

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la technologie

Département Electromécanique

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MASTER

FILIERE : Automatique

Spécialité : Automatique et informatique industrielle

Réalisé Par

- **BENABIDA Farid**
- **FITAH Lahcen**

Intitulé

***Commande synergétique et modélisation floue de type takagi-Sugeno
appliquées aux systèmes hyperchaotiques***

Soutenu le : .././..

Devant le Jury composé de :

<i>Nom & Prénom</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Etablissement</i>
<i>M.</i>	<i>....</i>	<i>Président</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M. Mr. BOUCHAMA Ziyad</i>	<i>MCA</i>	<i>Encadreur</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M.</i>	<i>....</i>	<i>Examineur</i>	<i>Univ-BBA</i>

Année Universitaire 2021/2022

Remerciements

Tout d'abord nous remercions le tout puissant notre *Dieu* a tout son compromis de nous faire arriver à ce niveau-là et le courage et la force de continue et accomplir nos études.

Nous remercions *nos parents* pour leurs sacrifices et l'aide pour que nous réussissions, de nous avoir donné l'importance, de prendre toujours soin de nous, de nous faire confiance et de toujours nous démontrer l'amour que vous nous portez.

Nous adressons nos sincères remerciements à notre professeur *Mr ZIYAD BOUCHAMA* pour avoir consacré son temps précieux et avoir accepté de nous encadrer, pour tous les efforts et l'importance qu'il nous a donnée.

Nous adressons à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques et leurs précieuses cours tout long notre chemin universitaire.

Dédicace

A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,

A mes chers frères, pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral,

Un salut spécial a mon collègue **FARID BENABIDA**

A mes chers amis, pour leur appui et leur encouragement,

A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infaillible,

Merci d'être toujours là pour moi.

Mr FITAH . L

Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre1 Etat de l'art des systèmes chaotiques.....	3
1.1. Introduction	4
1.2. A l'origine de la Théorie du Chaos	4
1.3. Les signatures du chaos	5
1.3.1. Dissipativité.....	5
1.3.2. Attracteur étrange	5
1.3.3. Sensibilité aux conditions initiales	6
1.3.4. Points d'équilibre et bifurcations.....	6
1.3.5. Exposants de Lyapunov.....	7
1.4. Systèmes chaotiques et hyperchaotiques basiques	8
1.4.1. Exemples des Systèmes chaotiques.....	8
1.4.1.1. Famille de Lorenz.....	8
1.4.2. Exemple des Systèmes hyperchaotiques	10
1.4.2.1. Le système hyperchaotique de Lü	10
1.4.2.2. Le système hyperchaotique de Lorenz	12
1.5. Conclusion :.....	14
Chapitre2 Introduction à la Commande synergétique	15
2.1. Introduction	16
2.2. Principes de la commande synergétique.....	16
2.2.1. Synthèse de la commande synergétique	17
2.2.2. Exemple de commande synergétique d'un système chaotique	19
2.2.3. Résultat de simulation	20
2.3. Conception de la loi synergétique	23
2.3.1. Résultats de simulation :.....	24
2.4. Conclusion.....	26
Chapitre3 Commande synergétique floue des systèmes hyperchaotiques	27
3.1. Introduction	28
3.2. Structure générale des modèles flous	28
3.2.1. Variables linguistiques	28
3.2.2. Ensembles flous (Sous-ensembles flous)	29
3.2.3. Fuzzification.....	30
3.2.4. Fonctions d'appartenances	30

3.2.5.	L'inférence	31
3.2.6.	Opérateurs	32
3.2.7.	Structure des modèles flous.....	33
3.3.	Différents types des modèles flous.....	34
3.3.1.	Modèle flou de Takagi-Sugeno (Modèle TS flou)	35
3.3.2.	Inférence et régression non linéaire dans le modèle TS flou.....	36
3.3.3.	Modélisation des systèmes dynamiques par le modèle T-S flou.....	36
3.4.	Modélisation floue (T-S) des systèmes hyperchaotiques	38
3.4.1.	Modélisation floue de type T-S du système hyperchaotique de LU.....	38
3.4.2.	Modélisation floue de type T-S du système hyperchaotique LORENZ.....	42
3.5.	Synchronisation synergétique floue T-S des systèmes hyperchaotiques.....	45
3.5.1.	Analyse de robustesse	47
3.5.2.	Résultats de la simulation.....	48
3.6.	Conclusion.....	53
	Conclusion générale	54

ملخص

الغرض من هذا العمل هو دراسة التحكم في الأنظمة الغير خطية من النوع الفوضى ، و ذلك من خلال تسليط الضوء على خصائص التحكم التآزري و إيجابيات النمذجة الغامضة وذلك باستغلالهما في تحليل الاستقرار والتحكم والمتزامن للأنظمة سالفة الذكر . هذه الأخيرة يتم تمثيلها بأنظمة خطية حول عدد من نقاط تشغيلها ويتم فيما بعد دمج النماذج التي تم الحصول عليها في نموذج ضبابي إجمالي يعطي السلوك الديناميكي العام للنظام غير خطي حيث في الأخير يتم استخدام التحكم التآزري لمزامنة أنظمة الفوضى التي تمثلها نماذج.

الكلمات الدالة : الفوضى، مزامنة، الأنظمة الغير خطية من النوع الفوضى، النمذجة الغامضة (T-S) ، التحكم التآزري، التحكم التآزري الغامض.

Résumé

Le but de ce présent travail est d'étudier les systèmes hyperchaotiques du point de vue commande en mettant en évidence les propriétés de la commande synergétique et les avantages de la modélisation floue et d'envisager leurs exploitations dans l'analyse de la stabilité, la commande et la synchronisation des systèmes hyperchaotique. Ces derniers sont linéarisés autour de quelques points de fonctionnement et les modèles obtenus sont amalgamés en un modèle flou global. La commande synergétique est utilisée pour synchroniser les systèmes chaos représentés par les modèles flous de Takagi-Sugeno (T-S).

Mots clés: Chaos, Synchronisation, Hyperchaos systèmes, modélisation floue T-S, Commande synergétique, Contrôleur synergétique flou.

Summary

In this work, the design of fuzzy synergetic control is discussed for synchronizing two chaos systems represented by an aggregated fuzzy global model which compromises a set of linear models. Afterwards, the synergistic controller is applied to synchronize a nonlinear hyperchaotic (slave) system with another hyperchaotic (master) system. Then, theoretical analysis and numerical simulation results are presented to show the effectiveness of the control strategy.

Keywords: Chaos, Synchronization, Hyperchaos systems, T-S fuzzy modelling, Synergetic control, Fuzzy synergetic controller.

Table des figures

Figure.1.1. Portrait de phase des systèmes chaotiques : (a) Système de Lorenz, (b) Système de Chen, (c) Système de Lü.

Figure.1. 2. Réponses du système hyperchaotique de Lü : $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ et $w(t)$.

Figure.1.3. Portrait de phase du système hyperchaotique de Lü : (a) plan de phase xz , (b) plan de phase , (c) plan de phase , (d) plan de phase xyz .

Figure.1.4. Réponses du système hyperchaotique de Lorenz : $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ et $w(t)$.

Figure.1.5. Portrait de phase de système hyperchaotique : (a) plan de phase , (b) plan de phase xz , (c) plan de phase yz , (d) plan de phase xyz .

Figure.2.1. Représentation graphique de la solution de l'équation fonctionnelle pour de différentes conditions initiales.

Figure.2.2. Réponse du système, variable d'état X_1 .

Figure.2.3. Réponse du système, variable d'état X_2 .

Figure.2.4. Réponse du système, variable d'état X_3 .

Figure.2.5. Attracteur chaotique.

Figure.2.6. Evolution de la variable d'état X_1 .

Figure.2.7. Evolution de la variable d'état X_2 .

Figure.2.8. Evolution de la variable d'état X_3 .

Figure.2.9. Evolution de la loi de commande synergétique u .

Figure.3.1. Fonctions d'appartenances pour un fait certain et un fait incertain.

Figure.3.2. Bonne répartition avec une forme triangulaire des fonctions d'appartenances.

Figure.3.3. Chevauchements suffisants.

Figure.3.4. Représentation de la structure générale des modèles flous.

Figure.3.5. Modélisation TS floue des systèmes dynamiques.

Figure.3.6. Portrait de phase des systèmes hyperchaotiques modèle de Lü : (a) plan de phase y_1y_3 , (b) plan de phase y_2y_3 , (c) plan de phase y_1y_4 , (d) plan de phase $y_1y_2y_3$.

Figure.3.7. Comparaison de l'évolution de la variable état Y_1 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

Figure.3.8. Comparaison de l'évolution de la variable état Y_2 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

Figure.3.9. Comparaison de l'évolution de la variable état Y_3 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

Figure.3.10. Comparaison de l'évolution de la variable état Y_4 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

Figure.3.11. Portrait de phase du système hyperchaotique modèle de Lorenz : (a) plan de phase x_1x_2 , (b) plan de phase x_1x_3 , (c) plan de phase x_2x_3 , (d) plan de phase $x_1x_2x_3$.

Figure.3.12. Comparaison de l'évolution de la variable état X_1 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

Figure.3.13. Comparaison de l'évolution de la variable état X_2 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

Figure.3.14. Comparaison de l'évolution de la variable état X_3 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

Figure.3.15. Comparaison de l'évolution de la variable état X_4 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

Figure 3.16. Schéma général du contrôleur synergétique flou pour la synchronisation de systèmes hyperchaotiques.

Figure 3.17. Réponses du système hyperchaotique de LU.

Figure 3.18. Signal de commande $U(t)$.

Figure 3.19. Réponses du système hyperchaotique de LORENZ.

Figure 3.20. Signal de commande $U'(t)$.

Figure 3.21. Trajectoires (Y_1 et X_1) de la synchronisation des systèmes hyperchaotiques LU et Lorenz.

Figure 3.22. Trajectoires (Y_2 et X_2) de la synchronisation des systèmes hyperchaotiques LU et Lorenz.

Figure 3.23. Trajectoires (Y_3 et X_3) de la synchronisation des systèmes hyperchaotiques LU et Lorenz.

Figure 3.24. Trajectoires (Y_4 et X_4) de la synchronisation des systèmes hyperchaotiques LU et Lorenz.

Figure 3.25. Commande $U(t)$ de la synchronisation.

Liste des abréviations

LE : L'exposant de Lyapunov

SC : commande synergétique

SISO : Single Input Single Output

GP : grand positif

EZ : environ zéro

PM : positif moyen

NM : négatif moyen

NG : négatif grand

TS: Takagi-Sugeno

FSC: Fuzzy Synergetic Control

Introduction générale

Le contrôle et l'analyse du chaos, ainsi que la chaotification dans les systèmes dynamiques ont reçu une attention croissante de la part des communautés de recherche et ont été largement étudiés. Récemment, des systèmes chaotiques avec des dimensions supérieures appelés systèmes hyperchaotiques ont un large spectre d'applications dans les domaines technologiques à savoir l'électrotechnique, l'informatique et le traitement de l'information [1-5], etc. De plus, la synchronisation hyperchaotique a fait l'objet d'une grande attention par les communautés précédentes. La synchronisation hyperchaotique basée sur le concept de proximité des fréquences entre deux systèmes hyperchaotiques dont l'un est un système maître et l'autre esclave. Ce processus est réalisé par le développement de lois de commande adéquates assurant asymptotiquement l'erreur entre les états des systèmes maître et esclave. Depuis la découverte de la synchronisation hyperchaotique, diverses techniques et méthodes de contrôle ont été proposées, telles que la rétroaction passive [6], non linéaire [7]. Adaptif [8], backstepping [9] et mode glissant [10]. Dans la plupart de ces approches, elles n'ont pas été utilisées pour synchroniser deux systèmes d'hyperchaotique différents en raison de leurs structures différentes et de leurs paramètres incompatibles. Cependant, une approche de modélisation floue basée sur la théorie du contrôle synergique a été développée [11] pour la synchronisation hyperchaotique afin de surmonter le problème ci-dessus. La commande synergétique, la modélisation floue FL, et leurs combinaisons FSC sont les techniques qu'on se propose d'étudier et d'appliquer à la commande et à la synchronisation des systèmes chaos.

La commande synergétique fournit un moyen assez simple pour concevoir une loi de commande pour les systèmes non linéaires [12-13]. Cette commande a été utilisée avec succès dans plusieurs domaines, dont la commande de bras robotisés, des moteurs électriques, des convertisseurs statiques...etc. Leur principe de fonctionnement est assez proche de la commande par mode glissant dans le sens où l'on force le système considéré à évoluer avec une dynamique pré-choisie par le concepteur. Elle en diffère dans le fait que la commande y est toujours continue et utilise une macro-variable qui peut être fonction de deux ou plusieurs variables d'état du système.

Les applications des systèmes flous se sont multipliées, entre autres on cite, les contrôleurs flous et les modèles flous. Malgré les différences dues aux particularités de chaque application, ces systèmes ont la même structure interne et ils utilisent tout un mécanisme d'inférence. Les contrôleurs basés sur la logique floue ont fait leurs preuves dans divers domaines d'application, dont la régulation des systèmes complexes. Les modèles flous suscitent beaucoup d'intérêt, et la littérature relative à ce sujet est importante et ces derniers ont eu un succès remarquable dans la description des systèmes complexes qui sont difficiles à modéliser par l'approche conventionnelle [14-16].

La modélisation floue et sa combinaison avec la commande synergétique font l'objet principal dans ce travail pour étudier et modéliser différents systèmes chaotiques.

Dans le premier chapitre, nous donnons, les différentes définitions du chaos et la théorie des systèmes chaotiques. Une introduction à la commande synergétique est présentée dans le chapitre deux. Enfin, dans le troisième chapitre une étude de la commande que nous avons abordée est suivie par une application de l'approche proposée.

Chapitre **1**

*Etat de l'art des
systèmes chaotiques*

1.1.Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter un état de l'art sur les systèmes chaotiques et hyperchaotiques afin de comprendre leur structure et leur originalité. Dans ce sens, nous présenterons les systèmes basiques et récents qui ont révolutionné la théorie du chaos.

1.2. A l'origine de la Théorie du Chaos

Le Chaos est conventionnellement défini par un comportement lié à l'instabilité et la non-linéarité (produite par des rétroactions) dans les systèmes dynamiques déterministes non-intégrables. La relation entre l'instabilité et la chaotique est alors que le système manifeste une très haute sensibilité aux changements de conditions initiales. C'est ce qu'affirmait Poincaré dans le chapitre sur le Hasard de son ouvrage intitulé Science et Méthode en 1908 :

« Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux. Une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit. »

Prenons un système physique dont l'évolution temporelle est décrite par des équations déterministes. Si l'on connaît l'état du système à un instant initial, d'ailleurs arbitraire, on peut calculer son état à tout autre instant. Il n'y a aucune incertitude, aucun hasard. Mais nous avons supposé implicitement que nous connaissions l'état initial avec une totale précision. En fait, nous ne pouvons mesurer l'état initial qu'avec une précision limitée (et d'ailleurs les équations déterministes que nous utilisons ne représentent qu'approximativement l'évolution réelle du système physique qui nous occupe). Il faut donc voir comment une petite imprécision dans notre connaissance de l'état initial au temps 0 (zéro) va affecter nos prédictions sur un état ultérieur, au temps t .

On s'attend à ce qu'une incertitude suffisamment petite au temps 0 donne lieu à une incertitude petite au temps t . Mais la question cruciale est de savoir comment cette incertitude va dépendre du temps t . Il se trouve que pour beaucoup de systèmes, dits chaotiques, l'incertitude (ou erreur probable) va croître rapidement, en fait exponentiellement avec le temps t . Le phénomène de croissance rapide des erreurs de prédiction, que l'on appelle Chaos, introduit donc du Hasard dans la description d'un système physique, même si ce système

correspond à des équations d'évolution parfaitement déterministes comme celles de la dynamique du mouvement des astres. La théorie du Chaos étudie donc en détail comment une petite incertitude sur l'état initial d'une évolution temporelle déterministe peut donner lieu à une incertitude des prédictions qui croît rapidement avec le temps. Cette caractéristique s'appelle la dépendance sensitive des conditions initiales.

1.3. Les signatures du chaos

1.3.1. Dissipativité

Un système chaotique tridimensionnel, décrit par les variables d'état x , y et z , doit satisfaire la condition générale de la dissipation [17]. Soit V l'élément de volume d'un flux de trajectoires d'un système non linéaire. Ce système est dissipatif seulement si la divergence ∇V , définie par $\frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z}$ est négative.

En effet, si $\nabla V < 0$ alors le système non linéaire est dissipatif et peut exhiber un comportement chaotique. Ceci signifie que ce système converge vers un taux exponentiel de l'ordre de e^{-a} . Ainsi, à un instant donné t , le volume $V(t)$ est égal à $V_0 e^{-at}$ avec V_0 un volume élémentaire décroissant. Par conséquent, quand t tend vers l'infini, semblablement le volume élémentaire V_0 qui contient les trajectoires du système tend vers zéro. Ainsi, toutes les trajectoires dynamiques du système non linéaire sont finalement limitées et bornées dans un sous-ensemble particulier appelé attracteur étrange. Ceci permet de vérifier la caractéristique élémentaire du chaos.

1.3.2. Attracteur étrange

Un attracteur étrange est l'ensemble des trajectoires bornées exhibées par un système non linéaire dans le plan de phase et au cours du temps. Plus précisément, il traduit le taux de dilatation et de contraction du comportement dynamique de ce système. Cet attracteur est contenu dans un espace fini et son volume dans l'espace de phase est nul. D'autre part, il est reconnu par sa dimension de Hausdorff fractale d tel que $2 < d < n$ avec n la dimension de l'espace de phase [18].

Plusieurs systèmes se distinguent par la forme de leurs attracteurs étranges à savoir des attracteurs en forme de papillon, en forme d'ailes, en forme de spires ...etc, Chaque attracteur se disperse différemment dans le plan de phase générant ainsi des aspects distinctifs. Celui-ci

peut être symétrique par rapport à un ou plusieurs axes ou même être asymétrique ce qui est un aspect très recommandé.

1.3.3. Sensibilité aux conditions initiales

Un système chaotique est extrêmement sensible aux conditions initiales. En effet, il a été prouvé qu'une variation infinitésimale des conditions initiales peut croître exponentiellement avec le temps et générer des comportements imprévisibles [19]. Cette sensibilité est l'une des caractéristiques fondamentales du chaos et la signature la plus visible de son comportement.

1.3.4. Points d'équilibre et bifurcations

Dans la théorie du chaos, les points d'équilibre des systèmes chaotiques et hyperchaotiques contribuent à l'analyse de leurs comportements dynamiques spécialement suivant la méthode de Shil'nikov [20]. Autour de ces points, nous pouvons déterminer la stabilité et les bifurcations possibles du système non linéaire étudié. Les bifurcations permettent d'étudier les changements de stabilité de ce système d'un point vers un autre en variant ses paramètres. Ainsi, certaines formes de trajectoires sont obtenues tels qu'un noyau, un foyer ou un centre suivant les valeurs propres correspondantes à chaque point d'équilibre [21]. De plus, le nombre de points d'équilibre caractérisent la forme des attracteurs (en ailes ou en rouleaux). Notons que la majorité de ces systèmes génèrent un attracteur étrange à quatre ailes le plus souvent avec cinq points d'équilibre. Le nombre de points d'équilibre change d'un système à un autre. Pour la plupart des systèmes basiques, ce nombre varie entre 1, 3 et parfois 5. Ces dernières années, de nouveaux systèmes sont apparus apportant des innovations à ce critère. Parmi ces systèmes, il existe des systèmes chaotiques dont les points d'équilibre sont définis par une trajectoire. Citons dans ce sens le système chaotique caractérisé par des points d'équilibre situés sur une trajectoire linéaire [22] et le système chaotique caractérisé par des points d'équilibre situés sur une trajectoire circulaire [23].

D'autre part, plusieurs types de bifurcation existent notamment la bifurcation de type Hopf et le dédoublement de périodes. Chacune de ces bifurcations a des caractéristiques bien particulières. Pour plus d'informations sur ce type de bifurcations, la référence suivante [24] peut être consultée. De plus, le diagramme de bifurcation décrit l'évolution des trajectoires dynamiques d'un système non linéaire en variant l'un de ses paramètres. Il est obtenu en

calculant les pics relatifs à une des variables d'état en fonction de l'un des paramètres du système dynamique.

1.3.5. Exposants de Lyapunov

L'exposant de Lyapunov (LE) représente le taux de croissance ou de déclinaison de la petite perturbation le long de chaque axe dans l'espace de phase d'un système non linéaire [25]. C'est le critère principal mais non suffisant pour reconnaître la présence d'un comportement chaotique. La définition mathématique des LEs d'un système dynamique continu dans un espace de phase n-dimensionnel est décrit selon l'expression suivante [26] :

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log_2 \frac{p_i(t)}{p_i(0)}$$

Avec λ_i les LEs classés par ordre croissant tel que $i \in [1, n]$. $p_i(t)$ est la longueur de l'axe principal ellipsoïdal. Ce calcul est très difficile à obtenir à partir des équations différentielles, c'est pour cela que plusieurs algorithmes sont proposés pour déterminer les LEs [26-27]. Le plus utilisé est l'algorithme de Wolf qui permet de calculer un spectre de Lyapunov non-négatif à partir de données expérimentales [28].

Généralement, les systèmes chaotiques sont décrits par un système tridimensionnel autonome. Ces systèmes génèrent trois LEs classés par ordre décroissant ($LE1 > LE2 > LE3$) comme illustré par dans la Table.1.1.

Table 1.1 – Différents types d'attracteurs selon les LEs

Signes des LEs	Type d'attracteurs	Nature des attracteurs
(-, -, -)	Point fixe	Attracteur régulier
(0, -, -)	Orbite périodique	Attracteur régulier
(0, 0, -)	Cycle Pseudo périodique	Attracteur régulier
(+, 0, -)	Attracteur chaotique	Attracteur étrange

Un attracteur chaotique est caractérisé par trois LEs dont le premier est positif. Pour ces exposants, le signe (+) et le signe (-) traduisent respectivement l'expansion et la contraction de l'attracteur étrange dans l'espace de phase. D'autre part, l'exposant nul est lié à la nature critique de l'attracteur chaotique qui ondule entre la dilatation et la contraction. Ainsi, si le premier exposant (LE1) augmente alors le degré de dilatation de l'attracteur deviendra plus important et apportera ainsi plus de complexité dans le comportement dynamique de ce dernier. Contrairement aux systèmes chaotiques, les systèmes hyperchaotiques exhibent

quatre LEs quand ils sont décrits par un système autonome à quatre dimensions. Un attracteur étrange génère un comportement hyperchaotique quand il est caractérisé par deux exposants positifs. Plus précisément, les signes des exposants (LE1, LE2, LE3, LE4) doivent être égaux à (+, +, 0, -). Comme $LE1 > LE2$, alors le degré d'expansion sera indiqué par LE1. Un comportement chaotique est exhibé lorsque les signes des exposants (LE1, LE2, LE3, LE4) sont égaux à (+, 0, -, -). Sinon, les attracteurs réguliers sont aussi retrouvés.

