide. Dans cette étude, l'écoulement de fluide entraîné par la flottabilité et le transfert de chaleur dans des cavités rectangulaires remplies de nano fluide TiO_2 -Eau est simulé numériquement par la méthode des volumes finis.

1.2.b Convection mixte :

Rahman et al [14] ont étudié la convection mixte à deux dimensions à l'intérieur d'une cavité ventilée avec un solide circulaire conducteur chauffé horizontalement pour différentes tailles du cylindre ($0 < Ri < 6$) et aussi le nombre de Richardson $0 < Ri < 5$ en utilisant la méthode des éléments finis. En conséquence, le phénomène à l'intérieur de la cavité avec ou sans cylindre dépend à la fois du diamètre du cylindre et du nombre Ri.

R.H. Oosthuisen et J.T. Paul [15] ont analysé numériquement la convection mixte dans une cavité remplie d'air et soumise à une ventilation extérieure. Leur analyse révèle que la convection forcée prédomine lorsque le rapport des nombres de Nusselt correspondant à la convection forcée et naturelle (Nu_f / Nu_n) est supérieur à 2.5 pour des rapports de forme (hauteur/ largeur) de 2 et 4

J.P. Simoneau et al [16] ont mené une étude numérique de la convection mixte dans une cavité différentiellement chauffée, dont les parois actives sont munies de deux ouvertures diamétralement opposées. Les résultats obtenus quant au transfert de chaleur montrent que le nombre de Nusselt présente un maximum pour $Re^2 / Gr = 2.10^{-3}$ et un minimum pour $Re^2 / Gr = 3.10^{-2}$

Raji et al. [17] ont étudié le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité ventilée. Les résultats numériques ont montré la présence d'une interaction maximale entre les effets de la convection forcée et naturelle, avec l'existence de différents régimes d'écoulement délimités dans le plan Ra-Re. Les auteurs ont donné des corrélations des valeurs critiques de Reynolds, qui délimitent les trois régimes de transferts (convection naturelle, mixte et forcée), en fonction du nombre de Rayleigh

Sourtiji et al [18] ont réalisé une étude numérique d'un écoulement turbulent en convection forcée à l'intérieur d'une cavité ventilée carrée. Les résultats indiqués que la meilleure position de l'orifice de sortie est spécifiée en considérant à la fois le maximum nombre de Nusselt global et chute de pression minimale du système dans la cavité simultanément. C'était constaté que le cas avec l'orifice de sortie positionné sur le côté droit de la paroi inférieure pour le cas avec des ports larges, et celui avec le port de sortie situé sur le mur gauche. Les ports minces sont les meilleures positions pour obtenir les meilleures performances du système.

Mosharrof et al [19] ont comparé des simulations numériques de convection mixte gérées en deux et en trois dimensions à l'intérieur d'une cavité ventilée. Les résultats ont révélé que le taux de transfert de chaleur par convection augmente de façon frappante à l'intérieur de la pièce ventilée à des nombres Re et Ri élevés

Rahman et al [20] ont réalisé une étude numérique sur flux de convection mixte et caractéristiques de transfert de chaleur à l'intérieur d'une cavité ventilée carrée avec un solide générateur de chaleur corps circulaire au centre.

L'entrée était au bas du mur de gauche, tandis que la sortie est en haut du mur droit, et tous les murs ont été supposés adiabatiques. Une méthode d'éléments finis résiduels pondérés de Galerkin a été utilisée pour résoudre les équations de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Leur étude a intégré le problème mentionné avec les effets du diamètre de cylindre sans dimension D du corps, rapport de conductivité thermique K entre solide et fluide, et le paramètre générateur de chaleur Q sur les champs thermique et d'écoulement. Là le milieu a été considéré comme de l'air avec un nombre de Prandtl de 0,71. Avec l'hypothèse d'un écoulement bidimensionnel, stable, laminaire, incompressible, à convection mixte, fluide constant propriétés, et un rayonnement négligeable, en plus de l'approximation de Boussinesq. De leur étude, ils ont réussi à conclure que les paramètres mentionnés précédemment ont des effets remarquables effet sur les lignes de courant et le champ thermique ainsi que sur le taux de transfert de chaleur et le sans dimension force de traînée moyenne.

1.2.c Effet du champ magnétique sur la convection naturelle (ou mixte) :

Shahi et al. [21] ont réalisé une étude numérique concernant la convection mixte au sein d'un nano fluide (Cu-Eau) dans une cavité carrée ventilée dont une portion de sa base est soumise à un flux de chaleur. Leurs résultats indiquent l'ajout de nanoparticules conduit à l'augmentation du nombre de Nusselt moyen

Kaseipoor et al ont analysé la convection mixte au sein d'un nano fluide (Cu-eau) remplissant une cavité ventilée de forme « T » soumise à un champ magnétique. Ils ont découvert que la présence de nanoparticules dans l'eau améliore le transfert thermique, ainsi que le nombre de molécules de Reynolds et Hartmann dans l'eau.

Meherez et al [22] ont mené un analysé numérique sur l'influence de l'angle d'inclinaison du champ magnétique sur le transfert thermique ainsi que sur la production d'entropie au sein d'une cavité ouverte traversée par un nano fluide.

Rudraiah et al [23] ont étudié numériquement l'effet du champ magnétique sur la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire. Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur diminue en présence du champ magnétique.

Qi et al [24] ont étudié la convection naturelle dans une cavité partiellement chauffée par le bas en présence d'un champ magnétique non uniforme imposé. Ils ont constaté que la vitesse diminue avec l'augmentation de la force du champ magnétique.

Kolsi et al. [25] ont étudié l'effet d'un champ magnétique externe sur la convection naturelle dans des métaux liquides dans une cavité cubique. Ils ont observé que l'entropie générée est répartie sur toute la cavité en présence d'un champ magnétique

Mahmoudi et ses collègues [26] ont étudié la convection naturelle MHD et génération d'entropie dans une cavité remplie de nano fluide en présence d'un champ magnétique. Leurs résultats ont montré que le taux de transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann et augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Le flux de convection naturelle stable et laminaire dans l'existence d'un champ magnétique est examiné par **Ece et Buyuk** [27]. Ils ont découvert que ce champ supprimait le flux convectif et que sa direction influençait également le modèle de flux

Sivasankaran et Ho [28] ont étudié numériquement les effets des propriétés dépendant de la température sur la convection naturelle de l'eau dans une cavité en présence d'un champ magnétique. Ils ont observé que le taux de transfert de chaleur diminue avec une augmentation du champ magnétique et dépend de la direction du champ magnétique externe.

Le flux de convection instationnaire, laminaire et mixte en présence de génération ou d'absorption de chaleur interne avec un champ magnétique dans une enceinte à couvercle chauffé de manière isotherme est étudié par **chamkha** [29]. Il a montré que le champ magnétique affecte fortement la manière d'écoulement et le transfert de chaleur

Ghasemi et al. [30] Ont étudié la convection naturelle dans une enceinte remplie d'un nano fluide eau- Al_2O_3 sous l'influence d'un champ magnétique. Ils ont indiqué que le taux de transfert de chaleur diminue avec une augmentation du nombre de Hartmann.

Kefayati et Tang [31] ont travaillé sur les effets du champ magnétique en cas d'écoulement par convection mixte de fluides viscoplastiques dans une enceinte à couvercle. Ils ont utilisé la méthode Lattice Boltzmann (LBM) pour résoudre les équations gouvernantes et ont constaté que l'augmentation du nombre de Hartmann réduit progressivement le transfert de chaleur et que l'angle du champ magnétique modifie le transfert de chaleur et les régions non cédées ou cédées.

Ray et Chatterjee [32] ont résolu la convection mixte dans une cavité entraînée par un couvercle avec des éléments chauffants d'angle sous l'effet d'un champ magnétique. Ils incluaient les effets de la conduction et du chauffage Joule. Leurs résultats révèlent que l'effet de chauffage Joule est insignifiant sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide.

Kefayati et al. [33] Ont étudié la convection mixte sous l'influence du champ magnétique dans une cavité entraînée par un couvercle avec des conditions de paroi chauffée linéairement. Ils ont utilisé LBM pour simuler le champ d'écoulement et la distribution de température

Al-Rashed et al. [34] Ont étudié l'effet du champ magnétique partiel actif sur la convection naturelle dans une cavité cubique tridimensionnelle remplie de nanotubes de carbone-nano fluide

Purusothaman et al. [35] Ont mené un travail numérique tridimensionnel sur la convection naturelle dans une cavité par une plaque thermiquement active en présence de champ magnétique et ont conclu que le transfert de chaleur est puissamment réprimé par les effets magnétiques dans les directions x et y.

Venkatachalappa et al. [36] Ont rapporté l'effet d'un champ magnétique axial ou radial sur la convection naturelle à double diffusion dans une cavité annulaire cylindrique verticale. D'après leurs résultats, on constate que le champ magnétique supprime la double convection diffusive uniquement pour les faibles rapports de flottabilité. Mais,

pour un rapport de flottabilité plus important, le champ magnétique est efficace pour supprimer le flux de convection thermique

Aminossadati et al. [37] ont montré dans leur étude de la convection naturelle MHD dans une cavité carrée avec une ailette mince que la position de l'ailette a plus d'effet sur la paroi chaude que sur la paroi froide à des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh où le transfert de chaleur est principalement dû à la convection.

1.2.d Substances magnétiques :

1.2.d.1 Diamagnétique :

Faraday [38] a observé que le prisme s'orientait, non pas suivant les lignes de force, comme l'aurait fait un prisme semblable en fer, mais perpendiculairement à ces lignes. Des sphères de la même matière étaient repoussées hors du champ. C'était la découverte du diamagnétisme, phénomène entrevu à plusieurs reprises, depuis le XVIII^e siècle, notamment par A.-C. Becquerel, mais peu étudié et mal compris.

1.2.d.2 Paramagnétique :

Charles [39] par ses études a montré que le paramagnétisme varie avec la température

En développant sa théorie statistique du paramagnétisme, **Langevin** [40] avait démontré que toute variation de l'aimantation devait être accompagnée d'un phénomène thermique

Faraday [41] a reconnu que presque tous les composés des métaux paramagnétiques sont eux-mêmes paramagnétiques. Le manganèse pur peut donc se manifester sous deux formes, l'une paramagnétique et l'autre ferromagnétique. Corps, matériau doué de cette propriété. Quand un paramagnétique est soumis à un champ

1.2.d.3 Ferromagnétique :

Quillet [39] a découvert qu'une partie du magnétisme traitait des corps ferromagnétiques.

P. Weiss [42] a créé la théorie du ferromagnétisme en introduisant la notion du champ moléculaire tandis que l'antiferromagnétisme et le ferrimagnétisme étaient prévus théoriquement, puis mis en lumière expérimentalement.

Chapitre 2 Formulation mathématique

2.1 Introduction :

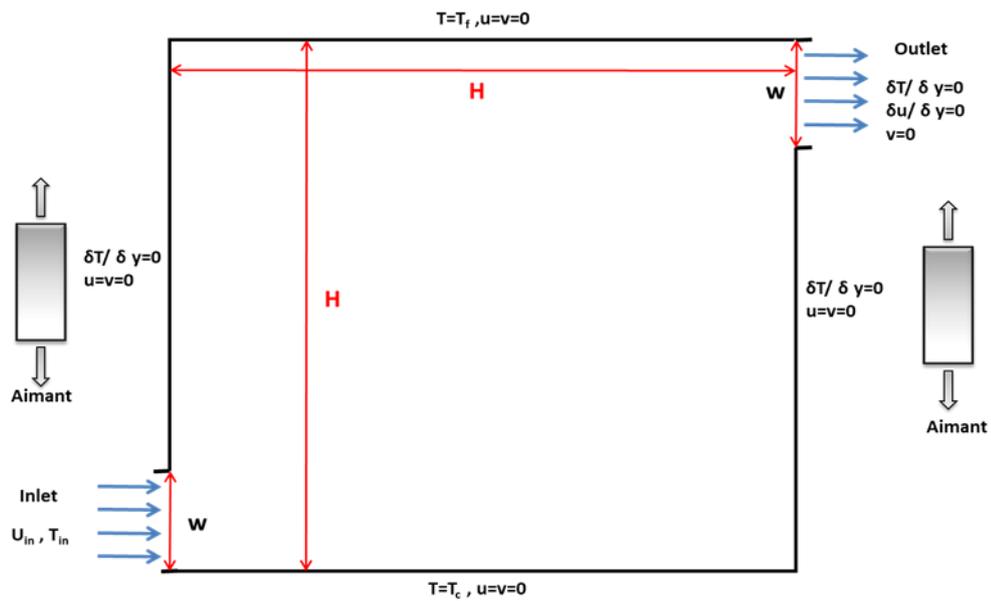
Nous présentons dans cette partie la géométrie physique étudiée ainsi que le modèle mathématique correspondant défini par les lois de conservation de masse, de quantité de mouvement suivant les deux directions et de l'énergie. Les conditions aux limites et la mise en forme adimensionnelle des équations sont aussi discutées dans cette partie.

