# RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

mull

وزارة

الي والد

الت

ہ الع

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة محمد البشير الإبراهيمي - برج بوعريريج

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la Technologie

# Département D'électromécanique

# **MÉMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de MASTER

En : Automatique

Spécialité : Automatique et informatique industrielle

Par : - BOUNABI Othmane

- BEZZOU Ramzi

# Sujet

Commande par mode glissant sans phase de convergence

# d'un système non linéaire

Soutenu publiquement, le 08 / 07 / 2023 , devant le jury composé de :

Mme TAHI Wassila	Grade	Univ-BBA	Présidente
Mme CHERIF Aida	Grade	Univ-BBA	Examinatrice
Mme ZEHAR Djamila	Grade	Univ-BBA	Encadrant

#### Année Universitaire 2022/2023

#### Remerciements :

A l'éternel Dieu tout puissant, à qui nous devons la vie et sans qui nous ne serions parvenus à réaliser ce travail.

Nous offrons premièrement de sincères et chaleureux remerciements à notre encadrante **Dr. ZEHAR D.**, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils. La confiance qu'elle nous a accordé, ainsi que le soutien moral et financier qu'elle a manifesté à notre égard, nous ont permis d'accumuler des expériences professionnelles et personnelles marquantes qui font de nous des personnes grandies. Nous la remercions de nous avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements aux membres de jury pour nous avoir fait l'honneur d'accepter de présider et examiner ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de notre profonde et sincère reconnaissance.

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à tous les professeurs de la faculté de sciences et de la technologie de l'Université de Mohamed El Bachir EL Ibrahimi qui nous ont enseigné et qui par leurs compétences nous ont soutenu dans nos études. Nous exprimons tout particulièrement notre reconnaissance et gratitude au chef de département d'électromécanique **Pr. MEDJMADJ S.** pour ses efforts à nous garantir la continuité et l'aboutissement de ce programme de Master. Nous désirons aussi remercier **Dr. BOUCHAMA Z.** de nous avoir enseigné et guidé au cours de toutes nos années d'étude.

Enfin, nous remercions tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin dans l'élaboration de ce travail.

#### <u>Résume :</u>

Ce mémoire de fin d'étude, se concentre sur le développement d'une approche novatrice, pour la commande des systèmes non linéaires, en combinant la commande par mode glissant, et la commande par logique floue adaptative, tout en évitant la phase de convergence initiale. Cette combinaison exploite les avantages des deux techniques, afin d'améliorer les performances du système étudié, tels que, la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro, la rapidité de temps de réponse et la stabilité globale du système en présence des perturbations et des incertitudes paramétriques. L'introduction de la commande par logique floue adaptative a pour objectif d'approximer les fonctions inconnues du système par des systèmes flous. La stratégie de commande proposée, a été illustrée et appliquée par des simulations sur le système pendule inversé sur chariot.

Mot clé: système non linéaires, commande par mode glissant, logique flou, pendule inverse, stabilité, commande adaptative.

#### <u>Abstract :</u>

This end-of-study thesis, focuses on the development of an innovative approach for the control of nonlinear systems, by combining sliding mode control and adaptive fuzzy logic control, while avoiding the initial convergence phase. This combination exploits the advantages of both techniques, in order to enhance the system performance, such that, the convergence of the tracking error to zero, the speed of response time and the global stability of the system in presence of disturbances and parametric uncertainties. The purpose to introduce the adaptive fuzzy logic control is the approximation of unknown system functions. The proposed control strategy, was illustrated and applied by simulation on the cart-pendulum system.

Keyword: nonlinear system, sliding mode control, fuzzy logic, inverse pendulum, stability, adaptive control.

# ملخص :

هذا المذكرة الختامية تركز على تطوير نهج مبتكر للتحكم في الأنظمة غير الخطية، من خلال مزج التحكم بواسطة الانزلاق الوضعي والتحكم بواسطة المنطق الضبابي المتكيف، مع تجنب مرحلة التقارب الأولي. تستغل هذه الجمعية مزايا الأساليب الاثنتين لتحسين أداء النظام المدروس، مثل تقارب خطأ التتبع إلى الصفر وسرعة زمن الاستجابة والاستقرار العام للنظام في وجود التشويشات وعدم اليقين في المعلمات. يهدف التحكم بواسطة المنطق الضبابي المتكيف إلى تقريب الدوال غير المعروفة في النظام باستخدام الأنظمة الضبابية. تم توضيح وتطبيق استراتيجية التحكم المقترحة من خلال محاكاة على نظام المطلة المعكوسة على عربة

# Table de matière

Remerciements :	
Résume :	
Table de matière	
Liste de figures :	
Liste de tableaux :	
Abréviations et Symboles:	
Introduction générale	
Chapitre 1 : Introduction aux systèmes non linéaires	2
1.1. Introduction	2
1.2. Historique	2
1.3. Définition de système non linéaire	
1.4. Caractéristiques d'un système non linéaire	
1.4.1. Points d'équilibre :	
1.4.2. Cycles limites :	
1.4.3. Bifurcations :	6
1.4.4. Chaos :	7
1.5. Stabilité d'un système non linéaire :	
1.5.1. Plan de phase :	
1.5.2. Stabilité de Lyapunov :	
1.6. Exemples des systèmes non linéaires	
1.6.1. Système mécanique (Pendule simple) :	
1.6.2. Oscillateur à résistance négative :	
Chapitre 2 : Commande par mode glissant	
2.1. Introduction	

2.2. Histori	que	. 16
2.3. Systèn	nes à structure variables	. 16
2.3.1. De	éfinition 1	. 17
2.3.2. De	éfinition 2	. 17
2.4. Défini	tion du mode glissant (MG) :	. 17
2.4.1. Pro	priétés des modes glissants :	. 17
2.4.2. Ob	jectif de la commande par mode glissant	. 17
2.4.3. Le	régime glissant idéal :	. 18
2.4.4. Le	régime glissant réel :	. 18
2.5. Modes	de la trajectoire dans le plan de phase :	. 19
2.6. Concep	otion de la commande par mode glissant	. 19
2.6 .1 Ch	oix de la surface de glissement :	20
2.6.2. Co	onditions d'existence du régime glissant :	. 21
2.6.3. Lo	pi de commande	23
2.6.3. Lo 2.7. Le phé	oi de commande nomène de chattering:	23
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio	bi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering :	23 25 26
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So	pi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique :	23 25 26 26
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So 2.8.2. So	pi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique : plution par des lois d'approche :	23 25 26 26 28
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So 2.8.2. So 2.8.3. So	pi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique : plution par des lois d'approche : lution par de mode glissant d'ordre supérieurs :	23 25 26 26 28 28
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So 2.8.2. So 2.8.3. So 2.8.4. So	bi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique : plution par des lois d'approche : lution par de mode glissant d'ordre supérieurs : lution par l'approximation floue :	23 25 26 26 28 28 28
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So 2.8.2. So 2.8.3. So 2.8.4. So 2.9. Avanta	pi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique : lution par des lois d'approche : lution par de mode glissant d'ordre supérieurs : lution par l'approximation floue :	23 25 26 26 28 28 28 28
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So 2.8.2. So 2.8.3. So 2.8.4. So 2.9. Avanta 2.10. Concl	pi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique : lution par des lois d'approche : lution par de mode glissant d'ordre supérieurs : lution par l'approximation floue : ages et inconvénients de la commande par mode de glissement	23 25 26 26 28 28 28 28 29 29
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So 2.8.2. So 2.8.3. So 2.8.4. So 2.9. Avanta 2.10. Concil Chapitre 3 :	pi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique : lution par des lois d'approche : lution par de mode glissant d'ordre supérieurs : lution par l'approximation floue : ages et inconvénients de la commande par mode de glissement usions	23 25 26 26 28 28 28 28 29 29 30
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So 2.8.2. So 2.8.3. So 2.8.4. So 2.9. Avanta 2.10. Conci <b>Chapitre 3 :</b> 3.1. Introdu	pi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique : lution par des lois d'approche : lution par de mode glissant d'ordre supérieurs : lution par l'approximation floue : ages et inconvénients de la commande par mode de glissement usions	23 25 26 26 28 28 28 28 29 29 30 30
2.6.3. Lo 2.7. Le phé 2.8. Solutio 2.8.1. So 2.8.2. So 2.8.3. So 2.8.4. So 2.9. Avanta 2.10. Concl Chapitre 3 : 3.1. Introdu 3.2. Défini	pi de commande nomène de chattering: ons pour atténuer le phénomène de chattering : lution mathématique : lution par des lois d'approche : lution par de mode glissant d'ordre supérieurs : lution par l'approximation floue : ages et inconvénients de la commande par mode de glissement usions logique floue	23 25 26 26 28 28 28 28 28 29 30 30 30

	2.3.2. Notions de base de la logique floue	30
	3.4. Présentation d'un régulateur par logique floue	34
	3.5. Eléments de base d'un contrôleur a logique floue	34
	3.5.1. Interface de fuzzification	35
	3.5.2. Base de connaissance	35
	3.5.3. Logique de prise de décision (Inférence)	36
	3.6.4. Agrégation	36
	3.6.5. Interface de défuzzification	36
	3.7. Différents types de régulateurs flous	37
	3.7.1. Régulateur flou de type Mamdani	37
	3.7.2 Régulateur flou de type Sugeno	38
	3.8. Avantages et inconvénients de la commande par la logique floue	38
	3.8.1. Les avantages :	38
	3.8.2. Les inconvénients :	39
	3.9. La Commande Adaptative	39
	3.9.1. Concept de la commande adaptative	39
	3.9.2. Principe de la commande adaptative :	40
	3.9.3. Différentes techniques de la commande adaptative	40
	3.9.4. La commande adaptative directe	41
	3.9.5. La Commande adaptative indirecte :	41
	3.10. Conclusion :	42
0	Chapitre 4 : simulation et résultats	43
	4.1. Introduction :	43
	4.2. Le système pendule inverse sur chariot :	43
	4.3. La commande par mode glissant	44
		4.4

4.3.2. Etude de la stabilité :	45
4.3.3. Résultats de simulation :	45
4.4. La commande par mode glissant sans phase de convergence	49
4.4.1. Synthèse de la loi de commande	50
4.4.2. Etude de la stabilité :	50
4.4.3. Résultats de simulation :	51
4.5. La commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative floue	53
4.5.1. Synthèse de la loi de commande	53
4.5.2. Etude de la stabilité :	54
4.5.3. Résultat de simulation :	55
4.6.comparaison entre les commandes appliquées	59
4.7. Conclusion	59
Conclusion générale	60
Références bibliographiques	•••

# Liste de figures :

# Chapitre 1 : Introduction aux systèmes non linéaires

Figure (1.1) : a : Solution du système linéarisé, b : solution du système non linéaire	4
Figure (1.2) : Cycles limites d'un système de Van Der Pol	5
Figure (1.3) : Système de Duffing à bifurcations	7
Figure (1.4) : Portrait de phase autour d'un point singulier foyer (a) stable et (b) instable	10
Figure (1.5) : Portrait de phase autour d'un point singulier selle	11
Figure (1.6) : Portrait de phase autour d'un point singulier centre	11
Figure (1.7): Portrait de phase autour d'un point singulier nœud (a) stable (puits) et (b) instable(source).	12
Figure (1.8) : pendule simple	14
Figure (1.9) : Oscillateur à résistance négative	15

# Chapitre 2: Commande par mode glissant

Figure (2.1) : glissement idéal	18
Figure (2.2) : glissement reel [15]	18
Figure (2.3) : Les différents modes pour la trajectoire dans le plan de Phase	19
Figure (2.4) : Commutation des champs de vecteurs sur S.	22
Figure (2.5) : Trajectoire de l'état vis-à-vis la surface de glissement	23
Figure (2.6) : Représentation de la commande discontinue	25
Figure (2.7) : phénomène de réticence.	26
Figure (2.8) : la fonction saturation	27
Figure (2.9) : La fonction smooth	27

# **Chapitre 3: logique floue**

Figure (3.1) : Différentes formes des fonctions d'appartenance	32
Figure (3.2) : Représentation floue de la variable Vitesse	33
Figure (3.3) : Schéma synoptique général d'un contrôleur flou	
Figure (3.4) : Méthode de fuzzification	35
Figure (3.5) : La commande adaptative directe	
Figure (3.6) : La commande adaptative indirecte	42

# **Chapitre 3: simulation et résultats**

Figure (4.1) : pendule inverse	43
Figure (4.2) : la réponse du système	45
Figure (4.3) : le signal d'erreur de poursuite	46
Figure (4.4) : la surface de glissement	46

Figure (4.5) : le signal de commande	47
Figure (4.6) : la repense du système	48
Figure (4.7) : le signal d'erreur de poursuite	48
Figure (4.8) : la surface de glissement	49
Figure (4.9) : le signal de commande	49
Figure (4.10) : la réponse du système	51
Figure (4.11) : le signal d'erreur de poursuite	52
Figure(4.12) : la surface de glissement	52
Figure (4.13) : le signal de commande	53
Figure(4.14) : la repense du système	56
Figure (4.15) : le signal d'erreur de poursuite	56
Figure (4.16) : la surface de glissement	57
Figure (4.17) : le signal de commande	57
Figure (4.18) : la repense du système sur les trois commande	57

# Liste de tableaux :

<b>Tab(3.1)</b> :	Opérateurs de base de la logique floue	33
<b>Tab(3.2)</b> :	matrice mocvicar-whelan	37

# Abréviations et Symboles:

- CSV : Commande à structure variable.
- SMC : Commande par mode glissant.
- VSS : Variable Structure System.
- MC : Le mode de convergence.
- MG : mode glissant.
- MRP : Le mode du régime permanant.
- MRAC : model reference adaptative.
- STC: self-ternning control.
- SMC-WRF : Sliding Mode Control Without Reaching Phase
- FSMC-WRF: Fuzzy Sliding Mode Control Without Reaching Phase

Introduction générale

# Introduction générale

Dans le domaine de l'automatique, la commande des systèmes non linéaires constitue un défi de taille en raison de leur complexité et de leur comportement souvent imprévisible. Les approches traditionnelles de commande peuvent se révéler inefficaces pour stabiliser et réguler ces systèmes, nécessitant ainsi le développement de nouvelles techniques avancées pour relever ce défi. Parmi ces approches, la commande par mode glissant flou sans phase de convergence se présente comme une solution prometteuse.

