République Algérienne Démocratique et Populaire وزارة التعليم العالسي والبحث العلمي Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed El Bachir El Ibrahimi –Bordj Bou Arreridj Faculté des Sciences et de la Technologie Département Génie civil جامعة محمد البشير الإبراهيمي « برج بوعريريج ». كلية العلوم والتكنولوجيا قسم الهندسة المدنية



N° d'ordre : GC /.....

MEMOIRE PRESENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE : MASTER

Filière : Génie Civil Option : Structures

Thème :

Optimisation des structures de couverture en charpente métallique : Cas des systèmes réticulés spatiaux de grandes portées.

Soutenue le: 03/07/2018

Par: SELAMA Khelifa. MANSOURI Badr eddine. **Devant le jury :**

Président :	ATTIA Abdelkader.
Rapporteurs :	LOGZIT Nacer.
	RAOUACHE El Hadj.
Examinateur :	ABDEMEZIANE Nabil.
Examinateur :	DJOUDI Larbi

2017-2018

REMERCIEMENT

- Toute notre parfaite gratitude et remerciement à Allah le plus puissant qui nous a donné la force, le courage et la volonté pour élaborer ce travail.
- C'est avec une profonde reconnaissance et considération particulière qu'on remercie nos encadreurs Mr LOGZIT Nacer et Mr RAOUACHE El Hadj pour leurs soutiens, leurs conseils judicieux et leurs grandes bienveillances durant l'élaboration de ce projet.
- Ainsi on exprime nos reconnaissances à tous les membres de jury d'avoir accepté de lire ce manuscrit et d'apporter les critiques nécessaires à la mise en forme de ce mémoire.
- On remercie également l'ensemble des enseignants du département de génie civil
- Enfin, à tous ceux qui nous ont aidé de prés ou de loin pour la réalisation de ce projet de fin d'étude.

DÉDICACES

- Je dédie ce modeste travail : A mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin.
- ✤ Toute ma famille MANSOURI, MERAZGA.
- ✤ A mes amis à tous ceux qui me sont chère sans exception.
- A mes encadreurs bien sur : " Mr LOGZIT Nacer et Mr RAOUACHE El Hadj " qui ont fait tout leur possible pour m'aider et m'orienté dans l'élaboration de notre mémoire.
- * Tous les enseignants qui m'ont dirigé vers la porte de la réussite
- ✤ A tout la promotion de Génie Civil 2018.

MANSOURI BADRE DDINE

DÉDICACES

- Je dédie ce modeste travail : A mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin.
- ***** Toute ma famille **SELAMA**, **HARREM**.
- ✤ A mes amis à tous ceux qui me sont chère sans exception.
- A mes encadreurs bien sur : " Mr LOGZIT Nacer et Mr RAOUACHE El Hadj " qui ont fait tout leur possible pour m'aider et m'orienté dans l'élaboration de notre mémoire.
- * Tous les enseignants qui m'ont dirigé vers la porte de la réussite
- ✤ A tout la promotion de Génie Civil 2018.

SELAMA KHELIFA	
)

Tables des tableaux

Table des tableaux chapitre I

Tableau .I.1	Résumés des résultats
--------------	-----------------------

Table des tableaux chapitre II

Tableau. II.1.	Efforts dans les barres en fonction de la charge appliquée P.
Tableau. II.2.	Efforts et section pour la portée 18 m et une charge de 50 KN
Tableau. II.3.	Poids des barres pour la portée 18 m et une charge de 50 KN
Tableau. II.4.	La flèche pour la portée 18 m et une charge de 50 KN
Tableau. II.5.	Efforts et section pour la portée 18 m et une charge de 150 KN
Tableau. II.6.	Poids des barres pour la portée 18 m et une charge de 150 KN
Tableau. II.7.	La flèche pour la portée 18 m et une charge de150 KN
Tableau. II.8.	Efforts et section pour la portée 18 m et une charge de 100 KN
Tableau. II.9.	Poids des barres pour la portée 18 m et une charge de 100 KN
Tableau. II.10.	La flèche pour la portée 18 m et une charge de100 KN
Tableau. II.11	Efforts dans les barres en fonction de la charge appliquée P.
Tableau. II.12	Efforts et section pour la portée 24 m et une charge de 50 KN
Tableau. II.13	Poids des barres pour la portée 24 m et une charge de 50KN
Tableau. II.14	La flèche pour la portée 24 m et une charge de50 KN
Tableau. II.15	Calcul des efforts et sections pour P =100 KN
Tableau. II.16	Poids des barres pour la portée 24 m et une charge de 100 KN
Tableau. II.17	La flèche pour la portée 24 m et une charge de100 KN
Tableau. II.18	Calcul des efforts et sections pour P =150 KN
Tableau. II.19	Poids des barres pour la portée 24 m et une charge de 150 KN
Tableau. II.20	La flèche pour la portée 24 m et une charge de150 KN
Tableau. II.21	Efforts dans les barres en fonction de la charge appliquée P.
Tableau. II.22	Poids des barres pour la portée21 m et une charge de 50 KN
Tableau. II.23	Calcul des efforts et sections pour $P = 50 \text{ KN}$
Tableau. II.24	La flèche pour la portée 21 m et une charge de 50 KN
Tableau. II.25	Calcul des efforts et sections pour P =100 KN
Tableau. II.26	Poids des barres pour la portée21 m et une charge de 100 KN
Tableau. II.27	La flèche pour la portée 21 m et une charge de 100 KN
Tableau. II.28	Calcul des efforts et sections pour P =150 KN
Tableau. II.29	Poids des barres pour la portée21 m et une charge de 150 KN