2.2 Formulation mathématique :

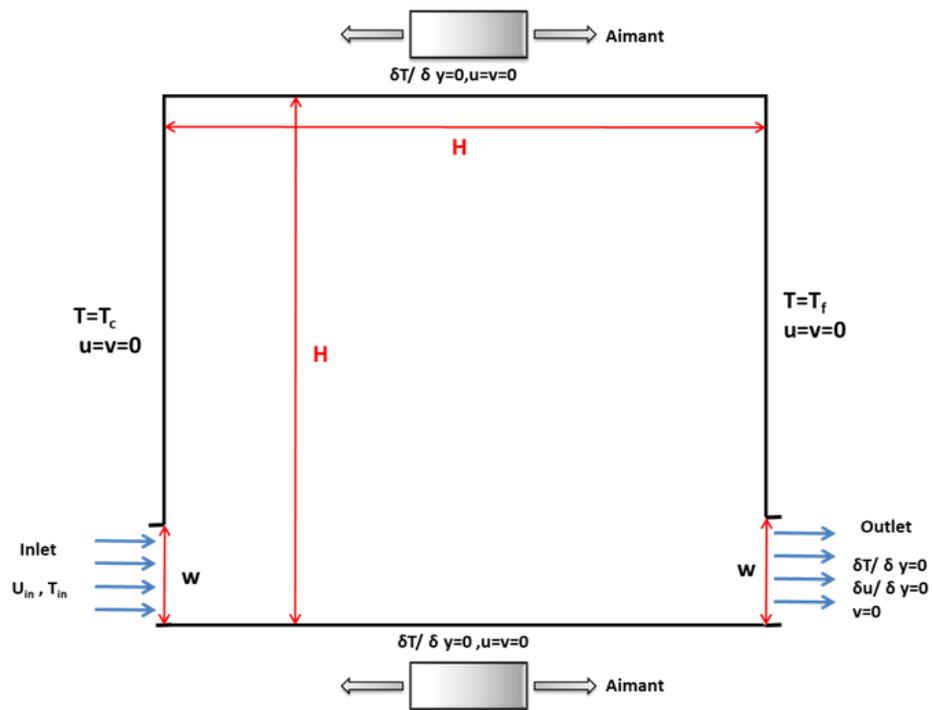
2.2.a Géométrie physique :

Le model physique considéré est une cavité carrée d'arrête H présenté sur la figure 1 avec les conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques.

Il s'agit d'une cavité ventilée, traversée par l'air supposés une substance paramagnétique en régime laminaire et stationnaire. La cavité est supposée être de longueur infinie suivant la troisième direction Oz , orthogonale au plan xOy , conférant au problème physique un caractère bidimensionnel. De plus, la cavité est soumise à l'action d'un champ magnétique externe et uniforme, d'intensité B_0 orienté suivant la direction horizontale (figure 1a), soit suivant la direction verticale (figure 1b). L'air est introduit dans la cavité à une vitesse (U_{in}) et à une température (T_{in}) à travers une ouverture de hauteur (w) placée au niveau de la partie inférieure de la paroi verticale gauche. Le fluide s'évacue alors à travers une ouverture de même hauteur que celle de l'entrée, située à la partie supérieure de la paroi verticale droite de la cavité. Le reste des parois verticales gauche et droite sont imperméables et maintenues à des températures (T_c) et (T_f) respectivement et à laquelle (T_c) > (T_f). Les parois horizontales inférieure et supérieure sont supposées imperméables et adiabatique.



(a)



(b)

Figure 1 : Model physique et conditions aux limites

2.2.b Modèle mathématique :

2.2.b.1 Hypothèses simplificatrices :

Les hypothèses qui permettent une description mathématique relativement simple du phénomène étudié sont :

- fluide newtonien incompressible en régime laminaire stationnaire
- La matrice poreuse est homogène, perméable et non déformable.
- la dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligée.
- La densité du fluide est considéré constante excepté dans le terme des forces de volume contenu dans l'équation de conservation de quantité de mouvement. Cette hypothèse est justifiée en convection mixte est constitué une des hypothèses de l'approximation de Boussinesq.

2.3 La susceptibilité magnétique :

Les substances magnétiques sont les milieux susceptibles de s'aimanter dans un champ magnétique, c'est-à-dire de créer un champ magnétique propre. D'après leurs propriétés magnétiques, ces composés se divisent en trois groupes principaux : diamagnétiques, paramagnétiques et ferromagnétiques. L'aimantation M est le paramètre qui correspond à la réponse d'un matériau magnétique à un champ magnétique, elle est donnée par :

$$M = \chi_m H \quad (1)$$

H étant l'intensité du champ magnétique imposé.

La constante de proportionnalité χ_m est un nombre sans dimension appelé "susceptibilité magnétique spécifique" du matériau. Les substances paramagnétiques acquièrent une faible aimantation dirigée dans le sens du champ H ($p_{dyn} = p' + p_0$, $\chi_m > 0$). Les substances diamagnétiques acquièrent une très faible aimantation dirigée en sens inverse de H ($\chi_m < 0$). Les matériaux ferromagnétiques sont des substances jouissant de propriétés

magnétiques particulières. On peut rapporter les susceptibilités magnétiques à l'unité de masse. On a la relation :

$$\chi = \chi_m / \rho \quad (2)$$

2.4 Loi de Curie :

La loi de Curie est une loi de la physique, mise au point par Pierre Curie, qui quantifie la magnétisation d'un matériau paramagnétique quand il est soumis à un champ magnétique. La loi de Curie est exprimée comme suit :

La susceptibilité paramagnétique est inversement proportionnelle à la température absolue. On appelle constante de CURIE la constante de proportionnalité C relative à une mole de matière [43]:

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (3)$$

Cette loi est suivie rigoureusement par l'oxygène gazeux, les sels minéraux en solution et certains solides. Ce sont des corps paramagnétiques parfaits.

Cette loi peut être démontrée par la physique statistique en considérant un système composé d'un grand nombre de moments magnétiques indépendants pouvant s'orienter parallèlement ou antiparallèlement à un champ magnétique appliqué B .

On retrouve alors la loi de Curie dans la limite où l'énergie magnétique des particules B reste très inférieure à l'énergie d'agitation thermique $k_B T$, où k_B est la constante de Boltzmann.

2.4.a Forces magnétiques :

Un champ magnétique uniforme n'exerce ni force ni couple sur un corps diamagnétique ou paramagnétique puisque le moment magnétique est constamment parallèle au champ magnétique. Pour les corps ferromagnétiques ; que le champ magnétique appliqué soit uniforme ou non, les propriétés ferromagnétiques font que la substance est soumise à une force dépendant du gradient du champ nécessairement existant par la création d'un champ magnétique induit non uniforme.

Pour des particules chargées q d'une substance électro conducteur se déplaçant dans une région de l'espace à la vitesse \vec{V} où règne un champ électrique \vec{E} et un champ magnétique \vec{b} ; la particule est alors soumise à une force électromagnétique (ou force de Lorentz) telle que [44, 45] :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{b}) \quad (4)$$

Cette force à deux composantes :

$$\vec{F}_e = q\vec{E} : \text{force électrostatique.}$$

$$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{b} = q\vec{E}_m : \text{force magnétique.}$$

Que ce soit pour le diamagnétisme ou le paramagnétisme, l'expression de la force magnétique appliquée aux matériaux linéaires paramagnétiques et diamagnétiques s'exprime sous la forme dite force de Kelvin [45] :

$$\vec{F}_{kelvin} = \frac{\chi_m(T)}{2\mu_m} \nabla b^2 = \frac{\rho\chi(T)}{2\mu_m} \nabla b^2 \quad (5)$$

Où b est l'induction magnétique (T) de la distribution de champ en absence de substance magnétique.

Dans le système de coordonnées cartésiennes bidimensionnel, cette force est donnée par :

$$\vec{F}_{kelvin} = \frac{\chi_m(T)}{2\mu_m} \nabla b^2 = \frac{\rho\chi(T)}{2\mu_m} \left(\frac{\partial b^2}{\partial x} \vec{ex} + \frac{\partial b^2}{\partial y} \vec{ey} \right) \quad (6)$$

Nous supposons davantage que la cavité est soumise à un gradient vertical, (Figure 1) uniforme de champ magnétique extérieur excitateur [46].

- Dans le cas d'un gradient vertical du champ magnétique :

$$b(y) = b_0 e^{-\lambda(y-y_m)^2} \quad (7)$$

- Dans le cas d'un gradient horizontal du champ magnétique :

$$b(x) = b_0 e^{-\lambda(x-x_m)^2} \quad (8)$$

Avec :

$$\lambda = -4Ln(10^{-2}) \quad (9)$$

y_m Et x_m représentent l'ordonnée ou l'abscisse du point où le champ est maximum.

Les équations générales de conservation, à savoir : les équations de Continuité, de la Quantité de mouvement suivant x et y ainsi que l'équation de l'Energie sont données, dans le cas d'un gradient vertical de champ magnétique, sous leur forme adimensionnelle comme suit :

Les équations générales de conservation, à savoir : les équations de Continuité, de la Quantité de mouvement suivant X et Y ainsi que l'équation de l'Energie sont données, dans le cas d'un gradient vertical de champ magnétique, sous leur forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho_{ref} g + \frac{\rho \chi}{2\mu_m^2} \frac{\partial b^2}{\partial y} \quad (11)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho_{ref} g + \frac{\rho \chi}{2\mu_m^2} \frac{\partial b^2}{\partial y} \quad (12)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

Avec $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ la diffusivité thermique.

2.5 Hypothèse de Boussinesq :

2.5.a Pour le terme de la force de flottabilité :

L'approximation de Boussinesq consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables aux niveaux de tous les termes des équations de quantité de mouvement ($\rho = \rho_0$), sauf au niveau du terme de gravité (ρ_{ref}). La variation de ρ en fonction de la température est donnée comme suit [19] :

$$\rho_{ref} = \rho - \rho_0 = -\beta_t (T - T_0) \quad (12)$$

2.5.b Pour le terme de la force magnétique (force de Kelvin) :

La force magnétique peut être incluse en tant que force extérieure supplémentaire dans les équations faible nombre de Mach comme suit :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \nabla \vec{V} \right) = -\nabla p_{dyn} + \mu \Delta \vec{V} + \rho \vec{g} + \frac{\chi \rho}{2\mu_m} \nabla b \quad (13)$$

Cependant, lorsque χ et ρ sont des constantes, la convection ne se produit pas. En

Supposant que cet état est représenté par :

$\vec{V} = 0$, $\rho = \rho_0$, $\chi = \chi_0$, $p = p_0$ et $T = T_0$, l'équation (15) donne :

$$0 = \rho_0 \vec{g} - \nabla p_0 + \frac{\chi_0 \rho_0}{2\mu_m} \nabla b^2 \quad (14)$$

Avec p_0 la pression statique.