Le présent mémoire de fin d'étude s'intéresse spécifiquement à la commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative flou des systèmes non linéaires. Cette approche novatrice combine les principes de la commande par mode glissant et de la logique floue pour concevoir un contrôleur adaptatif et robuste qui évite la nécessité d'une phase de convergence initiale.

Le chapitre 1 de ce mémoire se concentrera sur l'étude des non linéaires. Nous examinerons les caractéristiques distinctives des systèmes non linéaires, notamment leur comportement complexe, leur sensibilité aux perturbations et leur réponse non linéaire. Tandis que le chapitre 2 aborde en détail la commande par mode glissant, une méthode couramment utilisée pour la commande des systèmes non linéaires. Nous présenterons les principes fondamentaux de cette approche, y compris la construction de la surface de glissement et la conception du contrôleur correspondant. Nous soulignerons également les limites de la commande par mode glissant classique, notamment la phase de convergence initiale qui peut entraîner des retards et même déstabiliser le système.

Le chapitre 3 sera consacré à la logique floue et à son intégration dans la commande par mode glissant. Nous expliquerons les bases de la logique floue, qui permet de prendre en compte l'incertitude et la non-linéarité des systèmes, offrant ainsi une approche plus flexible et adaptative. Nous présenterons les méthodes de conception d'un contrôleur flou pour la commande par mode glissant et discuterons de ses avantages potentiels en termes de stabilité et de performance.

Dans le chapitre 4, nous présenterons les résultats de simulations réalisées pour évaluer l'efficacité des commandes appliquées notamment la commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative flou qui représente l'objective de ce travail. Nous analyserons les performances des contrôleur développés eu terme de stabilité et robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes paramétriques. Ces résultats fourniront des indications sur l'efficacité de cette approche et permettront de comparer ses performances avec celles de la commande par mode glissant simple.

# **Chapitre 1**

# Introduction aux systèmes non linéaires

# Chapitre 1 : Introduction aux systèmes non linéaires

#### 1.1. Introduction

La plupart des systèmes dynamiques issus des sciences physiques et de l'ingénierie sont non linéaires. Par exemple, les circuits électriques contenant des composants non linéaires tels que des diodes, des inductances, des condensateurs et des registres, ces derniers nr peuvent être décrits que par des équations différentielles non linéaires. En revanche, certains systèmes peuvent être décrits de maniérer adéquate et suffisamment bien approximés par des modèles linéaires, ou la théorie de la commande linéaire peut être appliquées à ces systèmes.

La linéarisation des systèmes, facilite un peu la tache de contrôle, mais le domaine de fonctionnement de tels systèmes reste restreint. Le modèle linéaire n'est pas exact et néglige beaucoup de termes dans ses équations dynamiques. C'est pour ça qu'un nombre important de processus et de systèmes non linéaires doivent représentés par des modèles non linéaires.

La théorie des systèmes linéaires n'est généralement pas applicable aux systèmes non linéaires, pas applicable aux systèmes non linéaires, par conséquent, les systèmes non linéaires et leurs boucles de contrôle nécessitent leurs propres méthodes d'analyse et de conception, parce qu'ils sont mathématiquement beaucoup plus complexes.

Il n'est pas tout à fait correct de parler d'une théorie des systèmes non linéaires, car le terme fait en fait référence à un ensemble de méthodes et de théories incohérentes. Plutôt qu'une théorie unique, il existe un certain nombre de théories pour différentes classes de systèmes et de contrôleurs non linéaires. Malgré cette diversité et selon l'orientation, il est courant de subsumer ces théories sous les termes de commande non linéaire ou de systèmes non linéaires. L'une des théories les plus importantes et les plus développées est celle des systèmes affines au contrôle, qui dépendent non linéairement des variables d'entrée. La théorie de tels systèmes est presque complétement élaborée et revêt également une importance pratique.

#### **1.2.** Historique

L'histoire du contrôle non linéaire remonte au 18ème siècle, lorsque le régulateur centrifuge "flyball" a été inventé, pour contrôler la machine à vapeur en régulant l'admission de vapeur dans le cylindre. Cependant, le gouverneur a été amené à travailler sans concepts analytiques concrets.

En 1892, A.M. Lyapunov, un mathématicien russe, a présenté deux méthodes afin de déterminer la stabilité des systèmes dynamiques décrits par les équations différentielles ordinaires (ODE). Le travail

de Lyapunov a été traduit en français en 1907 et récupéré dans un contexte de contrôle plus tard par Kalman et Bertram.

En tant que sujet, l'ingénierie de contrôle en était à ses balbutiements jusqu'à la fin des années 1930, lorsque la communauté scientifique a commencé à faire face au problème du contrôle des servomécanismes. De tels mécanismes, approximés par des systèmes du second ordre, ont été traités avec la méthode du plan de phase, introduite par Poincaré. L'événement de la Seconde Guerre mondiale a stimulé la recherche sur le contrôle non linéaire des servomécanismes en raison des exigences fonctionnelles imposées par les systèmes de conduite de tir et le contrôle des véhicules guidés. Au cours de 1940-1960, trois principales approches analytiques utilisées pour analyser les systèmes non linéaires comprennent ; la fonction de description, la méthode du plan de phase et diverses méthodes impliquant des systèmes de relais [1].

#### **1.3.** Définition de système non linéaire

Un système non linéaire fait référence à un système complexe, qui n'est pas caractérisé par des relations linéaires, entre les entrées et les sorties. Les systèmes non linéaires dans l'industrie peuvent présenter un large éventail de comportements, notamment la non-linéarité, la non-stationnarité, la non-ergodicité et la non-gaussianité.

Un système non linéaire est un système qui ne peut pas être décrit par des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Cette définition explique la complexité et la diversité des systèmes non linéaires et des méthodes qui s'y appliquent. Il n'y a pas une théorie générale pour ces systèmes, mais plusieurs méthodes adaptées à certaines classes de systèmes non linéaires.

La forme standard d'un système non linéaire contrôlé dans des espaces vectoriels de dimension finie est donnée par

$$\dot{x} = f(t, x, u) \tag{1.1}$$

Où x est le vecteur d'état de dimension n et  $f = col(f_1, f_2, f_3, \dots, f_n)$  est un n-vecteur fonction du temps, de l'état et de la variable de contrôle. Dans le cas où f est indépendant du temps, nous avons un système invariant dans le temps. Les systèmes non linéaires impulsifs classiques sont décrits par des équations similaires en association avec une autre équation qui décrit l'évolution des sauts. Ceci est encore généralisé en incluant des systèmes non linéaires régis par des équations différentielles et des inclusions pilotées par des mesures signées et des mesures vectorielles. Ici, en référence au système, nous étudions les questions d'existence de solutions et leurs propriétés de régularité [2].

## 1.4. Caractéristiques d'un système non linéaire

### **1.4.1. Points d'équilibre :**

Soit le système modélisé par l'équation différentielle suivante :

**1.4.1.1. Définition :** un point d'équilibre d'un système dynamique est un point à partir duquel l'évolution du système s'arrête.

Définition mathématique : on cansidé l'équation différentielle suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \tag{1.2}$$

On dit qu'un point  $x_0$  est un équilibre de (1) si la fonction  $x(0)=x_0$  est solution de (1) ou bien si la figure (1) présent un exemple d'un point d'équilibre  $f(x_0) = 0$  pour un système léneaire (a) et un système non lineaire (b)



Dans le cas linéaire, le point d'équilibre est stable et les trajectoires d'état pour différentesconditions initiales x(0) décroissent vers l'état d'équilibre.Dans le cas non linéaire, le point d'équilibre 0 est stable localement puisque à partir de toutesconditions initiales proche de 0 (appartenant à une boucle fermée dans l'espace topologiqueautour de 0) la solution converge vers 0, mais le système est instable autour de 1 puisque latrajectoire tend vers 0 sauf pour  $x_0 = 1$  [3].

## **1.4.2.** Cycles limites :

Un système linéaire invariant dans le temps, pour osciller, doit avoir une paire de pôles sur l'axe imaginaire. Cette condition est évidemment très fragile vis à vis de perturbations et/ou erreurs de modélisation pouvant affecter la valeur de ces pôles. De plus, l'amplitude de l'oscillation obtenue en théorie dépend uniquement de la condition initiale. Au contraire, les systèmes non linéaires peuvent être le siège d'oscillations, (cycles limites), caractérisées par leur amplitude et leur fréquence, indépendantes de la condition initiale  $x_0$ , et sans excitation extérieure. Il est donc indispensable d'utiliser un système non linéaire si l'on souhaite réaliser en pratique une oscillation stable. Donc certains systèmes non linéaires présentent des oscillations d'amplitude et de période constante avec entrée nulle. Ces oscillations sont appelées cycles limites (auto oscillation).

Soit un système différentiel suivant :  $\dot{x} = p_1(x, y) p_1, p_2$  sont des polynomes en x et y a cofficient réels  $\dot{y} = p_2(x, y)$ 

La courbe fermée dans figure suivante traduit un cycle limite, on retourne sur le même cycle, quelque soit la condition initiale choisie.



Figure (1.2) : Cycles limites d'un système de Van Der Pol[6]

**Remarques :** 

- L'amplitude des oscillations est indépendante des conditions initiales, ce qui n'est pas le cas des systèmes linéaires.
- Les cycles limites dans les systèmes non linéaires sont relativement peu sensibles aux variations de paramètres.

# **1.4.3.** Bifurcations :

Soit le système dynamique de dimension suivant :

$$\dot{x} = f(x, t, u) \tag{1.3}$$

Tel que u est un pcuaméto de contrôle et  $x_e$  la solution du système

1.4.3.1. Définition : la bifurcation est un changement qualitatif de la solution  $x_e$  du système (1) lorsqu'on modifie u, et d'une mamiér plus précise c'est la disparition ou le changement de stabilité et l'appartion de nouvelles solutions.

## 1.4.3.2. Exemple :

Soit le système présenté par l'équation non amortie de Duffing:

$$\ddot{x}(t) + ax(t) + x^{3}(t) = 0 , a > 0$$
(1.4)

Ce système possède trois points d'équilibre sont : x = (0,0),  $x = (0,\sqrt{a})$  et  $x = (0,-\sqrt{a})$ 



Figure (1.3) : Système de Duffing à bifurcations[4]

Suivant  $\alpha$  le nombre de points d'équilibre sera différent. Quand a varié, le nombre de points d'équilibre varie de 1 à 3. Ainsi à a = 0 est une valeur de bifurcation critique.

On peut conclure que, quand les paramètres d'un système non linéaire sont modifiés, la stabilité des points d'équilibre est susceptible d'être changée, et le nombre de points d'équilibre peut évoluer. Les valeurs critiques des paramètres induisant ce genre de phénomène sont appelées valeur critique de bifurcation.

## 1.4.4. Chaos :

Un système non linéaire peut avoir un comportement en régime permanent plus complexe que ceux habituellement répertoriés tels que l'équilibre, les oscillations périodiques...

Dans ce cas, la sortie du système est extrêmement sensible aux conditions initiales, d'où la non prévisibilité de la sortie. Certains comportements chaotiques font ainsi apparaître un aspect aléatoire malgré leur nature déterministe intrinsèque.