1.4. Systèmes chaotiques et hyperchaotiques basiques

Dans ce paragraphe, les systèmes chaotiques et hyperchaotiques basiques qui ont influencé la théorie du chaos seront décrits. Cette étude nous permettra d'identifier et d'extraire les caractéristiques dynamiques du comportement chaotique. Elle sera structurée comme suit : tout d'abord, nous présenterons les systèmes chaotiques basiques tels que la famille de Lorenz, le système de Rössler et le système de Chua.

Nous nous intéresserons ensuite aux systèmes hyperchaotiques basiques tels que les systèmes hyperchaotiques de Lorenz, de Chen et de Lü. Dans la suite, nous considérons pour les systèmes non linéaires le vecteur des variables d'état (x, y, z, w) et les paramètres $(\alpha, \beta, \theta, \gamma, a, b, c, d, m, r)$. Les diagrammes de phase sont simulés via le pro-logiciel MatCont [29] et quant aux LEs ils sont simulés via le pro-logiciel Matds [30]. Ces derniers sont utilisés sous le logiciel MATLAB.

1.4.1. Exemples des Systèmes chaotiques

1.4.1.1. Famille de Lorenz

La famille de Lorenz regroupe trois systèmes dont la structure algébrique est similaire [31]. Cependant, chacun est caractérisé par un comportement dynamique unique. Ces systèmes sont décrits par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = \gamma x + \beta y \\ \dot{y} = \alpha x + \theta y - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (1.1)$$

Avec $(\gamma, \beta, \alpha, \theta, b)$ des paramètres constants. En modifiant les paramètres (β, α) , nous retrouvons le système de Lorenz, le système de Chen et le système de Lü. Le plus important caractère de cette famille réside dans le nombre de ses termes non linéaires. En effet, chaque

système contient un produit-croisé dans sa deuxième équation (xz) et sa troisième équation (xy). D'autre part, chaque système est caractérisé par trois points d'équilibre.

Le système de Lorenz Il est obtenu lorsque les paramètres $(\gamma, \beta, \alpha, \theta, b)$ sont égaux à $(-a, a, c, -1, b)$ pour le système (1.1). Ce système est décrit comme suit [32] :

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = cx - y - xz, \\ \dot{z} = xy - bz, \end{cases} \quad (1.2)$$

Le système (1.2) génère un attracteur chaotique à deux ailes lorsque $a = 10$, $b = 8/3$ et $c = 28$ décrit par la **Fig.1.1-a**. Il est caractérisé par un premier LE égale à 0.8986. En outre, ce système a été exploité dans plusieurs domaines industriels mais plus précisément dans le domaine de la communication sécurisée [33].

Système de Chen Il est obtenu lorsque les paramètres $(\gamma, \beta, \alpha, \theta, b)$ sont égaux à $(-a, a, c - a, c, b)$ pour le système (1.1) [34]. Il est représenté par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = (c - a)x + cy - xz, \\ \dot{z} = xy - bz, \end{cases} \quad (1.3)$$

En fait, le système de Chen est basé sur le système de Lorenz (1.2) en ajoutant un simple retour d'état égal à $-ax + (1 - c)y$ dans sa deuxième équation. Le système (1.3) génère un attracteur chaotique à deux spires illustré par la **Fig.1.1-b** lorsque $a = 35$, $b = 3$ et $c = 28$. D'autre part, il exhibe un LE relativement plus considérable que le système de Lorenz égal à 2.

Système de Lü Il est obtenu lorsque les paramètres $(\gamma, \beta, \alpha, \theta, b)$ sont égaux à $(-a, a, 0, c, b)$ pour le système (1.1). Il est représenté par le système d'équations suivant [35]

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = cy - xz, \\ \dot{z} = xy - bz, \end{cases} \quad (1.4)$$

Le système (1.4) est caractérisé par un comportement plus complexe que les systèmes (1.2) et (1.3) car il peut générer deux types d'attracteurs à savoir des attracteurs réguliers et des attracteurs étranges. En effet, quand les paramètres (a, b) sont fixés à $(36, 3)$ et en variant le

paramètre c , plusieurs formes sont obtenues. Pour $12.7 < c < 17$ et $23 < c < 28.5$, les attracteurs chaotiques obtenus sont respectivement similaires aux attracteurs de Lorenz et de Chen. Par contre lorsque $c \in [18, 22]$, un nouveau attracteur avec une forme différente est obtenu. Ce nouveau attracteur est illustré par la **Fig.1.1-c**. Finalement, lorsqu'on a $c < 12.6$ et $23 < c < 28.5$, des attracteurs réguliers sont respectivement générés à savoir un point fixe et une orbite périodique.

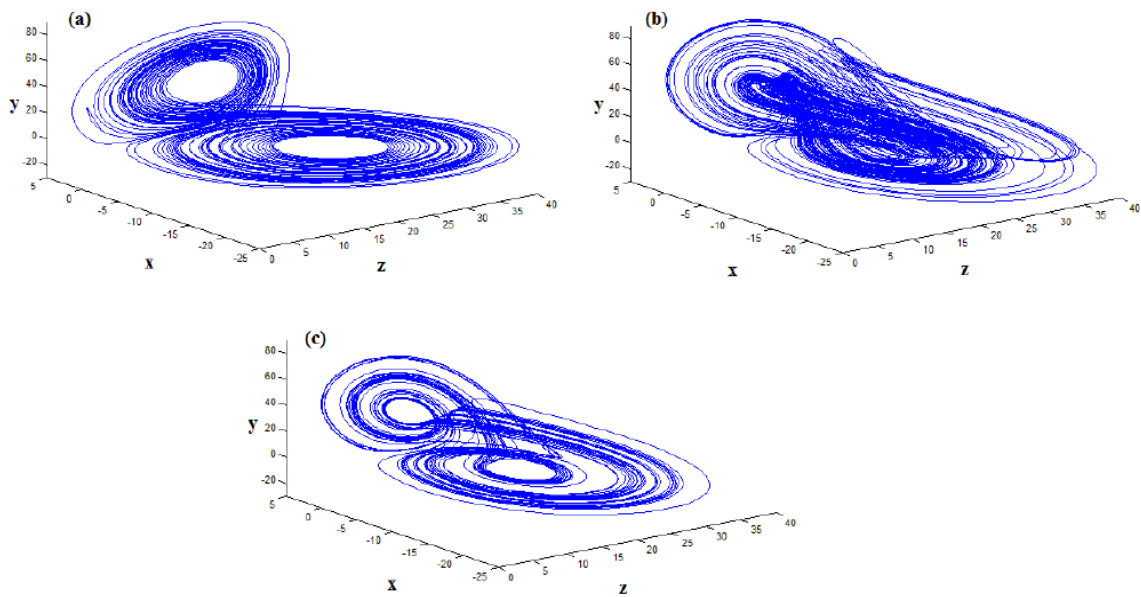


Figure 1.1. Portrait de phase des systèmes chaotiques : (a) Système de Lorenz, (b) Système de Chen, (c) Système de Lü

1.4.2. Exemple des Systèmes hyperchaotiques

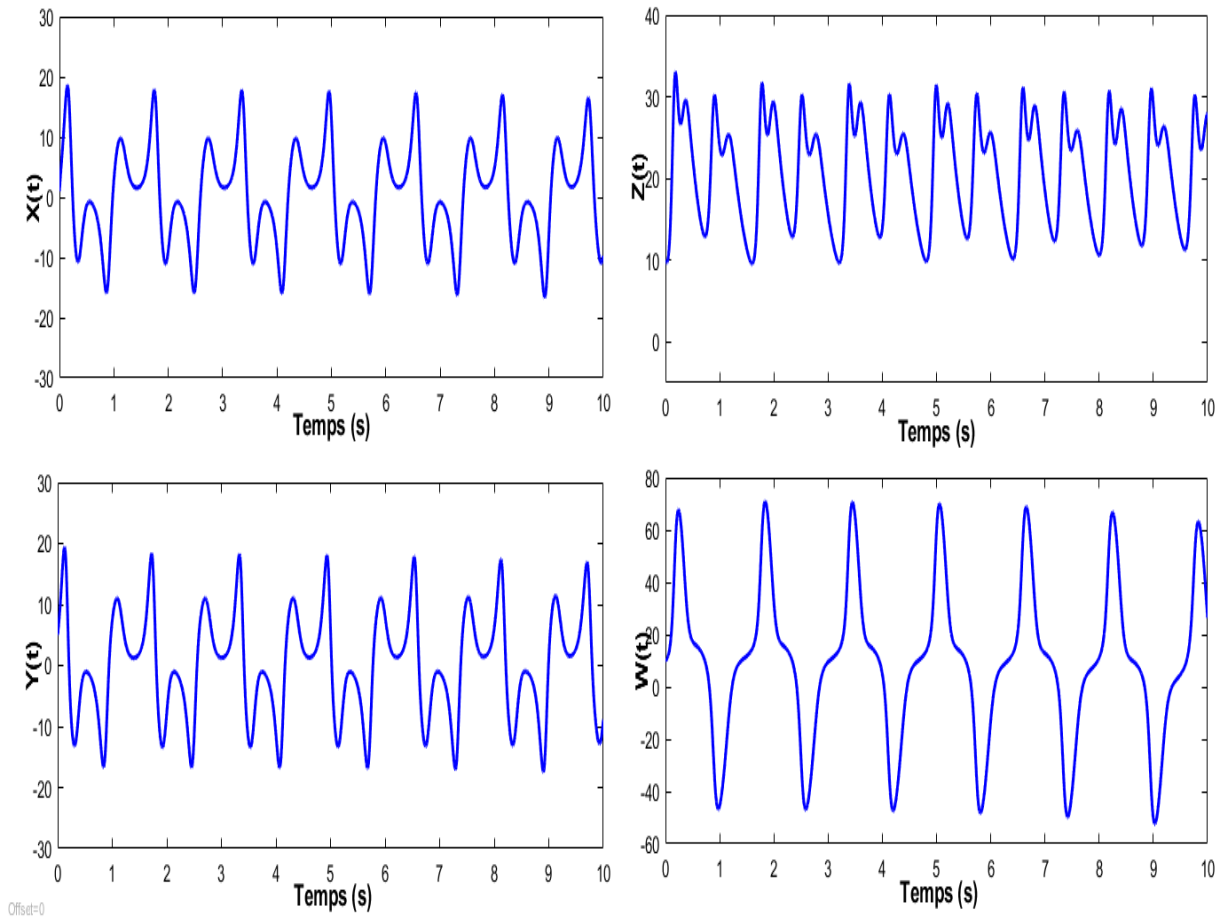
1.4.2.1. Le système hyperchaotique de Lü

En 2006, le système hyperchaotique de Lü a été conçu en se basant sur le système de Lü (1.4) en rajoutant un retour d'état [36]. Il est décrit par le modèle suivant :

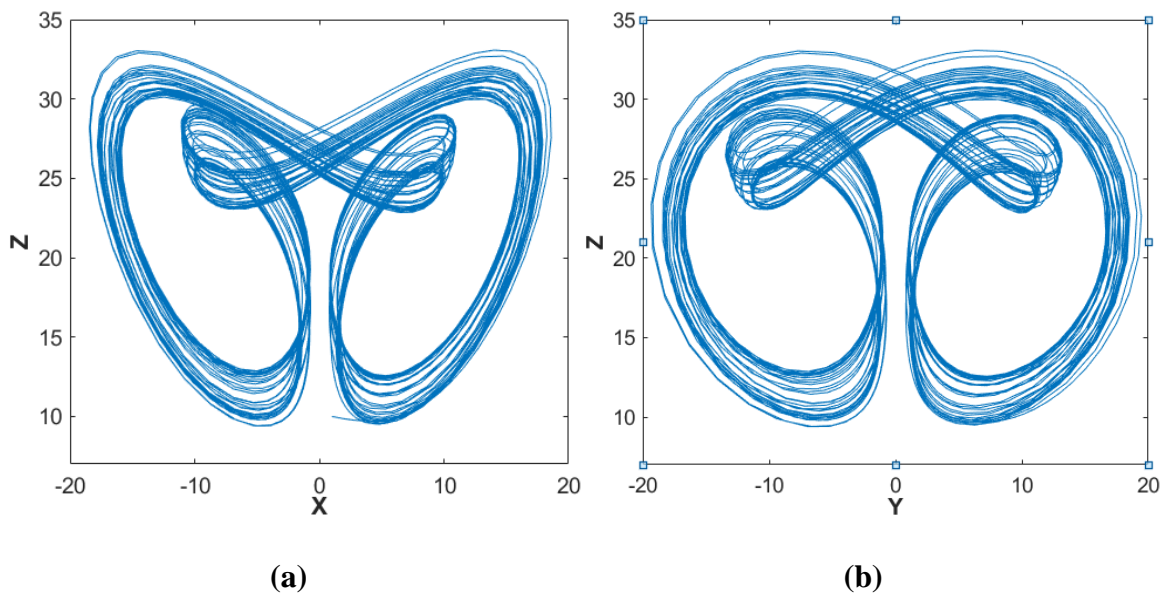
$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) + w, \\ \dot{y} = cy - xz, \\ \dot{z} = xy - bz, \\ \dot{w} = xz + dw. \end{cases} \quad (1.5)$$

Si $a = 36$, $b = 3$ et $c = 20$, plusieurs comportements dynamiques sont observés en variant le paramètre d . En effet, lorsque $-1.03 \leq d \leq -0.46$, une orbite périodique est obtenue. Par contre, si nous avons $-0.46 \leq d \leq -0.35$ et $-0.35 \leq d \leq 1.3$ alors un attracteur chaotique

et hyperchaotique sont respectivement générés. L'attracteur hyperchaotique est illustré par la **Figure.1.3-d.**



Figures 1.2. Réponses du système hyperchaotique de Lü : $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ et $w(t)$



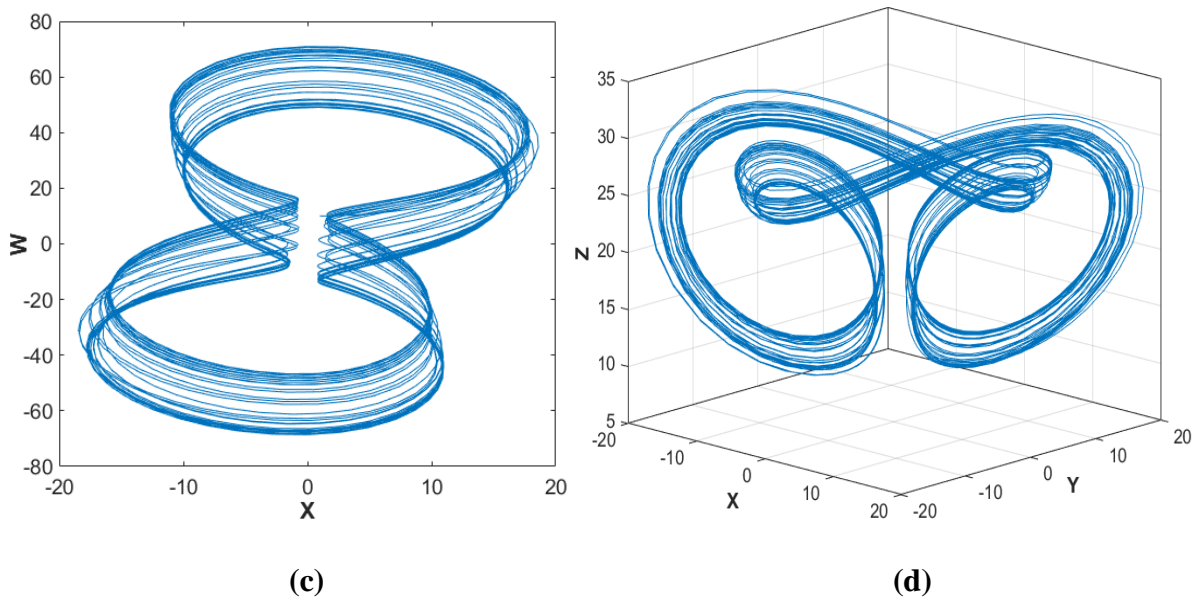


Figure 1.3. Portrait de phase du système hyperchaotique de Lü : (a) plan de phase xz , (b) plan de phase xy , (c) plan de phase xw , (d) plan de phase xyz .

1.4.2.2. Le système hyperchaotique de Lorenz

En 2007, le système hyperchaotique basé sur le système de Lorenz (1.2) a été découvert en rajoutant un retour quadratique non linéaire [37]. Son modèle mathématique est le suivant :

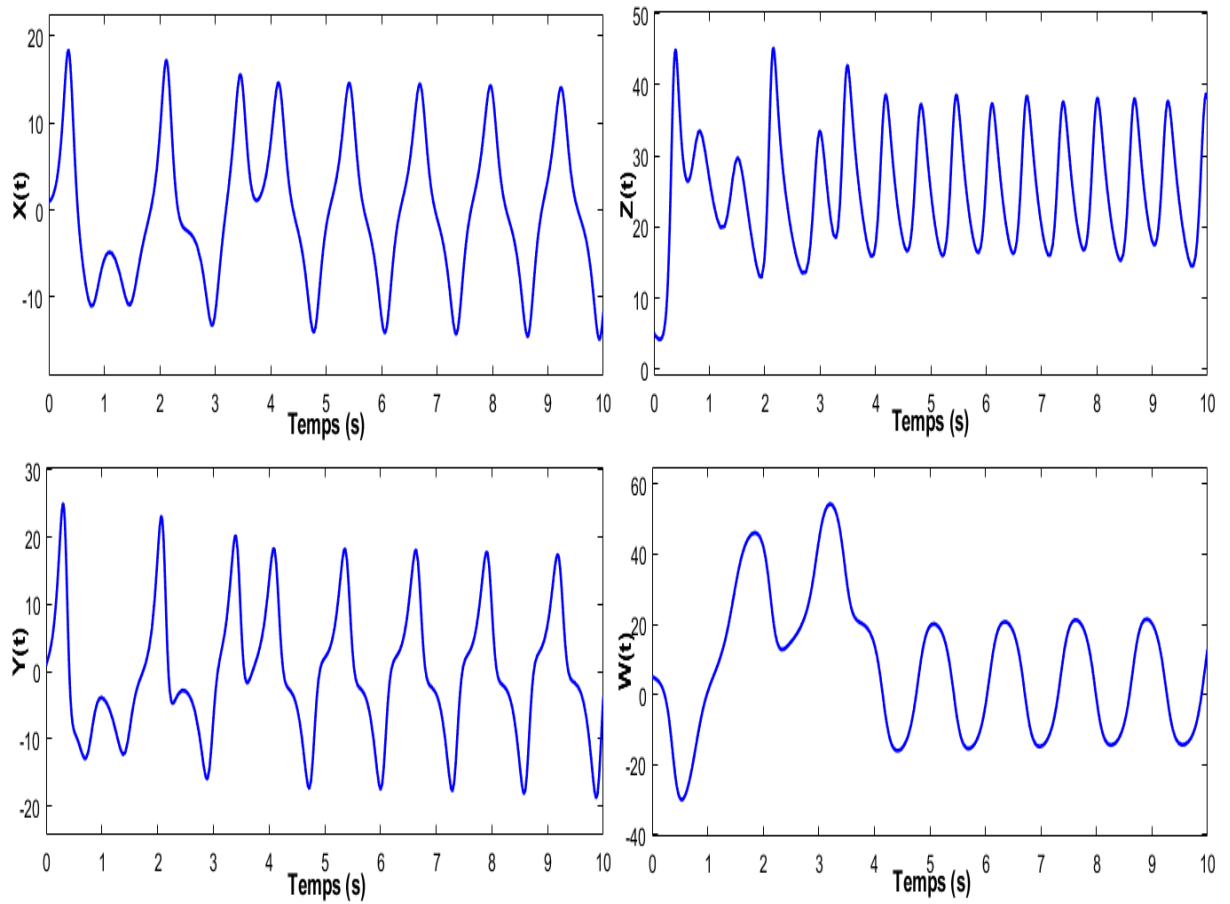
$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = cx + y - xz - w, \\ \dot{z} = xy - bz, \\ \dot{w} = ky. \end{cases} \quad (1.6)$$

Un comportement dynamique complexe est obtenu quand $a = 10$, $b = 8/3$ et $c = 28$ et en variant le paramètre k . Lorsque $0 < k < 0.152$, un attracteur hyperchaotique est observé dans la **Fig.1.2-a**. Ce système a été implémenté en un circuit électrique plus précisément recommandé pour les technologies de l'information [38].

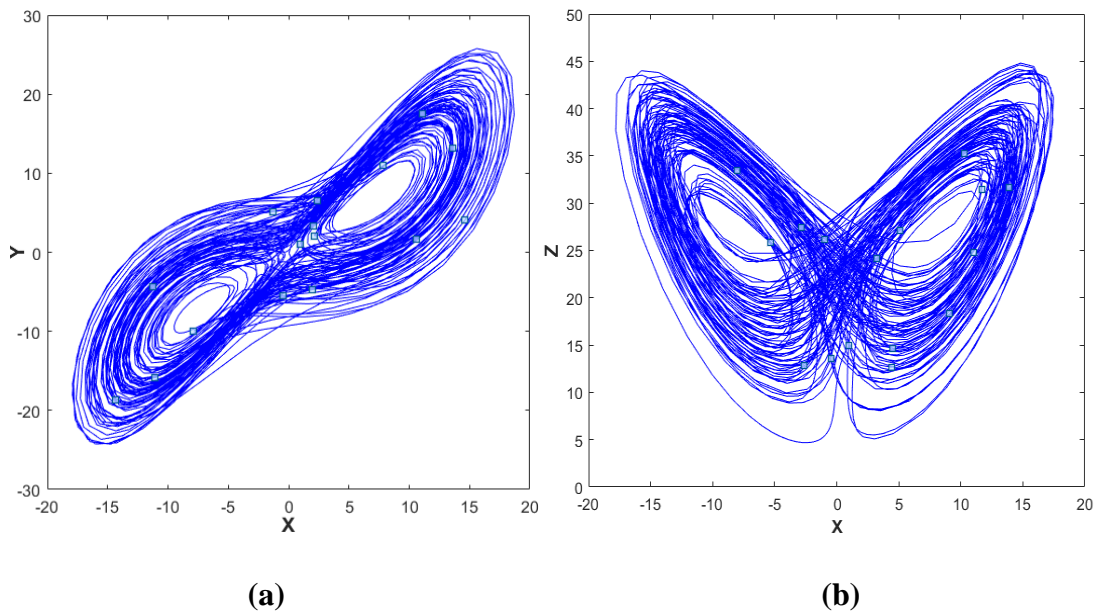
Durant la même année, un deuxième système hyperchaotique de Lorenz a été construit [39]. Il est représenté par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) + w, \\ \dot{y} = cx + y - xz, \\ \dot{z} = xy - bz, \\ \dot{w} = -xz + rw. \end{cases} \quad (1.7)$$

Identiquement au modèle (1.6), ce système génère différents types d'attracteurs : hyperchaotique, chaotique et périodique.