Lorsqu'une différence de température existe, la susceptibilité magnétique et la densité change avec la température. La pression p_{dyn} peut donc être exprimée comme la somme d'une pression p' perturbée et la pression statique p_0 :

$$p_{dyn} = p' + p_0 \quad (15)$$

La différence entre les équations (15) et (16) est :

$$\rho \left((\vec{V}\nabla)\vec{V} + \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} \right) = (\rho - \rho_0)\vec{g} - \nabla p' + \mu\Delta\vec{V} + \frac{\chi\rho - \chi_0\rho_0}{2\mu_m} \nabla b^2 \quad (16)$$

Pour le cas Boussinesq, on utilise la même procédure d'approximation de la densité dans le terme d'Archimède, pour approximer la susceptibilité dans le terme de la force magnétique. Et qui peut être représentée en utilisant le développement en série Taylor,

comme suit :

$$\rho\chi = \rho_0\chi_0 + \left[\frac{\partial(\rho\chi)}{\partial T} \right]_0 (T - T_0) \quad (17)$$

Pour un gaz parfait : $\rho = \frac{P}{rT}$, on a donc :

$$\frac{\partial\rho}{\partial T} = -\frac{\rho}{T} \quad (18)$$

En plus :

$$\frac{\partial\chi}{\partial T} = \frac{\partial(C/T)}{\partial T} = -\frac{C}{T^2} = -\frac{\chi}{T} \quad (19)$$

Il vient que :

$$\rho\chi = \rho_0\chi_0 + \left[\frac{\partial(\rho\chi)}{\partial T} \right]_0 (T - T_0) = \rho_0\chi_0 + \left[\rho \frac{\partial\chi}{\partial T} - \chi \frac{\partial\rho}{\partial T} \right]_0 (T - T_0) \quad (20)$$

Tenir compte de (6.15) et (6.16), avec $\frac{1}{T_0} = \beta$ (pour un gaz parfait), on obtient

finalement :

$$\rho\chi - \rho_0\chi_0 = -2\beta\rho_0\chi_0(T - T_0) \quad (21)$$

Les équations du mouvement deviennent alors :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (22)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\beta \rho_0 \chi_0}{\mu_m} (T - T_0) \frac{\partial b^2}{\partial x} \quad (23)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g \beta (T - T_0) - \frac{\beta \rho_0 \chi_0}{\mu_m} (T - T_0) \frac{\partial b^2}{\partial y} \quad (24)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (25)$$

2.6 Conditions aux limites :

À l'entrée : $(x=0, 0 \leq y \leq w)$

$U = U_{in}$; $v = 0$; $T = T_{in}$

À la sortie : $(x=H, H-w \leq y \leq H)$

$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0$, $v=0$.

À la paroi horizontale supérieure : $(0 \leq x \leq H; y = H)$

$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$, $u = v = 0$.

À la paroi horizontale inférieure : $(0 \leq x \leq H, y = 0)$

$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$, $u = v = 0$.

À la paroi verticale gauche : $(w \leq y \leq H; x = 0)$

$T = T_c = 0$, $u = v = 0$.

À la paroi verticale droite : $(0 \leq y \leq H - w; x = H)$

$T = T_f = 0$, $u = v = 0$.

2.7 Adimensionnement des équations gouvernantes :

Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence suivantes :

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H}, (U, V) = \frac{(u, v)}{U_{in}}, P = \frac{p}{\rho U_{in}^2}, \theta = \frac{T - T_0}{T_c - T_f}$$

2.7.a Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (26)$$

2.7.b Equations de quantité de mouvement :

Suivant x :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \gamma_m \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \theta \frac{\partial B^2}{\partial X} \quad (27)$$

Suivant y :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \theta - \gamma_m \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \theta \quad (28)$$

2.7.c Equation de l'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{RePr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (29)$$

Avec :

Nombre de Rayleigh :

$$Ra = g \beta \Delta T H^3 / (v \alpha)$$

Nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{U_{in} H}{v}$$

Nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Nombre magnétique :

$$\gamma_m = \frac{\chi_0 B_0^2}{\mu_m g H}$$

Nombre de Nusselt :

Le transfert thermique au sein de la cavité est évalué à travers le calcul des nombres de Nusselt local et moye sur la paroi chaude inferieure, donnés respectivement par les expressions suivantes :

$$Nu(X) = - \left. \frac{\partial \theta(X, Y)}{\partial Y} \right|_{X=0}$$

$$Nu_{av} = \int_0^1 Nu(X) dX = - \int_0^1 \left(\left. \frac{\partial \theta(X, Y)}{\partial Y} \right)_{X=0} \right) dX$$

2.7.d Condition aux limites Adimensionnel :

A l'entrée : $(X=0, 0 \leq Y \leq \frac{w}{H})$

$$U = 1 ; V = 0 ; \theta = -0.5$$

À la sortie : $(X=1, 1 - \frac{w}{H} \leq Y \leq 1)$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, V = 0.$$

À la paroi horizontale supérieure : $(0 \leq X \leq 1; Y = 1)$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, U = V = 0.$$

À la paroi horizontale inférieure : $(0 \leq X \leq 1, Y = 0)$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, U = V = 0.$$

À la paroi verticale gauche : $(\frac{w}{H} \leq Y \leq 1; X = 0)$

$$\theta = 0.5, U = V = 0.$$

À la paroi verticale droite : $(0 \leq Y \leq 1 - \frac{w}{H}; X = 1)$

$$\theta = -0.5, U = V = 0.$$

Chapitre 3 Résolution numérique :

3.1 Introduction :

Les équations d'un problème de mécanique des fluides sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires, elliptiques et couplées. En raison de leur complexité, elles ne peuvent être résolues analytiquement.

Il existe plusieurs méthodes numériques pour la résolution de ce type d'équations, les méthodes les plus connues sont :

- La méthode des différences finies.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode des volumes finis.

Pour résoudre ces équations on utilise la méthode des volumes finis à cause de sa fiabilité et sa caractère conservatif et sans doute parce qu'elle est la plus employée actuellement, elle offre, en particulier :

- Les équations aux différences traduisent la conservation de bilan de quantité de mouvement et d'énergie. Cela signifie que l'extension du principe de conservation écrit sous une forme discrétisée pour un volume de contrôle typique fini est vérifiée pour l'ensemble du domaine numérique ;
- Sa maniabilité, sa robustesse numérique et son formalisme très proche de la réalité physique (conservation des bilans d'énergie et de quantité de mouvement).

3.2 Volumes finis :

3.2.a Principe :

Les formulations conservatrices des équations aux dérivées partielles offrent l'avantage de pouvoir être reformulées de façon intégrale à l'aide du théorème de la divergence. Le principe de conservation est la loi fondamentale de la méthode des volumes finis. Il stipule que la variation d'une propriété dépend du flux net traversant la frontière S qui enveloppe le volume Ω . La méthode des volumes de contrôle est, donc, une technique de discrétisation pour la résolution des équations s'écrivant sous la forme conservatrice. Son principe est très simple, initialement développé dans le cas des écoulements compressibles par Godunov [47] et Glimm [48], puis répandu dans la communauté scientifique des mécaniciens par Patankar & Spalding [49] dans les années 70 et est discuté en détail par Patankar [50] en 1980. Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer l'équation à résoudre sur chacun des volumes de contrôle.

Comme il est montré dans la figure 1, le domaine est discrétisé à l'aide d'une grille dimensionnelle (uniforme ou non) dans les deux directions et orienté positivement vers la droite (Est) et vers le haut (Nord) respectivement. Pour écrire le schéma de discrétisation en un point P , on choisit une nomenclature adaptée au principe de la méthode de volumes finis pour le stockage des variables dans notre maillage et tout cela dans le but de rendre les choses plus faciles dans la suite de la discrétisation. On considère, donc, l'élément P comme indiqué sur la figure 2, et on note que les indices majuscules (E, W, N, S) caractérisent les variables

ayant trait aux centroides voisins de P, et les minuscules (e,w,n,s) sont ceux qui nous ramènent aux faces de l'élément.

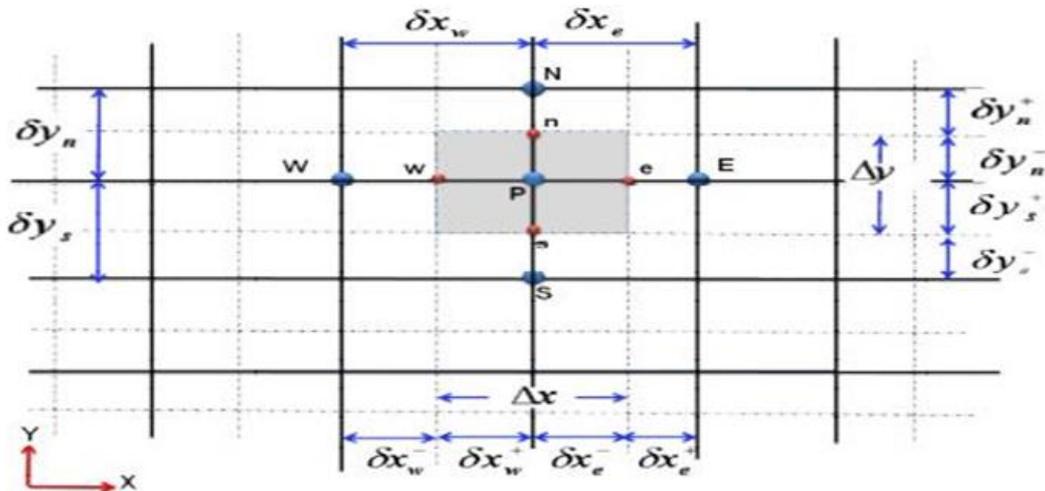


Figure 2 Volume de contrôle dans le cas de 2D.

3.2.b Maillage décalé :

La discrétisation d'une équation de transport diffusion sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes (u_e, u_w, v_n, v_s). Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolations). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes à cause de la répartition de pression ou de vitesse en « damier » (un champ de pression oscillatoire dans un maillage collocatif, (figure 3a) est vu comme un champ uniforme). Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées « staggered grid » (figure 3b). Cependant, des méthodes récentes ont été proposées sur des maillages collocatifs par Rhie& Chow qui éliminent les problèmes d'oscillations néfastes au moyen d'interpolation appropriée.

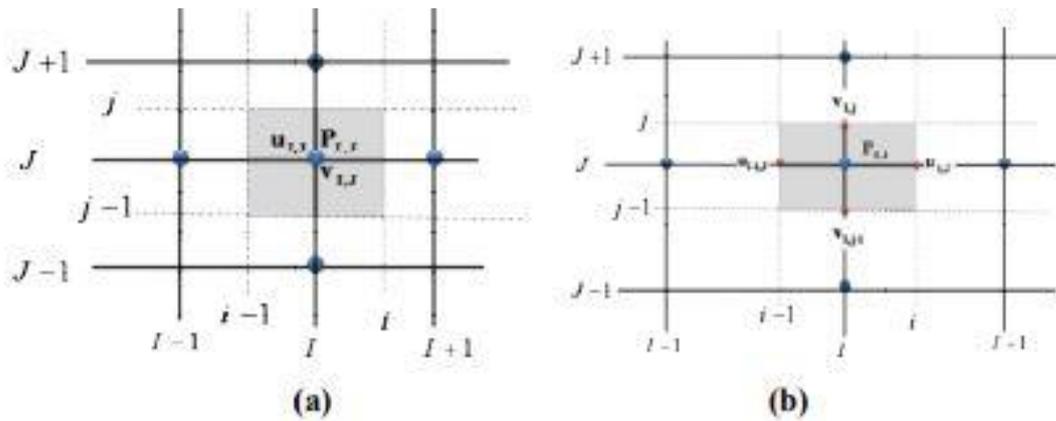


Figure 3 Maillage de la formulation vitesse-pression : (a) maillage collocatif ; (b) maillage décalé.

On décompose le maillage principal (figure 2) en trois maillages secondaires. Un maillage principal est construit pour calculer la pression, la température, la densité (P, ϕ, ρ) et pour l'équation de conservation de masse (au centre de chaque volume de contrôle). Deux maillages décalés vers la droite et vers le haut respectivement sont utilisés pour le calcul des vitesses (u, v) dans les deux directions (sur les faces du volume de contrôle), c'est-à-dire que les inconnues du problème ne sont pas toutes calculées sur le même maillage de calcul. On peut employer pour des variables différentes des maillages différents, des volumes de contrôle différents, des points de stockage différents. L'arrangement relatif aux différentes variables est schématisé sur la figure 3.

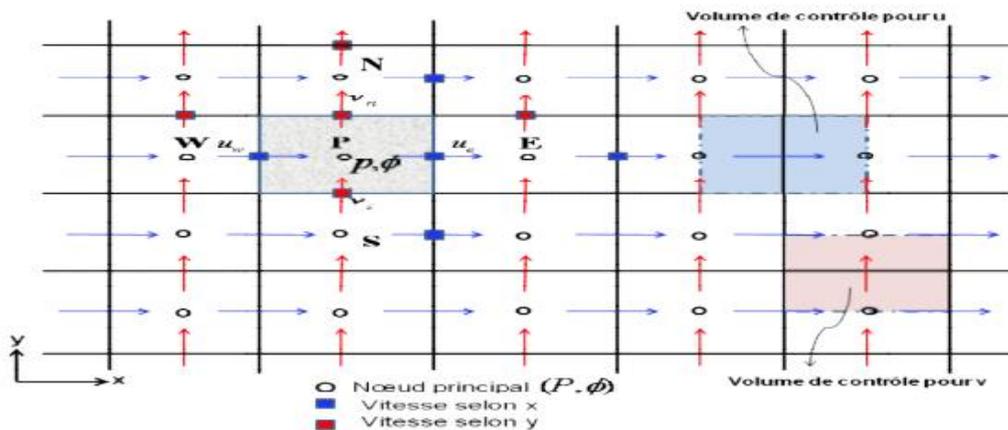


Figure 4 Volumes de contrôle pour les scalaires et les vitesses

Finalement, on décompose le maillage principale (fig. 4) en trois maillages secondaires, un pour les quantités scalaires (P, ϕ) et pour l'équation de conservation de masse et deux autres pour les deux composantes de la vitesse (u, v).