Tableau. II.30	La flèche pour la portée 21 m et une charge de 150 KN
----------------	---

Table des tableaux chapitre III

Tableau. III.1.	Poids des éléments de la structure 3D, portée = 21m, Fmax = 250 KN
Tableau. III.2.	Poids des éléments de la structure après changement des sections
Tableau. III.3.	Taux de travail pour certains éléments de la structure (finale) $F_{max} = 250$ KN
Tableau. III.4.	poids des éléments de la structure après changement des sections pour chargement égal à 250 KN (final)
Tableau. III.5.	Résultats pour $D=21$ m, charge = 125 KN
Tableau. III.6.	Résultats pour D= 21 m, charge=375 KN
Tableau. III.7.	Taux de travail Pour certains éléments de la structure (finale) $F_{max} = 125 \text{ KN}$
Tableau.III.8.	Poids des éléments de la structure $F_{max} = 125 \text{ KN}$
Tableau.III.9.	Résultats pour D= 14 m, charge=250 KN
Tableau.III.10.	Résultats pour D= 14 m, charge=375 KN
Tableau.III.11.	Résultats pour D= 28 m, charge=250 KN
Tableau.III.12.	Résultats pour D= 28 m, charge=375 KN
Tableau.III.13.	Résultats obtenus de la structure 3D
Tableau III.14.	Taux de travail des éléments de la structure (finale) $F_{max} = 50 \text{ KN}$
Tableau.III.15.	Poids des éléments de la structure
Tableau. III.16.	Résumé des résultats

Tables des figures

Table des figures chapitre I

Fig. I.1	Treillis de pont courants
Fig. I.2	Autres types de treillis
Fig. I.3	Système en treillis – Notation
Fig. I.4	Exemple de ferme américaine
Fig. I.5	La bonne condition de la charge de treilles
Fig. I.6	Type de treillis Fermes de pont
Fig. I.7	Type de treillis Fermes de toit
Fig. I.8	Type de treillis Fermes de Grues
Fig. I.9	Les forces de tension tirant sur les nœuds A et B
Fig. I.10	Les forces de tension tirant sur les nœuds A et B
Fig. I.11	Type d'éléments constitutifs

Fig. I.12	Exemple d'un treillis plan 10 m de portée
Fig. I.13	Coupe au nœud A
Fig. I.14	Coupe au nœud B
Fig. I.15	Coupe au nœud C
Fig. I.16	Exemple d'un treillis plan 10 m de portée
Fig. I.17	Coupe N° :1
Fig. I.18	Coupe N° :2
Fig. I.19	Efforts dans les barres du système d'un treillis plan de 10 m de portée
Fig. I.20	Système d'un treillis plan de 16 m de portée
Fig. I.21	Méthode graphique de Cremona
Fig. I.22	Nature des forces dans les barres

Table des figures chapitre II

Fig. II.1	Treillis symétriquement chargé sur tous ses nœuds par des charges
	P,(L=18m)
Fig. II.2	Coupe au nœud A
Fig. II.3	Coupe au nœud D
Fig. II.4	Coupe au nœud C
Fig. II.5	Treillis symétriquement chargé sur tous ses nœuds par des charges P, (L=24m)
Fig. II.6	Treillis symétriquement chargé sur tous ses nœuds par des charges P, (L=21m)

Table des figures chapitre III

Fig.III.1	Organigramme d'optimisation des structures des couvertures
Fig.III.2	Vue générale de la structure (3d, coupe vertical, vue en plan)
Fig.III.3	Taux de travail des éléments de la structure $F_{max} = 250 \text{ KN } 2D$
Fig.III.4	Taux de travail des éléments de la structure $F_{max} = 250 \text{ KN } 3D$
Fig.III.5	Nouveaux taux de travail des barres après changement des sections
Fig.III.6	Taux de travail obtenu après l'optimisation des sections des éléments de la structure $F_{max} = 250 \text{ KN}$
Fig.III.7	Vue générale de la structure (3d, coupe vertical, Vue en plan)
Fig.III.8	Taux de travail des éléments de la structure $F_{max} = 125$ KN (finale)
Fig.III.9	Vue 3D de la structure
Fig.III.10	Taux de travail des éléments de la structure $F_{max} = 125 \text{ KN}$
Fig.III.11	Structure 3D
Fig.III.12	Vue de treillis plan 18 m, $F_{max} = 50 \text{ KN}$

Fig.III.13	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 50 \text{ KN}$
Fig.III.14	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 100 \text{ KN}$
Fig.III.15	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 150 \text{ KN}$
Fig.III.16	Vue de treillis plan 21 m $F_{max} = 50$ KN
Fig.III.17	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 50 \text{ KN}$
Fig.III.18	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 100 \text{ KN}$
Fig.III.19	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 150 \text{ KN}$
Fig.III.20	Vue de treillis plan 24 m, $F_{max} = 50 \text{ KN}$
Fig.III.21	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 50 \text{ KN}$
Fig.III.22	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 100 \text{ KN}$
Fig.III.23	Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 150 \text{ KN}$
Fig.III.24	structure treillis plans 3D
Fig.III.25	Représentation du plan d'expériences
Fig.III.26	Résultats 3D
Fig.III.27	Diagrammes des résultats 3D
Fig.III.28	Résultats 2D
Fig.III.29	Diagrammes des résultats 3D