Figures 1.4. Réponses du système hyperchaotique de Lorenz : $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ et $w(t)$



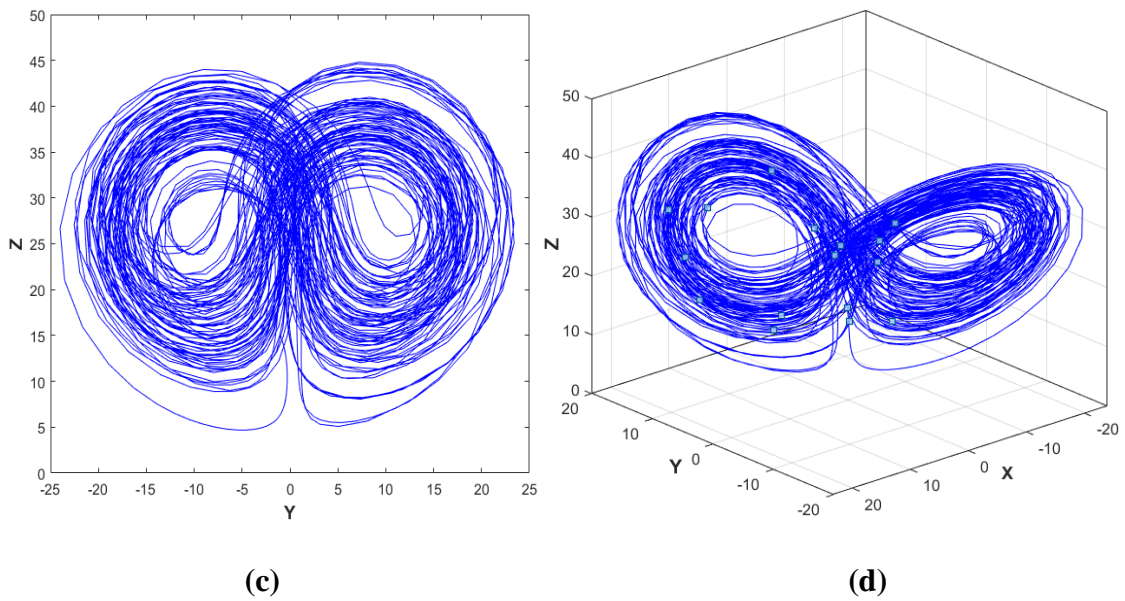


Figure 1.5. Portrait de phase de système hyperchaotique : (a) plan de phase , (b) plan de phase xz , (c) plan de phase yz , (d) plan de phase xyz .

1.5.Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté tout d'abord un aperçu général sur les signatures d'un comportement chaotique. Par la suite, nous avons décrit les systèmes chaotiques basiques afin de comprendre les caractéristiques élémentaires du chaos. Ensuite, nous avons analysé les systèmes hyperchaotiques les plus célèbres parus ces dernières années et qui diffèrent de l'existant que se soit par leurs modèles ou par leurs caractéristiques dynamiques. Dans le chapitre suivant, nous allons concevoir une nouvelle description mathématique des systèmes hyperchaotiques qui tiennent compte dans la synthèse d'une nouvelle loi de commande qui est appliquée à ce type de systèmes non linéaires pour leur contrôle et leur synchronisation.

Chapitre 2

Introduction à la Commande synergétique

2.1. Introduction

La théorie de la commande synergétique (SC) est développée par Anatoly Klesnikov [46]. Celle-ci est une nouvelle tendance dans le domaine du contrôle, basée sur les principes d'auto-organisation orientée et sur l'utilisation des propriétés dynamiques des systèmes non linéaires.

La synergétique est un domaine interdisciplinaire de recherche, lancé par *Hermann Haken* en 1969 [47-49]. L'auteur s'intéresse aux systèmes matériels et non matériels composés en général d'un ensemble de parties individuelles. La synergétique se base sur la spontanéité, c'est-à-dire, à l'apparition auto-organisée des nouvelles qualités dans le système. Ces qualités peuvent être structurelles ou fonctionnelles [48-49].

La question de base traitée par la synergétique est : y a-t-il des principes généraux d'auto-organisation, qui sont indépendants des natures des différentes parties d'un système ?

Dans ce chapitre, on introduit les principes de la théorie de cette commande et leur performance.

2.2. Principes de la commande synergétique

La commande synergétique est une technique de contrôle assez proche de la commande par mode glissant dans le sens où l'on force le système considéré à évoluer avec une dynamique pré-choisie par le concepteur. Elle en diffère dans le fait que la commande y est toujours continue et utilise une macro-variable qui peut être fonction de deux ou plusieurs variables d'état du système.

Récemment cette théorie a été appliquée avec succès dans le domaine des commandes de l'électronique de puissance. Son application à un convertisseur élévateur a été présentée [40-50]. Quelques aspects pratiques concernant la simulation et le hardware ont été discutés [42-44-51] et parmi les applications pratiques réussies figure le chargement de batteries [41]. Cette nouvelle approche ne requiert pas la linéarisation du modèle et emploie explicitement un modèle non linéaire pour la synthèse de la commande.

La synthèse de la commande synergétique dans le cas général est passée en revue dans la section suivante.

2.2.1. Synthèse de la commande synergétique

Considérons le système dynamique non-linéaire *SISO* de dimension n qui peut être décrit par l'équation non linéaire suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, u, t) \quad (2.1)$$

Où x représente le vecteur d'état du système et u représente le vecteur de commande.

Dans le cas simple, la première étape dans la conception d'une commande synergétique réside dans la formation d'une macro-variable définie en fonction des variables d'état du système sous forme de relations algébriques entre ces variables qui reflètent les caractéristiques des exigences de la conception. Cette macro-variable peut être définie sous forme d'une combinaison linéaire des variables d'état du système. Elle détermine les propriétés de transition du système (2.1) à partir d'un état initial quelconque vers un état d'équilibre désiré. Le nombre de macro-variables n'excédant pas le nombre de variables à contrôler [42-50]. Soit :

$$\Phi = \sigma(x, t) \quad (2.2)$$

Où Φ est la macro-variable et $\sigma(x, t)$ une fonction définie par l'utilisateur. Chaque macro-variable Φ présente une nouvelle contrainte sur le système dans l'espace d'état ainsi son ordre réduit d'une unité, en le forçant à évoluer vers une stabilité globale à l'état désiré $\Phi = 0$.

L'objectif de la commande synergétique est de forcer le système à évoluer sur le domaine choisi au préalable par le concepteur $\Phi = 0$ d'où:

$$\sigma(x, t) = 0 \quad (2.3)$$

Les caractéristiques de la macro-variable peuvent être choisies par le concepteur, selon les paramètres de commande, le temps de réponse, limitations de la commande, etc....

La macro-variable peut être une combinaison linéaire simple des variables d'état, et elle est forcée d'évoluer d'une façon désirée exprimée par une contrainte appelée dans la littérature de la théorie de la commande synergétique, l'équation fonctionnelle [41-42-46-52], qui a la forme générale suivante :

$$T\dot{\sigma} + \sigma = 0 \quad T > 0 \quad (2.4)$$

La solution de l'équation (I.31) donne la fonction suivante :

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-t/T} \quad (2.5)$$

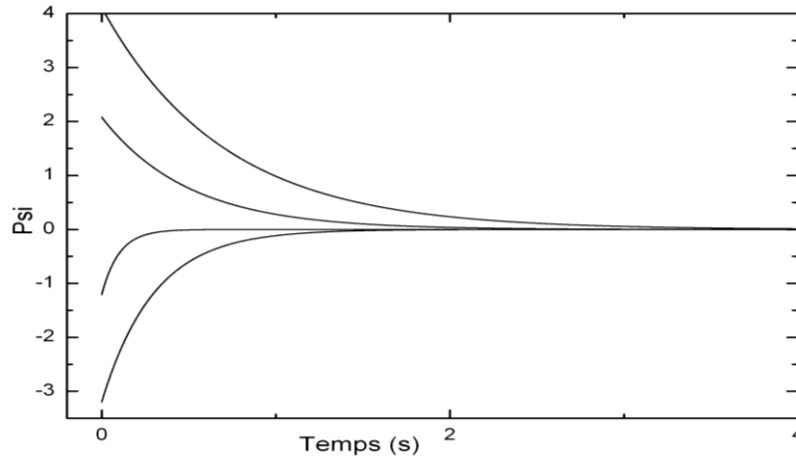


Figure 2.1 Représentation graphique de la solution de l'équation fonctionnelle pour de différentes conditions initiales

Comme le montre la figure (2.1) montre, la macro-variable $\sigma(t)$ converge vers l'attracteur ou le collecteur (la manifold) $\sigma = 0$ pour des conditions initiales différentes de σ_0 , où t représente le temps et T un paramètre de contrôle qui indique la vitesse de convergence du système en boucle fermée vers le domaine indiqué [43-53-54].

En tenant compte de la chaîne de la différentiation qui est donnée par :

$$\frac{d\sigma(x,t)}{dt} = \frac{d\sigma(x,t)}{dx} \frac{dx}{dt} \quad (2.6)$$

La substitution de (2.3) et de (2.4) dans (2.6) permet d'écrire :

$$T \frac{d\sigma(x,t)}{dx} f(x, u, t) + \sigma(x, t) = 0 \quad (2.7)$$

En résolvant l'équation (2.7) pour u , la loi de commande est alors exprimée comme suit :

$$u = g(x, \sigma(x, t), T, t) \quad (2.8)$$

À partir de l'équation (2.8), on s'aperçoit que la commande dépend non seulement des variables d'état du système mais également de la macro-variable et du paramètre de contrôle T .

En d'autres termes, le concepteur peut choisir les caractéristiques du contrôleur en choisissant une macro-variable appropriée et un paramètre de contrôle spécifique T .

Dans la synthèse du contrôleur synergétique qui agit sur le système non linéaire la linéarisation ou la simplification du modèle n'est pas nécessaire comme c'est souvent le cas pour les approches de commandes traditionnelles.

Par un choix approprié des macro-variables, le concepteur peut obtenir les caractéristiques intéressantes suivantes pour le système final [45-55] :

- Stabilité globale ;
- Insensibilité vis-à-vis des paramètres ;
- Suppression de bruit.

Il est intéressant de noter que la loi de la commande synergétique garantit la stabilité globale sur le domaine choisi. Il est à noter qu'une fois la contrainte (2.8) est satisfaite le système y est assujéti et le restera malgré les éventuelles variations des paramètres. Cette propriété d'invariance aux perturbations est partagée par la technique de commande en mode glissant lors du glissement des trajectoires sur la surface de glissement. Un exemple d'application est donné dans la section suivante afin d'illustrer la simulation de la mise en œuvre d'un contrôleur synergétique.

2.2.2. Exemple de commande synergétique d'un système chaotique

Le modèle mathématique de la torche à plasma peut être écrit comme suit :

$$\ddot{F} + a_2\dot{F} + a_1F + a_0F = \pm F^3 \quad (2.9)$$

Où $F, \dot{F}, \ddot{F} \in \mathfrak{R}$ et a_0, a_1 et $a_2 \in \mathfrak{R}$ sont les quantités de champ plasmatique et les paramètres du système, respectivement. Les paramètres thermo-physiques tels que l'outil de la torche à plasma, la vitesse d'écoulement du gaz plasmatique et le courant d'arc déterminent les paramètres de l'équation (2.9). Considérant le comportement dynamique de la torche à plasma, les coefficients de l'équation (2.9) sont tirés des résultats de la recherche de Ghorui et al. L'équation (1) peut réécrite sous le format suivant :

$$\ddot{F} + \dot{F} + 50\dot{F} + \mu F = -F^3 \quad (2.10)$$

Où μ représente le paramètre de bifurcation. Le modèle d'espace d'état du système (2.10) peut être décrit ci-dessous :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -\mu x_1 - 50x_2 - x_3 - x_1^3\end{aligned}\tag{2.11}$$

Les points d'équilibre du système (2.11) sont $(x_1, x_2, x_3) = (0,0,0), (\pm\sqrt{-\mu}, 0,0)$ pour $\mu \leq 0$. La matrice Jacobienne du système (2.11) au point d'équilibre $(x_1^e, 0,0)$ est la suivante, avec $x_1^e = 0$ et $(x_1^e = \pm\sqrt{-\mu})$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3(x_1^e)^2 - \mu & -50 & -1 \end{pmatrix}\tag{2.12}$$

L'équation caractéristique correspondante est :

$$\lambda^3 + \lambda^2 + 50\lambda + \mu + 3(x_1^e)^2 = 0\tag{2.13}$$

L'analyse de stabilité du système (2.11) basée sur la méthode de Routh-Hurwitz montre que les points d'équilibre $(0,0,0)$ et $(\pm\sqrt{-\mu}, 0,0)$ sont asymptotiquement stables pour $0 < \mu < 50$ et $-25 < \mu < 0$ respectivement. Par conséquent $(0,0,0)$ est un point d'équilibre instable pour $\mu < 0$.

2.2.3. Résultat de simulation

Les figures (2.1-2-3-4) montrent que le système (2.11) devient chaotique pour la condition initiale $(x_1, x_2, x_3) = (5, -2, 3)$ et $\mu = -130$.

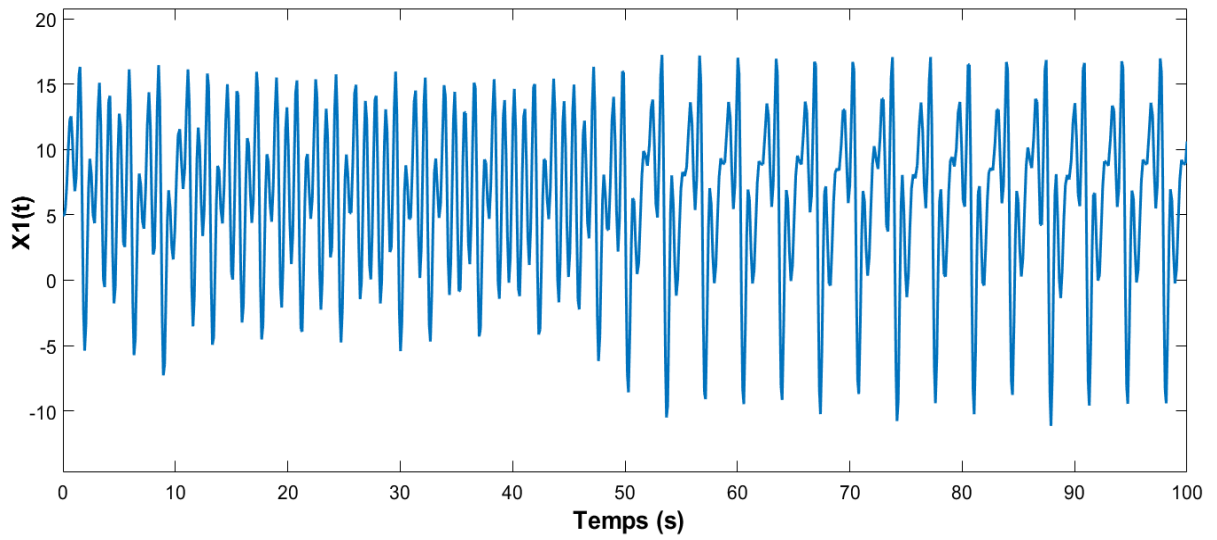


Figure 2.2. Réponse du système, variable d'état X_1

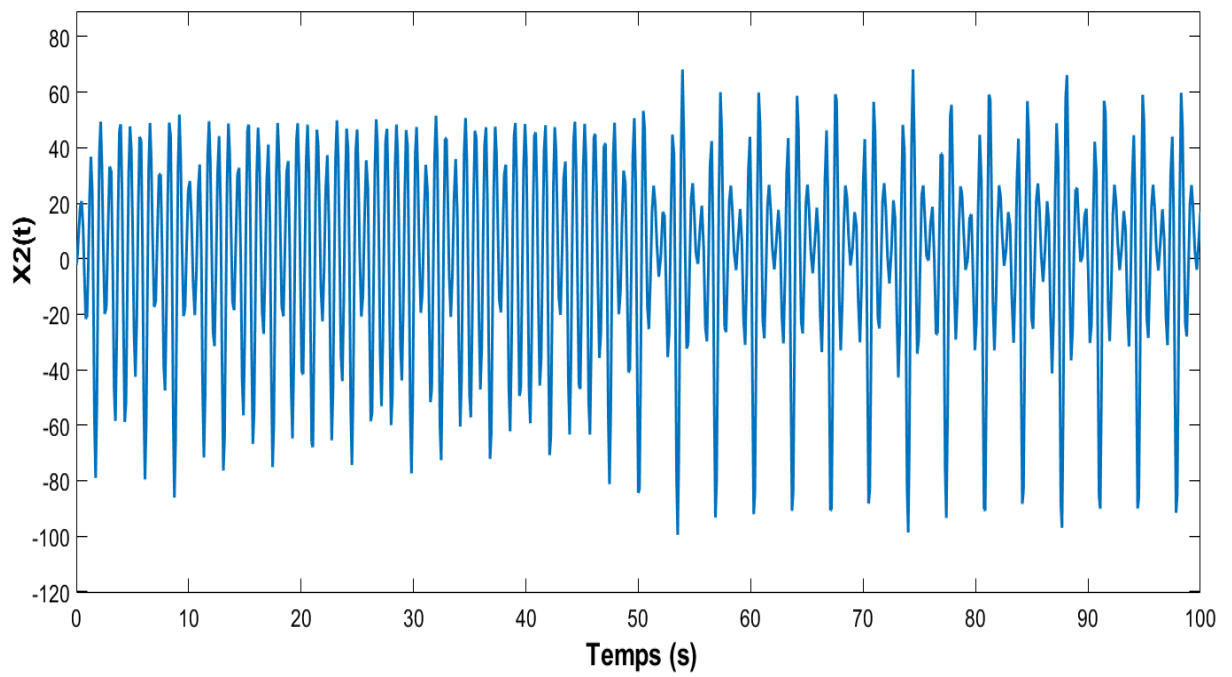


Figure 2.3. Réponse du système, variable d'état X_2

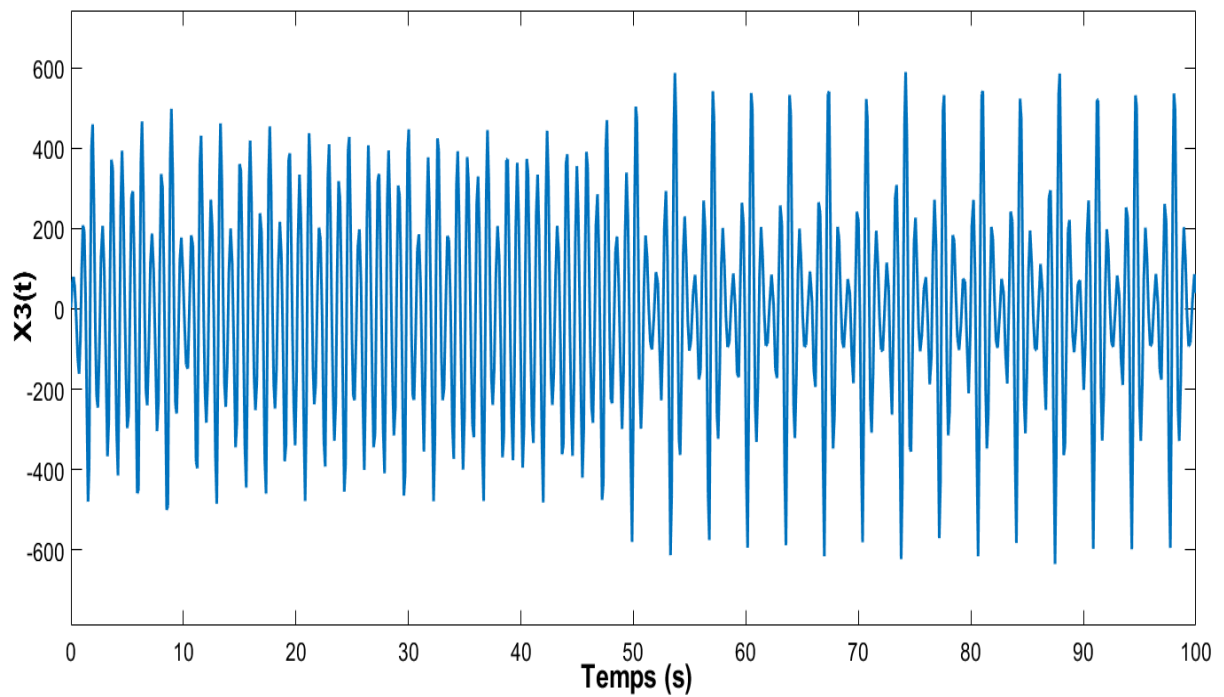


Figure 2.4. Réponse du système, variable d'état X_3

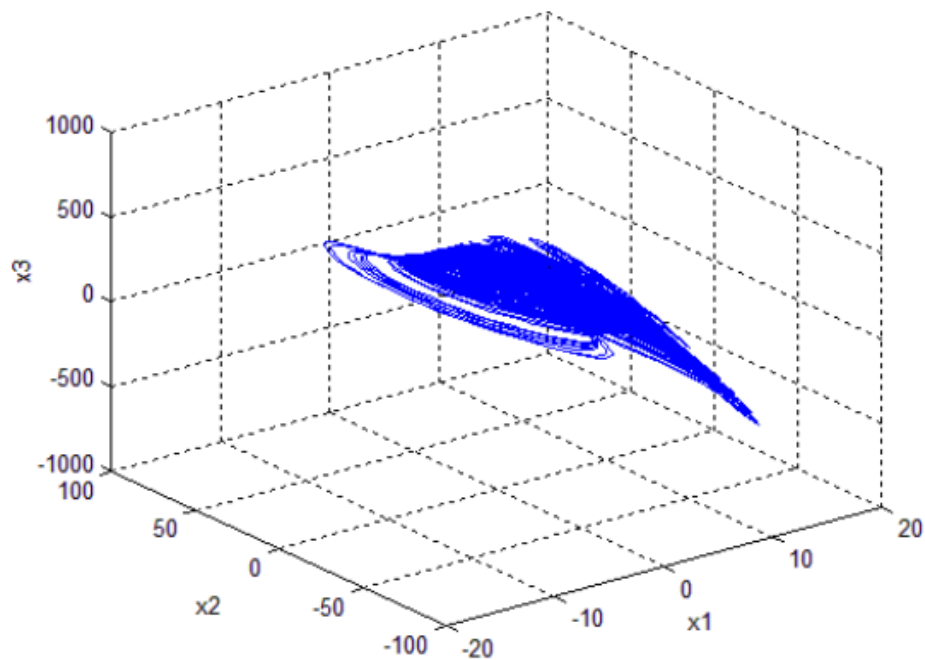


Figure 2.5. Attracteur chaotique

On souhaite concevoir un contrôleur tel que les états du système de la torche à plasma convergent asymptotiquement vers le point d'équilibre instable $(0,0,0)$ pour $\mu < 0$.