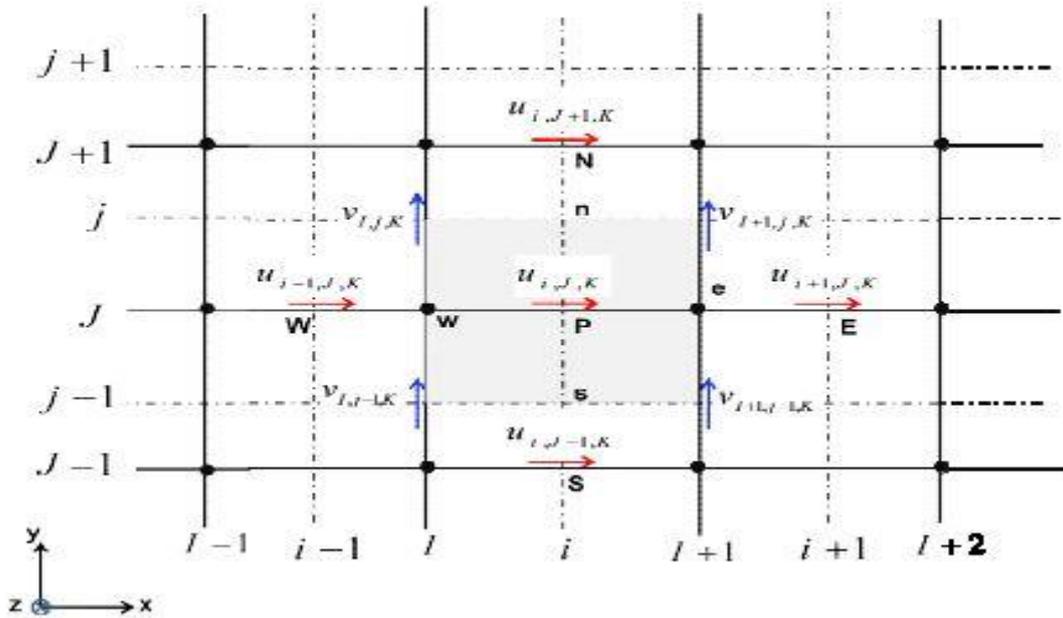


Figure 5 volume de contrôle pour la composante u et ces voisines.

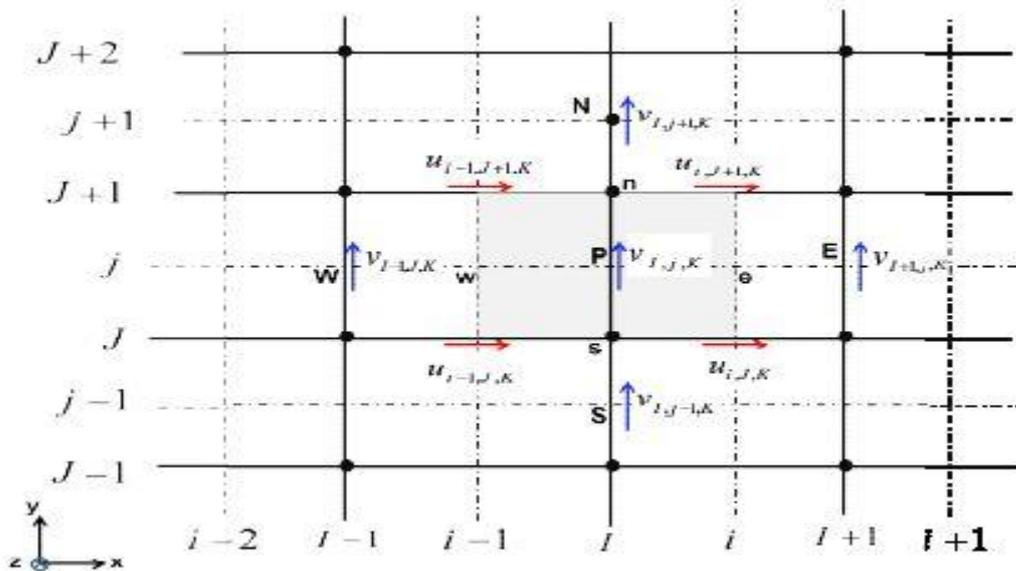


Figure 6 volume de contrôle pour la composante v et ces voisines.

Le maillage décalé a été proposé par Harlow et Welch [51] en 1965 pour la méthode MAC (Marker And Cell) qui était destinée à la simulation numérique de l'écoulement à surface libre. Ce maillage est très ramassé au sens où les vitesses discrètes sont disposées de manière rapprochée autour des nœuds de pression. Il donne lieu à des approximations compactes qui font intervenir des points très voisins. Le maillage décalé jouit de propriétés de convergence spatiale qui en font un maître choix.

3.3 Discrétisations Des Equations De Conservation :

Pour simplifier la présentation, les équations de conservation données au chapitre 2, sont traduites mathématiquement par des équations de transport de fonctions scalaires qui prennent la forme générale d'une équation de convection-diffusion de ϕ :

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V} \phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi \quad (30)$$

Le premier terme de cette équation : $\nabla \cdot (\rho \vec{V} \phi)$, représente le transport de ϕ par convection. Dans le second membre, le premier terme, $\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)$, correspond au transport de ϕ par diffusion, et le dernier, S_ϕ , terme source, la production locale de ϕ . Les termes : ϕ, Γ et S_ϕ sont expliqués en détail dans le tableau 1.

Tableau 1 : Expressions de ϕ, Γ et S_ϕ pour les équations de conservation.

Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	$\frac{1}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial X} - \gamma_m \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \theta \frac{\partial B^2}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	μ	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \theta - \gamma_m \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \theta \frac{\partial B^2}{\partial Y}$
Energie	θ	$\frac{1}{\text{Re Pr}}$	0

L'équation différentielle instationnaire sous la forme générale (5) est intégrée dans le temps sur le volume de contrôle Ω_{CV} entourant le nœud courant P , on obtient :

$$\int_{\Omega_{CV}} \text{div}(\rho\phi\vec{u})d\Omega - \int_{\Omega_{Cr}} \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi)d\Omega = \int_{\Omega_C} S_\phi d\Omega \quad (31)$$

Grace au théorème de la divergence de Gauss, on obtient :

$$\int_{A_{CV}} (\rho\phi\vec{u}) d\vec{A} - \int_{A_{CV}} (\Gamma \text{grad}\phi) d\vec{A} = \int_{\Omega_{CV}} S_\phi d\Omega \quad (32)$$

Où A est la surface qui limite le volume de contrôle Ω_{CV} .

3.3.a Terme convectif :

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{A_{cv}} (\rho\phi\vec{u}) d\vec{A}_n = \int_{A_{cv}} (\rho\phi\vec{u}) (d\vec{A}_e - d\vec{A}_w + d\vec{A}_s - d\vec{A}_n) \\ &= \{(\rho\phi u A)_e - (\rho\phi u A)_w + (\rho\phi v A)_n - (\rho\phi v A)_s\} \end{aligned} \quad (33)$$

On définit la variable $F_i = (\rho v A)_i$, qui représente le flux de masse convectif traversé par la surface (i) , $i = (e, w, n, s)$.

Tableau 1 Expression des coefficients convectif

Face	e	w	n	s
Flux de masse convectif	$F_e = \rho_e u_e A_e$	$F_w = \rho_w u_w A_w$	$F_n = \rho_n v_n A_n$	$F_s = \rho_s v_s A_s$

Il vient que :

$$I_2 = \{F_e \phi_e - F_w \phi_w + F_n \phi_n - F_s \phi_s\} \quad (34)$$

3.3.b Terme diffusif :

Le gradient de ϕ aux interfaces est finalement calculé en supposant que ϕ varie linéairement entre chaque point du maillage (figure 8). On obtient ainsi :

$$I_3 = \int_{A_{Cr}} (\Gamma \text{grad} \phi) d\vec{A} = \left\{ \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} A \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} A \right)_w + \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} A \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} A \right)_s \right\} \quad (35)$$

$$I_3 = \left(\left(\Gamma \frac{\phi_E - \phi_P}{(\delta x)_e} A \right)_e - \left(\Gamma \frac{\phi_P - \phi_W}{(\delta x)_w} A \right)_w + \left(\Gamma \frac{\phi_N - \phi_P}{(\delta y)_n} A \right)_n - \left(\Gamma \frac{\phi_P - \phi_S}{(\delta y)_s} A \right)_s \right) \quad (36)$$

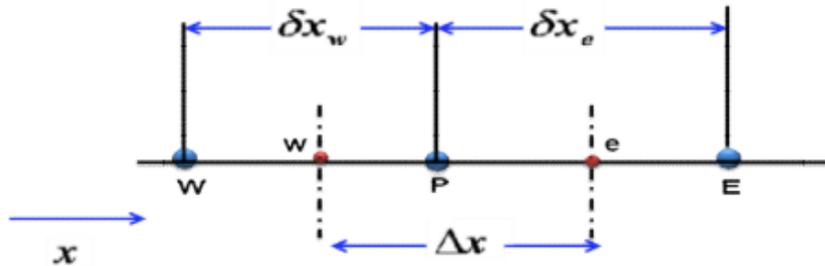


Figure 7 interpolation pour le gradient de ϕ

On pose $D_i = \frac{\Gamma_i A_i}{\delta x_i}$ qui représente le coefficient diffusif, $i = (e, w, n, s)$

Tableau2 : Expressions des coefficients diffusifs

Face	E	w	n	s
Conductance de diffusion	$D_e = \frac{\Gamma_e A_e}{\delta x_e}$	$D_w = \frac{\Gamma_w A_w}{\delta x_w}$	$D_n = \frac{\Gamma_n A_n}{\delta y_n}$	$D_s = \frac{\Gamma_s A_s}{\delta y_s}$

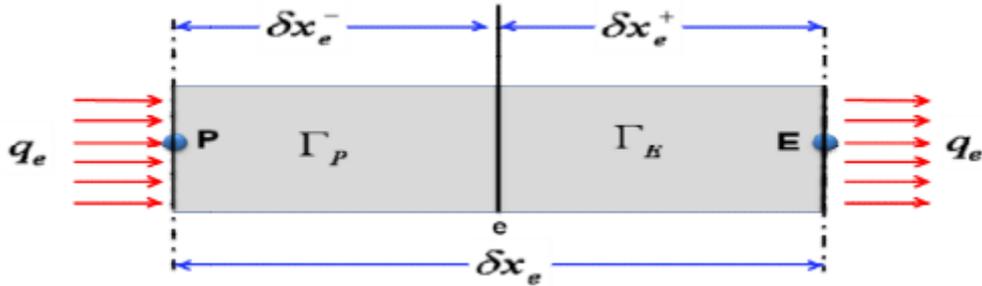
Calcul de la conductance Γ :


Figure 8 diffusivité pour un matériau composite

Si on définit les paramètres : $f_e = \frac{\delta x_e^+}{\delta x_e}$ et $1 - f_e = \frac{\delta x_e^-}{\delta x_e}$, l'expression de la conductivité thermique à l'interface du volume de contrôle :

$$\Gamma_e = \frac{1}{\frac{1-f_e}{\Gamma_P} + \frac{f_e}{\Gamma_E}} = \frac{\Gamma_P \Gamma_E}{f_e \Gamma_P + (1-f_e) \Gamma_E} \quad (37)$$

3.3.c Terme source :

L'intégration de ce terme est donnée par :

$$I_4 = \int_{\Omega_\sigma} S_\phi d\Omega = \bar{S} \Delta \Omega \quad (38)$$

Où \bar{S} est la valeur moyenne de S sur le volume considéré.