Sommaire général

Introduction générale	01
-----------------------	----

Chapitre I Recherche bibliographique

I.1	Généralités			
I.2	Définition			
I.3	Conception technologique			
I.4	Relation entre nœuds et barres			
	I.4.1	Cas d'appuis mobiles	06	
	I.4.2	Cas où la structure repose sur deux appuis A et B fixes	07	
I.5	Chargen	nent	07	
I.6	Type de	e treillis	08	
I.7	Hypothè	eses de calculs	10	
I.8	Isostatic	ité et hyperstaticité	10	
I.9	Représentation des forces internes 1			
	I.9. 1	Force de tension	11	
	I.9. 2	Force de compression	12	
I.10	Élémen	ts constitutifs	12	
I.11	Étude Analytique du Treillis 12			
	I.11. 1	Méthode de nœud	13	
	I.11. 2	Méthode des sections (Cullmann)	17	
	I.11. 3	Méthode graphique de "Cremona"	20	
		I.11. 3.1 Etapes de résolution	20	
	Réfé	rences bibliographiques	23	

Chapitre II Etude analytique de treillis

II.1	Introduction		
II.2	Calcul des	efforts dans les barres du treillis	24
	II.2.1	Etude des efforts et sections et la flèche et le poids pour la portée 18 m (50 KN, 100 KN, 150 KN,)	24
	II.2.1.1	Efforts en fonction de P	27
	II.2.1.2	Calcul des efforts et sections pour P = 50 KN	27
	II.2.1.3	Calcul de la flèche pour P= 50 KN	27
	II.2.1.4	Calcul des efforts et sections pour P =150 KN	29
	II.2.1.5	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	30
	II.2.1.6	Calcul de la flèche pour P=150 KN	30

II.2.1.7	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	31
II.2.1.8	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	31
II.2.1.9	Calcule de la flèche pour P=100 KN	32
II.2.2.	Etude des efforts et section et la flèche et le poids pour la portée 24 m. (50KN, 100 KN, 150 KN,	33
II.2.2.1	Etude des efforts	33
II.2.2 .2	Calcul des efforts et sections pour P=50 KN	33
II.2.2.3	Calcul du poids des barres pour P=50 KN	34
II.2.2.4	Calcule de la flèche pour P=50 KN	34
II.2.2.5	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	35
II.2.2.6	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	35
II.2.2.7	Calcule de la flèche pour P=100 KN	35
II.2.2.8	Calcul des efforts et sections pour P=150 KN	36
II.2.2.9	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	36
II.2.2.10	Calcule de la flèche pour P=150 KN	37
II.2.3	Etude des efforts et sections et la flèche et le poids pour la portée 21m (50 KN, 100 KN, 150 KN,	37
II.2.31	Etude des efforts	38
II.2.3.2	Calcul du poids des barres pour P=50 KN	38
II.2.3.3	Calcul des efforts et sections pour P=50 KN	38
II.2.3.4	Calcul de la flèche pour P=50KN	39
II.2.3.5	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	39
II.2.3.6	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	40
II.2.3.7	Calcul de la flèche pour P=100 KN	40
II.2.3.8	Calcul des efforts et sections pour P=150 KN	41
II.2.3.9	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	41
II.2.3.10	Calcul de la flèche pour P=150 KN	42

Chapitre III Optimisation automatique des structures

III.1	Introduction	43
III.2	Organigramme d'optimisation des structures des couvertures	43
III.3	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m , $F_{max} = 250 \text{ KN}$	44
	III.3.1 Conception	44
	III.3.2 Optimisation de la structure	45
III.4	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m , $F_{max} = 125 \text{ KN}$	51
III.5	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m, F_{max} = 375 KN	52
III.6	Optimisation de la structure 3D, Diamètre =14 m, F_{max} = 125 KN	53

53 56 57 58 58 58 58 58 58
59

Introduction générale

Introduction générale

On assiste après les années 2000 à une révolution structurelle utilisant les performances des matériaux et l'intelligence de conception pour alléger au maximum les structures des ouvrages de Génie Civil, et arriver à franchir des portées de structures assez élancées, on parle souvent du terme : coefficient de portance, qui exprime le rapport : charge supportée sur le poids propre des structures.

Il arrive dans la plupart des temps que l'ingénieur concepteur insiste beaucoup plus sur l'aspect de dimensionnement pour valider une structure, ce choix repose sur l'utilisation des méthodes de calcul et des règles de dimensionnement et de vérifications, sans recoure à la conception idéale ni à l'utilisation rationnelle des performances des éléments constituant le système de la structure à dimensionner. La structure sera validée juste après une simple vérification des différentes conditions de dimensionnement. Il se trouve qu'avec les mêmes éléments constituant une structure on peut proposer des systèmes qui peuvent supporter des charges très élevées supérieurs mêmes à celles prévues.

Le sujet abordé dans ce mémoire concerne l'optimisation des systèmes de treillis métalliques spatiaux destinés à supporter les couvertures des ouvrages ayant une portée assez importante, il est lié d'abord à la recherche de forme idéale répondant au critère de légèreté, et ensuite la structure sera soumise à un chargement aux nœuds pour pouvoir étudier le comportement mécanique, la validation du système est conditionnée par la satisfaction des critères de stabilité d'ensemble et de stabilité et de résistance des éléments, il n'est admis que les systèmes de structures ayant un taux de travail des sections entre 0,8 et 1.