2.3. Conception de la loi synergétique

Dans cette application on admet que l'entrée de commande est considérée comme suit :

$$u(t) = x_1^3 + u_1(t) \quad (2.14)$$

Avec $u_1(t)$ la loi de commande synergétique. Le système de la torche à plasma peut être récrit comme :

$$\dot{x} = f(x) + b(x)u_1 \quad (2.15)$$

Où :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, f(x) = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\mu & -50 & -1 \end{bmatrix} x, \quad b(x) = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Donc la synthèse synergétique stabilisant le système commence par définir une macro-variable donnée par l'équation suivante :

$$s = cx \quad (2.16)$$

Où $c = [1 \ 1 \ 0,1]$. La macro-variable s doit satisfaire l'équation différentielle homogène suivante :

$$T_1 \dot{s} + s = 0 \quad T_1 > 0 \quad (2.17)$$

T_1 est un paramètre de contrôle spécifique qui indique la vitesse de convergence de la macro-variable (II.16) vers la manifold $= 0$. La dérivation de s donne :

$$\dot{s} = c\dot{x} = c[f(x) + b(x)u_1(t)] \quad (2.18)$$

Et en substituant l'équation (2.18) dans l'équation (2.17), on obtient la loi de commande synergétique donnée par la l'équation

$$u_1 = -(cb(x))^{-1} [cf(x) + T_1 cx] \quad (2.19)$$

L'expression de $u(t) = x_1^3 + u_1(t)$ est l'action de commande nécessaire pour le stabilisateur synergétique de système (2.11). La loi de commande $u(t)$ force la trajectoire de la variable d'état à satisfaire l'équation (2.17). Selon cette équation, la trajectoire converge vers le manifold $s = 0$ avec une constante de temps T_1 . Afin d'étudier l'efficacité du stabilisateur

non linéaire proposé, la simulation numérique a été effectuée sur le système de la torche plasma comme montré dans les figure.2.5-6-7-8.

2.3.1. Résultats de simulation :

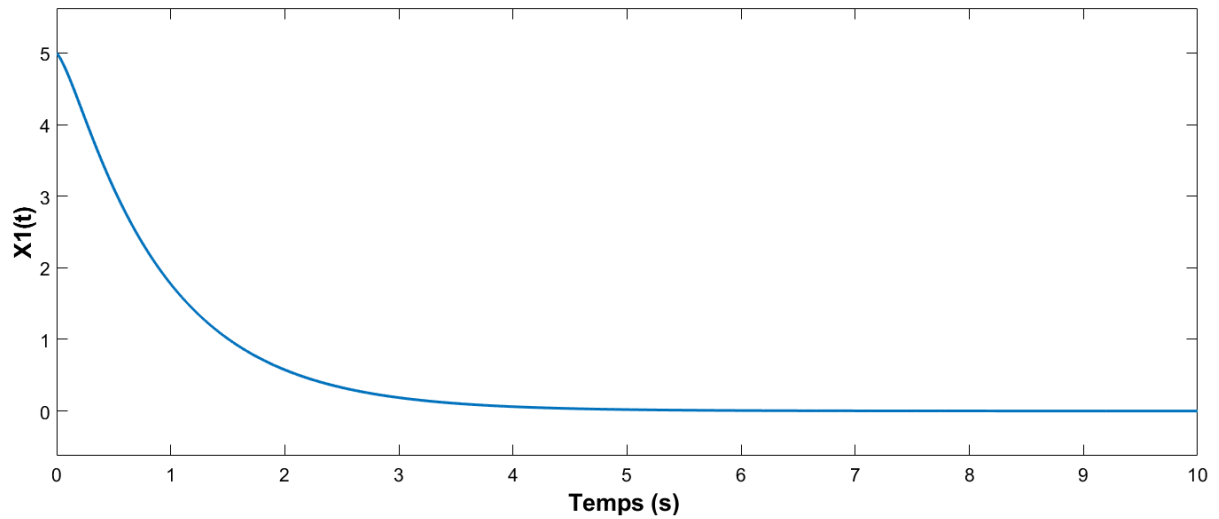


Figure 2.6. Evolution de la variable d'état X_1

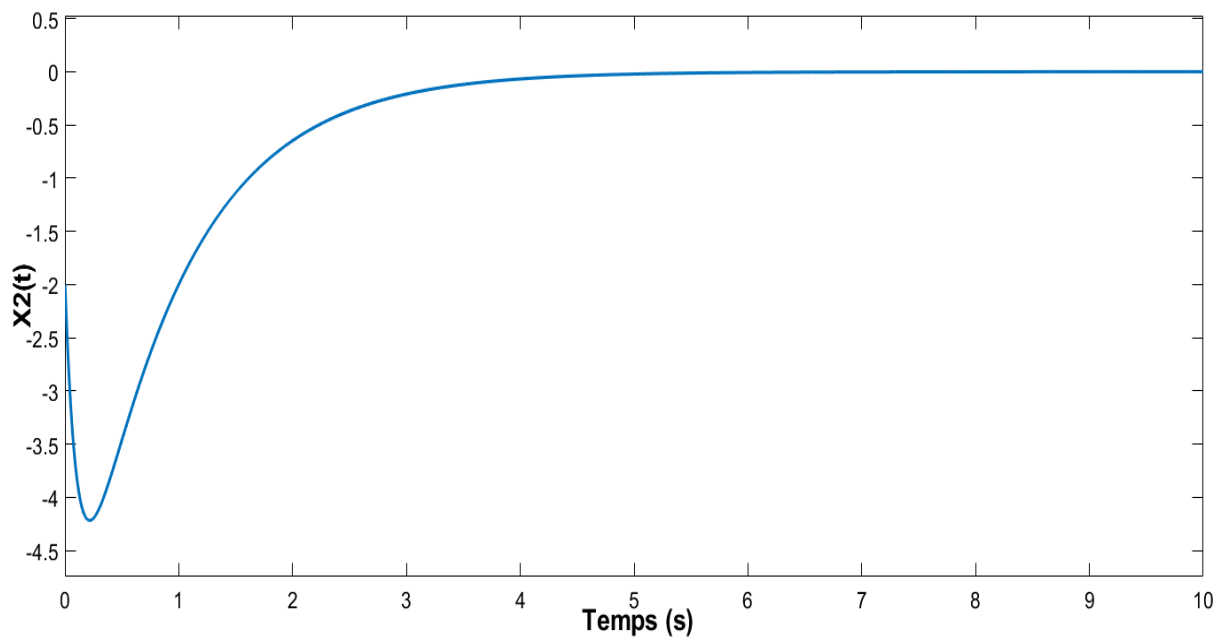


Figure 2.7. Evolution de la variable d'état X_2

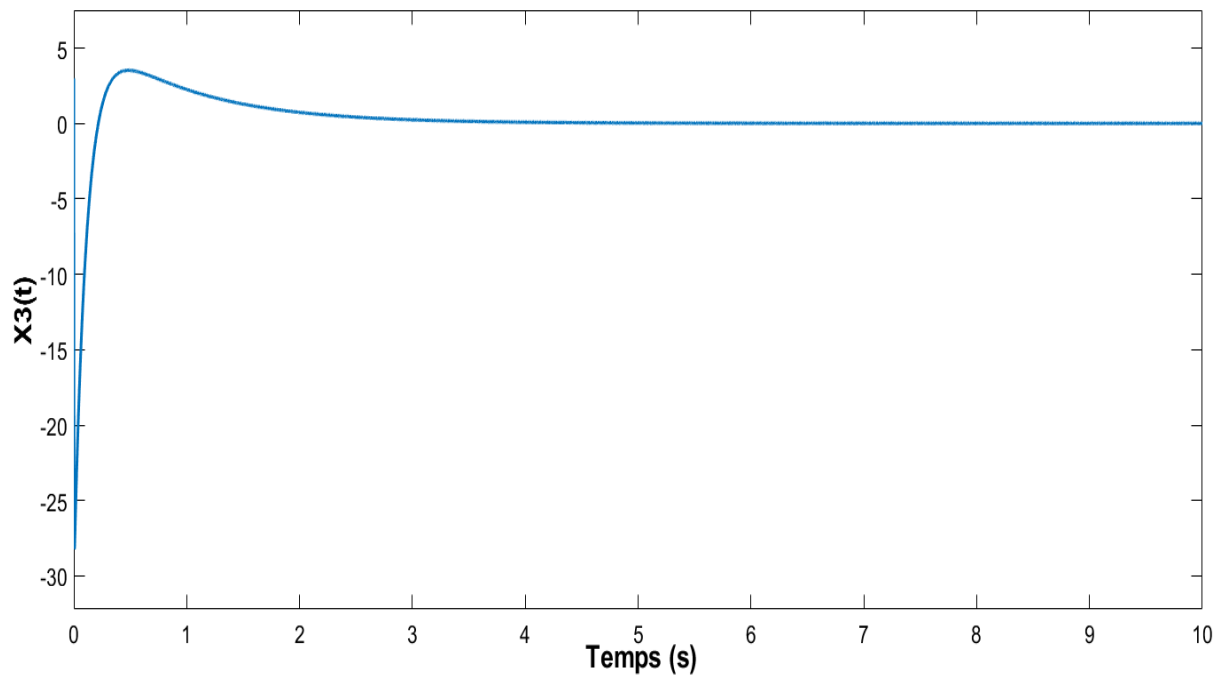


Figure 2.8. Evolution de la variable d'état X_3

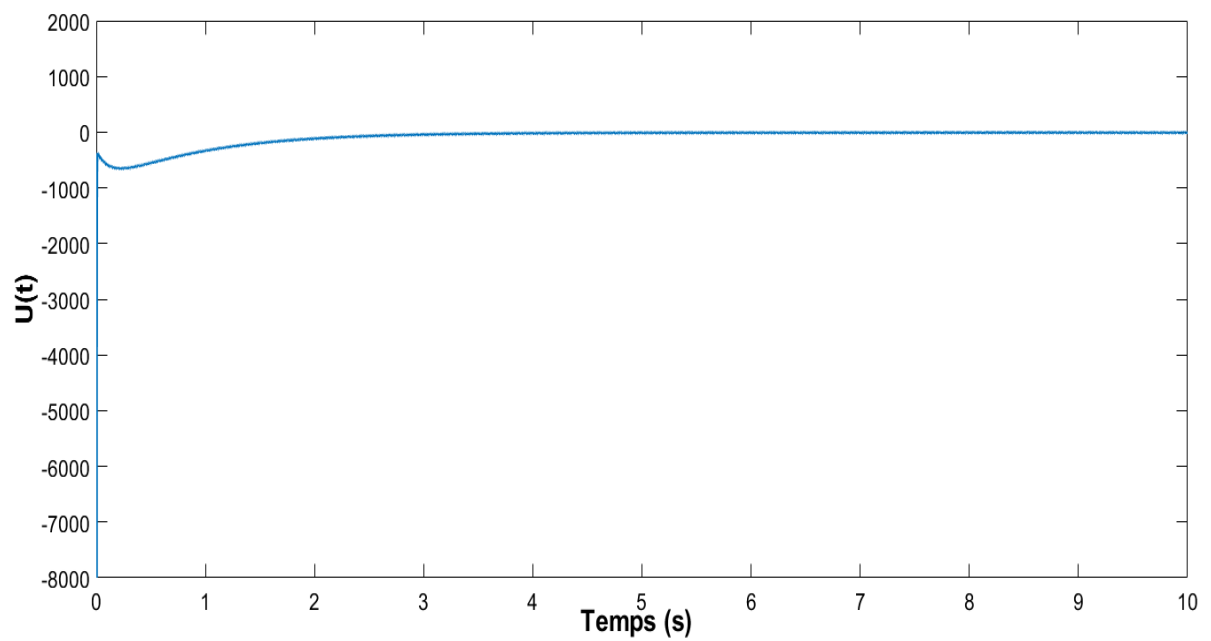


Figure 2.9. Evolution de la loi de commande synergétique u

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit le concept de la commande synergétique et illustré son utilisation à travers la simulation de la commande d'un système chaotique.

L'intérêt majeur de la commande synergétique réside d'une part dans la simplicité de mise en œuvre de ce contrôleur et d'autre part il montre une haute performance pour assurer la stabilité du système chaotique. Cependant, cette technique ne peut être utilisée que pour les systèmes non linéaires considérés, dont le modèle dynamique est parfaitement connu. . Pour pallier à ce genre de problèmes, nous utilisons le contrôleur synergétique flou qui sera décrit dans le chapitre suivant.

Chapitre **3**

*Commande
synergétique floue des
systèmes
hyperchaotiques*

3.1. Introduction

La plupart des systèmes physiques sont non linéaires et complexes, qui ne peuvent être facilement modélisés mathématiquement. D'autre part, le traitement mathématique des systèmes non linéaires est toujours un problème dans la théorie de la commande moderne. Il est possible par exemple, qu'un système non linéaire soit linéarisé autour des points de fonctionnement tels que la théorie de commande linéaire bien développée peut être appliquée dans la région locale avec la facilité apparente [56]. Là peut exister un certain nombre de points de fonctionnement qui devraient être considérés pendant le contrôle d'un système non linéaire. Comment agréger chaque modèle localement linéaire dans un modèle global représentant le système non linéaire ? C'est l'une des approches efficaces qui est celle de la logique floue. L'ensemble des modèles mathématiques linéaires peut être intégré dans un modèle global qui est équivalent au système non linéaire.

Ce chapitre est consacré à la modélisation floue de type Takagi-Sugeno des systèmes hyperchaotiques. Après les notions de base relatives à la modélisation floue, on s'intéresse au contrôle synergétique flou pour la synchronisation de deux systèmes hyperchaotiques.

3.2. Structure générale des modèles flous

Le domaine d'application de la logique floue qui devient de plus en plus important est celui de la modélisation et de la commande des systèmes dynamiques. En effet, une telle logique possède des bases de calcul précises permettant de combiner plusieurs fonctions d'appartenances, et de tirer des conclusions pondérées. Le principe des systèmes flous est de remplacer les fonctions mathématiques par une série de règles linguistiques de la forme «antécédent **alors** conséquent». Ainsi, on obtient un algorithme heuristique permettant de construire par apprentissage une très large classe de modèle.

3.2.1. Variables linguistiques

Contrairement aux variables binaires qui sont définies par les deux états «vrai» ou «faux», les variables floues présentent toute une graduation entre la valeur «vrai» et la valeur «faux».

La variable linguistique est représentée par un triplet (x, F, E_x) , dans lequel x est une variable (force, température, vitesse, pression, ...) définit sur un ensemble de référence F (l'ensemble des nombres entiers, des réels, ...) [57]. Sa valeur pouvant être n'importe quel

élément de F , sous un univers de discours représenté par un ensemble $E_x = \{A_1, A_2, \dots\}$ fini ou infini, de sous-ensemble flous de E_x dans F . qui sont utilisés pour caractériser la variable x définissant des prédicats des valeurs qui prend x dans F , décrit un certain nombre de termes : par exemple la température, «chaud», «froid», «tiède», ou bien (très chaud, assez chaud, tiède, assez froid) selon les valeurs possibles que la variable température x peut prendre. Les termes donnés aux sous ensembles flous A_i sont donc choisis pour effectuer des descriptions de la variable x , et pour chacun est associée à un sous-ensemble flou de E_x dans F et une fonction d'appartenance $\mu_{A_i}(x)$, définie sur F et à valeur dans $[0, 1]$.

3.2.2. Ensembles flous (Sous-ensembles flous)

La notion des sous-ensembles flous a pour but de permettre des gradations dans l'appartenance d'un élément à une classe, c'est-à-dire d'autoriser une variable à appartenir plus ou moins fortement à cette classe. Cette notion permet de résoudre les problèmes des limites mal définies, et les situations intermédiaires (entre le tout ou rien), comme le passage progressif d'une classe à une autre [57]. Ces caractéristiques d'approximations évitent l'utilisation arbitraire des limites rigides à des classes.

Pour pouvoir décrire facilement un sous ensemble flou, et dans quelle mesure il diffère d'un sous ensemble classique, un sous-ensemble classique E de l'ensemble de référence F est défini par une fonction caractéristique F_E , qui prend la valeur 0 pour les éléments de F n'appartient pas à E et la valeur 1 pour ceux qui appartiennent à E :

$$F_E: x \rightarrow \{0, 1\} \quad (3.1)$$

Un sous-ensemble flou E de F est défini par une fonction d'appartenance qui associe à chaque élément x de F (ensemble de référence), le degré $\mu_E(x)$, compris entre 0 et 1 avec lequel x appartient à E .

$$\mu_E: x \rightarrow [0, 1] \quad (3.2)$$

Le sous ensemble flou E est un sous ensemble classique de F , dans le cas particulier où $\mu_E(x)$ ne prend que des valeurs égales à 0 ou 1.

Un sous-ensemble classique est donc un cas particulier de sous-ensemble flou. Notons dans ce qui suit qu'on parle souvent d'ensemble flou et non pas de sous-ensemble flou.

3.2.3. Fuzzification

Dans le but de traitement numérique des variables linguistiques, dans ce contexte une attribution à chaque valeur de la variable linguistique une fonction d'appartenance μ , dont la valeur varie entre 0 et 1 avec une classification en un certain nombre d'ensembles flous [58-59].

En toute généralité, la fonction d'appartenance est désignée par $\mu_E(x)$. Où l'argument x se rapporte à la variable linguistique, tandis que l'indice E indique l'ensemble concerné. Avec une valeur précise pour la fonction d'appartenance liée à une valeur déterminée de la variable x sera désignée par «facteur d'appartenance, degré d'appartenance, ou coefficient d'appartenance» de telle sorte que :

$$\sum \mu_E(x) = 1 \quad (3.3)$$

3.2.4. Fonctions d'appartenances

Les fonctions d'appartenances servent à la modélisation et la quantification de la crédibilité attribuée à des faits dans un univers dit univers de discours, formée par l'ensemble des fonctions d'appartenances, tel que, un fait certain aura un coefficient d'appartenance égale à 1 pour le point de fonctionnement considéré [60]. Un fait incertain aura un coefficient d'appartenance inférieur ou égal à 1 comme la montre les figures 3.1.b et 3.1.c.

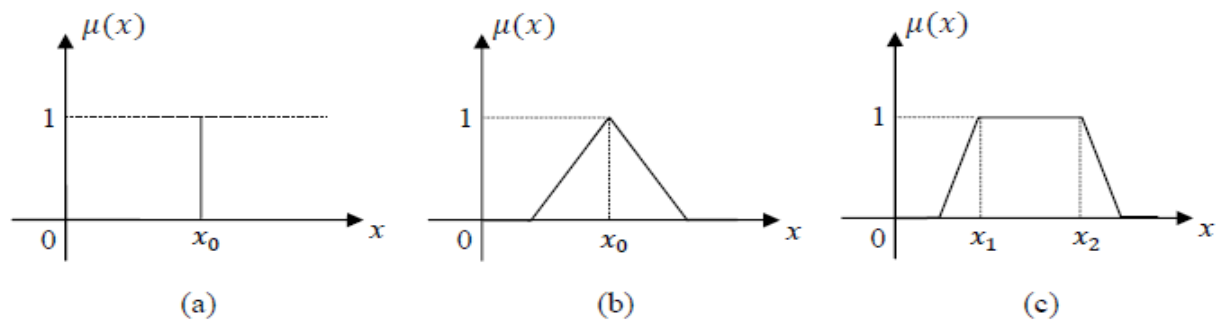


Figure 3.1 : Fonctions d'appartenances pour un fait certain et un fait incertain.

Lorsque le fait est certain, il correspond à l'énoncé de la valeur d'une variable $x = x_0$, avec $\mu_{x_0}(x) = 1$ et $\mu_{x_0}(x) = 0$ pour $x \neq x_0$: on a alors un singleton, comme le montre la figure III.1.a. Ces divers prédicats sont représentés par des fonctions d'appartenances de différentes formes (triangulaire, trapézoïdale, gaussienne), selon le modèle flou conçu. La figure II.2 montre l'univers de discours d'une variable (exemple : vitesse), qui couvrira

l'ensemble des prédicats (très grande vitesse, grande vitesse, moyenne vitesse, petite vitesse, faible vitesse) prises par cette variable.

L'intersection entre deux prédicats consécutifs est non nulle, de façon à pouvoir exercer une pondération sur la variable linguistique à modéliser. Il en résulte un chevauchement des variables qui doit être suffisant pour permettre une description continue des variables (figures 3.2 et 3.3), mais pas trop important pour limiter l'imprécision.

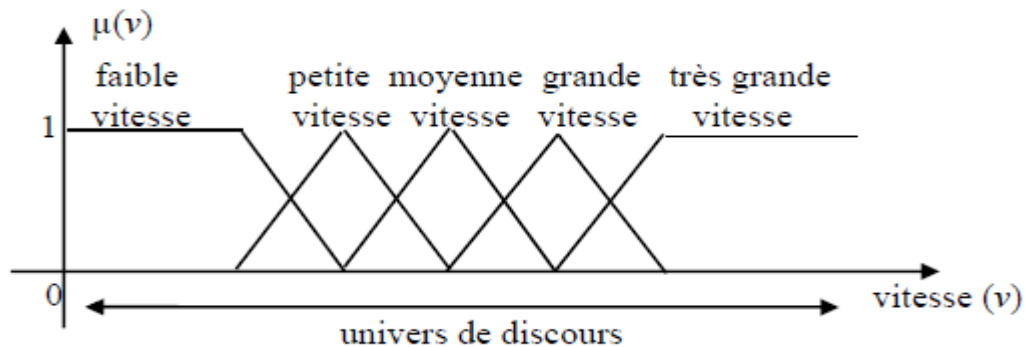


Figure 3.2 : Bonne répartition avec une forme triangulaire des fonctions d'appartenances.

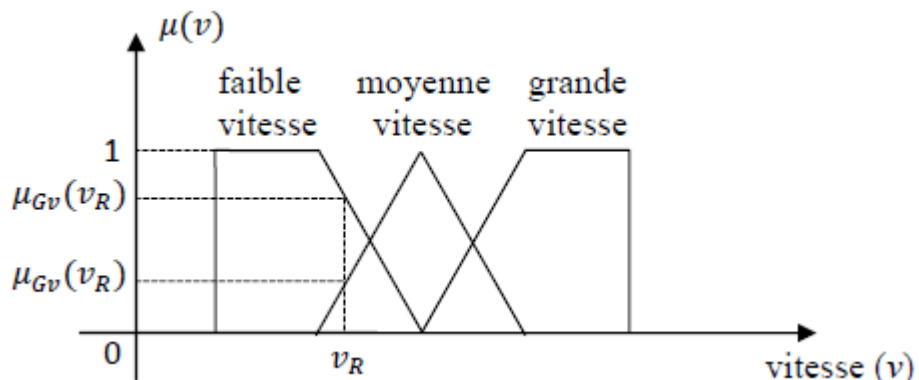


Figure 3.3 : Chevauchements suffisants.

3.2.5. L'inférence

La stratégie de la logique floue dépend essentiellement des inférences adoptées. Elles lient les grandeurs physiques, aux variables floues, telle que l'inférence est décrite d'une manière explicite par la description linguistique à l'aide d'un certain nombre de règles [58-60]. Chaque règle possède une condition, précédée du symbole «si» et une conclusion, action ou opération, précédée du symbole «alors» selon le type du procédé physique étudié et du

modèle flou adopté (Takagi-Sugeno, Mamdani). L'inférence, à titre d'exemple, peut être comme suit :

Si (x_1 est négatif grand et x_2 est environ zéro),
Alors (yégal positif grand), ou
Si (x_1 est négatif grand et x_2 est positif moyen),
Alors (yégal positif moyen), ou
Si (x_1 est négatif moyen et x_2 est environ zéro),
Alors (yégal négatif moyen), ou...