**1.4.4.1. Définition :** (définition de devaney du chaos.1989)

Soit *V* un ensemble. Une application continue  $f: v \rightarrow v$  est dite chaotique sur *V*si :

- f est topologiquement transitif : pour toute paire d'ensembles non vide u, w, c, v il esciste un k > 0 tel que f<sup>k</sup>(u) ∩ w ≠ Ø
- Les points périodiques de *f* sont denses dans *v*.
- *f* Possède une dépendance sensible aux conditions initiales : il exiate δ > 0 tel que pour tout x ∈ v et tout voisinage Nde x, il existe n ≥ 0 tel que : |f<sup>n</sup>(x) f<sup>n</sup>(y)| > 0

#### **1.4.4.2.** Forme générale (système non affine en commande) :

Le système physique de la nature a un comportement non linéaire en générale la représentation de tel système est formulée par un ensemble d'équation différente elles non linéaires du premier ordre de type :

$$\begin{cases} \dot{x} = f_1(x(t), u(t)) \\ y(t) = f_2(x(t), u(t)) \end{cases}$$
(1.5)

x: est le vecteur d'état et y est le vecteur de sortie ; u(t)est le vecteur de commande

#### **1.4.4.3.** Forme analytique (système affine en commande) :

 $f_1, f_2$  sont des fonctions non linéaire c'est un cas particulier des systèmes non linéaires, ayant la propriété d'affinité par rapport à l'entrée, il est représenté par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u\\ y = h(x) \end{cases}$$
(1.6)

Tel que : f, g et h sont des fonctions non linéaires.

#### 1.5. Stabilité d'un système non linéaire :

L'étude de la stabilité d'un système non linéaire est l'analyse du comportement de ce dernier, en particulier au voisinage des points d'équilibre. Ils existent deux méthodes dans le contexte de l'étude de la stabilité locale ou globale à savoir :

- Plan de phase.
- Théorie de Lyapunov

## 1.5.1. Plan de phase :

Plan de phase est un outil graphique qui permet une analyse du comportement des systèmes du second ordre en régime libre (u = 0). Cet outil est basé sur la représentation dans l'espace d'état du

système du second ordre, les trajectoires obtenues pour différentes conditions initiales analyser d'un point de vue qualitatif les caractéristiques de ces trajectoires.

La méthode de construction du plan ne nécessite pas nécessairement la résolution analytique des équations différentielles d'état.

#### **1.5.1.1. Points singuliers :**

On considère le système de second ordre décrit par un système différentiel de forme canonique :

$$\begin{cases} \dot{x}_{1}(t) = X_{1}(x_{1}, x_{2}) \\ \dot{x}_{2}(t) = X_{2}(x_{1}, x_{2}) \end{cases}$$
(1.7)

Dans le plan de phase l'équation des trajectoires est la solution de l'équation différentielle du premier ordre :

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{X_2(x_1, x_2)}{X_1(x_1, x_2)} \tag{1.8}$$

avec des conditions initiales choisis. Cette dernière équation précise de façon unique la tangente en chaque point de la trajectoire, sauf aux points singuliers. D'où le point  $(x_{10}, x_{20})$  est un point singulier si :

$$\begin{cases} X_1(x_{10}, x_{20}) = 0\\ X_2(x_{10}, x_{20}) = 0 \end{cases}$$
(1.9)

En effet, en un tel point, le rapport  $\frac{dx_2}{dx_1}$ n'est pas défini.

Les points singuliers sont des positions d'équilibre du système. point singulier sera stable si toutes les trajectoires de phase concourent vers ce point, instable dans le cas contraire, c'est-à-dire si certaines (il en suffit d'une) trajectoires s'en écartent.

En introduisant la matrice Jacobienne J :

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial x_1} & \frac{\partial X_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial X_2}{\partial x_1} & \frac{\partial X_2}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$
(1.10)

La matrice Jacobienne à coefficients constant peut décrire le comportement du système au voisinage du point singulier ( $x_{10}$ ,  $x_{20}$ ).

#### **1.5.1.2.** Nature des points singuliers :

## **Chapitre 1 : Introduction aux systèmes non linéaires**

En calculant les valeurs propres de la matrice Jacobienne J, qui décrit les trajectoires au voisinage du point singulier. Pour que le point singulier soit stable, il faut qu'asymptotiquement, c'est-à-dire pour  $t \rightarrow +\infty$ , toute trajectoire revienne au point initial. Cette condition est vérifiée si et seulement si les valeurs propres ont des parties réelles négatives.

L'étude des valeurs propres permet ainsi de caractériser l'allure générale des trajectoires autour d'un point singulier.

Les différentes possibilités des valeurs propres selon leurs signes et natures conduisent à définir les cas suivants:

• **Point singulier foyer** : Si les valeurs propres sont complexes conjuguées de partie imaginaire non nulle. On dit que les courbes forment un foyer attractif ou stable si la partie réelle est négative et répulsif ou instable si la partie réelle est positive.



Figure (1.4) : Portrait de phase autour d'un point singulier foyer (a) stable et (b) instable [4]

• **Point singulier selle (col)** : Si les valeurs propres sont réelles et de signes opposés. On dit que les courbes intégrales forment un col.



Figure (1.5) : Portrait de phase autour d'un point singulier selle[4]

• **Point singulier centre :** Si les valeurs propres sont imaginaires pures. Les courbes forment un centre. Les orbites sont ses cercles.



Figure (1.6) : Portrait de phase autour d'un point singulier centre[4]

• **Point singulier nœud :** Si les valeurs propres sont réelles et de même signe. On dit qu'il s'agit d'un nœud qui est attractif ou stable si les valeurs propres sont négatives et répulsif ou instable si valeurs propres sont positives.



Figure (1.7): Portrait de phase autour d'un point singulier nœud (a) stable (puits) et (b) instable(source) [4]

## **1.5.2.** Stabilité de Lyapunov :

En Mathématique et en Automatique, la notion de stabilité de Lyapunov (ou, plus correctement, de stabilité au sens de Lyapunov) apparaît dans l'étude des systèmes dynamiques. De manière générale, la notion de stabilité joue également un rôle en mécanique, dans les modèles économiques, les algorithmes numériques, la physique nucléaire, ..., etc.

Les conditions que doit vérifier une fonction de Lyapunov du problème dynamique rappellent les conditions que doit vérifier l'énergie potentielle pour qu'il y ait stabilité d'un système physique .

#### **Définitions :**

On considéré le système autonome défini par

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{F}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0}, \ \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \end{cases}$$
(1.11)

Ou F est un champ de vecteur globalement lipshitzien sur  $\mathbb{R}^n$ .

désigne par  $F_t(x)$  la solution de (1.1) issue du point x a l'instant t = 0 soit

$$\frac{dF_t(x)}{dt}\Big|_{t=0} = F(x) \quad et \ F_0(x) = x$$
(1.12)

#### **1.5.2.1.** Fonctions de lyapounov

**Définition** une fonction  $V: U \to \mathbb{R}$  continue sur un voisinag U de  $x_0$ . Et différentiable sur  $U - \{x_0\}$  telle que :

- $V(x_0) = 0 \ et \ V(x) > 0 \ si \ x \neq x_0$
- $\dot{V}(x) = F.V(x) \le 0 \ \forall x \in U \ ou \ F.V(x) = \frac{d}{dt} VF_t(x)_{t\to 0} = \langle \nabla V(x), F(x) \rangle$  est appelée fonction de lyapounov large pour (I.1) en  $x_0$ .

Si de plus la fonction vérifie la condition :

•  $\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \in U - \{x_0\}$  alors V est appelée fonction de lyapounov stricte pour  $x_0$ .

#### 1.5.2.2. Théorème de lyapunov

**Théorème 1.1 lyapounov** si le système (1.1) admet une fonction de lyapounov large (resp. stricte) alors  $x_0$  est un point d'équilibre stable (resp. asymptotiquement) pour le système considéré.

**Théorème 1.2 lyapounov (version global)** s'il existe  $V: M \to \mathbb{R}$  définie positive et propre (c'est-àdire l'image réciproque d'un compact de  $R^+$ est un compact de M) tel que  $F.V(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}^n - \{x_0\} et F.V(x_0) = 0$  alors  $x_0$  est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable pour le système [5].

#### 1.5.2.3. Exemple :

Considérons le système décrit par l'équation différentielle du premier ordre:

$$\dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{x} - \mathbf{x}^3 \tag{1.13}$$

Le but est de déterminer si le point d'équilibre est stable sans avoir à résoudre l'équation différentielle.

Soit alors la fonction:

$$\mathbf{v}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^2 \tag{1.14}$$

On peut l'assimiler à une énergie puisque cette fonction est strictement positive. Calculons maintenant la dérivée de cette fonction le long des trajectoires du système.

$$\dot{\mathbf{v}}(\mathbf{t}) = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} \tag{1.15}$$

d'où :  $\dot{v}(t) = x(-x - x^3) = -x^2 - x^4$  (1.16)

Par conséquent, on dit que la fonctionvest définie négative.

$$\dot{v}(t) < 0$$
 (1.17)

Cette énergie est donc toujours strictement décroissante. On dit que *v*est une fonction de Lyapunov que le point d'équilibre 0 est globalement asymptotiquement stable.[4]

## 1.6. Exemples des systèmes non linéaires

## **1.6.1.** Système mécanique (Pendule simple) :

Soit le système représenté par la figure

En appliquant le premier principe de la dynamique par projection sur l'axe tangentiel, on obtient l'équation différentielle du mouvement.

$$ml^2\ddot{\theta} = -mgl\sin(\theta) + k\dot{\theta} \tag{1.18}$$

Ou : *l* est la longueur de la corde, *m* est la masse en mouvement,  $\theta$  est l'angle que la corde fait avec la verticale. *g* est l'accélération de la gravite, et *k* le coefficient de friction.



Figure(1.8) : pendule simple[5]

A partir de ce modèle mathématique, il est possible de dériver un modèle dans l'espace d'état non linéaire en choisissant les variables d'état  $x_1 = \theta$  et  $x_2 = \dot{\theta}$ .

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{l}{g}\sin(x_1) - \frac{k}{m}x_2 \end{cases}$$
(1.19)

#### 1.6.2. Oscillateur à résistance négative :

La structure fondamentale d'un type d'oscillateur électronique est représentée dans la figure suivante. L'inductance et la capacité sont supposées linéaires, invariante dans le temps et passive. L'élément résistif est un circuit actif dont la caractéristique tension/courant est non linéaire i = (v h).



Figure (1.9) : Oscillateur à résistance négative[5]

En appliquant la loi des nœuds et un changement d'échelle du temps, L'équation différentielle du circuit est alors donnée par :

$$\ddot{v} + \varepsilon h'(v)\dot{v} + v = 0 \tag{1.20}$$

où  $\varepsilon = \sqrt{L/C}$ . C'est un cas particulier de l''équation de Liénard qui a la forme générale :

$$\ddot{v} + \varepsilon f(v)\dot{v} + g(v) = 0 \tag{1.21}$$

Dans le ou  $h(v) = -v + \frac{1}{3}v^3$ , on retrouve l'équation de Van der Pol. En posant  $x_1 = v$ et  $x_2 = \dot{v}$ , les équations d'état associées à l'équation de Van der Polsont alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - \varepsilon h'(x_1)x_2 \end{cases}$$
(1.22)

# Chapitre 2

# **Commande par mode**

Glissant

# Chapitre 2 : Commande par mode glissant

## 2.1. Introduction

Dans les années soixante, de nombreux travaux ont été publiés par l'équipe du professeur S.V.Emelyanov sur une classe particulière de systèmes de commande dits à structure variable; cette commande consiste à amener la trajectoire d'état du système bouclé vers une surface de glissement et à la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation autour de la surface jusqu'au point d'équilibre [6].

Les commutations de la commande s'effectuent en fonction des variables d'état, utilisées pour créer une "variété" ou "hypersurface" dite de glissement dont le but est de forcer la dynamique du système de correspondre avec celle définie par l'équation de l'hyper surface. Quand l'état est maintenu sur cette hyper surface, le système est dit en régime glissant. Ainsi, tant que les conditions de glissement sont assurées, la dynamique du système reste insensible aux variations des paramètres du processus, aux erreurs de modélisation (dans une gamme qui reste plus large par rapport à celle des approches classiques de l'automatique), et à certaines perturbations [7].

L'objectif de la commande par mode glissant est à l'aide d'une commande discontinue, de contraindre le système à évoluer au bout d'un temps fini et de maintenir sur une sur la surface de glissement, où le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées [8].