Souvent le terme source S_ϕ dépend de la variable ϕ . Il est exprimé comme une fonction linéaire de ϕ_p . La méthode de Pantakar est recommandée dans la linéarisation du terme source ; elle consiste à écrire :

$$\bar{S} = S_c + S_p \phi_p \quad (39)$$

Où S_c représente la partie constante de \bar{S} (qui ne dépend pas de ϕ_p), alors que S_p est le coefficient de ϕ_p (S_p ne représente pas \bar{S} évalué au point P).

L'utilisation des expressions de I_1, I_2, I_3 et I_4 permet d'écrire l'équation (7) sous forme discrétisée :

$$\{F_e\phi_e - F_w\phi_w + F_n\phi_n - F_s\phi_s\} - (D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) + D_n(\phi_N - \phi_P) - D_s(\phi_P - \phi_S)) = (S_C + S_P\phi_P)\Delta\Omega \quad (40)$$

3.3.d Équation de continuité :

Dans le cas des équations de Navier-Stokes, on doit aussi résoudre l'équation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (41)$$

L'intégration de cette équation sur le volume de contrôle Ω_{CV} conduit à :

$$\left(\int_{\Omega_c} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) d\Omega \right) + \left(\int_{\Omega_c} \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) d\Omega \right) = 0 \quad (42)$$

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w + (\rho v A)_n - (\rho v A)_s = 0 \quad (43)$$

Ce qui donne :

$$F_w - F_e + F_s - F_n = 0 \quad (44)$$

Effectuons l'opération [(49) - ($\phi_P \times (53)$)], on obtient :

$$\{F_w - F_e + F_s - F_n - S_P\Delta\Omega\}\phi_P + \{F_e\phi_e - F_w\phi_w + F_n\phi_n - F_s\phi_s\} - (D_e\phi_E - D_e\phi_P - D_w\phi_P + D_w\phi_W + D_n\phi_N - D_n\phi_P - D_s\phi_P + D_s\phi_S) = S_C\Delta\Omega \quad (45)$$

3.4 Schémas numériques :

Dans l'équation, l'inconnue ϕ_i , $i=e,w,n,s$ n'est pas encore exprimée sur son domaine de définition (E,W,N,S). L'interpolation assurant cette opération dépendra du choix du schéma de discrétisation spatiale. Il existe plusieurs schémas donnant la valeur de ϕ sur son domaine tel que : schéma CDS, upwind, exponentiel, hybride, puissance

Si on pose $Pe = \frac{F}{D}$ qui désigne le nombre de Péclet de maille, l'équation de

conservation une fois discrétisée implicitement en temps, est de la forme :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (46)$$

Où les coefficients de l'équation (57) sont exprimés sous la forme générale suivante :

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \quad (47)$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [F_w, 0] \quad (48)$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0] \quad (49)$$

$$a_S = D_x A(|P_x|) + [F_x, 0] \quad (50)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \quad (51)$$

$$b = S_c \Delta \Omega \quad (52)$$

L'expression entre crochets représente le maximum entre les quantités et $A(|P|)$ est une fonction caractéristique du schéma choisi (Tableau 3)

Tableau 3 Expressions de la fonction $A(|P|)$ pour les différents schémas

Schama	$A(P)$
CDS	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Exponntiel	$ P /(\exp(P) - 1)$
Hybride	$[0, 1 - 0.5 P]$
Power Law	$[0, (1 - 0.1 P)^5]$

3.5 Méthode et algorithme de calcul :

3.5.a Couplage vitesse-Pression (Algorithme SIMPLER)

Introduction :

La difficulté principale pour la résolution mathématique des équations de la MDF provient du rôle particulier d'une des variables principales, la pression, les équations de quantité de mouvement sont couplées par la pression, qui agit par les composantes de son gradient. La solution du problème de mécanique des fluides est un champ de vitesse et de pression respectant les équations de quantité de mouvement et la continuité. L'équation de continuité se présente donc comme une contrainte à vérifier par le champ de pression. Le problème du couplage se manifeste par l'apparition des variables vitesse et pression dans les deux équations de quantité de mouvement.

Le gradient de pression qui apparaît comme terme source dans ces équations joue le rôle du moteur de l'écoulement. Malheureusement, on ne dispose d'aucune équation de transport pour cette troisième variable qu'est la pression. En d'autres termes, si le gradient de pression est connu à priori on peut calculer le champ vitesse qui dans ce cas vérifie bien l'équation de continuité. Malheureusement, la pression est toujours une inconnue à déterminer aussi bien que la vitesse

Cette particularité des équations rend nécessaire l'utilisation d'un algorithme de couplage pression-vitesse.

Algorithme SIMPLER :

L'algorithme SIMPLER (Semi Implicit Method for Pressure Linked Revised) de Patankar a été utilisé dans ce travail pour la résolution des équations régissant l'écoulement. Il présente une extension de l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked). Le choix de développer SIMPLER provient des difficultés que présente SIMPLE. Ce dernier est basé sur l'approximation de l'omission des termes qui présentent l'influence des vitesses des voisins, ce qui risque d'exagérer la pression, et ensuite il y aura tendance vers la divergence sans l'utilisation des relaxations appropriées. A partir de cette difficulté l'algorithme SIMPLER

est basé sur le fait que l'équation de correction de pression est employée seule pour corriger la vitesse et une autre procédure est utilisée pour obtenir le champ de pression.

Les équations de conservation de la quantité de mouvement discrétisées sont écrites sous la forme suivante, en considérant une estimation du champ de vitesse

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_P - p_E) A_e + b_u \quad (53)$$

$$a_n v_n = \sum a_{nv} v_{nv} + (p_P - p_N) A_n + b_v \quad (54)$$

Les équations (53,54) peuvent s'écrire :

$$u_e = \frac{\sum a_{nb} u_{nb} + b_u}{a_e} + d_e (P_P - P_E) \quad (55)$$

$$v_n = \frac{\sum a_{nv} v_{nv} + b_v}{a_n} + d_n (P_P - P_N) \quad (56)$$

Avec :

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}, d_n = \frac{A_n}{a_n} \quad (57)$$

Lorsqu'on initialise le champ de vitesse, le champ de pression est inconnu. On annule donc le terme qui représente la pression et on introduit les pseudo-vitesses définies comme suit :

$$\hat{u}_e = \frac{\sum a_{nb} u_{nb} + b_u}{a_e} \quad (58)$$

$$\hat{v}_n = \frac{\sum a_{nv} v_{nv} + b_v}{a_n} \quad (59)$$

Ainsi les équations de quantité de mouvement s'écrivent :

$$u_e = \hat{u}_e + d_e (P_P - P_E) \quad (60)$$

$$v_n = \hat{v}_n + d_n (P_P - P_N) \quad (61)$$

En reportant les expressions précédentes (62 et 63) dans l'équation discrète de conservation de la masse (56) on obtient directement une équation en pression :

$$a_p P_p = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad (62)$$

Avec :

$$a_E = (\rho A d)_e ; a_W = (\rho A d)_w \quad (63)$$

$$a_N = (\rho A d)_n ; a_S = (\rho A d)_s \quad (64)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (65)$$

$$b = (\rho \hat{u} A)_w - (\rho \hat{u} A)_e + (\rho \hat{v} A)_s - (\rho \hat{v} A)_n - (\rho_p - \rho_p^0) \frac{\Delta \Omega}{\Delta t} \quad (66)$$

Considérons maintenant une estimation du champ de pression : $P^* = P$

À partir du champ de pression obtenu P^* , on résout les équations de quantité de mouvement pour obtenir u^* et v^* :

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (P_p^* - P_E^*) A_e + b_v \quad (67)$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nv} v_{nv}^* + (P_p^* - P_N^*) A_n + b_v \quad (68)$$

Où :

$$u_e^* = \hat{u}_e + d_e (P_p^* - P_E^*) \quad (69)$$

$$v_n^* = \hat{v}_n + d_n (P_p^* - P_N^*) \quad (70)$$

On utilise ce champ de vitesse dans la résolution de l'équation de continuité pour obtenir les équations de correction de pression P' (comme dans SIMPLE). L'équation de cette dernière s'écrit sous la même forme que l'équation de la pression.

En conservant l'équation de correction de vitesse de SIMPLE, on écrit :

$$u_e = u_e^* + d_e (P'_p - P'_E) \quad (71)$$

$$v_n = v_n^* + d_n (P'_p - P'_N) \quad (72)$$

Ce qui donne l'équation de correction de pression :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (73)$$

$$a_E = (\rho A d)_e; a_W = (\rho A d)_w \quad (74)$$

$$a_N = (\rho A d)_n; a_S = (\rho A d)_s \quad (75)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (76)$$

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n - (\rho_p - \rho_p^0) \frac{\Delta \Omega}{\Delta t} \quad (77)$$

On en déduit la vitesse mais on ne corrige pas la pression. Cette démarche représente l'algorithme SIMPLE Révisé (SIMPLER).

Lorsque la convergence est atteinte, les valeurs de b s'annulent dans tous les volumes de contrôle.

Le fait que le terme source b soit nul partout est une preuve que nous avons obtenu le champ de pression correct, et que la solution actuelle de p' n'est pas demandée durant l'itération finale. Ainsi le terme source b est employé comme un indicateur utile pour la convergence de la solution du problème.

Les étapes à suivre dans l'algorithme de SIMPLER sont résumées comme suit :

- a) Choisir un champ de vitesse (initialisé par des valeurs : u^*, v^*)
- b) Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et déduire les "pseudo vitesse w (60,61)

$$\hat{u}_e = \frac{\sum a_{ks} u_{kt}^* + b_v}{a_e}$$

$$\hat{v}_n = \frac{\sum a_{nt} v_{nb}^* + b_v}{a_n}$$

c) Évaluer le terme source de la masse

$$b = (\hat{\rho}u)_w - (\hat{\rho}u A)_e + (\hat{\rho}v A)_n - (\rho_p - \rho_p^0) \frac{\Delta\Omega}{\Delta t}$$

Et résoudre l'équation de pression (64)

$$a_p P_F = a_E P_E + a_{WF} P_W + a_N P_N + a_S P_S + b$$

d) Utiliser le champ de pression ($P^* = P$) pour résoudre les équations de quantité de mouvement u^*, v^* (69, 70), (ne pas corriger la pression).

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (P_p^* - P_E^*) A_e + b_u$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + (P_p^* - P_N^*) A_n + b_v$$

e) Calculer le terme source de la masse b , (68)

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n - (\rho_p - \rho_p^0) \frac{\Delta\Omega}{\Delta t}$$

De l'équation (68) et résoudre les équations (64) de correction de pression (comme dans SIMPLE).

$$a_p P_P' = a_E P_E' + a_W P_W' + a_N P_N' + a_S P_S' + b$$

f) Corriger le champ de vitesse via l'équation (73 et 74), mais ne pas corriger la pression.

$$u_e = u_e^* + d_e (P_P' - P_E')$$

$$v_n = v_n^* + d_n (P_P' - P_N')$$

g) Résoudre les autres équations de transport ϕ (énergie, masse...).

h) Retourner à l'étape -b- avec les nouveaux champs de (vitesse, température, pression). Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables.