L'inférence peut être composée de plusieurs règles suivant le nombre de variables et des sous-ensembles flous qui forment l'univers de discours.

La description linguistique des inférences est généralement assez lourde, dont une certaine simplification de l'écriture par la description symbolique ; telle que les ensembles sont alors désignés d'une manière abrégée par leur symbole. Pour l'exemple précédent on a :

Si (x_1 est NG et x_2 est EZ), **alors** (y est PG), ou
Si (x_1 est NG et x_2 est PM), **alors** (y est PM), ou
Si (x_1 est NM et x_2 est EZ), **alors** (y est NM), ou ...

Avec x_1 , x_2 et y sont des variables physiques, et (grand positif, environ zéro, positif moyen, négatif moyen, négatif grand) symboliser respectivement par (GP, EZ, PM, NM, NG) sont les ensembles flous (prédicats).

3.2.6. Opérateurs

Les règles d'inférences font appel aux opérateurs. Le plus souvent, on utilise les opérateurs minimum, maximum, produit et valeurs moyennes. Les variables linguistiques sont liées entre elles au niveau des inférences par des opérateurs «ET» et «OU». Il s'agit d'opérateurs de la logique floue qui interviennent sur les fonctions d'appartenances représentant les variables linguistiques [58]. De plus, il existe un opérateur Non (complément à un, négatif, inverse). Les règles de calcul pour ces opérateurs sont bien connues dans le cas de logique classique.

3.2.7. Structure des modèles flous

Comme on a cité précédemment, les règles sont matérialisées par des implications logiques de la forme **Si** «antécédent» **Alors** «conséquent», chaque implication est appelée règle, d'où la nomination règle «**Si - Alors**» :

$$R^l: \text{Si } x \text{ est } A_i^l, \text{ Alors } y \text{ est } B_i^l \quad (3.4)$$

$i = 1, 2, \dots, p, l = 1, 2, \dots, k$.

x dénote la variable linguistique d'entrée (antécédent).

A_i^l sont des ensembles flous antécédents (prémises).

y est la variable linguistique de sortie (conséquent).

B_i^l sont des ensembles flous conséquents.

Les variables x et y appartiennent respectivement aux ensembles flous A_i^l et B_i^l sont définis sur leurs domaines respectifs :

$$x \in X \subset R^p \text{ et } y \in Y \subset R^q$$

Les fonctions d'appartenance des ensembles flous, antécédents et conséquents, sont des applications :

$$\mu(x): x \rightarrow [0, 1] \text{ et } \mu(y): y \rightarrow [0, 1], \text{ respectivement.}$$

Les termes linguistiques A_i^l et B_i^l sont généralement sélectionnés d'un ensemble de termes prédéfinis, tel que petit, moyen, grand, etc. Notant par A et B ces ensembles, on a alors $A_i^l \in A$ et $B_i^l \in B$. La figure III.4 représente la structure générale des modèles flous.

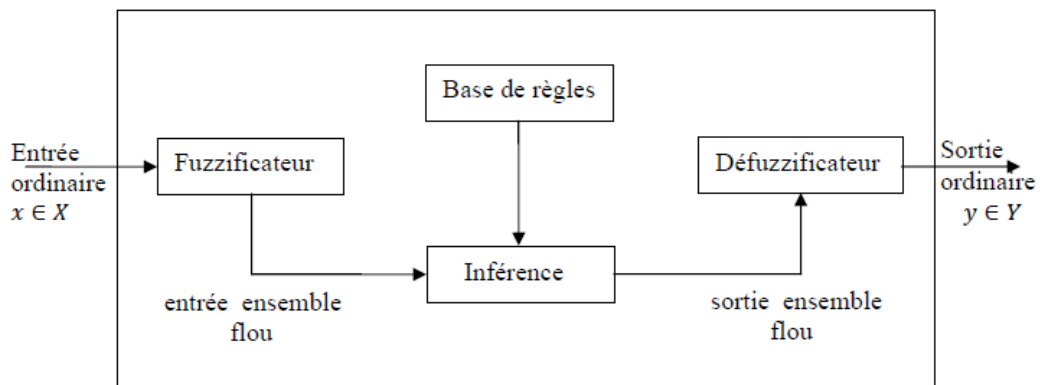


Figure 3.4 : Représentation de la structure générale des modèles flous.

En modélisation floue des systèmes, la sélection de la structure implique habituellement les choix suivants :

- Variables d'entrées et de sorties : Dans les systèmes dynamiques il n'est pas toujours facile à déterminer. Pour cela plusieurs sources d'informations permettent de faciliter ce choix, tel que la connaissance préalable de comportement dynamique du système. Parfois des méthodes de sélection automatique de structure (l'ordre du système) basées sur des données, peuvent être utilisées pour comparer les différents choix en termes de critère de performance.
- Structure des règles : Ce choix dépend du type de modèle flou utilisé (linguistique, singleton, Takagi-Sugeno) et la forme de l'antécédent (fonction d'appartenance multi variable ou dans la forme composée).
- Nombre et type de fonction d'appartenance pour chaque variable : Ce choix détermine le niveau de détail (granularité) du modèle. De nouveau, le but de la modélisation ainsi que la connaissance disponible vont influencer cette sélection. Des méthodes automatiques basées sur des données peuvent être utilisées pour ajouter ou supprimer des fonctions d'appartenances dans le modèle.

Une fois que la structure est fixée, la performance de la méthode de modélisation peut être réglée avec précision en ajoutant les paramètres des fonctions d'appartenances de l'antécédent et du conséquent.

3.3. Différents types des modèles flous

En fonction de la forme B_i^l de la conséquence d'une règle [61-62], trois types de modèles flous peuvent être distingués :

- Modèle flou de Mamdani : où l'antécédent et la conséquence sont des propositions floues. Il est appelé aussi modèle flou linguistique.
- Modèle flou relationnel : qui peut être considéré comme une généralisation du modèle linguistique, où un seul terme antécédent peut être associé à plusieurs termes de la conséquence par une relation floue.
- Modèle flou de type Takagi-Sugeno (modèle TS flou) : où la conséquence est une fonction ordinaire des variables d'entrée (antécédent).

3.3.1. Modèle flou de Takagi-Sugeno (Modèle TS flou)

Un type de modèle flou qui est souvent utilisé est celui de Takagi-Sugeno (modèle TS flou). Ce type de modèle est construit à partir d'une base de règle «**Si ... Alors ...**», dont laquelle, si la prémisse est toujours exprimée linguistiquement, le conséquent utilise des variables numérique plutôt que des variables linguistiques [61-62]. Le conséquent peut être exprimé, par exemple, sous la forme d'une constante, d'un polynôme ou de manière générale avec une fonction ou une équation différentielle dépendant des variables associées à l'antécédent. La collection générale des règles R^l de ce type du modèle sont représentées comme suit :

$$R^l: \mathbf{Si} \ x \text{ est } A_i^l \mathbf{Alors} \ y_l = f_l(x), l = 1, 2, \dots, k \quad (3.5)$$

Où R^l dénote la $l^{\text{ème}}$ règle du modèle et k le nombre de règles qui contiennent la base de règles.

$x \in R^n$ est la variable d'entrée (antécédent) et $y \in R^q$ est la variable de sortie (conséquent).

A_i^l est le sous ensemble de l'antécédent de la $l^{\text{ème}}$ règle, définie par une fonction d'appartenance de la forme :

$$\mu_{A_i^l}(x): R^n \rightarrow [0 \ 1] \quad (3.6)$$

Les fonctions conséquences f_l sont choisies sous la forme paramétrique, où leurs structures doivent être égales pour toutes les règles, et seulement leurs paramètres qui changent.

Parmi les formes paramétriques pratiques, on trouve la forme linéaire affine :

$$y_l = a^{lT} x + b^l \quad (3.7)$$

Où a^{lT} est le vecteur transposé des paramètres et b^l est un scalaire d'offset.

On appelle ce type de modèle «modèle TS affine» ou «modèle TS linéaire».

Lorsque le vecteur des paramètres $a^l = 0$, pour $l = 1, 2, \dots, k$, les conséquences du modèle deviennent des constantes, on obtient alors le modèle singleton.

Puisque une constante peut être considérée comme un ensemble flou singleton, on aura :

$$R^l: \mathbf{Si} \ x \text{ est } A_i^l \mathbf{Alors} \ y_l = b^l \quad (3.8)$$

3.3.2. Inférence et régression non linéaire dans le modèle TS flou

L'inférence débute par le calcul de degré d'activation $w_l(x)$ de l'antécédent. Ce degré est simplement égal à une combinaison des fonctions d'appartenances des propositions individuelles en utilisant les opérateurs de la logique floue (produit, somme, minimum et maximum). Selon l'expression pour l'exemple du produit, on a :

$$w_l(x) = \prod_{i=1}^k \mu_{A_i^l}(x) \quad (3.9)$$

Le choix des opérateurs dépend du système étudié et de ses données.

L'obtention de la sortie du modèle est réalisée à partir d'une combinaison des opérations d'inférences et de défuzzification. La sortie finale est calculée par la moyenne pondérée des sorties y_l correspondantes aux règles R^l , pondérées par le degré d'accomplissement normalisé, selon l'expression suivante :

$$y = \frac{\sum_{l=1}^k w_l(x) y_l}{\sum_{l=1}^k w_l(x)} \quad (3.10)$$

En notant que v_l est le degré d'accomplissement normalisé conformément à l'expression :

$$v_l = \frac{w_l(x)}{\sum_{l=1}^k w_l(x)} \quad (3.11)$$

Et par l'analogie avec (III.6) et (III.9) la forme de défuzzification sera alors :

$$y = \frac{\sum_{l=1}^k w_l(x) (a^l T x + b^l)}{\sum_{l=1}^k w_l(x)} \quad (3.12)$$

3.3.3. Modélisation des systèmes dynamiques par le modèle T-S flou

Le modèle TS flou est considéré comme un outil de modélisation des systèmes non linéaires. Cette modélisation consiste à approximer les systèmes non linéaires en multiples modèles linéaires, établissent dans des domaines continus correspondants à chaque modèle linéaire. Ces domaines sont spécifiés par une discrétisation floue, décrites par des ensembles flous.

Une collection des modèles linéaires est assurée par les règles d'inférences «**Si** antécédent **Alors** conséquent» réparties sur les modèles linéaires. Ainsi, une approximation linéaire

élaborée aux systèmes dynamiques non linéaires, par la modélisation floue de Takagi-Sugeno est considérée universelle.

Les systèmes dynamique non linéaires dits modélisés par le modèle TS flou, si ils sont décrites par les règles suivantes :

Règle l :

$$\text{Si } V_1(t) \text{ est } M_{l1} \text{ et, ... et } V_p(t) \text{ est } M_{lp} \text{ Alors } \dot{x}(t) = A_l x(t) + B_l u(t)$$

Avec : $x(0) = 0$.

Dont M_{li} . avec, $(l = 1, 2, \dots, k)$ et $(i = 1, 2, \dots, p)$ sont des ensembles flous, s'ils sont caractérisés par une fonction d'appartenance.

$x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in R^r$ est le vecteur d'entrée.

Les matrices A_l et B_l ont des dimensions appropriées au système.

$V_1(t), \dots, V_p(t)$, sont des termes non linéaires caractérisant les variables d'états du système.

p est le nombre des fonctions d'appartenances de chaque prédicat dans l'univers de discours, et le nombre des termes non linéaires.

La paire $(x(t), u(t))$ donne le système flou déduit comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^k v_l(V(t)) [A_l x(t) + B_l u(t)] \quad (3.13)$$

Avec $v_l(V(t))$ est le degré normalisé d'accomplissement formulé :

$$v_l(V(t)) = \frac{w_l(V(t))}{\sum_{l=1}^k w_l(V(t))} \quad (3.14)$$

$w_l(V(t))$ est le degré d'activation calculé comme suit :

$$w_l(V(t)) = \prod_{i=1}^p \mu_{M_{li}}(V_i(t)) \quad (3.15)$$

et $\mu_{M_{li}}(V_i(t))$ est la fonction d'appartenance de $V_i(t)$ dans l'ensemble flou M_{li} . Il est supposé pour tout t :

$$w_l(V(t)) \geq 0 \text{ et } \sum_{l=1}^k w_l(V(t)) > 0 \quad (3.16)$$

et comme on a :

$$\mu_{M_{li}}(V_i(t)) \geq 0 \text{ et } \sum_{l=1}^k \mu_{M_{li}}(V(t)) = 1 \quad (3.17)$$

La formule (III.12) peut être simplifiée par le diagramme de la figure III.5 pour montrer la structure générale de la modélisation TS floue.

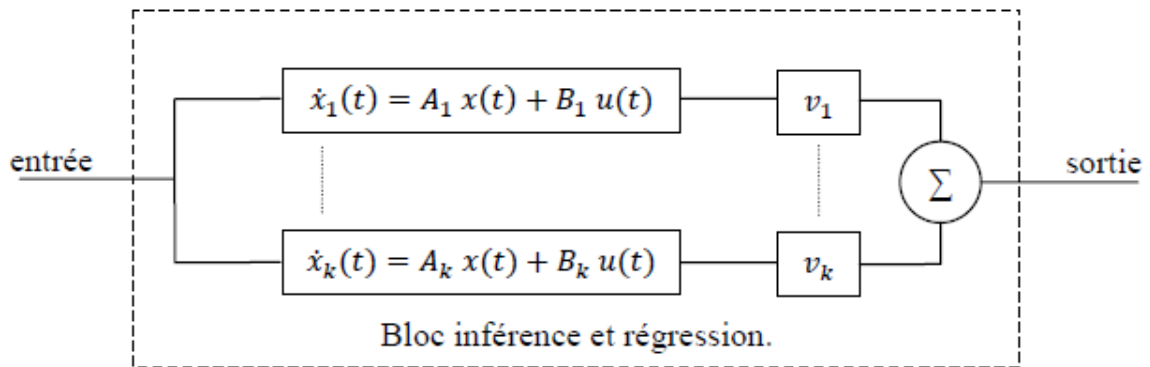


Figure 3.5 : Modélisation TS floue des systèmes dynamiques.

3.4. Modélisation floue (T-S) des systèmes hyperchaotiques

L'identification et la modélisation floue à partir de données expérimentales sont des outils efficaces pour approximer un système non linéaire. Parmi les modèles largement utilisés dans les techniques de modélisation, nous trouvons ceux de Takagi-Sugeno TS [63-64]. Un modèle TS utilise l'idée de linéarisation des régions floues dans l'espace d'état. Un système non linéaire peut être décomposé en une structure multi-modèle constituée de plusieurs modèles linéaires qui ne sont pas nécessairement indépendants [65]. Les ensembles flous prémisses partitionnent l'espace d'entrée en certain nombre de régions floues, tandis que les fonctions des conséquences décrivent le comportement du système dans ces régions [66].

Nous rappelons ici la commande synergétique présentée dans le chapitre II dans la mise en œuvre de la méthode Floue Synergétique (FSC)

Les performances de l'approche proposée sont évaluées sur la commande et la synchronisation des systèmes chaotiques à savoir le système hyperchaotique de Lu et le système hyperchaotique de Lorenz.

3.4.1. Modélisation floue de type T-S du système hyperchaotique de LU

Rappelons le système hyperchaotique de Lu donnée par :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a(y_2 - y_1) + y_4 \\ \dot{y}_2 = -y_1 y_3 + c y_2 \\ \dot{y}_3 = y_1 y_2 - b y_3 \\ \dot{y}_4 = y_1 y_3 + r y_4 \end{cases} \quad (3.18)$$

Où y_1, y_2, y_3 et y_4 sont les variables d'état et a, b, c et r sont des paramètres réels du système.

Le système (3.18) présente un comportement hyperchaotique [67-68] lorsque les valeurs des paramètres sont : $a = 36, b = 3, c = 20$ et $-0,35 \leq r \leq 1,3$.

Qu'on peut mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \\ \dot{y}_3(t) \\ \dot{y}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 1 \\ 0 & c & -y_1 & 0 \\ 0 & y_1 & -b & 0 \\ 0 & 0 & y_1 & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Les termes non linéaires du système (3.18) sont alors :

$$z_1(t) = -y_1(t) y_3(t) \quad (3.20)$$

$$z_2(t) = y_1(t) y_2(t) \quad (3.21)$$

Ces deux équations peuvent être considérées dans les prémisses suivantes, en approximant cette dynamique non linéaire dans l'univers de discours $y_1(t) \in [-\beta \ \beta]$. Maintenant on s'intéresse à la construction des règles de modèle flou du système (3.18)

Règle 1 : **Si** $y_1(t)$ **Alors** ξ_1 , **Alors** $\dot{y}(t) = A_1 y(t)$

Règle 2 : **Si** $y_1(t)$ **Alors** ξ_2 , **Alors** $\dot{y}(t) = A_2 y(t)$

La conséquence de chaque règle représente localement le système, on aura donc :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 1 \\ 0 & c & -\beta & 0 \\ 0 & \beta & -b & 0 \\ 0 & 0 & \beta & r \end{bmatrix}, \quad \xi_1 = \frac{y_1(t) + \beta}{2\beta}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 1 \\ 0 & c & \beta & 0 \\ 0 & -\beta & -b & 0 \\ 0 & 0 & -\beta & r \end{bmatrix}, \quad \xi_2 = \frac{-y_1(t) + \beta}{2\beta}$$

Pour construire le modèle global, avec l'application d'une pondération à chaque sous modèle local, on obtient :

$$\dot{y}(t) = \sum_{i=1}^2 \xi_i (y_1(t)) A_i y(t) \quad (3.22)$$

La dynamique (3.22) représente le comportement dynamique du système non linéaire (3.18). Les simulations numériques suivantes sont effectuées pour vérifier que le système flou (3.22) a en effet un comportement hyperchaotique identique au système (3.18). Les figures suivantes sont identiques aux figures qui ont été représentées dans le premier chapitre.

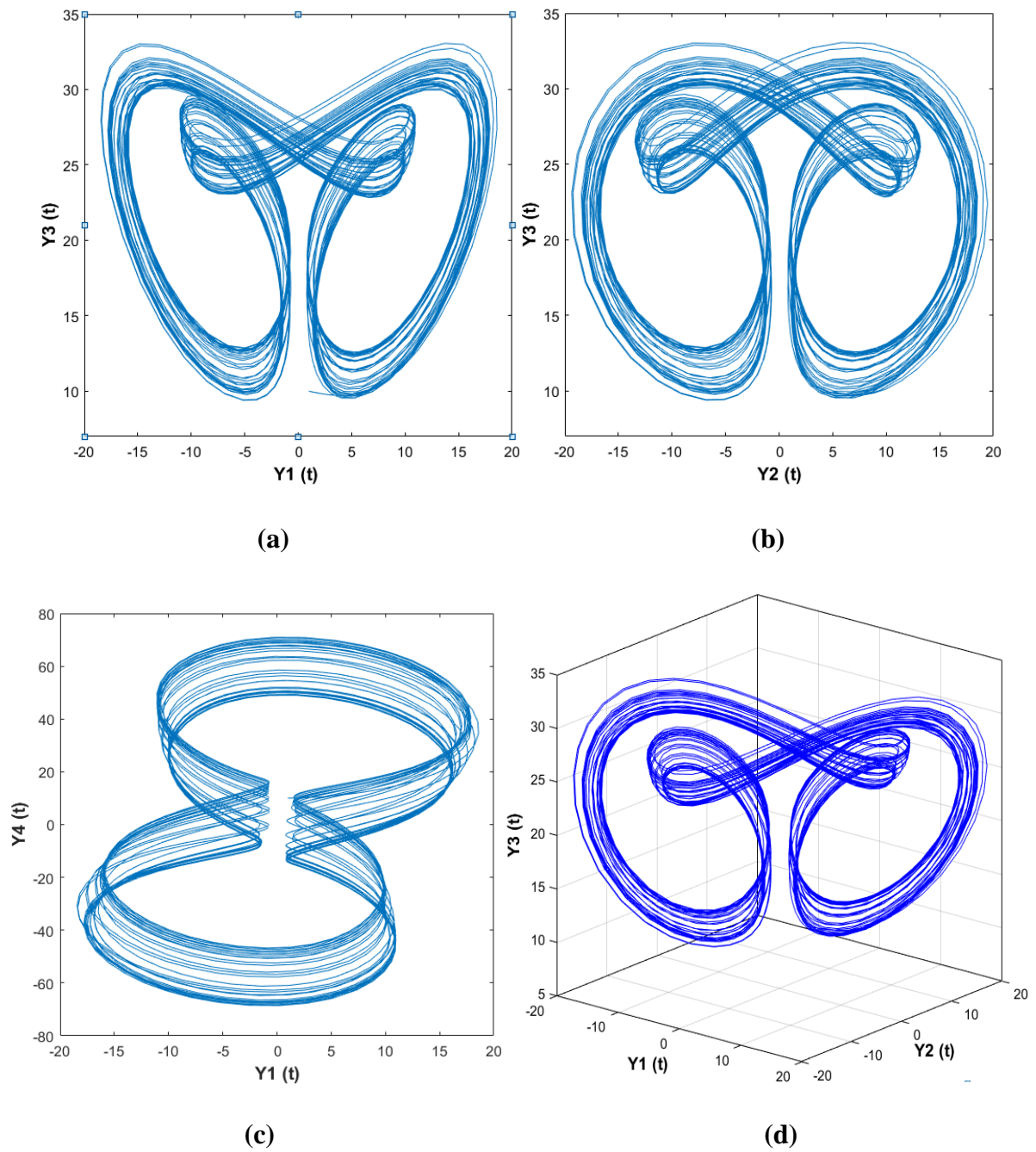


Figure 3.6. Portrait de phase du système hyperchaotique modèle de LÜ : (a) plan de phase y_1y_3 , (b) plan de phase y_2y_3 , (c) plan de phase y_1y_4 , (d) plan de phase $y_1y_2y_3$.