#### 2.2. Historique

Le mode glissant est un mode de fonctionnements particulier des systèmes de réglage à structure variable. Cette commande apparue depuis le début des années 60, grâce aux résultats théoriques du mathématicien A.F.PHILIPOV, est une commande non linéaire basée sur l'utilisation d'un terme discontinu. Après les travaux développés par l'équipe du professeur EMELYANOV en union Soviétique et à cause des problèmes de broutements et de réalisation, la commande à structure variable a attendu la fin des années soixante-dix pour connaître sa réapparition et son épopée avec l'avancée de l'électronique et l'informatique. En effet, cette commande est basée sur une commutation à haute fréquence pour un meilleur régime glissant [9].

#### 2.3. Systèmes à structure variables

Lorsque la structure du système ou du correcteur utilisé prend d'une façon discontinue deux ou plusieurs expressions, la notion du système à structures variables intervient. Il en découle les définitions suivantes :

## 2.3.1. Définition 1

Un système à structure variable (VSS) est un système dont la structure change pendant son fonctionnement, il est caractérisé par le choix d'une structure et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à l'autre à tout instant. De plus, un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure.

## 2.3.2. Définition 2

Un système est dit à structure variable s'il admet une représentation par des équations différentielles du type:

 $\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{cases} f_i(\mathbf{x}) & \text{si condition i est vérifie} \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}) \text{si condition n est vérifie} \end{cases}$ (2.1)

où:  $f_i$  les fonctions appartiennent à un ensemble de sous-systèmes et  $i \in [1, n]$ .

Par conséquence, les systèmes à structures variables sont caractérisés par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation.

# 2.4. Définition du mode glissant (MG) :

L'approche des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

# 2.4.1. Propriétés des modes glissants :

- La trajectoire d'état du système en mode de glissement appartient à une surface de dimension inférieure à celle de l'espace d'état, par conséquent l'ordre des équations différentielles régissant le fonctionnement du système en mode de glissement est réduit.
- La théorie des modes glissants s'adapte bien pour les systèmes dont la commande est discontinue.
- La dynamique du système en mode de glissement est déterminée uniquement par le choix des coefficients de la surface de glissement.[10]

# 2.4.2. Objectif de la commande par mode glissant

L'objectif de la commande par mode glissant se résume en deux points essentiels[11] :

• Synthétiser une surface S (x, t), telle que toutes les trajectoires du système obéissent à un comportement désiré de poursuite, de régulation et de stabilité.

• Déterminer une loi de commande (commutation) *U* (*x*, *t*) qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissement et les maintenir sur cette surface [10].

## 2.4.3. Le régime glissant idéal :

En théorie, l'organe de commutation est supposé idéal et insensible aux bruits, la fréquence de commutation est infinie, et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation S(t) = 0, d'où le régime glissant idéal.



Figure (2.1) : glissement idéal

#### 2.4.4. Le régime glissant réel :

En pratique, l'organe de commutation est réalisé à partir d'un relais qui présente des imperfections comme les retards de commutation, dans ce cas, la trajectoire de phase du régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui entrave la précision du système ainsi que sa stabilité.[10]



Figure (2.2) : glissement reel [15]

#### 2.5. Modes de la trajectoire dans le plan de phase :

La technique de la commande par (MG) consiste à ramener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée jusqu'au point d'équilibre. Cette trajectoire est constituée de trois parties distinctes [16].

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes :

- Le mode de convergence (MC) : C'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase, et tend vers la surface de commutation S(x) = 0. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.
- Le mode de glissement (MG) : c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par la détermination de la surface de glissementS(x) = 0.
- Le mode du régime permanant (**MRP**) : ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse de système autour de son point d'équilibre (origine de plan de phase) il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.[10]



Figure (2.3) : Les différents modes pour la trajectoire dans le plan de Phase [9]

#### 2.6. Conception de la commande par mode glissant

La commande par mode glissant, a des avantages importants et multiples, tels que la haute précision, la bonne stabilité, la simplicité de conception, la robustesse, etc. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour les systèmes ayant un modèle imprécis. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur comporte deux parties: une partie continue représentant la dynamique du système durant le mode glissant et une autre discontinue représentant la dynamique représentant la dynamique du système durant le mode glissant . Ce dernier est important dans la commande non linéaire, elle a pour rôle d'éliminer ou réduire les effets d'imprécisions et des perturbations sur le modèle.[8]

Pour illustrer la méthode de conception de la commande par mode glissant d'ordre un, nous considérons le cas d'un système non linéaire, défini par [4] :

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x).u$$
(2.2)

Avec:

 $x \in \mathbb{R}^n$ : est le vecteur d'état.

 $u \in R^m$ : est le vecteur de commande.

Le problème de base de la conception d'une commande par modes glissants consiste à établir dans un premier temps la fonction de commutation s représentant la dynamique désirée et par la suite construire la loi de commande à structure variable u(x, t) telle que la surface de commutation s(x, t)=0 est atteinte en un temps fini.

La loi de commande u(x, t) est définie comme suit :

$$u(x,t) = \begin{cases} u^+(x,t) & si & s(x,t) > 0\\ u^-(x,t) & si & s(x,t) < 0 \end{cases}, \ u^+(x,t) > u^-(x,t) \tag{2.3}$$

 $u^+(x,t)$ et $u^-(x,t)$ étant des fonctions continues.

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes dépendantes l'une de l'autre.

- Choix de la surface de glissement.
- Établissement des conditions d'existence et de convergence.
- Détermination de la loi de commande.

#### 2.6 .1 Choix de la surface de glissement :

Le choix de la surface concerne le nombre nécessaire de surfaces individuelles et leurs formes. Généralement le nombre de surfaces est égal à la dimension de l'entrée de commande du système. Un système d'ordre n avec m entrées peut avoir jusqu'à (2m - 1) surfaces. Le choix de ces surfaces doit être fait de manière à ce que leur intersection permette d'avoir le comportement désiré du système. Pour le choix de la forme de la surface de glissement, Slotine a proposé une forme générale qui consiste à définir une fonction scalaire des surfaces de glissements dans le plan de phase, donnée par [12] :

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^{r-1} e(x)$$
(2.4)

Avec :

e(x): déviation donnée par  $e(x) = x_d - x$ .

 $\lambda$ : coefficient de la surface,  $\lambda > 0$ .

 $x_d$ : état désirée.

r: degré relatif (nombre de sorties dérivables pour avoir une forme explicite de la commande u).

## 2.6.2. Conditions d'existence du régime glissant :

Nous présentons ici deux approches afin d'établir les conditions d'existence et d'atteingnabilité du régime glissant :

#### 2.6.2.1. Approche de la commutation directe

La condition d'existence d'un régime glissant est souvent donnée par l'inégalité

$$\dot{s}s < 0$$
 (2.5)

et est appelé condition d'attractivité.

Malgré que cette condition soit globale, la convergence en temps fini n'est pas garantie.

En dérivant la surface s par rapport au temps t, on aura :

$$\dot{s} = \sum_{i=0}^{n} \frac{\partial s}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=0}^{n} \frac{\partial s}{\partial x_i} \cdot (f(x) + g(x)u)$$
(2.6)

En utilisant la commutation de la loi de commande dans, le changement de vitesse de la fonction s(x) garantit le croisement de la surface de chaque côté. Ainsi la surface de glissement est localement attractive, et ceci se traduit mathématiquement par :

$$\lim_{s \to 0^+} \frac{\partial s}{\partial x_i} \cdot (f(x) + g(x)u^+) < 0 \ et \ \lim_{s \to 0^-} \frac{\partial s}{\partial x_i} \cdot (f(x) + g(x)u^-) > 0$$
(2.7)

Alors un régime glissant existe sur une surface de glissement si, et seulement si, dans un voisinage de cette surface les vecteurs vitesses des trajectoires du système sont dirigées vers elle, comme le montre la figure 2.3. Une fois la surface intersectée, les trajectoires restent dans voisinage de , et le régime glissant est dit idéal si on a exactement[13] s(x) = 0



Figure (2.4) : Commutation des champs de vecteurs sur S.[13]

#### 2.6.2.2. Approche de la fonction de Lyapunov

Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive V(x) > 0 pour les variables d'état du système, et de choisir la loi de commutation qui fera décroître cette fonction ( $\dot{V}(x) < 0$ ), l'idée est de choisir une fonction scalaire S(x) pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande U tel que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov. Cette fonction est généralement utilisée pour garantir la stabilité des systèmes non linéaires.

En définissant la fonction de Lyapunov par :

$$V(x) = \frac{1}{2}s^2$$
(2.8)

Et sa dérivée par :

$$\dot{V}(x) = s(x)\dot{s}(x) \tag{2.9}$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative. Ceci est vérifié si :

$$s(x)\dot{s}(x) < 0 \tag{2.10}$$

Cette équation montre que le carré de la distance vers la surface, mesuré par  $s^2$  (x), diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface des deux côtés Figure 13. Cette condition suppose un régime glissant idéal [14].



Figure(2.5) : Trajectoire de l'état vis-à-vis la surface de glissement [14]

#### 2.6.3. Loi de commande

Une fois la surface de glissement est choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour ramener la variable à contrôler vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant la condition d'existence des modes glissants [15].

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. Si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée.

La partie continue en effet, amène à réduire autant que nous voulons l'amplitude de la partie discontinue.

En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties, une concernant la linéarisation  $(u_{eq})$  et l'autre stabilisante  $(u_n)$ .

On écrit :

$$u = u_{eq} + u_n \tag{2.11}$$

Tel que :

 $u_{eq}$ : La commande proposée par Utkin, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissements(x) = 0, la commande équivalente est déduite en considérant que la dérivée de la surface
est nulle  $\dot{s}(x) = 0$ . Elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle d'un signal de commande appliqué sur le système à commander, elle peut être comme une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs  $u_{max}$  et  $u_{min}$  [8].

 $u_n$ : est la commande de commutation elle est déterminée pour vérifier la condition de convergence.

Pour mettre en évidence le calcul de la commande, nous considérons un système défini dans l'espace d'état par l'équation (2.2). Il s'agit de trouver l'expression de la commande u.

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t}$$
(2.12)

Il en résulte :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} \left( f(x) + g(x)u_{eq} \right) + \frac{\partial s}{\partial x} g(x)u_n$$
(2.13)

Durant le mode de glissement et le régime permanent, la surface est nulle, et par conséquent, sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles. D'où nous déduisons l'expression de la commande équivalente :

$$u_{eq} = -\left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x)\right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x)$$
(2.14)

Pour que la commande équivalente puisse prendre une valeur finie, il faut que :

$$\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \neq 0 \tag{2.15}$$

Durant le mode de convergence, et en remplaçant la commande équivalente par son expression dans (2.12) nous trouvons la nouvelle expression de la dérivée de la surface :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x}g(x)u_n \tag{2.16}$$

Et la condition d'attractivité exprimée par (2.9) devient :

$$\frac{\partial s}{\partial x}g(x)u_n s(x) < 0 \tag{2.17}$$

Afin de satisfaire cette condition le signe de  $u_n$  doit être opposé à celui de  $s(x)\frac{\partial s}{\partial x}g(x)$ 

La forme la plus simple que peut prendre la commande discontinue est celle d'un relais (figure II.6).

$$u_n = K \, sign \, s(x) \tag{2.18}$$

Le signe de *K* doit être différent de celui de  $\frac{\partial s}{\partial x} g(x)$  [8]



Figure (2.6) : Représentation de la commande discontinue [8]

#### 2.7. Le phénomène de chattering:

En pratique, la commande discontinue peut exciter les dynamiques de hautes fréquences non modélisées, entrainant l'apparition de ce qu'on appelle la réticence ou broutement connu en anglais sous le nom de Chattering et se caractérise par de fortes oscillations autour de la surface.

Ce phénomène de réticence apparait car la commutation de la commande ne se fait pas à une fréquence infinie a cause des imperfections physiques (les retards, limitation physique) des actionneurs ...etc.

Pendant les premières années de son apparition, la commande par modes glissants a été entravée par ce phénomène qui peut provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande, augmenter la consommation de l'énergie et voir engendrer l'instabilité du système en excitant les dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation [16].



Figure (2.7) : phénomène de réticence.[11]

# 2.8. Solutions pour atténuer le phénomène de chattering :

Pour réduire ce phénomène, des extensions technologiques de la commande à structure variable ont été élaborées, on peut procéder par :

- Augmentation de la fréquence
- Linéarisation de la commande par bande de surface en utilisant les fonctions continues de lissage ou de saturation
- Décomposition de la commande en un terme équivalent (basse fréquence) et un terme discontinu (haute fréquence) [13]

# 2.8.1. Solution mathématique :

Cette solution consiste a remplacer la fonction <<signe>> par une approximation continue, uniquement dans un voisinage de la surface, parmi les fonctions utilisées nous citerons :

#### 2.8.1.1. La fonction de saturation SAT

$$sat(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & si \ |S| \le \varepsilon \\ sign(s) & si \ |S| > \varepsilon \end{cases}$$
(2.19)



Figure (2.8) : la fonction saturation [8]

 $\varepsilon$ : largeur du seuil de la fonction de saturation.