Le travail s'inscrit dans une tentative de création d'une méthodologie d'optimisation reposant sur un enchainement d'opérations logiques aboutissant au résultat, dans ce cadre il est proposé dans le mémoire un organigramme traçant les différentes étapes à suivre pour arriver à la structure optimale.

L'objectif principal tracé dans ce travail concerne l'utilisation et la maitrise des outils et méthodes de calculs des treillis métalliques, dans ce contexte une combinaison entre les méthodes manuelles et le calcul automatique a été concrétisée.

Introduction générale

Avant de commencer, une recherche bibliographique concernant les systèmes de treillis métalliques sera abordée, elle montre essentiellement les différentes formes des systèmes de treillis, les hypothèses de calcul de ce type de structures, et les méthodes de dimensionnement.

A travers des exemples en 2D et en 3D pour des portées variables, l'optimisation de plusieurs structures de treillis métalliques sera abordée pour pouvoir décider d'abord sur la satisfaction de l'organigramme proposé, et détecter par la suite l'influence de chaque paramètre dans la tentative d'optimisation.

Ce travail sera consolidé par une recherche numérique impliquant l'utilisation des plans d'expériences pour la modélisation des paramètres d'optimisation. A travers cette étude on cherche à cibler l'influence de chaque paramètre de l'étude, et estimer la réponse des cas non traités dans une optique de généralisation des résultats.

CHAPITRE I Recherche bibliographique

Chapitre 1

Recherche bibliographique

<u>Sommaire</u>

I.1	Généralités		
I.2	Définition		
I.3	Conception technologique		
I.4	Relation entre nœuds et barres		
	I.4.1	Cas d'appuis mobiles	06
	I.4.2	Cas où la structure repose sur deux appuis A et B fixes	07
I.5	C	hargement	07
I.6	Т	ype de treillis	08
I.7	Hy	pothèses de calculs	10
I.8	Isos	taticité et hyperstaticité	10
I.9	Représentation des forces internes		11
	I.9. 1	Force de tension	11
	I.9. 2	Force de compression	12
I.10	Él	éments constitutifs	12
I.11	Étude Analytique du Treillis		
	I.11. 1	Méthode de nœud	13
	I.11. 2	Méthode des sections (Cullmann)	17
	I.11. 3	Méthode graphique de "Cremona"	20
	I.1	1. 3.1 Etapes de résolution	20
	Références	bibliographiques	23

I.1 Généralités

Les systèmes en treillis ou réticulés sont des structures composées de barres articulées entres-elles à leurs extrémités. Les articulations communes à plusieurs barres sont les nœuds du système. Ce type de structures est utilisé dans le domaine du génie civil, et généralement pour les structures en charpente métallique ou bois. Les fermes des toitures des hangars et des en grandes salles de sport ainsi que des ponts et pylônes sont des exemples de structures en treillis caractéristiques fondamentales de Une des ces systèmes c'est qu'elles présentent une rigidité importante suivant leurs plans sans être pénalisant en terme de poids propre [1].





Fig. I.1 : Treillis de pont courants





Fig. I.2 : Autres types de treillis

I.2. Définition

On distingue les systèmes de barres spatiaux et plans. Dans ce chapitre nous nous bornerons à l'étude des systèmes en treillis plans: Les nœuds et les forces extérieures sont contenus dans un même plan [1].

On appelle les éléments (extérieurs) d'un système en treillis les membres et la forme intérieur le réseau.



Fig. I.3: Système en treillis - Notation

 S_i : Membrure supérieure

I_i: Membrure inférieure

 V_i : Barre verticale

D_i: Barre diagonale

Un système en treillis est appelé ferme si :

H/L = 0.1 à 0.5 et la forme

soit triangulaire polygonale, ou curviligne.

Par contre si H/L < 0.1 le système est dit poutre à treillis, en général ses Membrures sont parallèles [1].

I.3. Conception technologique :

Les fermes a minis sont constituées de butes rectilignes, situées dans un même plan, assemblées entre elles selon des triangles (d'ou leur appellation de "systèmes triangules") elles sont composées :

1. d'une membrure supérieure (arbalétrier).

2. d'une membrure inferieur (entrait).

3. d'une âme à treillis, constituée d'éléments verticaux (montants) et obliques (diagonales).

Les fermes à treillis sont généralement articulées à leurs appuis. car il est délicat de réaliser de bons encastrements avec des treillis (efforts surabondants dans les mêmeborures).

Elles ne sont plus sobre utilisées de nos jeun. Car leur coin est supérieur aux profils à âme pleine. Elles sont pourtant beaucoup plus performantes techniquement que des profils Mans, leurs rendement p est assez proche de I ci elles consomment un minimum d'acier. Mais elles exigent des temps de main-d'œuvre importants pour le découpage des éléments et des goussets. Le perçage et le boulonnage des nombreux assemblages, qui ne les rendent plus compétitives que pour :

- les grandes portées.
- les bâtiments légers standardisés. Produits en grande série en usine (type hangars agricoles, avec couverture sèche) [4].