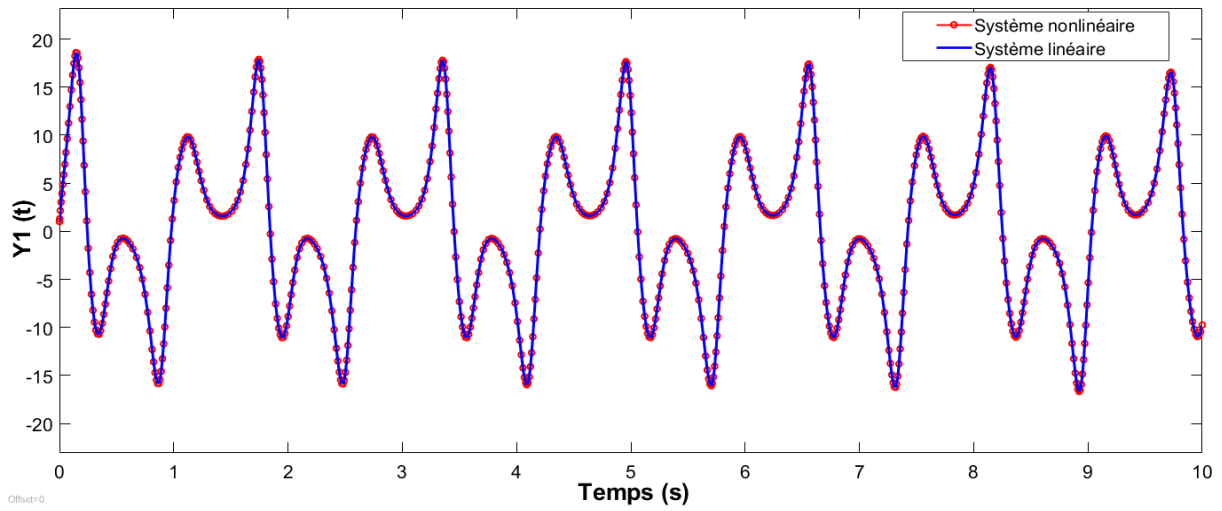


Figure 3.7. Comparaison de l'évolution de la variable état Y_1 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

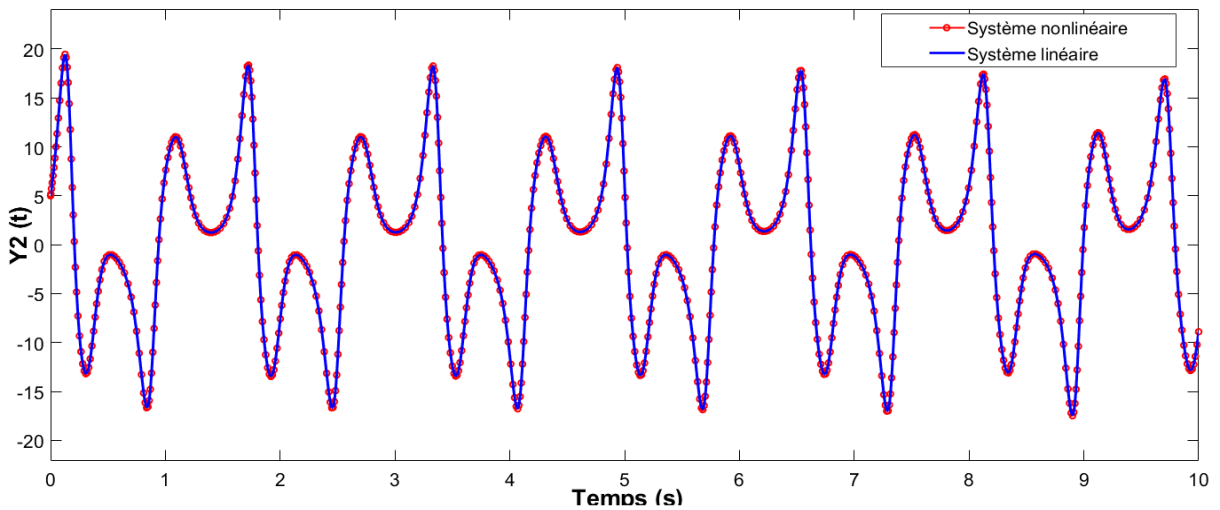


Figure 3.8. Comparaison de l'évolution de la variable état Y_2 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

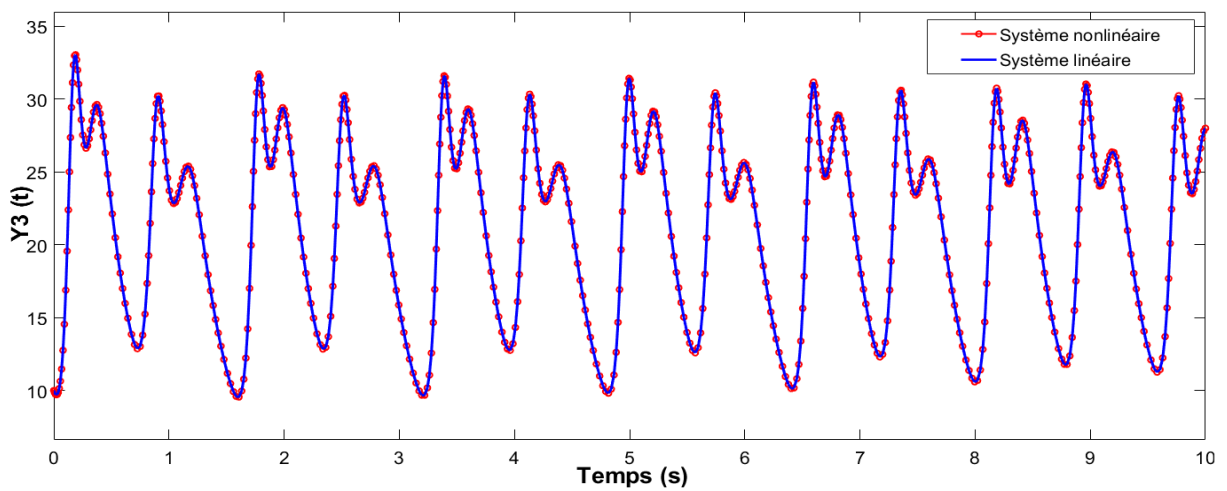


Figure 3.9. Comparaison de l'évolution de la variable état Y_3 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

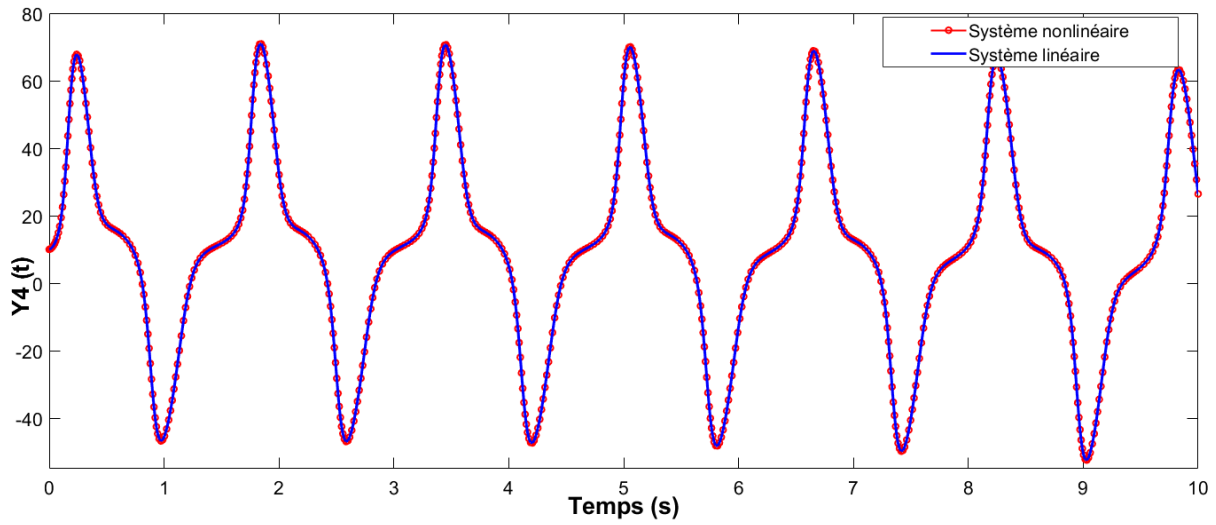


Figure 3.10. Comparaison de l'évolution de la variable état Y_4 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

3.4.2. Modélisation floue de type T-S du système hyperchaotique LORENZ

Considérons maintenant le système hyperchaotique de Lorenz:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a'(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = b'x_1 - x_2 - x_1x_3 + x_4 \\ \dot{x}_3 = -c'x_3 + x_1x_2 \\ \dot{x}_4 = k_1x_1 + k_2x_2 \end{cases} \quad (3.23)$$

Où x_1, x_2, x_3 et x_4 sont les variables d'état et a', b', c', k_1 et k_2 sont les paramètres du système (III.24) présente un comportement hyperchaotique [69] lorsque les valeurs des paramètres sont : $a' = 10$, $b' = 28$, $c' = 8/3$, $k_1 = -9,3$ et $k_2 = 1$.

La modélisation floue de type de T-S pour l'hyperchaotique Système de Lorenz (3.23) est introduit dans [70].

Où :

$$A'_1 = \begin{bmatrix} -a' & a' & 0 & 0 \\ b' & -1 & -\alpha & 1 \\ -c' & \alpha & 0 & 0 \\ k_1 & k_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \xi'_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x_1(t)}{2\alpha} \right)$$

Et :

$$A'_2 = \begin{bmatrix} -a' & a' & 0 & 0 \\ b' & -1 & \alpha & 1 \\ -c' & -\alpha & 0 & 0 \\ k_1 & k_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \xi'_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_1(t)}{2\alpha} \right)$$

Pour construire le modèle global, avec l'application d'une pondération à chaque sous modèle local, on obtient :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \xi'_i(x_1(t)) A'_i x(t) \quad (3.24)$$

Ce modèle flou représente exactement le modèle du système non linéaire (3.24) pour $x_1(t) \in [-\alpha \ \alpha]$.

Les simulations numériques suivantes sont effectuées pour vérifier que le système flou (3.24) a en effet un comportement hyperchaotique identique au système (3.23).

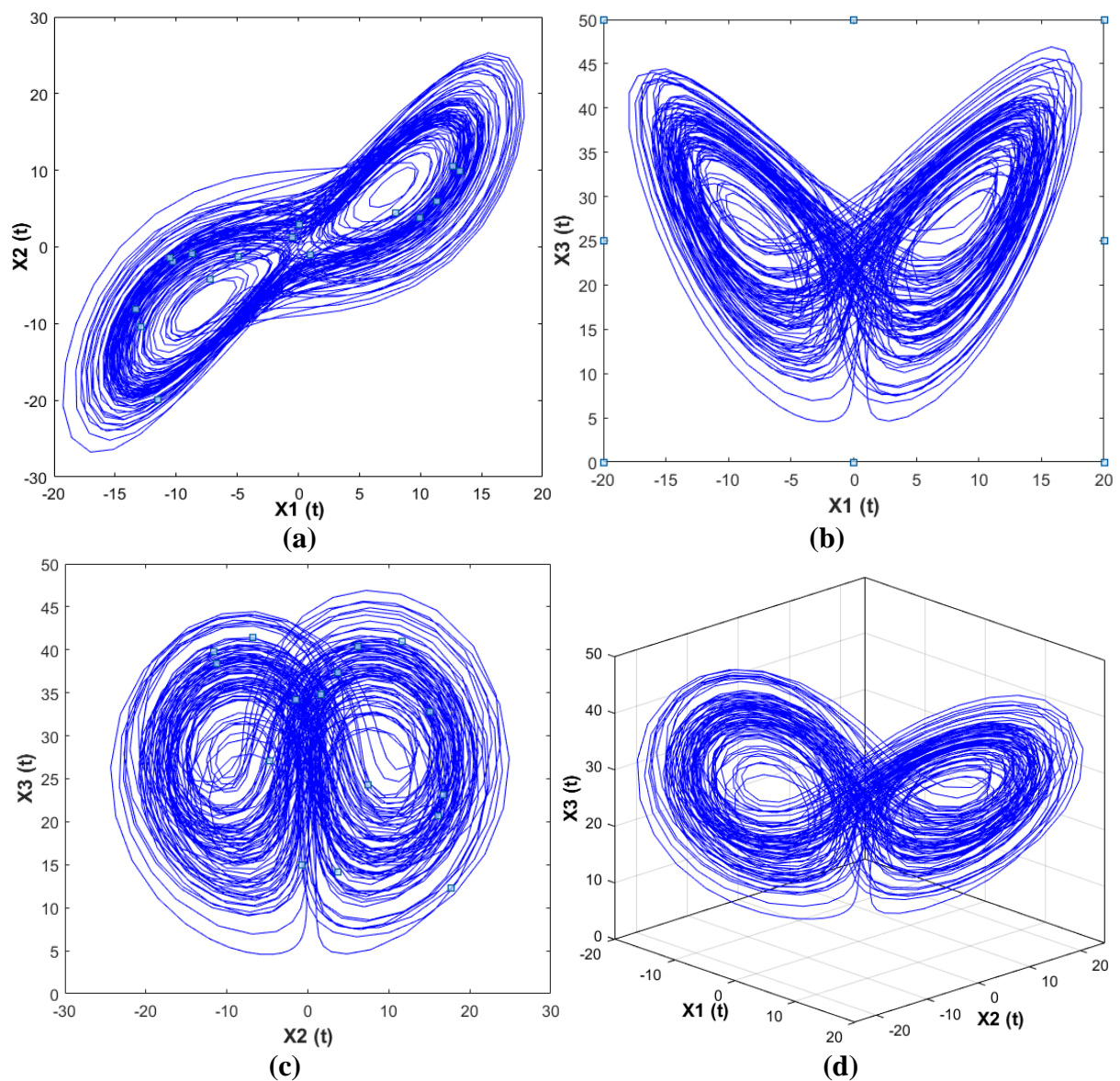


Figure 3.11. Portrait de phase du système hyperchaotique modèle de Lorenz : (a) plan de phase x_1x_2 , (b) plan de phase x_1x_3 , (c) plan de phase x_2x_3 , (d) plan de phase $x_1x_2x_3$.

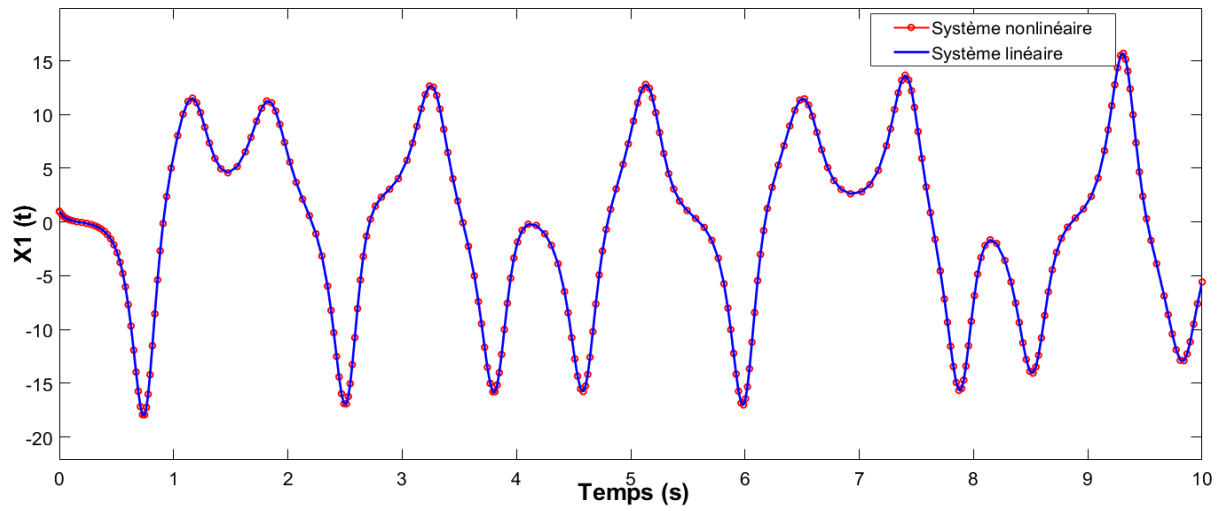


Figure 3.12. Comparaison de l'évolution de la variable état X_1 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

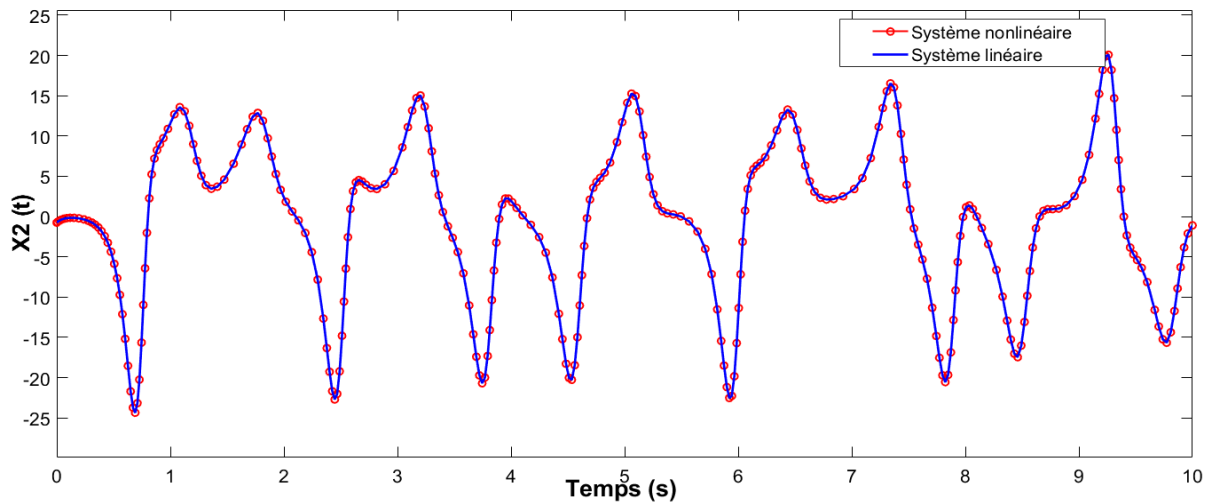


Figure 3.13. Comparaison de l'évolution de la variable état X_2 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

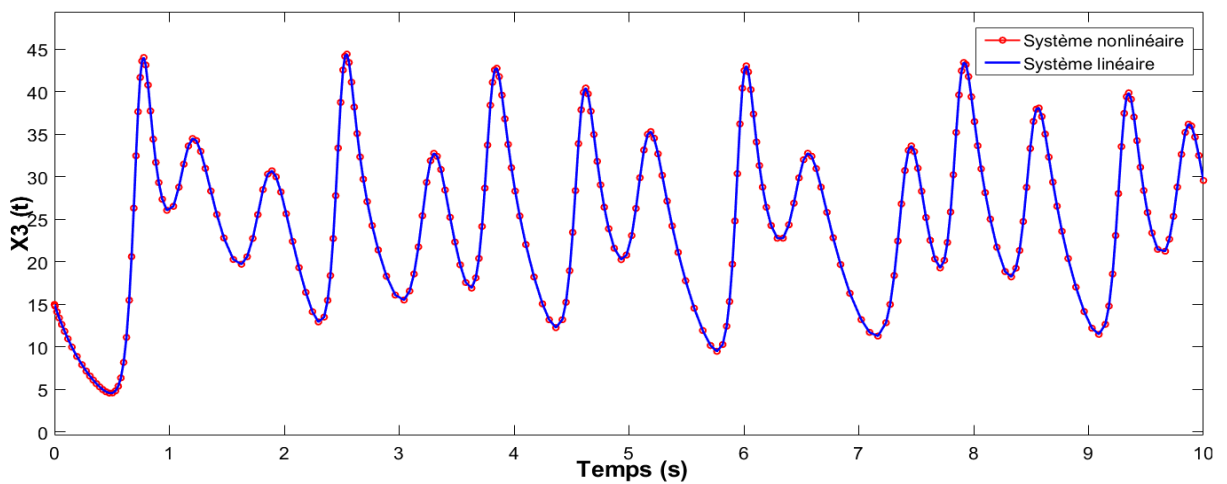


Figure 3.14. Comparaison de l'évolution de la variable état X_3 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

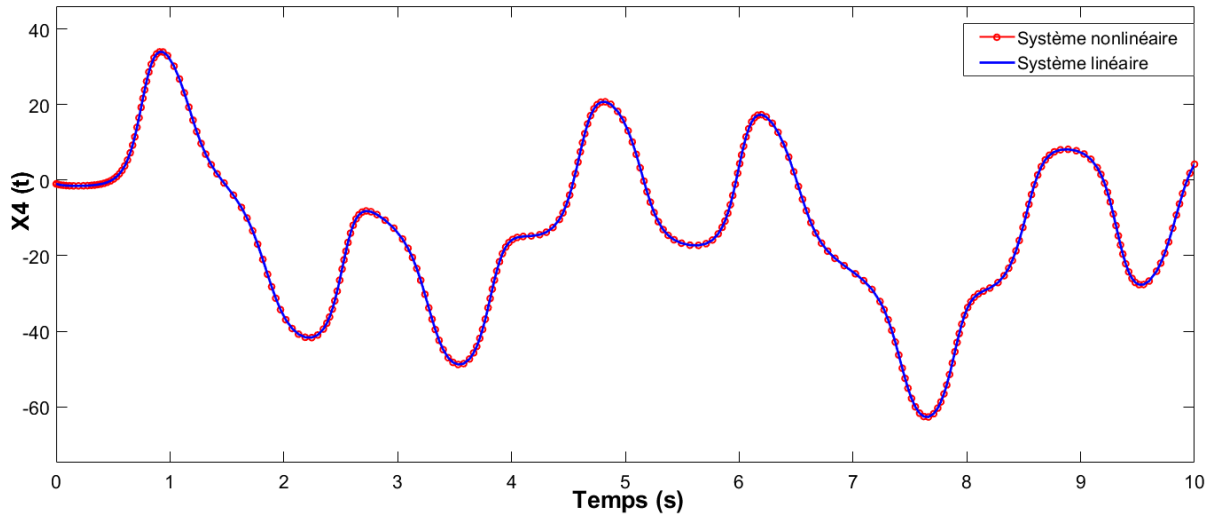


Figure 3.15. Comparaison de l'évolution de la variable état X_4 , entre le modèle nonlinéaire et le modèle flou.

3.5. Synchronisation synergétique floue T-S des systèmes hyperchaotiques

La théorie du contrôle synergétique (SC) offre un cadre de contrôle basé sur une théorie conçue pour contrôler les processus dynamiques non linéaires. Les techniques SC [71-72-72-74] peuvent fournir un essor de loi de commande continu, pour conduire les états du système aux régions / ensembles d'attraction qui correspondent aux objectifs de contrôle, puis forcer les trajectoires à rester sur ces régions. Certains des concepts de base de SC seront passés en revue ici avant que le schéma de contrôle synergétique flou T-S proposé soit introduit.

Considérons d'abord le système linéaire contrôlable suivant :

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (3.25)$$

Où $x \in R^{n \times 1}$ est l'état du système, $A \in R^{n \times n}$ et $B \in R^{n \times r}$ sont des matrices constantes. La synthèse SC commence par définir une macro-variable choisie par le concepteur :

$$\sigma(x) = k(x - y_d) \quad (3.26)$$

Où $y_d = [y_{1d}, y_{2d}, \dots, y_{nd}]$ est le signal de sortie souhaité et k est une matrice constante. Par conséquent, pour atteindre les objectifs de contrôle.

$$\dot{\sigma} + \tau\sigma = 0 \quad \tau > 0 \quad (3.27)$$

En utilisant (3.26) pour résoudre le système (3.25) avec la condition d'évolution (3.27), alors on peut avoir :

$$k A x(t) + k B u(t) = -\tau\sigma + k\dot{y}_d \quad (3.28)$$

La loi de contrôle synergétique qui en résulte peut-être exprimée comme suit :

$$u(t) = -(k B)^{-1}[k A x(t) + \tau\sigma - k\dot{y}_d], \quad (kB) \neq 0 \quad (3.29)$$

Ensuite, la procédure de conception synergétique de contrôleur pour la synchronisation des systèmes hyperchaotiques est présentée. Choisissez le système hyperchaotique LU contrôlé comme système d'entraînement (3.22) et considérez le système hyperchaotique de Lorenz comme un système de réponse qui a le modèle flou (3.24) :

$$\dot{y}(t) = \sum_{i=1}^2 \xi_i (y_1(t)) A_i y(t) \quad (3.22)$$

Et :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \xi'_i (x_1(t)) A'_i x(t) \quad (3.24)$$

La structure suivante des règles floues est utilisée pour fournir la loi de commande synergétique qui synchronise les deux systèmes hyperchaotiques.