#### 2.8.1.2. La fonction SMOOTH

On peut aussi remplacer la fonction  $\langle signe \rangle$  par une fonction de classe C<sup>1</sup> donne ci-dessous un exemple de ce type de fonction (figure ;1 ;)

$$smooth(s) = \frac{s}{|s|+\mu}$$
(2.20)



Figure 2.9 : La fonction smooth [9]

#### 2.8.2. Solution par des lois d'approche :

Par ailleurs, une approche intéressante consiste a concevoir des lois de convergence non linéaires qui permettent une adaptation dynamique d'une composante de la commande en fonction de la variation de la fonction de glissement. Ainsi, plus le vecteur d'état est loin de la surface de glissement, plus cette composante est grande et tend a ramener le vecteur vers la surface, et inversement. Par conséquent, il est théoriquement possible de réduire les commutations haute fréquence en régime établi, sans toutefois affecter le temps de convergence ni même l'erreur de poursuite du système. Gao et hung ont proposé notamment deux lois d'atteinte possibles pour réduire les commutations.

La première loi d'atteinte contient un terme proportionnel à la fonction de glissement qui permet au système d'atteindre plus rapidement la surface de glissement lorsque celui-ci en est éloigné. De plus, le terme proportionnel allégé le travail de la partie discontinue sign(s) et permet par conséquent une réduction des commutations sur la commande.

Cette loi d'atteinte est donnée par :

$$\dot{s} = -k.\,sing(s) - Q.S\tag{2.21}$$

Dans la deuxième loi de convergence figure une puissance fractionnaire de la fonction de glissement qui multiplie le signe de celle-ci, comme suite :

$$\dot{s} = -k.[S]^{\rho}.sign(s) \tag{2.22}$$

Ou  $\rho$  est un réel strictement compris 0 et 1.il est par ailleurs démontré par Gao et Hung que la loi de convergence (II.21) engendre un temps d'atteinte fini de la surface de glissement

#### 2.8.3. Solution par de mode glissant d'ordre supérieurs :

Les modes glissants d'ordre supérieure ont été introduits pour pallier au problème du chattering tout en gardant les propriétés de convergence en temps fini et de robustesse des commandes par modes glissants classiques. Dans cette approche, le terme discontinu n'apparait plus directement dans l'expression de la commande synthétisée mais dans une de ses dérivées supérieures ce qui a le mérite de réduire le chattering.

#### 2.8.4. Solution par l'approximation floue :

Pour améliorer et obtenir de bon résultat, une combinaison entre la logique floue et la commande par mode glissante a été proposée. L'idée clé de cette combinaison est inspirée par le fait que dans le cas idéal et quand l'erreur est loin de la surface de glissement, le paramètre k doit etre ajusté au fur et a mesure. Dans cette voie, on doit proposer une adaptation de ce paramétre par le biais d'un système a une inférence floue tout en gardant les mêmes lois de la commande par mode glissant.

#### 2.9. Avantages et inconvénients de la commande par mode de glissement

Il est reconnu que la robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle présente le point fort d'une commande par mode de glissement. Contrairement à une loi de commande classique, les performances dynamiques sont maintenues quelles que soient les variations des paramètres et quelle que soit l'amplitude des perturbations appliquées au système. De plus, la réduction de l'ordre du système constitue un autre point fort de ce type de commande, il permet de simplifier la complexité du système.

Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients :

• Un phénomène de chattering où broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs.

Le système est soumis à chaque instant à une commande à fréquence élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable. [17]

#### 2.10. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions de base de la théorie des systèmes a structure variable, et principalement la théorie des modes glissant.

Nous avons montré le principe de la commande par mode glissant cette dernière est une commande non linéaire et robuste qui l'adapte au changement paramétrique du système non linéaire et aux perturbations externes.

Un exemple d'application est présenté, afin de monter l'efficacité de cette commande.

Face aux avantages issus de la commande pour mode glissant, on trouve le phénomène de chattering qui est un inconvénient majeur. Plusieurs solutions ont étés proposés pour diminuer l'effet de ce phénomène [6].

# Chapitre 3

# Logique floue

# **Chapitre 3 : logique floue**

# 3.1. Introduction

Le terme d'ensemble flou apparaît pour la première fois en 1965 lorsque le professeur Lotfi A. Zadeh, de l'université de Berkeley aux USA, publie un article intitulé « Ensembles flous » (Fuzzy sets). Il a réalisé depuis, de nombreuses avancées théoriques majeures dans le domaine et a été rapidement accompagné par de nombreux chercheurs développant des travaux théoriques.

Parallèlement, certains chercheurs se sont penchés sur la résolution par logique floue de problèmes réputés difficiles. Ainsi en 1975, le professeur Mamdani à Londres développe une stratégie pour le contrôle des procédés et présente des résultats très encourageants qu'il a obtenus sur la conduite d'un moteur à vapeur.

C'est au Japon, où la recherche n'est pas seulement théorique mais également très applicative, que la logique floue connaît son véritable essor. A la fin des années 1980, c'est d'un véritable boum qu'il faut parler. Les produits grand public, machines à laver, appareils photographiques et autres caméscopes estampillés « fuzzy logic » ne se comptent plus. Dans l'industrie, le traitement des eaux, les grues portuaires, les métros, les systèmes de ventilation et de climatisation sont touchés [4].

# 3.2. Définitions :

# 3.2.1. La logique floue :

La logique floue est une extension de la logique booléenne créée par Lotfi Zadeh en 1965 en se basant sur sa théorie mathématique des ensembles flous, qui est une généralisation de la théorie des ensembles classiques. En introduisant la notion de Chapitre III La logique floue 41 degré dans la vérification d'une condition, permettant ainsi à une condition d'être dans un autre état que vrai ou faux, la logique floue confère une flexibilité très appréciable aux raisonnements qui l'utilisent, ce qui rend possible la prise en compte des imprécisions et des incertitudes [11].

# 2.3.2. Notions de base de la logique floue

Cette section n'a pas pour but de donner un état de lieux complet de la logique floue, mais uniquement fourni les quelques notions de base de la logique flouent d'une manière abrégée.

#### 2.3.2.1. Fonction d'appartenance

Un ensemble flou est défini par sa « fonction d'appartenance », qui correspond à la notion de « fonction caractéristique » en logique classique. Elle permet de mesurer le degré d'appartenance d'un élément à l'ensemble flou. En toute généralité, une fonction d'appartenance d'un ensemble flou est désignée par  $\mu A(x)$ . L'argument x se rapporte à la variable caractérisée, alors que l'indice A indique l'ensemble concerné [22][23]. Les fonctions d'appartenance peuvent avoir différentes formes :

#### **Fonction triangulaire**

Elle est définie par trois paramètres  $\{a, b, c\}$ , qui déterminent les coordonnées des trois sommets.

$$\mu(x) = \max(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0)$$
(3.1)

#### Fonction trapézoïdale :

Elle est définie par quatre paramètres  $\{a, b, c, d\}$ 

$$\mu(x) = \max(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{d-x}{d-c}\right), 0)$$
(3.2)

#### **Fonction gaussienne :**

Elle est définie par deux paramètres  $\{\sigma, m\}$ 

$$u(x) = exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$$
(3.3)

#### Fonction sigmoïde :

Une fonction sigmoïde est définie par deux paramètres  $\{a, c\}$ 

$$u(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))}$$
(3.4)



Figure(3.1) : Différentes formes des fonctions d'appartenance [21]

#### 2.3.2.2. Variables linguistiques

Une variable linguistique comme son nom le suggère, est une variable définie à base de mots ou des phrases au lieu des nombres.

Une variable linguistique est définie par un triplé (V, X, Tv), où V est une variable définie sur un ensemble de références X. Tv est un ensemble fini ou infini de sous-ensembles flous de X qui caractérisent V.

Par exemple la variable « Taille » peut appartenir aux ensembles floues " Petit, Moyen, Grand ".

La variable linguistique peut être représentée par un *triplé* (x, T(x), U), dans lequel x est le nom de la variable linguistique, T(x) l'ensemble des noms des valeurs linguistiques de x être : T(Vitesse) =[Faible, Moyenne, Elevée,....] où chaque terme dans T(Vitesse) est caractérisé par un ensemble flou dans un univers de discours U = [0, 100] [21].



Figure (3.2) : Représentation floue de la variable Vitesse[21]

### **3.3.2.3.** Operateurs de la logique floue

Ces opérateurs permettent d'écrire des combinaisons logiques entre notions floues, c'est à-dire de faire des calculs sur des degrés de vérité. Comme pour la logique classique, on peut définir des opérateurs ET, OU, négation.

Soit A et B deux ensembles flous, dont les fonctions d'appartenance sont  $\mu A(x)$ ,  $\mu B(Y)$  respectivement.

Le tableau suivant résume quelques fonctions utilisées pour réaliser les différentes opérations floues de base.[21]

Appelation	ET	OU	NON
Zadeh	$\min(\mu_A(x)\mu_B(y))$	$\max(\mu_A(x)\mu_B(y))$	$1-\mu_A(x)$
Probalistique	$\mu_A(x)$ . $\mu_B(y)$	$\mu_A(x) + \mu_B(y)$	$1-\mu_A(x)$
		$-\mu_A(x)\mu_B(y)$	
Lukasiewiez	$\max(\mu_A(x) + \mu_B(y) - 1,0)$	$\min(\mu_A(x))$	$1-\mu_A(x)$
		$+ \mu_B(y), 1)$	
Hanacher( $\beta >$	$\mu_A(x)\mu_B(y)/[+(1-\beta)(\mu_A+\mu_B)]$	$(\mu_A(x), +y)$	$1-\mu_A(x)$
0)	$-\mu_A(x)\mu_B(y)$ ]	$+ \mu_A(x), y - (1$	
		$-\beta$ )	
Weber	$\mu_A(x)si\mu_B(y)=1,$	$\mu_A(x)$ si $\mu_B(y)$	$1-\mu_A(x)$
	$\mu_B(y) si  \mu_A(x) = 1$	= 0,	

0sinon	$\mu_{\rm P}(\mathbf{y}) si\mu_{\rm A}(\mathbf{x}) = 0$	
05111011	$\mu_B(f)$ strat	
	1 sinon	

Tab(3.1) : Opérateurs de base de la logique floue.[21]

#### 3.4. Présentation d'un régulateur par logique floue

L'idée centrale de la commande par logique floue est la règle de commande linguistique. Cette règle peut prendre plusieurs formes, cependant elle indique invariablement quelle action de commande prendre face à une condition donnée. Ces actions de commandes peuvent avoir la forme : « augmenter le courant », « diminuer de beaucoup la tension », et les conditions peuvent avoir la forme : «si l'erreur de vitesse est assez grande », « si l'erreur de courant est très petite ».

Les mots clés ici sont « assez grande », « beaucoup » et « très petite », ils correspondent à des informations imprécises mais utiles et dans la théorie de la logique, ils sont représentés par un sousensemble flou d'un certain univers de discours. Une règle de commande est une combinaison d'une condition et d'une action. En général une règle prend la forme suivante : «si A alors B » où A est une proposition floue sur la condition du processus et B est une proposition floue sur l'action de commande. Plusieurs règles sont nécessaires pour la construction d'un contrôleur à logique floue, ces règles forment un algorithme.

# 3.5. Eléments de base d'un contrôleur a logique floue

Le schéma général d'un régulateur flou est donné par la figure suivante :



Figure(3.3) : Schéma synoptique général d'un contrôleur flou[20]

Nous procédons tout d'abord à la partition en sous-ensembles flous des différents univers de discours que le système impose. Ensuite nous déterminons la base de règles qui va caractériser le fonctionnement désiré en variables floues. Cette étape est appelée la fuzzification. Les variables sont utilisées dans un mécanisme d'inférence qui crée et détermine les variables floues de sortie en utilisant des opérations sur les fonctions d'appartenance.

#### 3.5.1. Interface de fuzzification

Il a pour but de déterminer les degrés d'appartenance des variables d'entrées aux ensembles flous correspondants. Elle reçoit des valeurs réelles, représentant les entrées du système d'inférence flou et les transforme en des termes linguistiques.

Il existe deux méthodes de fuzzification suivant la définition de l'ensemble S Figure 22 :

- S est un ensemble flou de fonction d'appartenance  $\mu S(x0) = 1et \mu S$  décroît lorsque x s'éloigne de  $x_0$ .

- S est un singleton flou défini par :





Figure (3.4) : Méthode de fuzzification[20]

#### **3.5.2.** Base de connaissance

La base de connaissance est composée de deux blocs :

- La base de données qui fournit les définitions nécessaires utilisées pour définir les règles de contrôles linguistiques et la manipulation des données floues dans le contrôleur.
- La base de règles qui caractérise les buts et stratégies de commande émis par les experts du domaine au moyen d'un ensemble de règles linguistiques du contrôle.