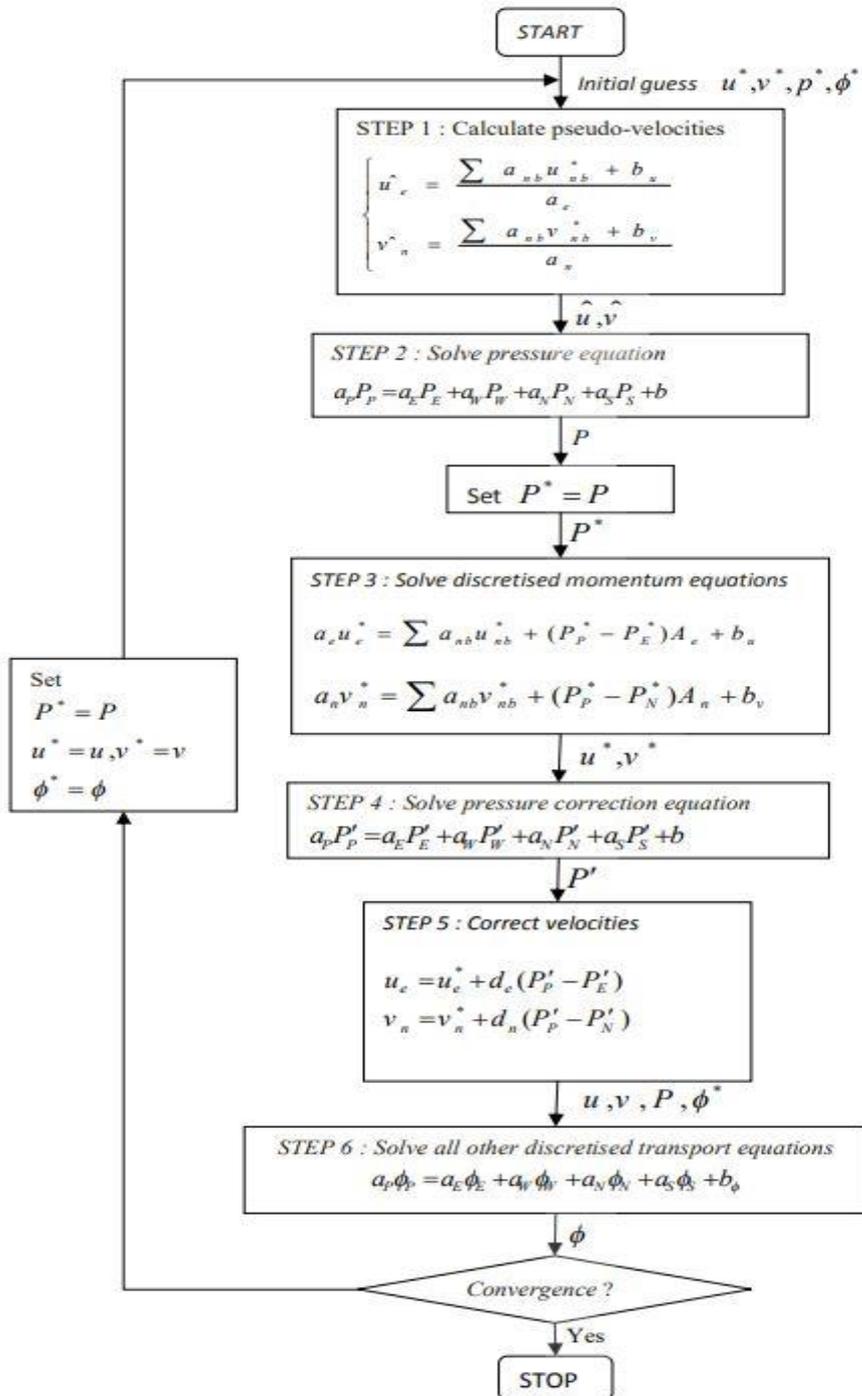


Figure 9 Algorithm SIMPLR

Chapitre 4 Résultats et interprétation :

4.1 Introduction :

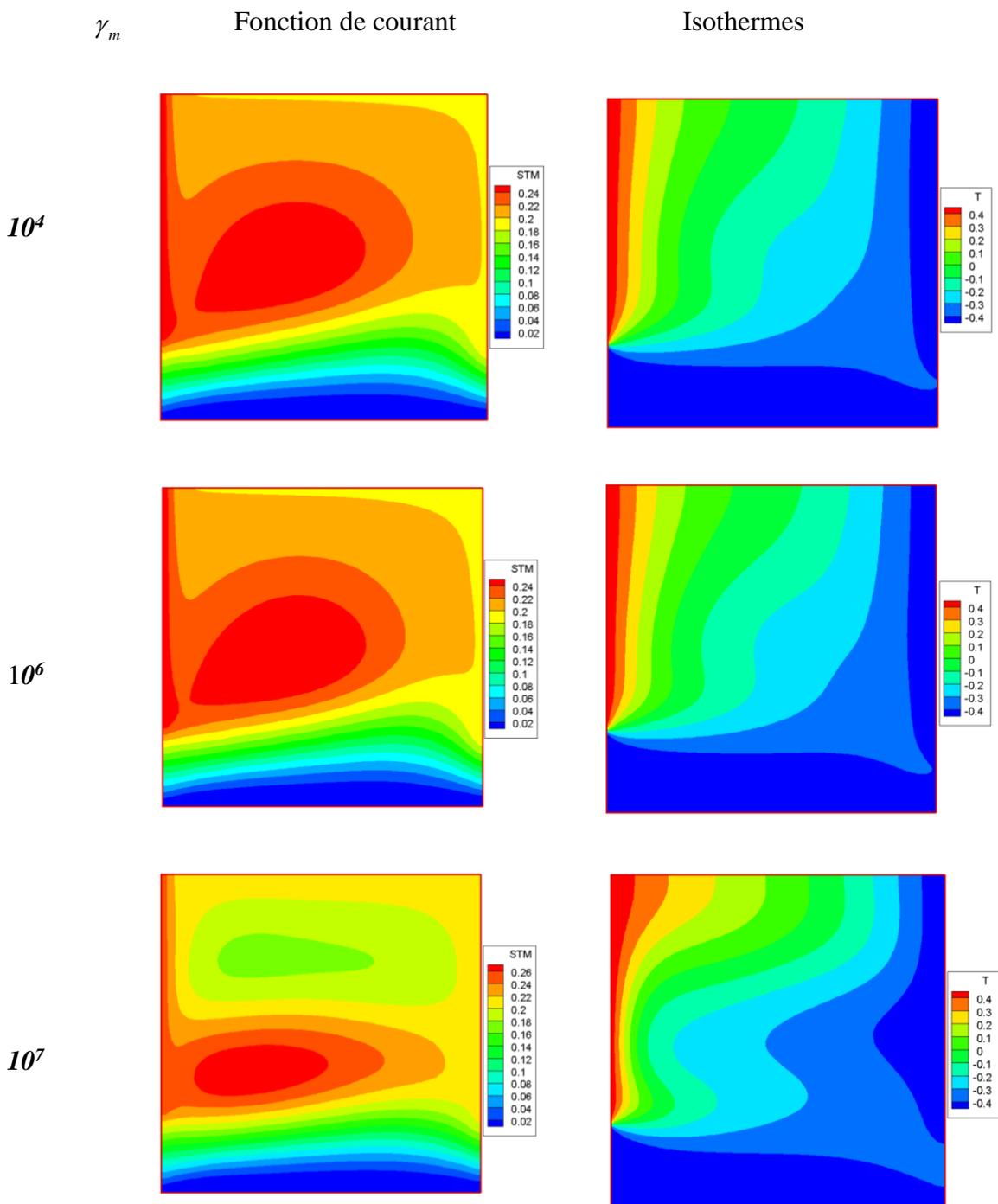
Dans cette partie, on analyse l'effet des forces d'origines magnétiques, ainsi que la position des ces forces, sur le comportement thermique et dynamique de la convection forcée dans une cavité carrée ventilée. Les résultats sont présentés en termes de profils des lignes de courant et isothermes et la distribution du nombre de Nusselt sur la paroi active chaude pour analyser le transfert de chaleur dans la cavité. Les résultats sont obtenus pour de faibles et grands valeurs du nombre de Reynolds.

On fixant les valeurs de ($W=0.25$), le nombre Rayleigh ($Ra=0.001$) pour le but de négliger les effets de la convection naturelle et on varie l'intensité du champ magnétique représenté par le nombre magnétique γ_m entre 10^4 et 10^8 pour des grandes et faibles valeurs de Reynolds ($Re=10$ et 100). La position des aimants sera prise horizontalement ou verticalement.

4.2 -Effet du nombre Magnétique (γ_m) :

1- Pour de fortes valeurs de Re : Re=100

Pour une position horizontale de l'aimant (figure 1a) et pour une valeur 100 de Re, les résultats montrent que si on augmente l'intensité du champ magnétique, l'écoulement devient de plus en plus multicellulaire en haut des ouvertures d'entrée et de sortie de la cavité (2 cellules pour $\gamma_m = 10^7$ et 3 cellules pour $\gamma_m = 10^8$) indiquant ainsi une domination des forces magnétiques sur les forces de viscosité. Les isothermes sont aussi de plus en plus déformées indiquant un régime de convection thermomagnétique dans la partie supérieure de la cavité. À la sortie, l'évacuation de la chaleur est importante pour de grande valeur de γ_m ($\gamma_m = 10^8$). L'échange thermique à la paroi chaude n'est remarquable que pour grandes valeurs de γ_m ($\gamma_m \geq 10^7$) et dans la partie définie par $0.3 \leq Y \leq 0.85$ ou le nombre de Nusselt augmente en augmentant γ_m .



10^8

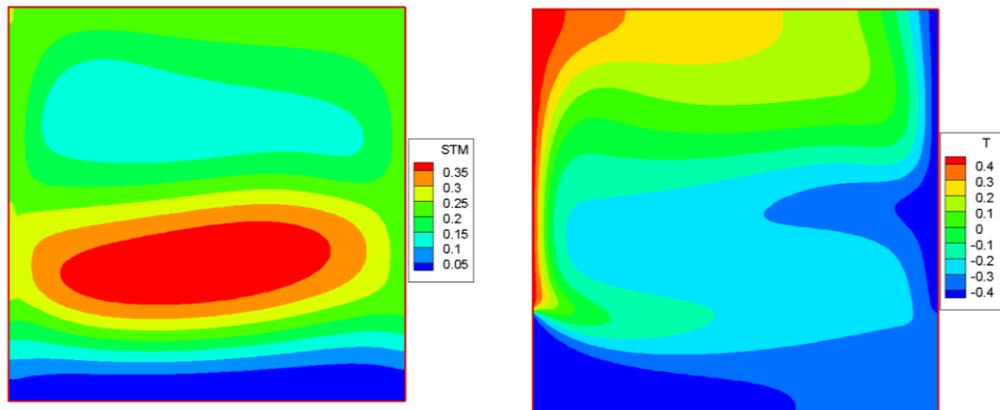


Figure : lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) pour $WP=0.25$, $Pr=0.71$, $Ra=0.001$, $Re=100$ et pour différentes valeurs de γ_m