Règle1 : **Si** $y_1(t)$ **est** ξ_1 **et** $x_1(t)$ **vaut** ξ'_1

Alors $\dot{y}(t) = A_1 y(t) + B_1 u_1(t)$ **et**

$$u_1(t) = -(k B_1)^{-1}[k A_1 y(t) + \tau_1\sigma - k A'_1 x(t)]$$

Règle2 : **Si** $y_1(t)$ **est** ξ_2 **et** $x_1(t)$ **vaut** ξ'_2 (3.30)

Alors $\dot{y}(t) = A_2 y(t) + B_2 u_2(t)$ **et**

$$u_2(t) = -(k B_2)^{-1}[k A_2 y(t) + \tau_2\sigma - k A'_2 x(t)]$$

Ainsi, le modèle flou général et le contrôleur global peuvent être représentés par :

$$\dot{y}(t) = \sum_{i=1}^2 \xi_i (y_1) A_i y(t) + \sum_{i=1}^2 \xi_i (y_1) B_i u(t) \quad (3.31)$$

$$u(t) = \sum_{i=1}^2 \xi_i (y_i) u_i(t) + k \sum_{i=1}^2 F_i(x_i) A'_i x(t) \quad (3.32)$$

Où :
$$u_i(t) = -(k B_i)^{-1}[k A_i y(t) + \tau_i\sigma] \quad (3.33)$$

En utilisant l'analyse de stabilité de Lyapunov, les théorèmes suivants pour la stabilisation et la synchronisation des systèmes hyperchaotiques sont vérifiés. Considérons le problème de synchronisation du système (3.18), si l'action SC floue (3.33) est utilisée et que $B_i = kB_j = kB$ pour $i \neq j$, alors les systèmes d'entraînement et de réponse sont asymptotiquement synchronisés.

Soit la fonction candidate de Lyapunov $Z = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma$. Par conséquent :

$$\dot{Z} = \sigma^T \dot{\sigma} = \sigma^T k(\dot{y}(t) - \dot{x}(t)) \quad (3.34)$$

En Substituant (3.31) en (3.34) :

$$\dot{Z} = \sigma^T k \left(\sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) + \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) B_i u(t) - \dot{x}(t) \right) \quad (3.35)$$

Ensuite, en utilisant (3.32) et en remplaçant les conditions du théorème donne :

$$\begin{aligned} \dot{Z} = \sigma^T k \left(\sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) + \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) B_i u_i(t) \right) \leq \\ -2 \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) \tau_i Z \leq 0 \end{aligned} \quad (3.36)$$

3.5.1. Analyse de robustesse

Ensuite, la robustesse de la stratégie de contrôle synergétique floue proposée est améliorée lorsque les conditions $kB_i = kB_j = kB$ pour $i \neq j$ ne sont pas facilement applicables. Considérons le problème de synchronisation du système de [23] et (III.18), si l'action de SC floue en (III.30) la repense est comme suit :

$$u_i(t) = u^k(t) = -(kB_k)^{-1} [kA_k y(t) + \tau_k \sigma - k\dot{x}] \quad (3.37)$$

$$k = \{i: \max[\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_r]\}$$

Lorsque $u^k(t)$ est la loi de commande dominante dans les règles floues (3.30) et que le contrôle est satisfaisant, donc :

$$\tau_k > \tau_i = \frac{\|kA_i - kB_i(kB_k)^{-1}kA_k\|}{\|k\|_{Q_{\min}(kB_i(kB_k)^{-1} + (kB_i(kB_k)^{-1})^T)}} > 0 \quad (III.38)$$

Les deux systèmes hyperchaotiques sont asymptotiquement synchronisés.

Preuve :

Considérons la fonction candidate de Lyapunov : $Z = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma$, dont la dérivée temporelle

conduit à :

$$\dot{Z} = \sigma^T \dot{\sigma}$$

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \sigma^T k \left(\sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) + \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) B_i u(t) - \sum_{i=1}^2 \xi'_i(x_1) A'_i x(t) \right) \\ &= \sigma^T \left(\sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) - \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) k B_i ((k B_k)^{-1} [k A_k y(t) + \tau_k \sigma]) \right) \\ &= \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) \sigma^T \left((k A_i - k B_i (k B_k)^{-1} k A_k) y(t) - k B_i (k B_k)^{-1} \tau_k \sigma \right) \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

Soit $Q_{min} > 0$ la plus petite valeur propre de la matrice $((k B_i (k B_k)^{-1})^T + k B_i (k B_k)^{-1})$ alors, la minimisation de \dot{Z} peut être obtenue comme :

$$\dot{Z} \leq \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) \|y(t)\| \left(Q_{min} (k B_i (k B_k)^{-1})^T + k B_i (k B_k)^{-1} \tau_k \|k\| - \|k A_i k B_i (k B_k)^{-1} k A_k\| \right) \|\sigma\| \leq 0 \quad (\text{III.37})$$

Lorsque la condition de gain (III.34) a été appliquée. $\dot{Z} \leq 0$, on peut conclure que la synchronisation asymptotique et la stabilité globale sont garanties.

3.5.2. Résultats de la simulation

Un exemple d'application basé sur le système de Lorenz hyperchaotique est donné pour illustrer l'efficacité et les avantages de la méthode proposée.

Le schéma simplifié de la méthode de synchronisation proposée et l'interconnexion des techniques utilisées sont illustrées dans la figure 3.15.

Le modèle flou du système Lu hyperchaotique est obtenu en linéarisant l'équation non linéaire (3.18) sur deux points de fonctionnement comme indiqué dans le §3. Le modèle flou T-S pour le système de Lorenz hyperchaotique est introduit dans [69].

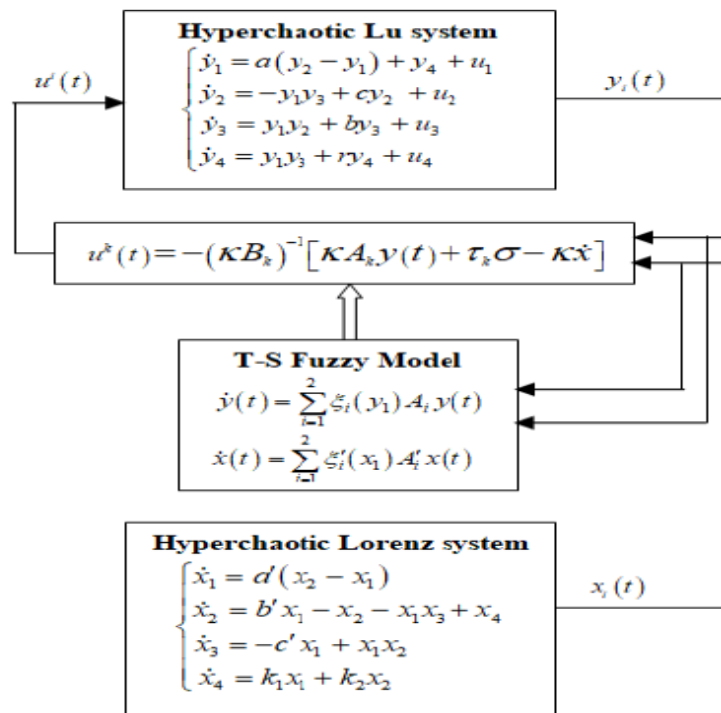


Figure 3.16. Schéma général du contrôleur synergétique flou pour la synchronisation de systèmes hyperchaotiques

Commande du système hyperchaotique de LU avant la synchronisation :

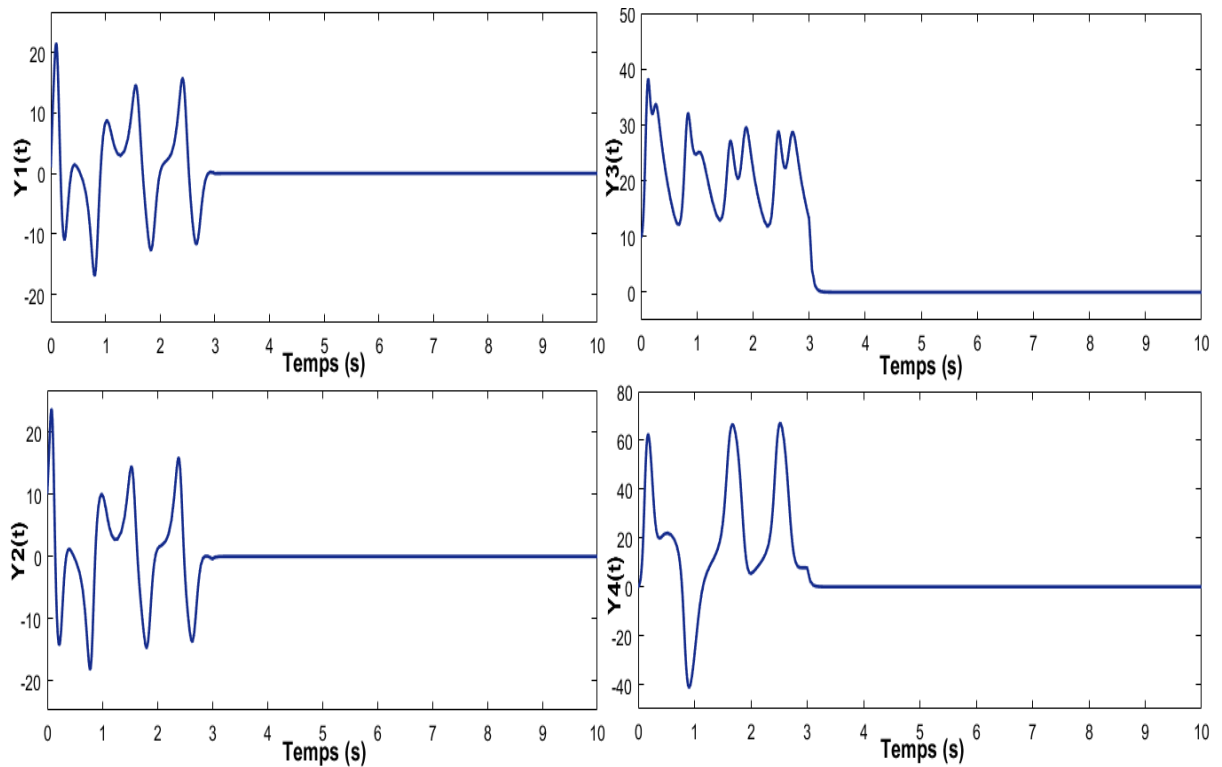


Figure 3.17. Réponses du système hyperchaotique de Lu.

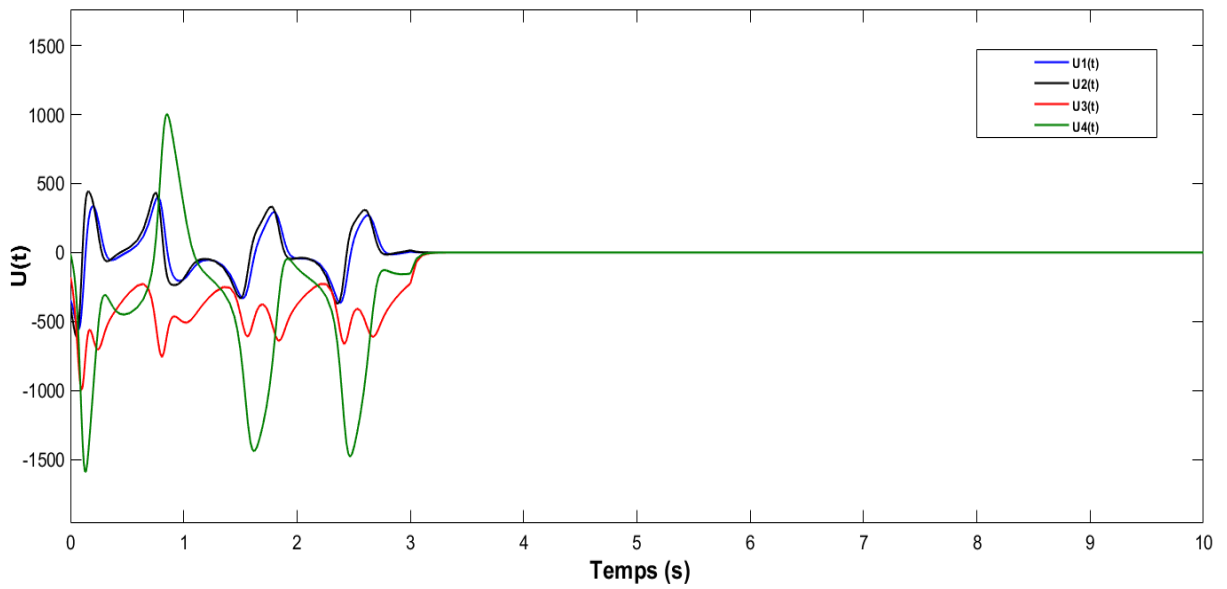


Figure 3.18. Signal de commande $U(t)$

Commande du système hyperchaotique de LORENZ avant la synchronisation :

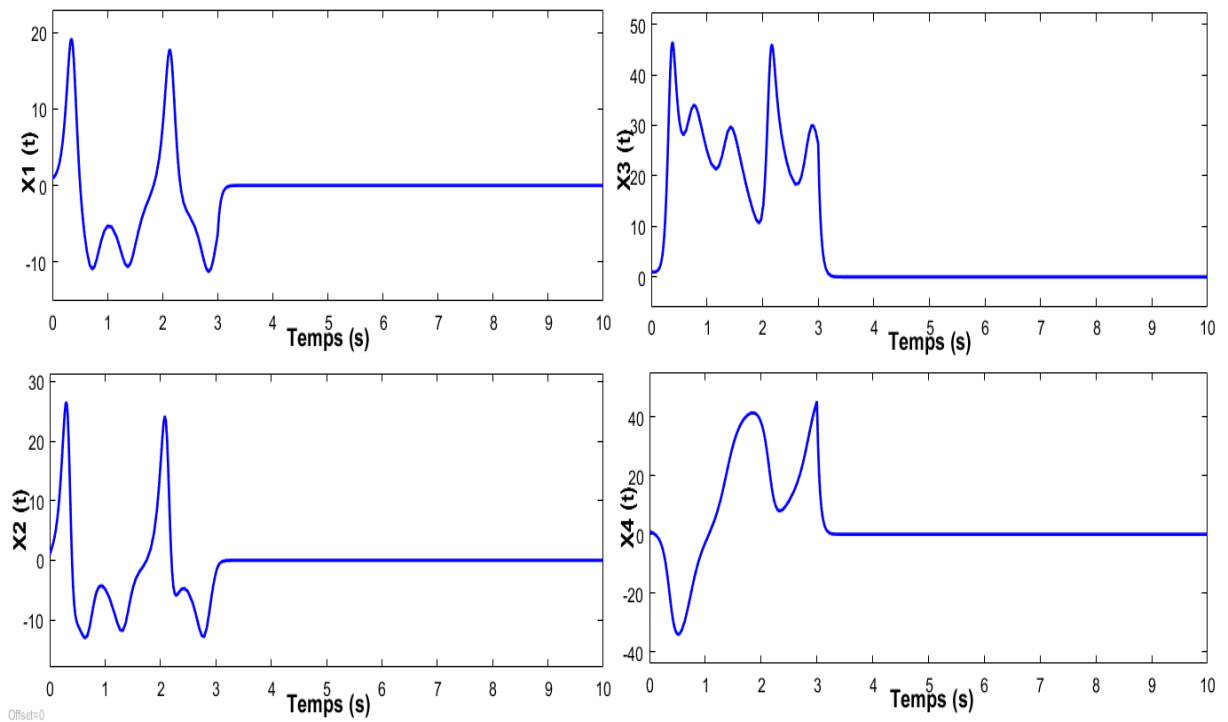


Figure 3.19. Réponses du système hyperchaotique de LORENZ

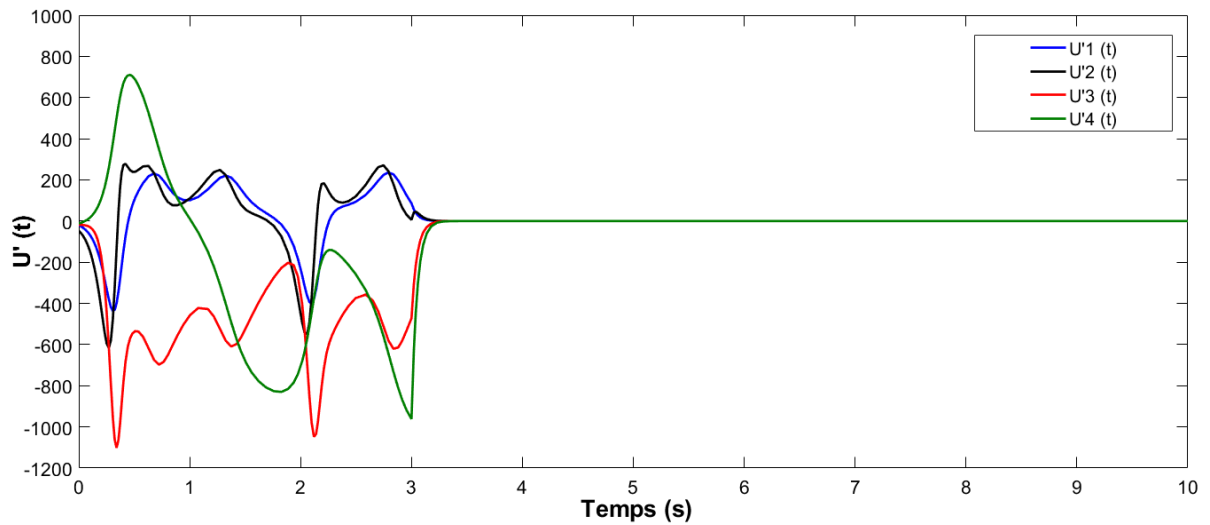


Figure 3.20. Signal de commande $U'(t)$

Pour obtenir une synchronisation synergétique floue efficace entre les systèmes hyperchaotiques ci-dessus, le gain de la commande est choisi pour être $\tau_k = 9$ qui est supérieur à tout. Aussi $Q_{min} > 0$ est satisfait pour tous les i et k .

Premièrement, le système Lu hyperchaotique est considéré comme un système d'entraînement, les conditions initiales des systèmes d'entraînement et de réponse sont sélectionnées comme $x(0) = y(0) = [-1 \ 1 \ -0,1 \ 0,1]$.

Les résultats de la simulation de proposition de l'algorithme de synchronisation et les trajectoires de l'état de synchronisation sont présentés dans les figures 3.18 au 22.

Le contrôleur est éteint pendant $t < 5s$ et est allumé pendant $t \geq 5s$. Évidemment, la dynamique de synchronisation des variables d'états entre les deux systèmes d'entraînement et de réponse sont en effet réalisées avec une synchronisation chaotique.

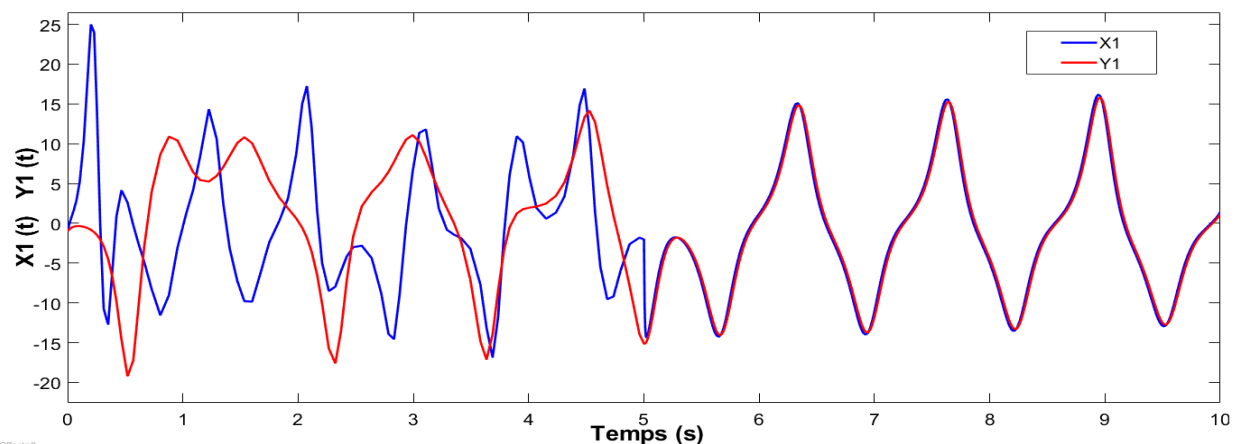


Figure 3.21. Trajectoires (Y_1 et X_1) de la synchronisation des systèmes hyperchaotiques Lu et Lorenz

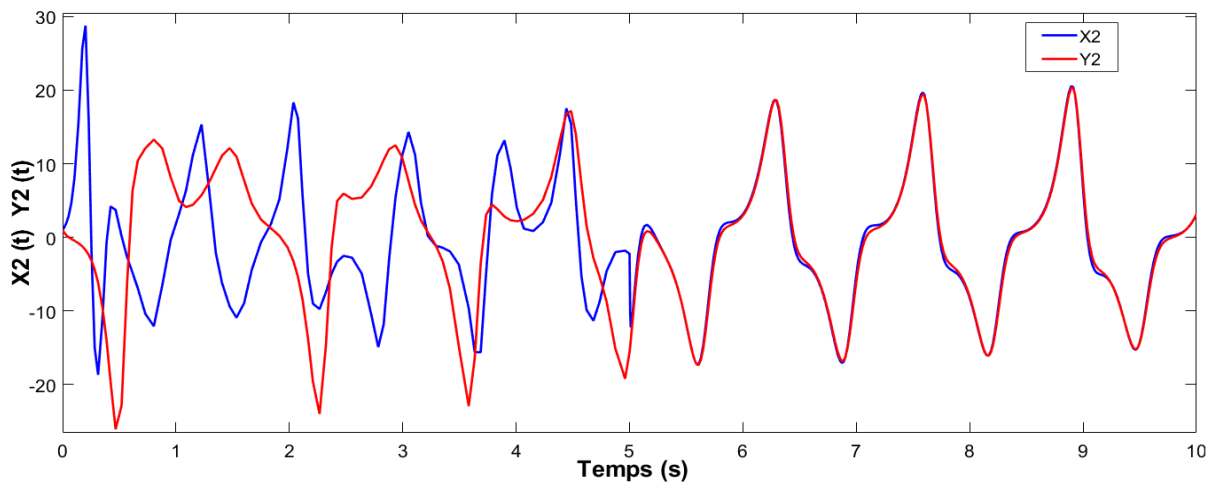


Figure 3.22. Trajectoires (Y_2 et X_2) de la synchronisation des systèmes hyperchaotiques Lu et Lorenz