Figure I.4 : exemple de ferme américaine

I.4. Relation entre nœuds et barres :

I.4.1. cas d'appuis mobiles :

Exemple					
N ^{bre} de barres	b	3	5	7	11
N ^{bre} de Nœuds	n	3	4	5	7

***** Relations entre **n** et **b** b = 2n - 3

Si b = 2n-3, la résolution est **possible** avec le principe fondamental de b statique (système isostatique).

Si b < 2n - 3, la structure n'est pas rigide, il y a **mobilité**.

Si b > 2n-3, le système est **hyperstatique**, il y a des contraintes internes

I.4.2. Cas où la structure repose sur deux appuis A et B fixes :

Exemple					
N ^{bre} de barres	b	2	4	6	10
N ^{bre} de Nænds	n	3	4	5	8

Dans ce cas, la relation entre n et b s'écrit b=2(n-2)=2n-4

Si b = 2(n - 2), la résolution est **possible** avec le principe fondamental de la statique.

Si b < 2(n - 2), h structure n'est pas rigide, il y a **mobilité.**

Si b > 2(n - 2), le système est **hyperstatique**. Le principe fondamental ne permet pas, à lui seul, de déterminer les efforts dans les barres [2].

I.5.Chargement :

Le chargement que doit supporter un treillis doit être appliqué aux nœuds; ce qui a pour effet de provoquer des contraintes en traction et en compression dans les barres. Le fait d'ajouter une charge sur une barre entre ses articulations amènerait un effort en flexion qui pourrait provoquer la destruction du treillis.



Fig. I.5 : La bonne condition de la charge de treilles

I.6. Type de treillis :

Les treillis peuvent être classés en plusieurs catégories comme par exemple :

- 1. Ferme de pont.
- 2. Ferme de toit.
- 3. Grue.
- 4. Autres. [3]



Fig. I.6: Type de treillis Fermes de pont



Fig. I.7 : Type de treillis Fermes de toit



Fig. I.8 : Type de treillis Fermes de Grues

I.7. Hypothèses de calculs :

Les calculs des poutres à treillis sont établis sur la base d'hypothèses simplificatrices, notamment :

• les barres sont considérées comme rigides et indéformables. En fait, les allongements ou raccourcissements des barres, pris individuellement, sont faibles. Leur cumul exige cependant de vérifier la déformation globale de flèche

• les barres sont considérées comme articulées, sans frottement, aux nœuds. En fait, les assemblages aux nœuds se font par boulons, rivets ou soudures sur goussets. Leurs plus ou moins grandes rigidités correspondent à des encastrements plus ou moins parfaits. De ce fait, les calculs qui prennent en compte des articulations, placent en sécurité et conduisent à surestimer les efforts, donc les sections des barres, d'au moins 10%;

• les axes neutres des barres sont supposés concourants aux nœuds où elles convergent. En fait, on confond souvent axes neutres et lignes de trusquin âge, d'où l'apparition de sollicitations secondaires ;

• le poids propre des barres est négligé vis-à-vis des charges extérieures sollicitant le système ;

• les forces extérieures sont supposées être situées dans le plan du système et appliquées aux nœuds, ce qui conduit à des efforts normaux, exclusivement, dans les barres (compression ou traction). En fait, pour des efforts appliqués entre les nœuds, il faut ajouter aux contraintes normales dans les barres les contraintes de flexion engendrées ;

les calculs sont effectués exclusivement en élasticité. [4].

I.8. Isostaticité et hyperstaticité :

Considérons un treillis plan, débarrassé de toutes ses liaisons avec l'extérieur. Appelons **b** nombre de ses barres et **n** le nombre de ses nœuds.

S'il est intérieurement isostatique, il constitue un solide, l'immobilisation des barres les unes par rapport aux autres est assurée et la suppression de l'une quelconque d'entre elles le rend hypostatique. Le positionnement du treillis dans son plan, défini par 3 paramètre : indépendants, peut aussi être assuré par celui de ses nœuds, c'est-à-dire par 2n paramètres lié par b relations indépendantes :

On a alors la relation : 2n - b = 3 Ou b = 2n - 3

Si le treillis est intérieurement hyperstatique de degré p, il possède p barres Surabondantes e l'on a: b=2n-3+p

En ce qui concerne le système des liaisons avec l'extérieur, celui-ci est isostatique s'ils bloquent trois degrés de liberté nodaux, ce qui introduit trois réactions scalaires pour trois équations: d'équilibre. Le treillis est extérieurement hyperstatique de degré q, si les liaisons externe: bloquent (3 + q) degrés de liberté nodaux, créant (3 + q) réactions inconnues pour 3 équation: d'équilibre. [5]

I.9. Représentation des forces internes :

L'action des forces externes sur une structure engendre des forces internes de tension ou de compression dans les barres de cette structure.

I.9. 1.Force de tension

Lorsque les forces externes, agissant par exemple sur les nœuds A et B d'une structure, tendent à allonger la barre AB, on dit que cette barre travaille en tension. Mais les forces externes provoquent les forces internes opposées de même grandeur, c'est le principe d'action et réaction. On représente donc une force de tension dans une barre en tirant sur ce nœud. Illustre une force de tension dans une barre.