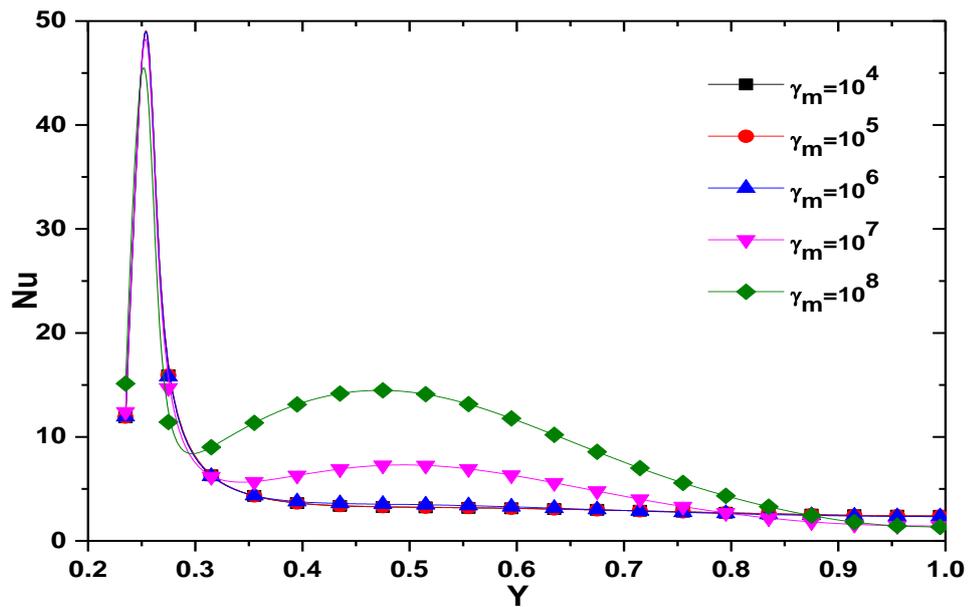
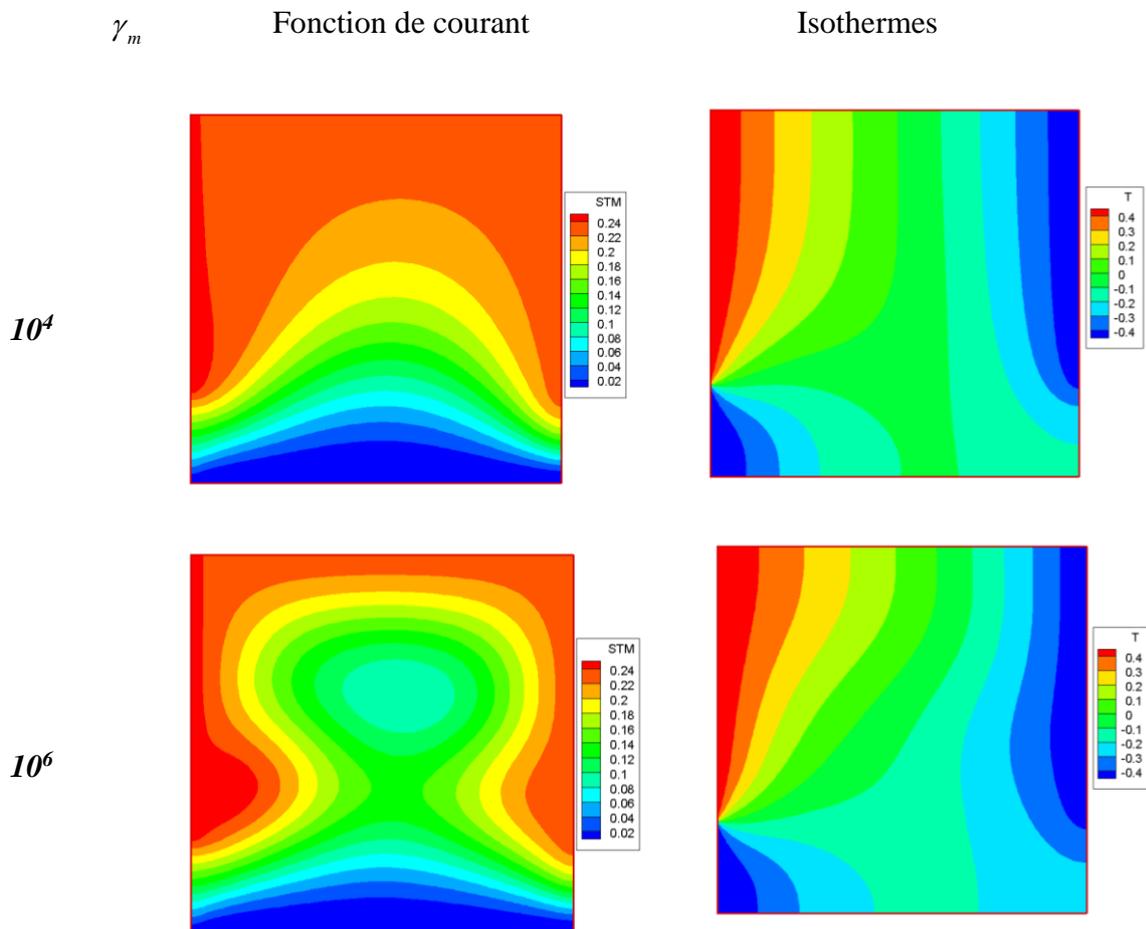


Figure : distribution du nombre de Nusselt sur la paroi chaude pour pour $WP=0.25$, $Pr=0.71$, $Ra=0.001$, $Re=100$, $\gamma_m = 10^4$ et pour différentes valeurs de γ_m .

2- Pour de faibles valeurs de Re : Re=10

Même pour de faible valeur de Re (Re=10), l'effet des forces d'origine magnétique est très important, les cellules de convection d'origine thermomagnétique apparait à partir de $\gamma_m = 10^6$, et augmentent en taille et en intensité en augmentant γ_m , traduisant la dominance des forces magnétiques sur le forces de viscosité. Les isothermes sont des lignes droites indiquant un régime conductif du transfert thermique dans la cavité, elles sont de plus en plus déformées en augmentant l'intensité du champ magnétique traduisant un régime convectif dans la cavité, l'air froide a de faible diffusion dans le cœur de la cavité.



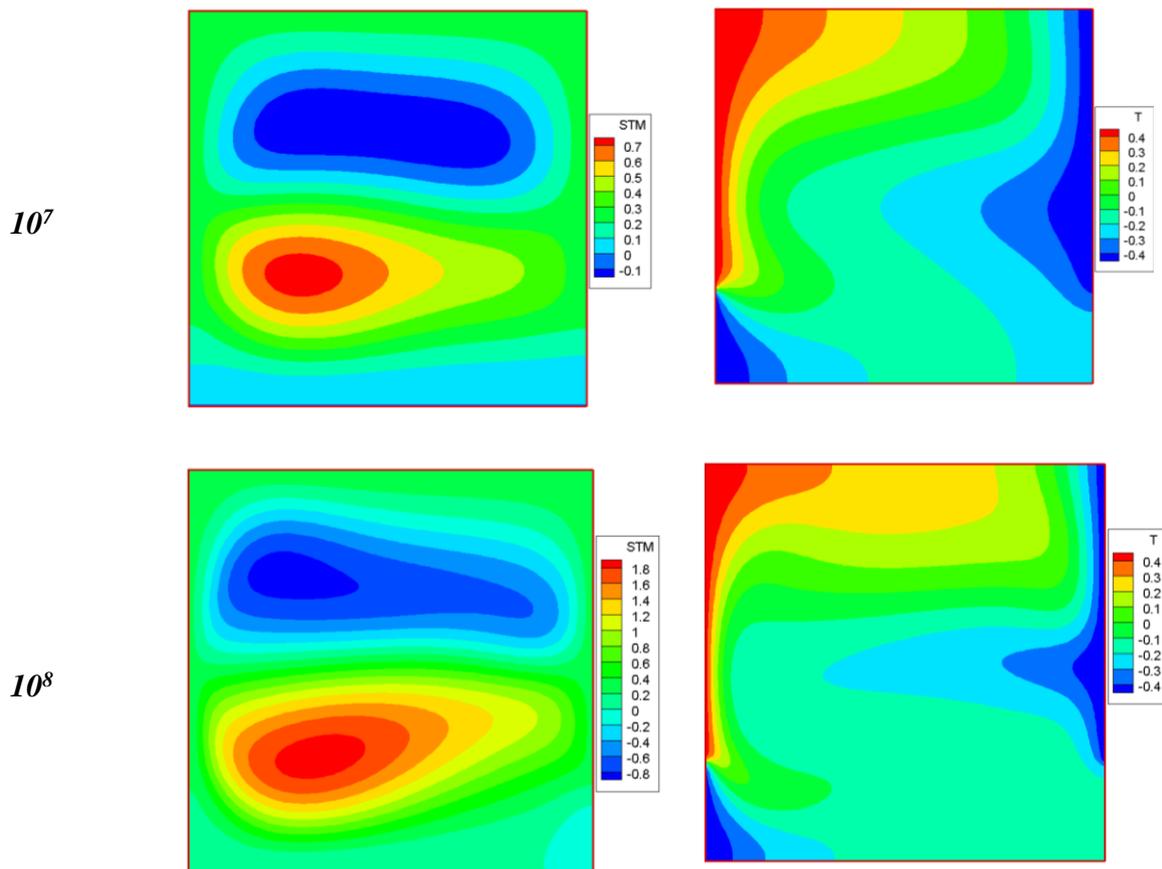


Figure : lignes de courant et isothermes pour $WP=0.25$, $Pr=0.71$, $Ra=0.001$, $Re=10$, $\gamma_m = 10^4$ et pour différentes valeurs de γ_m

4.3-Effet de la position du champ magnétique :

Si on change maintenant la position des aimant entre une position horizontale (figure 1a) et la position verticale (figure 1b), en fixant $WP=0.25$, $Pr=0.71$, $Ra=0.001$, $Re=100$ et $\gamma_m = 10^8$. Les résultats montrent une différence remarquable entre les deux cas cités précédemment ; pour une position verticale, les cellules de recirculations sont de faible taille et intensité par rapport au deuxième cas et l'échange thermique sur la paroi chaude est plus faible que celui pour le cas horizontal.

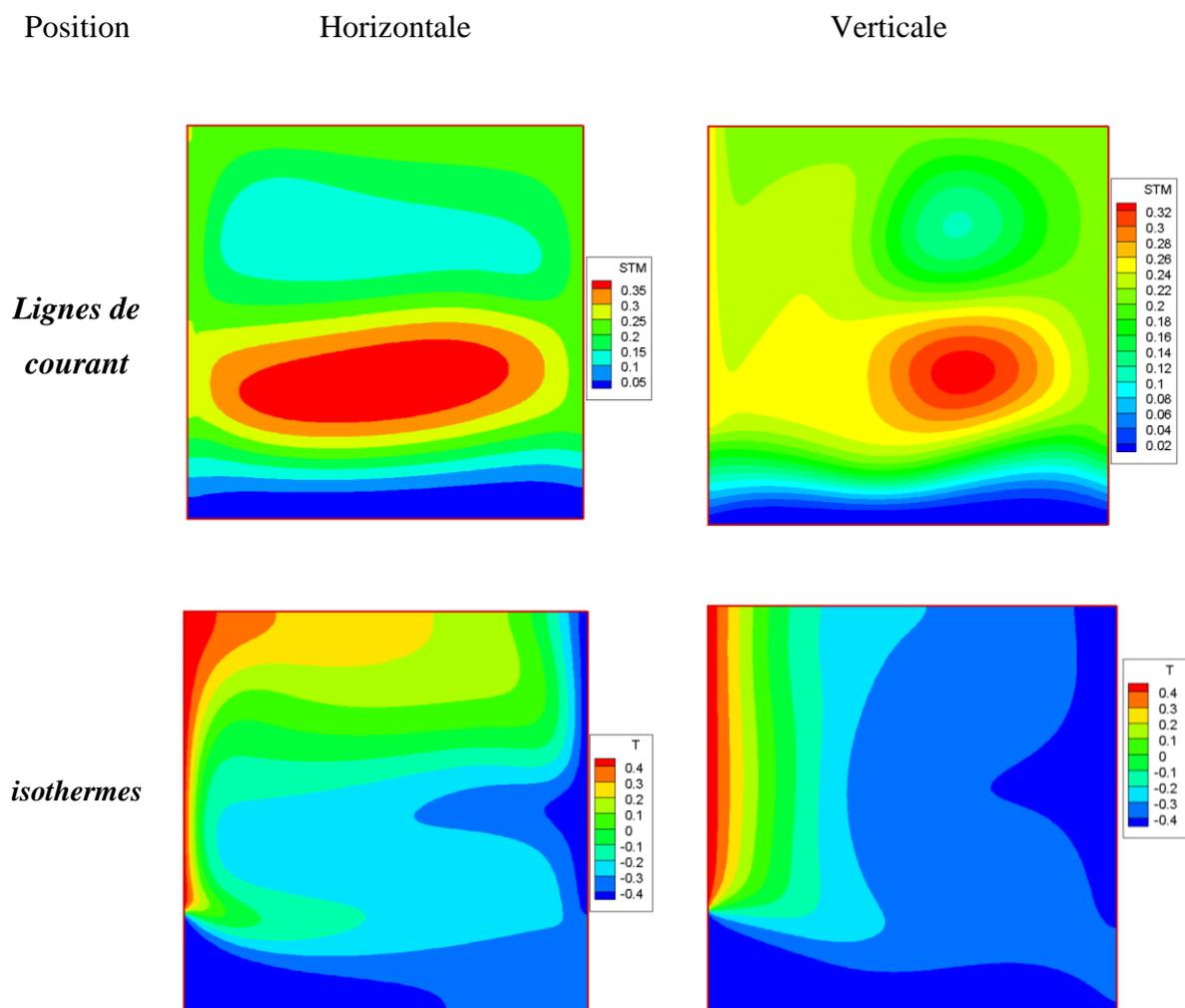


Figure : lignes de courant et isothermes pour $WP=0.25$, $Pr=0.71$, $Ra=0.001$, $Re=100$, $\gamma_m = 10^4$ et pour différentes position de l'aimant.