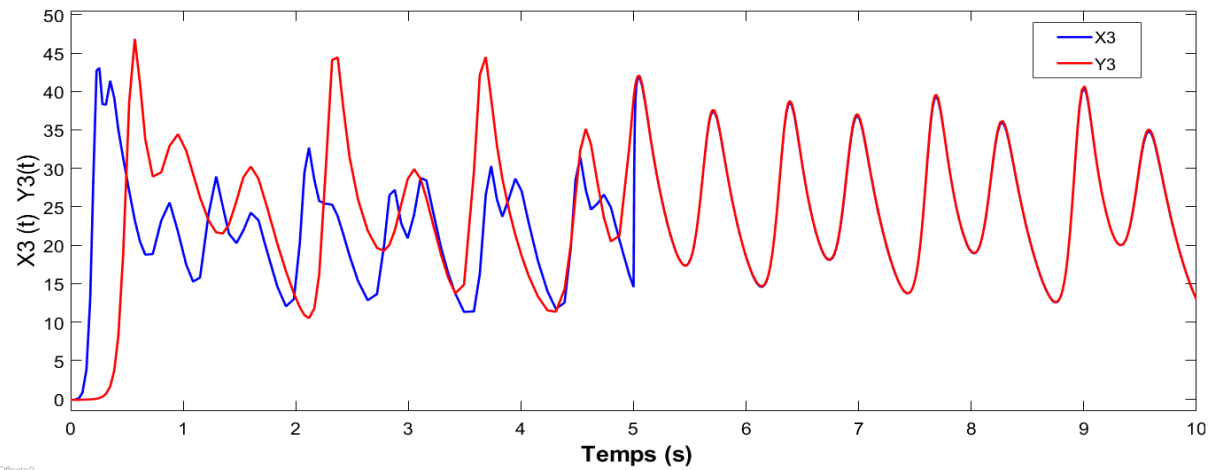


Figure 3.23. Trajectoires (Y_3 et X_3) de la synchronisation des systèmes hyperchaotiques Lu et Lorenz

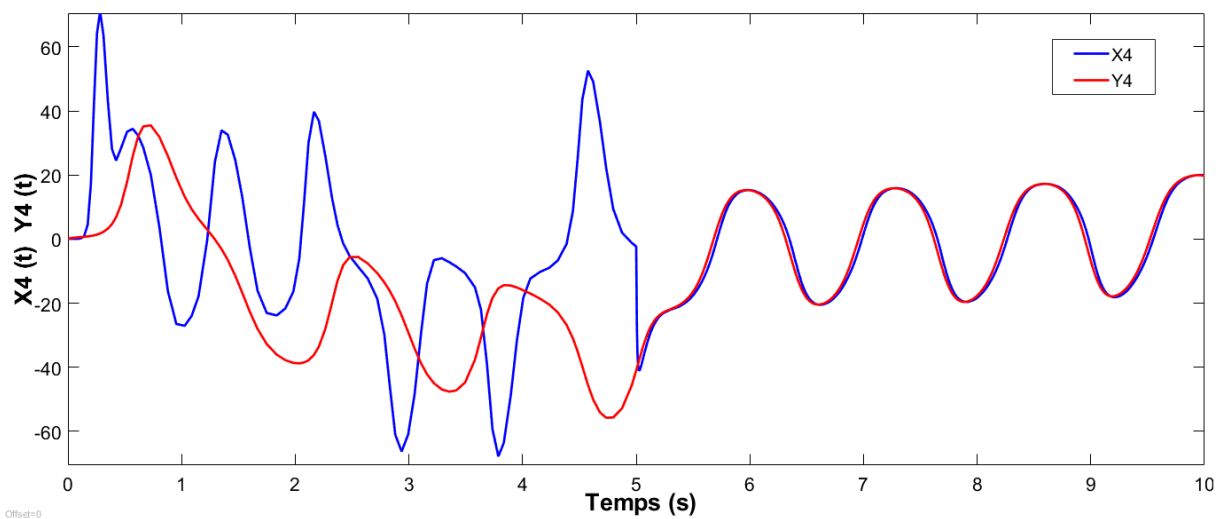


Figure 3.24. Trajectoires (Y_4 et X_4) de la synchronisation des systèmes hyperchaotiques Lu et Lorenz

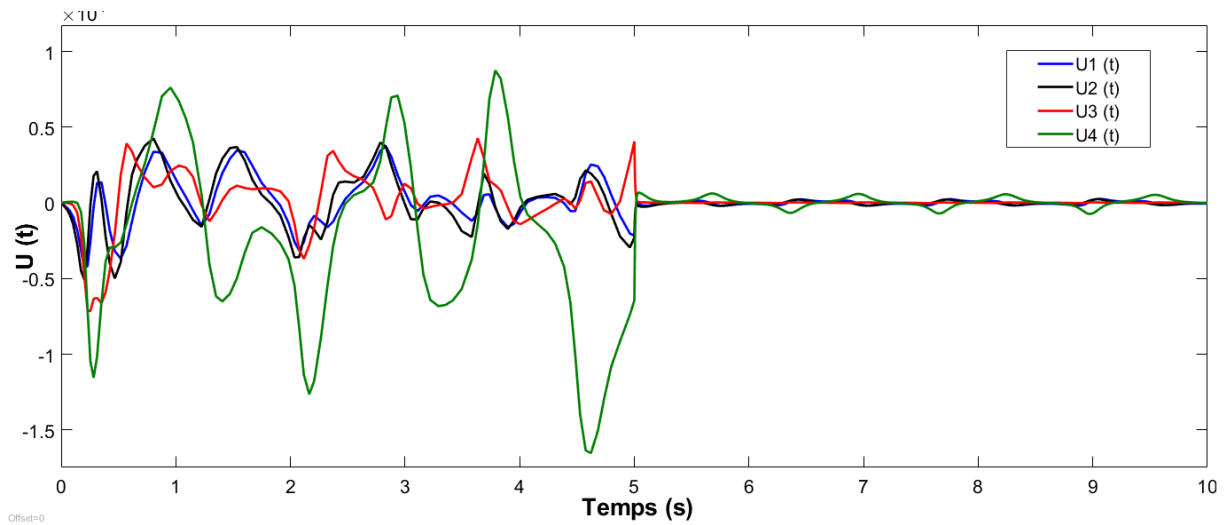


Figure 3.25. Commande $U(t)$ de la synchronisation

Deuxièmement, le système de Lorenz hyperchaotique est considéré comme un système d'entraînement, les conditions initiales des systèmes d'entraînement et de réponse sont sélectionnées comme $y(0) = y(0) = [5 \ 8 \ -1 \ -2]$.

Les résultats de la simulation numérique sont présentés à la figure ce qui montre que la méthode proposée réussit à synchroniser les deux systèmes.

3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, une étude d'une stratégie de commande basée sur la théorie de la commande synergétique combinée avec les propriétés de la modélisation floue de type de Takagi-Sugenou. Cette approche est introduite pour le contrôle et la synchronisation des systèmes hyperchaotiques. Les résultats de simulation montrent l'efficacité et la robustesse de l'approche proposée dans le problème de synchronisation du chaos.

Conclusion générale

L'objectif principal de ce travail est la conception d'un contrôleur synergétique flou qui s'imprégnait dans les techniques de l'intelligence artificielle pour les systèmes chaos.

Nous avons éclairé la notion des systèmes chaotiques et hyperchaotiques, ce à partir des définitions et sa présentation. Ensuite, nous nous sommes intéressés à la commande synergétique et nous avons présenté aussi les concepts théoriques de base de la commande floue.

Après avoir donné une idée générale sur les deux commandes (commande synergétique et commande floue), nous avons élaboré une méthode qui combine ces deux commandes en se basant sur le modèle dynamique flou TS.

Cette méthode repose sur le fait que les systèmes chaotiques sont linéarisés autour de quelques points de fonctionnement et les modèles obtenus sont amalgamés en un modèle flou global. La commande synergétique est utilisée pour synchroniser les systèmes chaos représentés par les modèles flous de Takagi-Sugeno (T-S).

La stabilité et la robustesse étant garanties par la seconde loi de Lypunov, les résultats de simulation indiquent des performances remarquables dans cette technique de commande.

Références Bibliographiques

- [1] F. Yang, J. Mou, Y. Cao and R. Chu, "An image encryption algorithm based on BP neural network and hyperchaotic system". *China Communications*, Vol. 17, No. 5, p. 21-28, 2020.
- [2] D. Zhu, R. Wang, C. Liu, J. Duan, "Synchronization of Chaotic-Oscillation Permanent Magnet Synchronous Generators Networks via Adaptive Impulsive Control", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 67, No. 10, p. 2194-2198, 2019.
- [3] H. Acikgoz, R. Mittra, "Stochastic polynomial chaos expansion analysis of a split-ring resonator at terahertz frequencies", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 66, No. 4, p. 2131-2134, 2018.
- [4] S. Madbushi, R. Raut & M. S. S. Rukmini, "A Novel Chaotic Communication based Test Signal Approach for Identification of Primary User Emulation Attack in Cognitive Radio Networks". *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, Vol. 11, No. 2, p. 57-67, 2018.
- [5] K. Srinivas, V. Madhu, "2D Chaotic Map Based on 2D Adaptive Grey Wolf Algorithm for Ultra Sound Medical Image Security", *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, Vol.10, No.1, 2017.
- [6] A. L. Fradkovand, A. Y. Markov, "Adaptive synchronization of chaotic systems based on speed gradient method and passification". *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 44, No. 10, p. 905-912, 1997.
- [7] J. Pérez, M. Figueroa, A. López and S. Rodríguez, "Synchronization of chaotic 10 Akgul system by means of feedback linearization and pole placement", *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 15, No. 2, p. 249-256, 2017.
- [8] J. Lu, R. Wei, X. Wang and Z. Wang, "Backstepping control of discrete-time chaotic systems with application to the Henon system", *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 48, No. 11, p. 1359-1363, 2001.
- [9] K. Khettab, Y. Bensafia and S. Ladaci, "Chattering elimination in fuzzy sliding mode control of fractional chaotic systems using a fractional adaptive proportional integral controller". *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, Vol. 10, No. 5, p. 255-266, 2017.
- [10] X. Meng, Z. Wu, C. Gao and B. Jiang, "Finite-time Projective Synchronization Control of Variable-Order Fractional Chaotic Systems via Sliding Mode Approach", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021.
- [11] Behih, Khalissa, Salah Eddine Saadi, and Ziyad Bouchama. "Hyperchaos Synchronization Using TS Fuzzy Model Based Synergetic Control Theory." *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, Vol.14, No.6, p. 588-595, 2021.
- [12] Z. Bouchama, N. Essounbouli, M. Harmas, A. Hamzaoui and K. Saoudi, "Reaching phase free adaptive fuzzy synergetic power system stabilizer", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 77, p. 43-49, 2016.
- [13] Z. Bouchama and M. Harmas, "Optimal robust adaptive fuzzy synergetic power system stabilizer design", *Electric Power Systems Research*, Vol. 83, No. 1, p. 170-175, 2012.

- [14] W. Zou, C. Li and N. Zhang, “AT–S fuzzy model identification approach based on a modified inter type-2 FRCM algorithm”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 26, No. 3, p. 1104–1113, 2017.
- [15] K. Ouarid, A. El Assouidi, and M. Essabre, “Fuzzy Observer Design for Fault Estimation for Discrete-time Takagi-Sugeno Singular Models with Unmeasurable Premise Variables”, *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, Vol.14, No. 4, 2021.
- [16] X.L. Wang, W.X. Xie and L.Q. Li, “Interacting TS fuzzy particle filter algorithm for transfer probability matrix of adaptive online estimation model”, *Digital Signal Processing*, Vol. 110, p. 102944, 2021.
- [17] Qi, G., Du, S., Chen, G., Chen, Z., et al. (2005b). On a four dimensional chaotic system. *Chaos, Solitons & Fractals*, 23(5) :1671–1682.
- [18] Alligood, K. T., Sauer, T. D., and Yorke, J. A. (1997). *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*; 1996. Springer-Verlag, New-York
- [19] Koçak, H. and Palmer, K. J. (2010). Lyapunov exponents and sensitive dependence. *Journal of Dynamics and Differential Equations*, 22(3):381–398.
- [20] Silva, C. P. (1993). Shil’nikov’s theorem-a tutorial. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, *IEEE Transactions on*, 40(10):675–682
- [21] Kuznetsov, Y. A. (2013). *Elements of applied bifurcation theory*, volume 112. Springer Science & Business Media, New York.
- [22] Jafari, S. and Sprott, J. (2013). Simple chaotic flows with a line equilibrium. *Chaos, Solitons & Fractals*, 57 :79–84.
- [23] Gotthans, T., Sprott, J. C., and Petrzela, J. (2016). Simple chaotic flow with circle and square equilibrium. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 26(08).
- [24] Gros, C. (2015). Bifurcations and chaos in dynamical systems. In *Complex and Adaptive Dynamical Systems*, pages 43–77. Springer.
- [25] Dingwell, J. B. (2006). Lyapunov exponents. *Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering*, 1 :1–12[Benettin et al., 1980]
- [26] Benettin, G., Galgani, L., Giorgilli, A., and Strelcyn, J.-M.(1980). Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems ; a method for computing all of them. part 1 : Theory. *Meccanica*, 15(1) :9–20
- [27] Shimada, I. and Nagashima, T. (1979). A numerical approach to ergodic problem of dissipative dynamical systems. *Progress of theoretical physics*, 61(6) :1605–1616.
- [28] Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., and Vastano, J. A. (1985). Determining lyapunov exponents from a time series. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 16(3) :285–317.
- [29] Dhooge, A., Govaerts, W., Kuznetsov, Y. A., Mestrom, W., Riet, A., and Sautois, B. (2006). *Matcont and cl matcont : Continuation toolboxes in matlab*. Universiteit Gent, Belgium and Utrecht University, The Netherlands.
- [30] Govorukhin, V. (2003). *Matds-matlab-based for dynamical system*. <http://www.math.rsu.ru/mexmat/kvm/matds/Begin>

- [31] Čelikovský, S. and Chen, G. (2002). On a generalized lorenz canonical form of chaotic systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 12(08) :1789–1812.
- [32] Lorenz, E. N. (1963). Deterministic non periodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20(2) :130–141.
- [33] Cuomo, K. M., Oppenheim, A. V., and Strogatz, S. H. (1993). Synchronization of lorenz-based chaotic circuits with applications to communi
- [34] Chen, G. and Ueta, T. (1999). Yet another chaotic attractor. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 9(07) :1465–1466.
- [35] Lü, J. and Chen, G. (2002). A new chaotic attractor coined. *International Journal of Bifurcation and chaos*, 12(03) :659–661.
- [36] Chen, A., Lu, J., Lü, J., and Yu, S. (2006). Generating hyperchaotic lü attractor via state feedback control. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 364 :103–110.
- [37] Gao, T., Chen, G., Chen, Z., and Cang, S. (2007). The generation and circuit implementation of a new hyper-chaos based upon lorenz system. *Physics Letters A*, 361(1) :78–86.
- [38] Zhen, W., Xia, H., Yu-Xia, L., and Xiao-Na, S. (2013). A new image encryption algorithm based on the fractional-order hyperchaotic lorenz system. *Chinese Physics B*, 22(1) :1–7.
- [39] Jia, Q. (2007). Hyperchaos generated from the lorenz chaotic system and its control. *Physics Letters A*, 366(3) :217–222.
- [40] E. Santi, A. Monti, L. Donghong, K. Proddutur and R. A. Dougal, Synergetic control for DC–DC boost converter: implementation options. *IEEE Trans. Indus*, 39, 1803-1813, 2003.
- [41] Z. Jiang, R.A. Dougal, Synergetic control of power converters for pulse current charging of advanced batteries from a fuel cell power source, *IEEE Trans. Power Electron.* 19, (4), 1140-1150, 2004.
- [42] A. Ardjal, A.Merabet, M. Bettayeb, R. Mansouri and L. Labib, Design and implementation of a fractional nonlinear synergetic controller for generator and grid converters of wind energy conversion system, *Energy*, 186, 1-12, 2019.
- [43] J. Bastos, A. Monti and E. Santi, Design and implementation of a nonlinear speed control for a PM synchronous motor using the synergetic approach to control theory, 351h Annul IEEE Power Electronics Specialists Conference Aachen, Germany, 2004.
- [44] N. Zerroug, M.N. Harmas, S. Benaggoune, and K.Zehar, DSP-based implementation of fast terminal synergetic control for a DC-DC buck converter, *Journal of the Franklin Institute*, 355, (5), 2329-2343, 2018.
- [45] A. Boulkroune, M. Tadjine, M. M'Saad and M.Farza, How to design a fuzzy adaptive controller based on observers for uncertain affine nonlinear systems, *Fuzzy Sets and Systems*, 159, (8), 926-948, 2008.
- [46] W. S. Lin and C. S. Chen, Robust adaptive sliding mode control using fuzzy modeling for a class of uncertain MIMO nonlinear systems, *IEE Proc. Control Theory and Applications*, 149, (3), 193-201, 2002.
- [47] A. Kolesnikov and G. Veselov, Modern applied control theory: synergetic approach in control theory, in Russian, Moscow-Taganrog, TSURE press, 2000.

- [48] D. Loginov, Possibilities of modeling the creative part of engineering design process using the synergetic approach, *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 5, (1), 95-104, 2011.
- [49] H. Haken, H. Knyazeva, Arbitrariness in nature: synergetics and evolutionary laws of prohibition, *Journal for General Philosophy of Science*, 31, (1), 57-73, 2000.
- [50] H. Haken, *Synergetics, Introduction and advanced topics*, Springer, 2004.
- [51] A. Kolesnikov, G. Veselov, A. Monti, F. Ponci, E. Santi, and R. A. Dougal, Synergetic synthesis of DC-DC boost converter controllers : theory and experimental analysis, *Proceedings of 17th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference*, 1, 409-415, Dallas, TX, 2002.
- [52] I. Kondratiev, E. Santi, R.A. Dougal and G. Veselov, Synergetic control for m-parallel connected DC-DC buck converters, *Proceedings of IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 1, 182-188, 2004.
- [53] A. Kolesnikov, G. E. Veselov, A. Popov, A. Kolesnikov, M. Medvedev, R.A. Dougal and I. Kondratiev, Synergetic control for group of DC-DC buck converters, *Proceedings of the Power system 2002 conference: Impact of distributed generation, Ramada Inn, Clemson, SC*, 17, (3), 13-15, 2002.
- [54] Y.D. Son, T.W. Heo, E. Santi and A. Monti, Synergetic control approach for induction motor speed control, *The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Busan, Korea, 2-6, 2004.
- [55] J. Buckley, Sugeno type controllers are universal controllers, *Fuzzy Sets and Systems*, 53, (3), 299-303, 1993.
- [56] Yu, Xinghuo, Zhihong Man, and Baolin Wu. "Design of fuzzy sliding-mode control systems." *Fuzzy sets and systems* 95.3 (1998): 295-306
- [57] B. BOUCHON, MEUNIER, «La logique floue». Edition actualisée : le point des connaissances actuelles, France, novembre 1999.
- [58] H. BÜHLER, «Réglage par logique floue». Edition presses polytechnique et universitaires romandes, Lausanne, 1994.
- [59] P. BORNE, J-Y. DIEULOT, L. DUBOIS, «Introduction à la commande floue». Edition Tichnip, Paris, 1998.
- [60] P. TATJEWSKI, «Advanced Control of Industrial Processes: Structures and Algorithms», Spinga, 2007.
- [61] CHAFAA Kheirddine, «Structures d'identification et de commande des systèmes non linéaires basées sur les techniques floues». Thèse doctorat en électronique, option contrôle, Université de Batna, 2006.
- [62] GRISALES V. H., «Modélisation et commande floue de type Takagi-Sugeno appliquées à un bioprocédé de traitement des eaux usées». Thèse doctorat en systèmes automatiques, Université Paul Sabatier, Toulouse III et l'Université de Los Andes, Colombie, 2007
- [63] J. Abonyi, R. Babuska and F. Szeifert, "Modified Gath-Geva Fuzzy Clustering For Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models", *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern. Part B* : vol. 32, no. 5 pp. 612-621, Oct. 2002.

- [64] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of System and its Applications to Modeling and Control", IEEE Trans. Syst. Man and Cybern., vol. 15, no. 1 pp. 116-132, 1985 [3] K. Chafaa, "Structures D'identification Et Commande Des Système Non Linaires Basées Sur Les Techniques Floues", Thèse de doctorat d'état en électronique, Université de Batna. 2006.
- [65] M. Chadli, "Stabilité et Commande de Systèmes Décrits Par des Multimodeles", Thèse de doctorat d'état en Automatique, Université de Lorraine. 2006.
- [66] M. Rodrigues, "Diagnostic et Commande Active Tolérante aux Défauts Appliqués Au Système Décrits Par des Multimode les Linéaires", Thèse de doctorat d'état en Automatique, Université de Nancy. 2005.
- [67] A. Chen, J. Lu, J. Lü, and S. Yu, "Generating Hyperchaotic Lü Attractor Via State Feedback Control", Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 364, pp. 103-110, 2006.
- [68] M. T. Yassen, "Synchronization Hyperchaos of Hyperchaotic Systems", Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 37, No. 2, pp. 465-475, 2008.
- [69] Q. Yang, K. Zhang, and G. Chen, "Hyperchaotic Attractors from A Linearly Controlled Lorenz System", Nonlinear Analysis: Real World Applications, Vol. 10, No. 3, pp. 1601-1617, 2009
- [70] J. Wang, X. Xiong, M. Zhao, and Y. Zhang, "Fuzzy Stability and Synchronization of & Hyperchaos Systems", Chaos, Solitons Fractals, Vol. 35, No. 5, pp. 922-930, 2008.
- [71] Z. Bouchama, A. Khatir, S. Benagoune, and M. N. Harnas, "Design and Experimental Validation of An Intelligent Controller for Dc– Dc Buck Converters", Journal of the Franklin Institute, Vol. 357, No. 15, pp. 10353-10366, 2020.
- [72] Z. Bouchama, N. Essounbouli, M. N. Harnas, A. Hamzaoui, and K. Saoudi, "Reaching Phase Free Adaptive Fuzzy Synergetic Power System Stabilizer", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 77, pp. 43-49, 2016.
- [73] Z. Bouchama and M. N. Harnas, "Optimal Robust Adaptive Fuzzy Synergetic Power System Stabilizer Design", Electric Power Systems Research, Vol. 83, No. 1, pp. 170-175, 2012.
- [74] S. Lu, C. Tian, and P. Yan, "Adaptive Extended State Observer-Based Synergetic Control for A Long-Stroke Compliant Microstage with Stress Stiffening", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 25, No. 1, pp. 259-270, 2019.