Fig. I.9: Les forces de tension tirant sur les nœuds A et B

I.9. 2. Force de compression

Lorsque les forces externes, agissant par exemple sur les nœuds A et B d'une structure, tendent à comprimer la barre AB, on dit que cette barre travaille en compression. Mais les forces externes provoquent les forces internes opposées de même grandeur, c'est le principe d'action et réaction. On représente donc une force de compression dans une barre en poussant sur ce nœud. Illustre une force de compression dans une barre [3].



Fig. I.10 : Les forces de tension tirant sur les nœuds A et B

I.10. Éléments constitutifs

Les fermes à treillis sont composées d'éléments jumelés généralement, afin d'éviter toute dissymétrie et de se prémunir contre des sollicitations de flexion gauche, de torsion et de déversement.

Les membrures, montantes et diagonales sont constituées de doubles corniers, simples ou renforcées de plats, de double U, de T ou de profils creux (ronds ou rectangulaires).[4]



Fig. I.11 : Type d'éléments constitutifs

I.11. Étude Analytique du Treillis :

Les réactions d'appuis sont déterminées à partir des équations de la statique. Les efforts dans les barres cependant, sont déterminés par l'une des méthodes suivantes [1].

- Méthode des nœuds
- Méthode graphique de "Cremona"
- Méthode de la section

I.11. 1.Méthode de nœud

On établit l'équilibre des nœuds après avoir remplacé chaque barre concourant au nœud par l'effort correspondant. On détermine ainsi les efforts inconnus qui ne devraient pas être plus de deux par nœud.

Exemple :



Fig. I.12 : Exemple d'un treillis plan 10 m de portée.

- $P_1 = P_2 = P_3 = 10 \ KN$
- 1- On calculer : α



1/ système systémier : VA+VB = 30KN

2n - b = 3 N=6, b=9 2(6) - 9 = 33=3

Donc le system est isostatique

$$V_A = 15 \text{ KN}$$

 $V_B = 15 \text{ KN}$

Nœud: A



Fig. I.13. Coupe au nœud A

 $\sum f_{exu} = 0$ VA + N_{AB}sin $\alpha = 0$ N_{AB} = - 40,43 KN $\sum Fex/x= 0 \Rightarrow N_{AD} + Cos \alpha N_{AB} = 0$ N_{AD} = 37,51 kN

Nœud B:



Fig. I.14. Coupe au nœud B

$$\begin{split} \sum_{\text{FEx/Y}} &= 0 \quad \Rightarrow \quad -P_1 - N_{\text{BA}} \sin \alpha - N_{\text{BD}} \sin \alpha + N_{\text{BC}} \sin \alpha = 0 \\ &-10 - (-40,43)(0.371) - N_{\text{BD}} \sin \alpha + N_{\text{BC}} \sin \alpha = 0 \\ &-10 + 15 - N_{\text{BD}} \sin \alpha + N_{\text{BC}} \sin \alpha = -5 \\ 0.371(\text{NBC} - \text{NBD}) &= -5 \\ &-\text{NBD} + \text{NBC} = -13,47 \dots 1 \\ &\sum_{\text{fex/x}} &= 0 \quad \Rightarrow \quad -\cos \alpha N_{\text{AB}} + \cos \alpha N_{\text{BD}} + \cos \alpha N_{\text{BC}} = 0 \\ &37,51 + 0.928N_{\text{BD}} + 0.928 N_{\text{BC}} = 0 \\ &N_{\text{BD}} + N_{\text{BC}} = -40,43 \dots 2 \\ &\text{La somme de } (1 + 2) \text{ donne :} \end{split}$$

$$\Rightarrow 2 N_{BC} = -53.9 \Rightarrow = N_{BC} - 26.95 \text{ kN}$$
 et $N_{BD} = 13.48 \text{ kN}$

Nœud D :



Fig. I.15. Coupe au nœud C

$$\begin{split} \sum_{fex/Y} &= N_{DC} + \sin\alpha N_{DB} \; + \; \sin\alpha N_{DE} \; = 0 \\ N_{DC} &= 10 \; \; kN \end{split}$$

Tableau. I.1 : Résumé des résultats

Barre	Force (KN)	Туре
AB = FE	40,43	С
AD = FD	37,51	С
BD = ED	13,48	Т
BC = EC	26.95	С
DC	10	Т

C : Comprissions.

T : Traction.

I.11. 2. Méthode des sections (Cullmann)

Elle consiste à couper le système en deux parties, et considérer les équations d'équilibre de la statique de l'une des deux parties. La section devrait être choisie pour qu'il y ait au maximum trois efforts inconnus [1].

Exemple :



10 m

Fig. I.16 : Exemple d'un treillis plan 10 m de portée

$$\begin{split} \sum f/x &= 0 &\Rightarrow R_{AX} = 0 \\ \sum f/y &= 0 &\Rightarrow R_{AY} + R_{BY} - 10 - 10 - 10 = 0 \\ R_{AY} + R_{BY} &= 30 \text{ KN} \\ \sum M/A &= 0 \Rightarrow R_{BY} \times 10 - 10 \times 7.5 - 10 \times 5 - 10 \times 2.5 = 0 \\ 10R_{BY} &= 150 \Rightarrow R_{BY} = 15 \text{ KN} \\ R_{AY} &= R_{BY} = 15 \text{ KN} \\ R_{AY} &= R_{BY} = 15 \text{ KN} \\ & & On a: \\ Cos 21, 8 = 0, 9284 \\ Sin 21, 8 = 0, 3713 \\ 15 \text{ kN} \end{split}$$