#### 3.5.3. Logique de prise de décision (Inférence)

La logique de prise de décision est le noyau du contrôleur flou ; elle a la capacité de simuler la prise de décision de l'être humain en se basant sur les concepts flous et les règles d'inférences. Ce concept peut être représenté par :

Antécédent	- fait : x est A
	- règle : si x est A, alors y est B
Conséquence :	y est B

Tel que A, B sont des ensembles flous d'univers appropriés. La procédure d'inférence ci-dessus est appelée « raisonnement flou ». Le mécanisme d'inférence passe par trois phases qui peuvent être dissociées ou associées selon le type de raisonnement flou choisi.

# 3.6.4. Agrégation

Dans un système flou, plusieurs règles sont actionnées en sortie, ainsi, plusieurs ensembles flous de sortie sont concernés. L'agrégation détermine la manière de combiner les sorties des différentes règles pour construire un seul ensemble flou dans la conséquence.

Pour deux conséquences A et B, la combinaison de ces différentes règles se fait à l'aide de l'opérateur OU. Le résultat de l'agrégation est obtenu par plusieurs méthodes (généralement par : min pour le ET, max pour le OU).

#### 3.6.5. Interface de défuzzification

Elle convertit l'ensemble flou résultant de l'agrégation en une seule valeur réelle dans le but de donner plus de certitude à la sortie du système d'inférence flou. Il existe plusieurs méthodes pour réaliser cette opération, parmi lesquelles nous citons :

- La méthode du maximum : Elle consiste à ne prendre en compte que les valeurs possédant un degré maximum d'appartenance à l'ensemble flou agrégé. Cette technique est simple à appliquer, mais peu employée étant donné qu'elle est basée sur l'opérateur maximum qui privilégie une seule règle parmi celles qui sont présentes.
- La méthode de la moyenne pondérée (méthode des hauteurs pondérées ou méthode de la moyenne des maximums) : Celle-ci considère comme valeur de sortie la moyenne des valeurs préconisées par chaque règle et pondérées par leur degré respectif de validité.

• La méthode du centre de gravité : Cette méthode, génère le centre de gravité de la surface engendrée par la fonction d'appartenance de l'ensemble flou agrégé [20].

# **3.7. Différents types de régulateurs flous**

# 3.7.1. Régulateur flou de type Mamdani

Dans la plupart des applications rapportées dans la littérature, un contrôleur de ce type est conçu pour régler, asservir une variation de sortie d'un procédé, soit uniquement à partir de l'erreur 7 (consigne moins la mesure), soit à partir de l'erreur et sa variation  $\Delta$ 7. En 1974, E.H Mamdani avait présenté, pour la première fois, la technique de réglage par la logique floue, celle-ci consiste à déterminer un ensemble de règles qui maitrise le comportement dynamique à commander. L'obtention de ces règles est facile auprès des experts qui connaissent bien le système. Il avait utilisé des règles à prémisses et conclusions symboliques, l'inférence max- min et la défuzzification par centre de gravité.

Apres, Mocvicar et Whelan ont observé que les bases de règles proposées par King et Mamdani étaient incomplètes. Ils ont fait analyse détaillée sur ces bases de règles et proposé une matrice de règles (voir le tableau 3.2) qui possède deux entrées, l'erreur et sa variation, en se basant sur les deux principes suivants :

- Si la sortie est égale à la valeur désirée et la variation de l'erreur est nulle, la commande sera maintenue.
- Si la sortie diverge de la valeur désirée, l'action sera dépendante du signe de la valeur de l'erreur et de sa variation.

Si les conditions telles que l'erreur peut être corrigé par elle-même, alors la commande sera maintenue. Dans le cas contraire, la commande sera changée pour avoir des résultats satisfaisants.

	NG	NP	Ζ	PP	PG
NG	NG	NG	NG	NP	Ζ
NP	NG	NG	NP	Ζ	PP
Ζ	NG	NP	Ζ	PP	PG
PP	NP	Ζ	PP	PG	PG
PG	Z	PP	PG	PG	PG

Tab	(3.2)	:	matrice	mocvicar-	whelan
-----	-------	---	---------	-----------	--------

Avec :

e : L'erreur entre la consigne et sortie du système

 $\Delta e$ : Variation de l'erreur

NG: Négatif grand

NP: Négatif petit

Z : Zéro

PP: Positif petit

PG : Positif grand

# 3.7.2 Régulateur flou de type Sugeno

Dans les régulateurs de ce type, les conclusions des règles ne sont pas symboliques (i.e. représentées par des sous-ensembles flous) mais une fonction des entrées :

 $b^i = f(x_1, k, x_n)$ . les prémisses étant symboliques.

Ou f(.) est généralement une fonction polynomiale.

La sortie du régulateur est donnée par :

$$y = \frac{\sum_{i=0}^{n} b^{i} * \alpha_{i}(x)}{\sum_{j=1}^{n} \alpha_{j}}$$
(3.6)

Ou les  $\alpha_i$  sont les valeurs de vérité de chaque règle pour i = 1...n.

Notons que la sortie donnée par le régulateur est la variation du signal de commande.

# 3.8. Avantages et inconvénients de la commande par la logique floue

Certainement, la commande par la logique floue comporte un certain nombre d'avantage et d'inconvénients.

# 3.8.1. Les avantages :

- La non-nécessite d'une modélisation du processus à commander, ainsi que d'une analyse mathématique profonde.
- La possibilité de bénéficier et d'implémenter des connaissances et des expertises humaines sur le système à commander.
- La maitrise du système à commander avec un comportement complexe (fortement non linaire et difficile à modifier), aussi, cette approche offre la possibilité d'utiliser des processeurs spécialisés (dit processus floue), afin d'augmenter la précision et la vitesse du calcul.

#### 3.8.2. Les inconvénients :

- Le manque de méthodes systématiques précises pour la conception et la synthèse d'une commande par la logique floue (par exemple dans le choix des grandeurs à mesurer, dans la détermination des facteurs de normalisation, dans le choix de la stratégie, soit de fuzzification, les interfaces et la défuzzification...).
- L'impossibilité de la démonstration de la stabilité du circuit de commande en toute généralité.
- La cohérence des interfaces non garantie a priori (possibilité d'apparition de règles d'inférences contradictoires)

#### **3.9.** La Commande Adaptative

Adapter veut dire changer un comportement en conformité avec des nouvelles circonstances. Intuitivement, un contrôleur adaptatif est un régulateur qui peut modifier son comportement en réponse aux changements dus aux dynamiques d'un système et aux perturbations. La commande Adaptative consiste à éliminer les effets des perturbations structurelles (les variations des paramètres) agissant sur les performances du système. Un système de commande est adaptative si en plus d'une contre réaction conventionnelle, il contient une boucle fermée de contrôle de son indice de performance.

#### **3.9.1.** Concept de la commande adaptative

En général, le système à contrôler possède des paramètres incertains au début de l'opération de commande. Bien que l'effet de cette incertitude paramétrique puisse disparaitre en temps fini par un certain mécanisme d'ajustement, elle peut causer une instabilité du système.

Dans d'autre cas, un phénomène inverse se produit, on démarre avec des paramètres connus et certains, mais au cours de fonctionnement, ces paramètres perdent leurs valeurs initiales et deviennent incertains, donc sans une mise à jour continuelle du régulateur, le régulateur initial s'avère inefficace.

Dans de nombreuses situations, les systèmes de commande classique sont basés sur les modèles à paramètres fixes, car ils ne peuvent prendre en charge les variations lentes ou rapides de la dynamique des systèmes, d'où la nécessité d'introduire la notion de systèmes de commande adaptative afin d'assurer les performances désirées. Pour cela, les paramètres du régulateur sont ajustés

automatiquement sur la base des informations recueillies du système. L'adaptation est souhaitable pour deux raisons principales :

- L'affinement au cours du temps du réglage initial du système de commande
- La prise en compte des variations des paramètres du système à commander.

# **3.9.2.** Principe de la commande adaptative :

La commande adaptative est un ensemble de techniques permettant un ajustement automatique en temps réel des paramètres des régulateurs des boucles de commandes afin de Réaliser ou de maintenir un niveau de performance désiré lorsque les paramètres du système sont inconnus et/ou varient avec le temps.

# 3.9.3. Différentes techniques de la commande adaptative

Deux approches principales ont été établies pour palier à ces contraintes :

- La commande adaptative à modèle de référence (model reference adaptative control MRAC).
- La commande auto-ajustable (self-ternning control: STC).

La différence entre ces deux modes réside dans le mode d'ajustement des paramètres du Régulateur.

Pour la commande adaptative à modèle de référence, l'ajustement se fait en une seule étape (méthode directe), il est possible d'ajuster directement en boucle fermée les paramètres du régulateur.

Pour la commande auto-ajustable, l'ajustement se fait en deux étapes (méthode indirectes): la reconstitution du régulateur passe par l'identification en boucle fermé des paramètres inconnus du système et puis calculer les paramètre de régulateur

La réalisation d'une commande adaptative ne se présente de sens que pour un processus Pour lequel on sait réaliser une commande conventionnelle à partir d'un régulateur de type Donné. La synthèse d'un contrôleur adaptatif impose le plus souvent les phases suivantes

- Spécification des performances désirées (temps réponse, déviation maximale admissibles, minimisation d'énergie de commande...).
- Définition de la structure de commande ou de type de régulateur qui sera utilisé en vue de réaliser les performances désirées.

• Conception du mécanisme d'adaptation qui permettra d'ajuster de façon " optimale" les paramètres du régulateur utilisé.

Les tâches qui incombent au mécanisme d'adaptation sont :

- Ajustement automatique des régulateurs et optimisation de leurs paramètres en divers points de fonctionnement du processus.
- Maintenance des performances exigées en cas de variation des paramètres du processus.
- Détection des variations anormales des caractéristiques du processus.

#### 3.9.4. La commande adaptative directe

L'idée consiste à calculer les paramètres du régulateur, mais sans identifier explicitement les paramètres du système, donc en une seule étape, justifiant ainsi la terminologie de commande directe. Cette technique induit souvent des algorithmes plus rapides et favorise une application temps réel. Le schéma de la Figure 25 illustre ce type de commande, pour laquelle les performances de la boucle fermée sont spécifiées par l'intermédiaire d'un modèle de référence choisi par l'utilisateur de façon cohérente avec les possibilités intrinsèques du système.



Figure (3.5) : La commande adaptative directe[19]

#### **3.9.5.** La Commande adaptative indirecte :

Le principe de la commande adaptative indirecte repose sur l'identification d'un modèle du système en ligne et en temps réel. Puis, avec ce nouveau modèle calculé, le régulateur permettant de satisfaire les spécifications nominales est de nouveau élaboré. Le schéma de principe de ce type de commande est illustré figure (3.6).[19]



Figure (3.6) : La commande adaptative indirecte [19]

#### 3.10. Conclusion :

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté la théorie de commande par la logique floue ainsi que la principale démarche pour la conception d'un régulateur flou, ensuite les bases nécessaires à la compréhension des méthodes de base de la logique floue. En effet la conception d'un système flou commence par le choix des variables linguistiques qui déterminent son état, puis des règles linguistiques qui établissent les relations d'inférence entre ces variables. En général les règles sont proposées par un expert, ensuite le domaine de chaque variable linguistique en un ensemble de fonctions d'appartenance qui expriment les valeurs linguistiques de façon approximative par exemple : petit, moyen, grand.

Nous avons aussi présenté les deux régulateurs flous les plus utilisés à savoir le régulateur flou de type Mamdani et le régulateur flou de type Sugeno [11].

# **Chapitre 4**

Simulation et

**Résultats** 

# Chapitre 4 : simulation et résultats

# 4.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats de simulation en mode de régulation et de poursuite de trajectoire des différentes commandes appliquées au modèle pendule inverse sur chariot.

Dans un premier temps, nous présentons le modèle du pendule inverse sur chariot, ensuite nous donnerons le développement de la commande par mode glissant, de la commande par mode glissant sans phase de convergence et la commande par mode glissant sans phase de convergence flous. Chaque développement est suivi par des résultats de simulation, un test de robustesse est fait, en introduisant des perturbations sur le modèle.

#### 4.2. Le système pendule inverse sur chariot :

Le système pendule inverse sur chariot est un système non linéaire, il présente un exemple illustratif, sur lequel plusieurs commandes linéaires et non linéaires ont été développées et appliquées. Beaucoup de laboratoire de recherche, sont menés d'un prototype de pendule inverse, en tant qu'un banc d'essai.