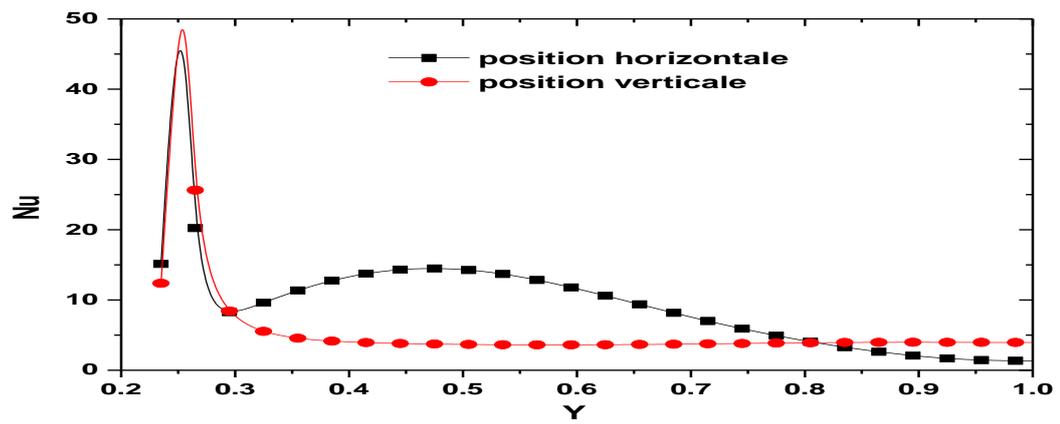


Figure : distribution du nombre de Nusselt sur la paroi chaude pour $WP=0.25$, $Pr=0.71$, $Ra=0.001$, $Re=100$, $\gamma_m = 10^4$ et pour différentes position de l'aimant.

Conclusion générale

Une investigation numérique, à l'étude thermique et hydrodynamique a été réalisée sur l'effet d'un champ magnétique sur la convection forcée dans une cavité ventilée. Nous avons procédé dans une première partie, à une description détaillée de la méthode des volumes finis. Une technique numérique de haute précision que nous avons adopté pour l'élaboration d'un code de calcul, permettant la discrétisation du modèle mathématique exprimé en variables primitives (u,v,p) et sa résolution en adoptant l'Algorithme *SIMPLER*.

Les résultats de la simulation numérique, nous ont permis de constater plusieurs constatations sur les effets subis par la structure hydrodynamique et thermique de l'écoulement, occasionnés par la convection forcée et la convection thermomagnétique. Nous résumons dans ce qui suit les principaux résultats obtenus :

- L'utilisation d'un gradient de champ magnétique pour contrôler ces écoulements de convection forcée, est devenue un moyen privilégié. En effet, avec un champ magnétique, il est possible d'agir sur les écoulements sans aucun contact physique. Le brassage est assuré par la force de Kelvin induite par le champ magnétique.
- L'application d'un champ magnétique, sur ces mouvements de convection forcée, a montré une augmentation de l'intensité des mouvements convectifs et le transfert thermique.
- La position des aimants a un effet considérable sur le régime d'écoulement et le transfert thermique.

Références

- [1] X. Shi et J. M. Khodadadi, «Laminar natural convection heat transfer in a differentially heated square cavity due to a thin fin on the hot wall,» *Journal of Heat Transfer*, vol. 125, pp. 624-634, 2003.
- [2] M. Hortmann, M. Peric et G. Scheuerer, «Volume Multigrid Prediction of Laminar Natural Convection; Bench-Mark Solutions,» *J. Numerical Methods in Fluids*, vol. 11, pp. 187-207, 1990.
- [3] Nag.A, Sarkar.A, M.K et Sastri.V, «Natural Convection in a differentially Heated Square Cavity with a Horizontal Partition Plate on the Hot Wall,» *Comput. Methods Appl. Mech. Eng*, vol. 110, p. 143.156, 1993.
- [4] Mariani.V., Belo et Moura.I, «Numerical studies of natural convection in a square cavity,» *Thermal Engineering*, vol. 5, pp. 68-72, 2006.
- [5] M. V. Joshi, U. N. Gaitonde et and Sushanta K. Mitra, «Analytical Study of Natural Convection in a Cavity With Volumetric Heat generation,» *Journal of Heat Transfer*, vol. 128, pp. 176-182, 2006.
- [6] B. E, «Natural convection in cavities with a thin fin on the hot wall,» *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 48, pp. 3493-3505, 2005.
- [7] Quiet, J., Reggio, M., a. Vasseur et P, «“Natural Convection of Nanofluids in a Square Enclosure with a Protruding Heater.”,» *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 4, p. 167296, 2012.
- [8] Z. Boulahia et R. Sehaqui, «“Numerical Simulation of Natural Convection of Nanofluid in a Square Cavity Including a Square Heater.”,» *International Journal of Science and Research (IJSR)*, vol. 4, n° %112, p. 1718–1722, 2015.
- [9] Kolsi.L, Kalidasan.K, A. A, B. N et K. R, «“Natural Convection and Entropy Generation in a Cubical Cavity with Twin Adiabatic Blocks Filled by Aluminum Oxide–water Nanofluid.”,» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 66, pp. 200-209, 2016.

- [10] Baghsaz.S., Rezanejad.S. et M. M., «Numerical investigation of transient natural convection and entropy generation analysis in a porous cavity filled with nanofluid considering nanoparticles sedimentation,» *J. Mol. Liq.*, vol. 279, pp. 327-341, 2019.
- [11] O. H.F, Abu-Nada et E., «Int. J. Heat Fluid Flow,» vol. 29, pp. 1326-1336, 2008.
- [12] Zhan.N, Ding.L, C. Y, W. J et Y. Xu, «Experimental study on natural convective heat transfer in a closed cavity,» *Therm. Sci. Eng. Prog.*, vol. 9, pp. 132-141, 2019.
- [13] S. Aminossadati et a. B. Ghasemi, *European J. Mech. B Fluid*, vol. 28, 2009, pp. 630-640.
- [14] Rahman.M, M. A. Alim, S. Saha et C. .. M. K., «Mixed convection in a vented square cavity with a heat conducting horizontal solid circular cylinder,» *Journal of Naval Architecture and Marine Engineering*, vol. 5, n° %12, p. 37–46, 2008.
- [15] Oosthuisen.P.H et P. J.T, «Mixed convective heat transfer in a cavity.Fundamental forced and mixed convection,» *in: 23rd national heat transfer conference, Denver, Colorado, HTD*, vol. 42, pp. 159-169, 1985.
- [16] Simoneau.J.P, Draoui.A et Allard.F, «Problèmes posés par la convection mixte dans la climatisation de l’habitat: première approche en régime laminaire,» *Rev. Gén. Therm.*, vol. 325, pp. 31-39, 1989.
- [17] A. Raji, M. Hasnaoui et a. A. Bahlaoui, «, “Numerical study of natural convection dominated heat transfer in a ventilated cavity: Case of forced flow playing simultaneous assisting and opposing roles,”,» *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 29, n° %14, p. 1174–1181, 2008.
- [18] Sourtiji.E, Hosseinizadeh.S, Gorji-Bandpy.M, Khodadadi et J., «"Computational study of turbulent forced convection flow in a square cavity with ventilation ports,",» *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications.*, vol. 59, pp. 954-969, 2011.
- [19] Mosharrof, M. H, A. Ejaz, K. C. Prakash et a. S. Sumon, Comparison of 2D and 3D numerical simulation of mixed convection inside a room, 2009.

- [20] Rahman.M, Parvin.S, Hasanuzzaman.M, Saidur.R et Rahim.N.A, «"Effect of heat-generating solid body on mixed convection flow in a ventilated cavity,"» *Heat transfer*, vol. 34, pp. 1249-1261, 2013.
- [21] M.Shahi, A. H. Mahmoudi et F. Talebi, «Numerical study of mixed convective cooling in a square cavity ventilated and partially heated from the below utilizing nanofluid,» *Int. com.* , vol. 37, pp. 201-213, 2010.
- [22] Z. Mehrez, M. Bouterra, A. E. Cafsi et A. Belghith., «Heat transfer and entropy generation analysis of nanofluids flow in an open cavity,» *Computers & Fluids* 88 , p. 363–373. , 2013.
- [23] Rudraiah, R. M. Barron, M. Venkatachalappa et a. C. K. Subbaraya, «"Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure,"» ” *International Journal of Engineering Science*, vol. 33, n° %18, pp. 1075-1084, 1995.
- [24] Qi.J, Wakayama.N.I et Y. A, «Attenuation of natural convection by magnetic force in,» *electro-nonconducting fluids, Journal of Crystal Growth*, vol. 204, pp. 408 - 412, 1999.
- [25] L. Kolsi, A. Abidi, M. Borjini et a. H. B. Aissia, «The Effect of an External Magnetic Field on the Entropy Generation in Three-Dimensional Natural Convection,» *Thermal science* , vol. 14, p. 341–352, 2010.
- [26] Mahmoudi.A, Mejri.I, Abbasi.MA et Omri.A, *J Mol Liquid*, vol. 198, p. 63–77., 2014.
- [27] Ece, C. M., Büyük et E, «"Natural-convection flow under a magnetic field in an inclined rectangular enclosure heated and cooled on adjacent walls,» *Fluid Dynamics Research*, vol. 38, n° %18, pp. 564-590, 2006.
- [28] Sivasankaran.S et C.-J. and Ho, «"Effect of temperature dependent properties on mhd convection of water near its density maximum in a square cavity",» *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 47, n° %18, pp. 1184-1194, 2008.
- [29] Chamkha.A.j, «"Hydromagnetic combined convection flow in a vertical lid-driven cavity with internal heat generation or absorption",» *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, vol. 41, n° %15, pp. 529-546, 2002.

- [30] Ghasemi.B, Aminossadati.S et Raisi.V, «"Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure",» *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, n° %19, pp. 1748-1756, 2011.
- [31] Kefayati.R.G.H, Tang et H, «"MHD mixed convection of viscoplastic fluids in different aspect ratios of a lid-driven cavity using LBM",» *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 124, p. 344–367, 2018.
- [32] Ray.S, Chatterjee et D., «"MHD mixed convection in a lid-driven cavity including heat conducting circular solid object and corner heaters with Joule heating",» *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, vol. 57, p. 200–207, 2014.
- [33] G. H. R. Kefayati, M. Gorji-Bandpy, H. Sajjadi et a. D. D. Ganji, «"Lattice Boltzmann simulation of MHD mixed convection in a lid-driven square cavity with linearly heated wall",» *Scientia Iranica B*, vol. 19, n° %14, p. 1053–1065, 2012.
- [34] Al-Rashed et al, «"3D magneto-convective heat transfer in CNT-nanofluid filled cavity under partially active magnetic field",» *Physica E*, vol. 99, p. 294–303, 2018.
- [35] A. Purusothaman, H. F. Oztop, N. Nithiyadevi et and H. Nidal Abu Hamdeh, «"3D natural convection in a cubical cavity with a thermally active heater under the presence of an external magnetic field",» *Comput. Fluids*, vol. 128, p. 30–40, 2016.
- [36] D. Y. Venkatachalappa. M et Sankar.M, «"Effect of magnetic field on the heat and mass transfer in a vertical annulus",» *International Journal of Engineering Science*, vol. 49, p. 262–278, 2011.
- [37] S. Aminossadati, B. Ghasemi et A. Kargar, «"Computational analysis of magnetohydrodynamic natural convection in asquare cavity with a thin fin",» *European Journal of Mechanics B/Fluids*, vol. 46, pp. 154 -163, 2014.
- [38] *Hist. gén. sc.,t. 3*, vol. 1, 1961, p. 224.
- [39] *J. phys. et Radium*, p. 27, 1925.
- [40] *Hist. gén. sc., t.3*, vol. 2, 1964, p. 243.
- [41] *Radium*, 1911, p. 126.

- [42] *Hist. gén. sc.,t. 3*, vol. 2, 1965, p. 195.
- [43] W. E, «Theory and applications of molecular paramagnetisme,» *Eds. E.A*, 1986 (1835).
- [44] S. Chandrasekhar, «Hydrodynamique and Hydromagnetic Stability,» *Oxford University Press,Dover*, 1961.
- [45] O. Hiroyuki, «Magnetic Convection,» *Kyushu University, Japan, Imperial College Press, London,, 2005*.
- [46] S. Tonino, H. Sadat et L. Gbahoue, «Convection thermomagnétique dans une cavité différentiellement chauffée,» *Int. Commun. Heat. Mass.*, vol. 32, p. 923–930, 2005.
- [47] S. K. Godunov, «A Finite Difference Method for the Computation of Discontinuous Solutions of the Equations of Fluid Dynamics,» *Mat. Sb.*, vol. 47, pp. 357-393, 1959.
- [48] J. Glimm, «Solution in the Large for Nonlinear Hyperbolic Systems of Equations,» *Comm.Pure. Appl. Math.*, vol. 18, pp. 697-715, 1965.
- [49] S. Patankar et D. Spalding, *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*,2nd Ed, Intertext, London, 1970.
- [50] S. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere, Washington, D.C., U.S.A, 1980.
- [51] F. H. Harlow et J. E. Welch, «Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface,» *Phys. Fluids*, vol. 8, p. 2182, 1965.