 $\sum f/y = 15 + P_1 \sin 21.8 = 0$

Coupe N° :1



Fig. I.17 : Coupe N° :1

 $\sum f/y = 0$ $15 - 10 + P_4 Sin\theta - P_3 Sin\theta = 0$ $\sum f/x = 0$ $37, 5 + P_3 Cos \theta + P_4 Cos \theta = 0$ $P_3 - P_4 = -13,45 \text{ KN} \dots 1$ $P_3 + P_4 = -40,40 \text{ KN} \dots 2$ $(1+2) \implies 2P_3 = -53,85 \text{ KN}$

Coupe N° :2



Fig. I.18 : Coupe N° :2





Fig. I.19 : Efforts dans les barres du système d'un treillis plan de 10 m de portée

I.11. 3. Méthode graphique de "Cremona"

L'analyse des systèmes en treillis ayant un nombre élevé de barres nécessite un effort considérable de calcul et de concentration. A l'époque où on n'avait pas de moyens de calcul, la tâche était encore plus difficile. Pour surmonter ce problème, on avait procédé par des méthodes graphiques, qui avec des moyens de mesure ordinaire, on peut obtenir une bonne approximation des efforts. Cette méthode est basée essentiellement sur la méthode des nœuds qui consiste à représenter l'équilibre des nœuds par des polygones des forces [1].

I.11. 3.1. Etapes de résolution :

1. Construction du schéma du système selon une échelle de longueur.

2. Désignation alphabétique des nœuds du système.

3. Numérotation des intervalles entre les forces extérieures y compris les réactions dans le sens des aiguilles d'une montre, ensuite les mailles du réseau.

4. Ainsi chaque barre et par conséquent chaque effort et chaque force extérieure peut-être caractérisé par les deux chiffres entre lesquels il est situ construction du polygone des forces extérieures selon une échelle de force choisie. En parcourant les forces dans le sens des aiguilles d'une montre et en représentant chaque force par un vecteur dont le point initial et final correspond respectivement aux chiffres situés avant et après la force, on obtient ainsi un polygone fermée.

5. Construction des polygones des efforts internes pour chaque nœud, en commençant par le nœud où il n'y a pas plus de deux inconnues.

6. L'intensité de l'effort dans chaque barre est égale à la longueur du segment à échelle des forces- correspondant aux deux nombres caractérisant la barre.

7. Le sens de l'effort est déterminé par le sens de parcours du premier au deuxième point correspondant aux chiffres caractérisant l'effort quand on tourne autour du nœud de l'une des extrémités de la barre dans le sens des aiguilles d'une montre.

✓ L' effort est une compression si le sens est rentrant au nœud et
il est représenté par : ← →

✓ Pa par contre si les chiffres caractérisant la barre sont
confondus en un point l'effort est nul et il est représenté par:

Exemple :

Déterminer graphiquement les efforts dans les barres du système à treillis représenté sur la figure .I.20



Fig. I.20. Système d'un treillis plan de 16 m de portée

On trace ensuite le diagramme, qui dans ce cas est un polygone fermé sur une même ligne comme indiqué sur la Figure I.21

Le diagramme des efforts se détermine en localisant les nombres du réseau, en commençant par le nombre 6 qui se situe sur l'intersection des segments de droites horizontale passant par 1 et diagonale parallèle à AF passant par 2 De la même manière on localise les autres nombres ayant chacun au moins deux nombres adjacents connus (déjà Déterminés) On obtient ainsi le diagramme des efforts internes de toutes le barres Figure I.21



Figure I.21. Méthode graphique de Cremona

Le sens de chaque effort se détermine en appliquant la règle (7) de la méthode de CREMONA pour chaque nœud du système Le signe des efforts dans chaque barre est indiqué par la convention des flèches sur la **Figure I.22**

Finalement, on désigne chaque barre par les deux nombres se trouvant de part et d'autre, les distances entre chaque pair de nombres donnent la valeur de l'effort dans cette barre. Le tableau ci-dessous résume les efforts dans chaque barre et leurs signes correspondant. Par raison de symétrie, on ne considère que la partie gauche.



Figure I.22. Nature des forces dans les barres

Bibliographie

- [1] NOUREDINE BOURAHLA, Résistance des matériaux de base GEOCOTEC, janvier 2005
- [2] JEAN-LOUIS FANCHON, guide de mécanique NATHAN, novembre 1998
- [3] WISSAM BOU CHAAYA, Treillis de Warren et treillis spatial, 17 septembre 2015
- [4] JEAN MOREL, calcul des structures métalliques EYROLLES, sixième tirage 2005
- [5] SERGE LAROZE, mécanique des structures CEPADUES, septembre 2005