Le system pendule inverse sur chariot est présenté sur la figure (IV.1), ce système comporte deux éléments : un chariot libre en translation et un pendule solidaire et libre en rotation.



Figure (4.1) : pendule inverse[23]

L'équation dynamique du pendule inversé est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)u + d \end{cases}$$
(4.1)

 $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, f$  et *b*, sont des fonctions non linéaires, *d* : est le vecteur de perturbation Avec :

$$f(x_1, x_2) = \frac{g_r \sin(x_1) - \frac{m l x_2^2 \cos(x_1) \sin(x_1)}{M + m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{M + m}\right)}$$
(4.2)

$$g(x_1, x_2) = \frac{\frac{\cos(x_1)}{M+m}}{l(\frac{4}{3} - \frac{m\cos^2(x_1)}{M+m})}$$
(4.3)

# 4.3. La commande par mode glissant

# 4.3.1. Synthèse de la loi de commande

Pour appliquer notre contrôleur à ce système, on procède exactement comme pour le système précédent :

On choisit la surface comme suit :

$$S(t) = \lambda e_1 + \lambda e_2 \qquad (\lambda > 0) \tag{4.4}$$

$$\dot{S} = \lambda \dot{e}_1 + \dot{e}_2 \Rightarrow \dot{e}_2 = \dot{S} - \lambda e_2 \tag{4.5}$$

On a :

$$u_c = \dot{S}(x) = -ksign(S(x)) \tag{4.6}$$

On substitue (4.6) dans (4.5),

$$\dot{e}_2 = -ksign(S) - \lambda e_2 \tag{4.7}$$

Tel que :

$$\begin{cases} e_1 = e = y_m - y \\ e_2 = \dot{e} = \dot{y}_m - \dot{y} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = \ddot{y}_m - \ddot{y} = \ddot{y}_m - f(x) - g(x)u \end{cases}$$
(4.8)

$$\Rightarrow u = \frac{1}{g(x)} (\ddot{y}_m - f(x) - \dot{e}_2) \tag{4.9}$$

A partir de (4.7) et (4.9), on obtient :

$$u = \frac{1}{g(x)} (\ddot{y}_m - f(x) - ksign(S) - \lambda e_2)$$
(4.10)

#### 4.3.2. Etude de la stabilité :

On considère la fonction de lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}S^2(x)$$
(4.11)

La dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V} = S(x)\dot{S}(x) \qquad \forall S(x) \neq 0 \tag{4.12}$$

Comme le système est de degré relatif égale un,  $(\frac{\partial S(x)}{\partial u} \neq 0)$  avec S(x) comme sortie, on prend :

$$S = -ksing(s) \tag{4.13}$$

Ou, k est une constante positive.

Cette équation garantit la convergence synoptique vers la surface de glissement, ceci résultat du fait que  $\dot{V}$  est definie negative.

# 4.3.3. Résultats de simulation :

# a- Cas sans perturbation :

Les constantes du système sont données par : l=0.5m, M=1kg, m=0.1 kg,  $g_r=9.8$  m/s<sup>2</sup>

Les conditions initiales sont données par le vecteur :  $x = (\frac{\pi}{12}, 0)$  et la sortie désirée est donnée par  $(y = \frac{\pi}{30}\sin(0), \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{30}\cos(0), \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\pi}{30}\sin(0))$  par les figures suivantes :



Figure (4.2) : la réponse du système



Figure 1 : le signal d'erreur de poursuite



Figure(4.4) : la surface de glissement



Figure(4.5) : le signal de commande

#### L'interprétation des résultats :

D'après la figure (4.2) on peut voir que le système converge vers sa valeur désirée, et l'erreur de poursuite qui représentée par la figure (4.3) tend vers zéro, avec un temps de convergence presque égal à 3 secondes pour le cas sans perturbations. La surface de glissement est présentée par la figure (4.4) cette dernière est stable. La figure (4.5) montre le signal de la commande, on peut remarquer que ce signal comporte le phénomène de chattering.

#### **b-** Cas avec perturbations :

Les conditions initiales sont données par le vecteur :  $x = (\frac{\pi}{6}, 0)$  et la sortie désirée est donnée par (( $y = \frac{\pi}{30}\sin(0), \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{30}\cos(0), \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\pi}{30}\sin(0)$ ), et avec une incertitude paramétrique concernant la masse du chariot *M* tel que :  $M = 1 + \Delta M$  et  $\Delta M = 0.02$ .

En appliquant la perturbation externe suivante : d=3.5\*sin(t).



Figure (4.6) : la repense du système



Figure (4.7) : le signal d'erreur de poursuite



Figure (4.8) : la surface de glissement



Figure (4.9) : le signal de commande

#### L'interprétation des résultats :

Malgré la présence des perturbations et pour différente conditions initiales (différentes conditions pour les deux cas), la commande proposée assure bien la convergence de l'erreur de poursuite du pendule inverse vers zéro ce qui représenté par la figure (4.6); sur la figure (4.7) on remarque que le système a pu suivre le signale de référence, mais le temps de convergence est retardé par rapport au cas sans perturbations, qui est presque égal à 6 secondes, ce qui est traduit par la sensibilité de la commande au niveau de la phase de convergence du système, dès que le système atteint la phase de glissement, la commande devient stable et robuste.

# 4.4. La commande par mode glissant sans phase de convergence [22]

# 4.4.1. Synthèse de la loi de commande

Dans cette partie, nous proposons une nouvelle méthode qui élimine la phase de convergence et garantit la stabilité du système en boucle fermée, l'approche est basée sur la modification de l'erreur grâce à l'utilisation de la fonction exponentielle. L'erreur modifiée est donnée comme suit :

$$E(t) = e(t) - \eta(t)$$
 (4.14)

Où  $\eta$  est conçu pour satisfaire les conditions suivantes :

1- Rendre l'erreur suffisamment petit au début du mouvement t = 0

2- L'erreur devrait disparaître rapidement lorsque le mouvement évolue à t > 0.

Comme l'ordre du système est 2, un n suggéré est donné sous la forme exponentielle suivante :

$$\eta(t) = (a_1 + a_2 t) \exp(-\delta t)$$
 (4.15)

Où  $a_i \in R(i = 0,1)$  sont choisis pour satisfaire la condition 1 et  $\delta \in R^+$  est sélectionné pour satisfaire la condition 2. La nouvelle surface de glissement devient :

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^{r-1} E(t) + K_i \int_0^\infty E(t) dt$$
(4.16)

Avec  $K_i$  est le gain de glissement.

Puisque l'ordre du système est 2, alors la surface de glissement modifiée est donnée par :

$$S(t) = \lambda E_1 + \lambda E_2 + K_i \int_0^\infty E_1(t) dt$$
(4.17)

Tel que :

$$E(t) = e_1(t) - \eta(t)$$
(4.18)

et

$$E_2 = \dot{E_1} \tag{4.19}$$

La dérivée temporelle de (IV.17) peut être donnée par :

$$\dot{S} = \lambda \dot{E}_1 + \dot{E}_2 + K_i E_1 \tag{4.20}$$

Enfin, la loi de commande est donnée par :

$$u = \frac{1}{g(x)} (\ddot{y}_m - f(x) - ksign(S) - \ddot{\eta} - K_i E_1 - \lambda E_2)$$
(4.21)

#### 4.4.2. Etude de la stabilité :

On considère la fonction de lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}S^2(x)$$
(4.22)

$$\dot{V} = S\dot{S} \tag{4.23}$$

$$\dot{V} = S(\lambda \dot{E}_1 + \dot{E}_2 + K_i E_1) = S(\lambda (\dot{e} - \dot{y}_m) + f + gu + d - \dot{\theta}_d - \ddot{\eta} + k_i E_1)$$
(4.24)

Puisque les perturbations sont bornees : |d| < k, sup $(d) = \delta$ 

Appliquant la commande (IV,), on aura :

$$\dot{V} \le S(\delta - ksing(s)) \tag{4.25}$$

$$\dot{V} \le \delta|S| - k|S| \tag{4.26}$$

$$\dot{V} \le -(k-\delta)|S| \tag{4.26}$$

On a :  $\delta < k$ , alors l'inégalité est vérifiée.

# 4.4.3. Résultats de simulation :

Les résultats de simulation sont exécutés pour le même exemple de pendule inverse.

Les conditions initiales sont données par le vecteur :  $x = (\frac{\pi}{12}, 0)$  et la sortie désirée est donnée par  $((y = \frac{\pi}{30}\sin(0), \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{30}\cos(0), \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\pi}{30}\sin(0)).$ 

en appliquant la perturbation externe suivante: d=3.5\*sin(t).



Figure (4.10) : la réponse du système







Figure (4.12) : la surface de glissement



Figure (4.13) : le signal de commande

#### L'interprétation des résultats :

D'après la figure (4.10) on voit que le système suit parfaitement le signal de référence, avec un temps de réponse moins que celui de la commande par mode glissant simple. Les figures (4.11) et (4.12), qui représentent respectivement l'erreur de poursuite et la surface d glissement, convergent vers zéro. La figure (4.13) représente le signal de commande ce dernier est stable et comporte toujours le phénomène de chattering.

Ces résultats de simulations, montrent clairement que la commande par mode glissant sans phase de convergence avec intégrateur appliquée, est insensible aux variations paramétriques et des perturbations, c'est-à-dire cette commande présente une bonne robustesse, même au niveau de la phase de convergence, et encore elle permet d'avoir des bonnes performances du système, soit en stabilité soit en temps de réponse.

# 4.5. La commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative floue [19]

#### 4.5.1. Synthèse de la loi de commande

On considère le système (1), si les fonctions f(x) et g(x) sont connues, alors la loi de commande par mode glissant flou sans phase de convergence est donnée par :

$$u = \frac{1}{g(x)} (\ddot{y}_m - f(x) - ksign(S) - \ddot{\eta} - K_i E_1 - \lambda E_2)$$
(4.27)

Puisque les fonctions non lanières f(x) et g(x) sont inconnues, l'approche adaptative floue est utilisée pour approximer ces fonctions inconnues par  $\hat{f}(x)$  et  $\hat{g}(x)$ , pour assurer la robustesse de système en boucle fermée, pour mieux suivre la trajectoire de référence et limiter l'erreur de poursuite en présence des perturbations externes et des erreurs d'approximation.

En utilisant des systèmes floues pour remplacer les fonctions  $\hat{f}(x, \theta_f)$  et  $\hat{g}(x, \theta_g)$  dans la commande (4.27), ainsi, la loi de commande proposée devient alors :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x,\theta_g)} (\ddot{y}_m - \hat{f}(x,\theta_f) - ksign(S) - \ddot{\eta} - K_i E_1 - \lambda E_2)$$

$$(4.28)$$

Avec :

$$\hat{f}(x,\theta_f) = \theta_f^T \xi_f(x)$$
(4.29)

Et :

$$\hat{g}(x,\theta_g) = \theta_g^T \xi_g(x) \tag{4.30}$$

Ou  $\theta_f$  et  $\theta_g$  sont les vecteurs des paramètres ajustables des fonctions  $\hat{f}(x, \theta_f)$  et  $\hat{g}(x, \theta_g)$  respectivement, et  $\xi(x)$  est le vecteur des fonctions floues de base.

## 4.5.2. Etude de la stabilité :

Pour étudier la stabilité globale de système en boucle ferme et déduire les lois d'adaptation  $\theta_f$  et  $\theta_g$ , on considere la fonction de lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}S^2(x) + \frac{1}{2\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\eta_g}\tilde{\theta}_g^T\tilde{\theta}_g$$
(4.31)

Avec :  $\tilde{\theta}_f = \theta_f - \hat{\theta}_f$  et  $\tilde{\theta}_g = \theta_g - \hat{\theta}_g$ .  $\eta_f$  et  $\eta_g$  sont deux constants positives.

Utilisant les équation (IV.31), on peut écrire la dérivée de fonction de lyapunov comme suit :

$$\dot{V} = S(x)\dot{S}(x) + \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\theta}_f + \frac{1}{\eta_g}\tilde{\theta}_g^T\dot{\theta}_g$$
(4.32)

$$\dot{V} = S(x) \left[ \hat{f}(x,\theta_f) + \hat{g}(x,\theta_g) u - \ddot{y}_m + \dot{e}_2 + w \right] + \frac{1}{\eta_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f + \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g^d$$

$$\tag{4.33}$$

Tel que : *w* représente les erreurs dues aux perturbations et les erreurs d'approximation.

$$\dot{V} = S(x) \Big[ \theta_f^T \xi_f(x) + \theta_g^T \xi_g(x) u - \ddot{y}_m + \dot{e}_2 + w \Big] + \frac{1}{\eta_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f + \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g^{\dagger}$$

$$(4.34)$$
On a  $\dot{\theta}_f = -\dot{\theta}_f$  et  $\dot{\theta}_g = -\dot{\theta}_g$ 

$$\dot{V} = S(x) \left[ \theta_f^T \xi_f(x) + \theta_g^T \xi_g(x) u - \ddot{y}_m + \dot{e}_2 + w \right] - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g$$
(4.35)

$$\dot{V} = S(x) \left[ \hat{\theta}_f^T \xi_f(x) + \tilde{\theta}_f^T \xi_f(x) + \left( \hat{\theta}_g^T \xi_g(x) + \tilde{\theta}_g^T \xi_g(x) \right) u - \ddot{y}_m + \dot{e}_2 + w \right] - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g (4.36)$$
  
$$\dot{V} = S(x) \left[ \hat{\theta}_f^T \xi_f(x) + \hat{\theta}_g^T \xi_g(x) u - \ddot{y}_m + \dot{e}_2 + w \right] + \tilde{\theta}_f^T \left[ \frac{1}{\eta_f} \dot{\theta}_f + S(x) \xi_f(x) \right] + \tilde{\theta}_g^T \left[ \frac{1}{\eta_g} \dot{\theta}_g + \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g \right] + \tilde{\theta}_g^T \left[ \frac{1}{\eta_g} \dot{\theta}_g + \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g + \frac{1}{\eta_g} + \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g + \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g + \frac{1}{\eta_g} \tilde{\theta}_g + \frac{1}{$$

$$S(x)\,\xi_g(x) \bigg] \tag{4.37}$$

En appliquant la commande (9), si l'on choisit les lois d'adaptation suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_f = \eta_f S(x) \,\xi_f(x) \\ \dot{\hat{\theta}}_g = \eta_g \,S(x) \,\xi_g(x) u \end{cases}$$
(4.38)

Alors l'équation (IV.36) devient :

$$\dot{V} = S(x)[w - ksign(s)] \tag{4.39}$$

$$\dot{V} = -S(x)[ksign(s) - w] \tag{4.40}$$

Introduisant la norme, on trouve :

$$\dot{V} \le -|S(x)|[k-w] \le 0 \tag{4.41}$$

Si on choisit :

$$|w| < |k| \tag{4.42}$$

### 4.5.3. Résultat de simulation :

Les résultats de simulation sont exécutés pour le même exemple de pendule inverse.

Les conditions initiales sont données par le vecteur :  $x = (\frac{\pi}{12}, 0)$  et la sortie désirée est donnée par (y =En appliquant la perturbation externe suivante : d=3.5\*sin(t).

Pour construire les systèmes floues générant les signaux  $\hat{f}(x, \theta_f)$  et  $\hat{g}(x, \theta_g)$ , on considérant les fonctions d'appartenances suivante :

$$\mu_{F_{I}^{1}}(x_{i}) = exp\left[-\left(\frac{x_{i}+\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{24}}\right)^{2}\right] \quad \mu_{F_{I}^{2}}(x_{i}) = exp\left[-\left(\frac{x_{i}}{\frac{\pi}{24}}\right)^{2}\right] \\ \mu_{F_{I}^{4}}(x_{i}) = exp\left[-\left(\frac{x_{i}-\frac{\pi}{12}}{\frac{\pi}{24}}\right)^{2}\right] \quad \mu_{F_{I}^{1}}(x_{i}) = exp\left[-\left(\frac{x_{i}-\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{24}}\right)^{2}\right]$$



Figure (4.14) : la repense du système



Figure (4.15) : le signal d'erreur de poursuite



Figure (4.17) : le signal de commande

#### L'interprétation des résultats :

La figure (4.14) représente la réponse du système, pour laquelle on peut dire que le système suit convenablement sa référence, malgré la présence des perturbations, et avec un temps de réponse minimale en appliquant le signal de commande de la figure (4.17). La figure (4.15) montre l'erreur de poursuite et la figure (4.16) montre le signal de la surface de glissement, ces deux dernier convergent vers zéro.
La commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative floue, a permet d'avoir les mêmes bonnes performances du système et assure une bonne robustesse par rapport aux perturbations et aux incertitudes paramétriques.

## 4.6. Comparaison entre les commandes appliquées

En faisant une petite comparaison entre les commandes appliquées, la commande par mode glissant simple (SMC), la commande la commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative floue (AFSMC-WRP), qui est représentée par la figure (4.18), on peut constater que le système dans les trois cas a pu suivre sa référence mais ce n'est pas avec la même qualité des performances, ce qui se voit parfaitement au niveau de l'erreur dynamique et au niveau de temps de réponse du système. Les perturbations affectant le système, lui permettent de diverger ensuite de converger, mais avec un temps de réponse très long, en utilisant la SMC. Ce qui est corrigé en appliquant la SMC-WRP, où le temps de réponse est diminué avec plus de 50% par rapport au celui de la commande SMC. Les mêmes performances de la SMC-WRP sont atteintes par le commande AFSMC-WRP, mais cette fois-ci les fonctions du système sont considérées inconnues ou mal connues, ce qui représente une solution aux systèmes incertains.



Figure (4.18) : la repense du système sur les trois commande

## 4.6. Conclusion

Dans ce chapitre, on a étudié une approche de la commande par mode de glissant sans phase de convergence adaptative floue, qui peut être utilisée pour une large classe des systèmes non linéaires, elle combine les avantages des deux techniques considérés robustesse et adaptation, pour un modèle incertain et perturbés

Les lois de contrôle sont synthétisées et une étude de la stabilité est considérée pour chaque type de commande.

La commande par mode glissant sans phase de convergence, a permet d'éliminer le problème du gain élevé de la commande, et d'éviter le problème de la perturbation, qui peut affecter le système en le déstabilisant dans la phase de convergence. L'atteinte directe du régime permanant, assure plus et garantit la robustesse du système. Tandis que la commande adaptative floue a pour rôle d'approximer les fonctions non linéaires non connues ou mal connues du système réel.

Pour montrer l'efficacité de l'approche proposée une application sur le système pendule inverse sur chariot est faite. Les résultats de simulation ont été très satisfaisants pour la stabilisation et la poursuite de trajectoire. Conclusion générale

## Conclusion générale

Dans ce mémoire de fin d'étude, nous avons abordé le problème de la commande des systèmes non linéaires en utilisant une approche novatrice, la commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative floue. Cette approche combine les concepts de la commande par mode glissant et de la logique floue pour concevoir un contrôleur robuste et adaptatif, capable de stabiliser et de réguler les systèmes non linéaires sans nécessiter de phase de convergence initiale.

Au cours du premier chapitre, nous avons examiné les caractéristiques des systèmes non linéaires et les défis associés à leur commande. Nous avons constaté que les approches traditionnelles de commande peuvent être inefficaces pour les systèmes non linéaires en raison de leur complexité et de leur imprévisibilité.

Dans le deuxième chapitre, nous nous sommes concentrés sur la commande par mode glissant, une approche largement utilisée pour la commande des systèmes non linéaires. Nous avons présenté les principes fondamentaux de cette approche, y compris la construction de la surface de glissement et la conception du contrôleur correspondant. Cependant, nous avons souligné que la commande par mode glissant classique nécessite une phase de convergence initiale, ce qui peut entraîner des temps de réponse indésirables et une performance médiocre.

Pour surmonter cette limitation, nous avons fait recours à la commande par mode glissant sans phase de convergence, ensuite nous avons introduit la logique floue qui est représentée dans le chapitre trois, elle est considérée comme une méthode complémentaire pour améliorer la commande par mode glissant. Nous avons expliqué comment la logique floue permet de prendre en compte l'incertitude et la non-linéarité du système, améliorant ainsi la performance de la commande. En intégrant la logique floue à la commande par mode glissant, nous avons pu concevoir un contrôleur robuste et adaptatif qui élimine la phase de convergence initiale, et même sans avoir un modèle exact du système à commander.

Enfin, dans le quatrième chapitre, nous avons réalisé des simulations pour évaluer toutes les commandes présentées dans ce mémoire et montrer l'efficacité de la commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative floue par rapport à la commande par mode glissant simple, différents scénarios ont été pris en considération. Les résultats des simulations ont montré que cette approche permet d'obtenir une meilleure stabilité, une plus grande robustesse et une performance améliorée par rapport aux approches classiques de commande par mode glissant.

Pour des travaux futurs, il serait intéressant d'étendre cette recherche en réalisant des expérimentations réelles pour valider les performances de la commande par mode glissant sans phase de convergence adaptative floue. De plus, l'application de cette approche à des systèmes plus complexes et réels pourrait être explorée, afin de démontrer son utilité et son potentiel dans des domaines tels que l'automatisation industrielle, les systèmes de transport et les systèmes d'énergie.

Références bibliographiques

## **Références :**

[1]: Mukhtar Ullah, Said Ghani Khan, Baizid Khelifa, Nonlinear Engineering, (jounal), (de gruyter), (2017), volume 6(4): 301–312

[2] : NOUADJA Mohammed, Commande par mode glissant appliquée à un système électroénergétique, (Mémoire), (UNIVERSITE DE KASDI MERBAH OURGLA), 2016/2017.

[3] : N. U. Ahmed - Shian Wang ,Optimal Control of Dynamic Systems Driven by Vector Measures, (book),( University of Ottawa), 2021.

[4] : Emira NECHADI ,SYSTEMES NON LINEAIRES, (doctorat),( UNIVERSITE FERHAT ABBAS DE SETIF 1), 21 / 03 / 2013.

[5]: Ourida chabour, Stabilisation des systeme nonlinear, (these de doctorat), (!!!!!!),2000.

[6] : Launay Frédéric ,Commande Robuste et Systèmes Non Linéaires,(cours),(Université de Poitiers).

[7]: CHABOUNI ilyas,la commande par mode glissant d'un moteur synchrone a aimants permanents,(projet fin d'étude master), (Universitaire de bouira),2017/2018.

[8] : BENAZIZA Walid, Commande par modes glissants du suivi de trajectoires pour un robot mobile, (Mémoire), (Université Hadj Lakhdar Batna).

[9]: SAIBI Hayat, Commande par mode glissant d'ordre fractionnaire d'un réseau électrique, (mémoire), (Université Mouloud MAMMERI, Tizi-Ouzou), 2017/2018.

[10] : SAID AZZEDINE, Commande de la Machine Asynchrone par mode glissant,(mémoire),( Universitaire Belhadj Bouchaib d'Ain-Temouchent), 2016/2017.

[11] : Massissilia OUKHENNICHE, Commande par mode glissant des systèmes linéaires à retards ,(Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER),(Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou) .2018

[12]: TALHAOUI Hicham," Contrôle par mode glissant: Observation et estimation paramétrique d'une machine à induction avec défauts ",(thèse de Doctorat),( Université Mohamed Khider – Biskra), 28/01/2016.

[13] : HAMERLAIN FAIZA, Stabilisation par modes glissants d'ordre supérieur de systèmes non holonomes : Cas de robots mobiles à roues,( MÉMOIRE),( UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE « HOUARI BOUMEDIEN »), 2005.

[14] : Zouaoui Yamina, Commande par mode glissant des courants statoriques de la machine asynchrone,( MAGISTER),( UNIVERSITE FERHAT ABBAS DE SETIF), 2010.

[15] : Djellabi Khaled, TECHNIQUE DE COMMANDE PAR MODE GLISSANT APPLIQUÉE AUX
REDRESSEURS À MLI,(mémoire),( Université Mohamed Larbi Ben M'hidi - Oum El bouaghi),
2022.

[16]: Djamel MEKKI, Commande par mode glissant flou d'un bras manipulateur, (Mémoire), (Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou), 2014.

[17] : SAHRAOUI Mebarek, Commandes non linéaires de la machine asynchrone,( MEMOIRE),( UNIVERSITE DE M'SILA),2013.

[18] : Bouguerra Drifa, minimisation du phénomène de chattering pour la commande par mode glissant des systèmes non linéaire perturbes,(mémoire),( université mohamed bachir el ibrahimi Bordj Bou Arréridj),2016.

[19] : Maaref madjed,commande adaptative floue par mode glissant terminal rapide des systemes non lineaires,(mémoire),( université mohamed bachir el ibrahimi),2017

[20] : Taleb Moustapha, Commande par Mode de Glissement Floue avec Observateur : Application à Différents Pendules Inversés,(these),( Ecole Nationale Polytechnique ),2006

[21] : BOUCHAALA Naouel, Commande robuste par mode glissant floue appliquée à la poursuite de trajectoire du système TRMS,( MEMOIRE),( UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA), 2016.

[22] : K. Belamfedel Alaoui,Integral Sliding Mode Control without Reaching Phase for a variable Speed Wind Turbine,(memoire),(University of sidi Mohammed ben Abdellah), 2016.

[23] : ABDERREZEK Hadjer Contribution à la commande robuste des systèmes non linéaires,(Thèse),(UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS -SETIF-1), 2014.