CHAPITRE II Etude analytique de treillis

Chapitre 2

Étude Analytique du Treillis

Sommaire

II.1.	Introduction.			24		
II.2.	Calcul des ef	forts	dans les barres du treillis	24		
	II.2.1		Etude des efforts et sections et la flèche et le poids pour la portée 18 m	24		
			(50 KN, 100 KN, 150 KN,)			
	II.2.	1.1	Efforts en fonction de P	27		
	II.2.	1.2	Calcul des efforts et sections pour P = 50 KN	27		
	II.2.	1.3	Calcul de la flèche pour P= 50 KN	27		
	II.2.	1.4	Calcul des efforts et sections pour P =150 KN	29		
	II.2.	1.5	Calcul du poids des barres pour P= 150 KN	30		
	II.2.	1.6	Calcul de la flèche pour P=150 KN	30		
	II.2.	1.7	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	31		
	II.2.	1.8	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	31		
	II.2.1	1.9	Calcule de la flèche pour P=100 KN	32		
	II.2.2.		Etude des efforts et section et la flèche et le poids pour la portée 24 m.			
			(50KN, 100 KN, 150 KN,	33		
	II.2.	2.1	Etude des efforts	33		
	II.2.2	2.2	Calcul des efforts et sections pour P=50 KN	33		
	II.2.2	2.3	Calcul du poids des barres pour P=50 KN	34		
	II.2.2	2.4	Calcule de la flèche pour P=50 KN	34		
	II.2.2	2.5	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	35		
	II.2.2	2.6	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	35		
	II.2.2	2.7	Calcule de la flèche pour P=100 KN	35		
	II.2.2	2.8	Calcul des efforts et sections pour P=150 KN	36		
	II.2.2	2.9	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	36		
	II.2.2	.10	Calcule de la flèche pour P=150 KN	37		
	II.2.3		Etude des efforts et sections et la flèche et le poids pour la portée 21m			
			(50 KN, 100 KN, 150 KN,)	37		

II.2.31	Etude des efforts	38
II.2.3.2	Calcul du poids des barres pour P=50 KN	38
II.2.3.3	Calcul des efforts et sections pour P=50 KN	38
II.2.3.4	Calcul de la flèche pour P=50KN	39
II.2.3.5	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	39
II.2.3.6	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	40
II.2.3.7	Calcul de la flèche pour P=100 KN	40
II.2.3.8	Calcul des efforts et sections pour P=150 KN	41
II.2.3.9	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	41
II.2.3.10	Calcul de la flèche pour P=150 KN	42

II.1.Introduction

Dans ce chapitre, nous étudierons les systèmes treillis avec différentes dimensions et charges, et nous allons baser sur la méthode des nouds pour calculer les efforts internes des barres.

A partie de ces efforts nous calculons :

- Section des barres.
- Le poids total du système
- Déplacement vertical

II.2.Calcul des efforts dans les barres du treillis :

II.2.1.Etude des efforts et sections, la flèche, le poids pour la portée 18 m (50 KN, 100 KN, 150 KN,).





Pour écrire les équations d'équilibre, on doit chercher tout d'abord

l'angle
$$\alpha = 12,52^{\circ}$$

 $On \ a : Sin \ \alpha = \frac{2}{9,219} = 0,2169$
 $Cos \ \alpha = \frac{9}{9,219} = 0,976$
 $\sum f/y = 0 \iff -3P + R_A + R_B = 0$

$$\sum M / A = 0 \Rightarrow P_1 \times 4,5 + P_2 \times 9 + P_1 \times 13,5 - R_B \times 18 = 0$$

$$R_B = \frac{27P}{18}$$

$$R_B = 1,5 P$$

$$R_A = 3P - 1,5P = 1,5 P = R_B$$

Nœud A :



Fig. II.2.Coupe au nœud A

$$\sum F/Y = 0$$

$$N_{AD} \times Sin \alpha + 1,5 P = 0$$

$$N_{AD} = \frac{-1,5P}{Sin \alpha}$$

$$N_{AD} = \frac{-1,5P}{0,2169} = -6,94 P \dots (compression)$$

$$\sum F/X=0$$

$$N_{AC} + N_{AD} \times Cos \alpha = 0$$

$$N_{AC} = -N_{AD} \times Cos \alpha$$

$$N_{AC} = 0,976 \times 6.91P = 6.75P \dots (traction)$$

Nœud D:



Fig. II.3.Coupe au nœud D

$$\begin{split} \sum F/Y &= 0 \\ N_{DC} \times Sin \alpha + N_{DA} \times Sin \alpha + P - N_{DE} \times Sin \alpha &= 0 \\ (N_{DC} + N_{DA} - N_{DE}) Sin \alpha &= -P \\ N_{DC} + N_{DA} - N_{DE} &= \frac{-P}{Sin \alpha} - 4,61 P \dots 1 \\ N_{DC} \times Cos \alpha + N_{DE} \times Cos \alpha - N_{DA} \times cos a &= 0 \\ (N_{DC} - N_{DA} + N_{DE}) Cos &= 0 \\ N_{DC} - N_{DA} + N_{DE} = 0 \dots 2 \\ 1 + 2 \implies 2N_{DC} = -4,610 P \\ N_{DC} &= \frac{-4,61}{2} P = -2,305 P \dots (Compression) \\ Dans (2) : \\ -2,305 P + 6,91 P + N_{DE} = 0 \\ N_{DE} &= -6,91P + 2,305P = -4,61 P \dots (Traction) \end{split}$$

Nœud C:



Fig. II.4.Coupe au nœud C

 $\sum F/Y=0$ $N_{CE} + N_{CD} \sin \alpha + N_{CF} \times \sin \alpha = 0$ $N_{CF} = N_{CD}$ $N_{CE} + 2N_{DC} \times \sin \alpha = 0$ $N_{CE} = -2N_{DC} \times \sin \alpha$

II.2.1.1. Efforts en fonction de P

Tableau. II.1. Efforts dans les barres en fonction de la charge appliquée P.

Barre	Effort (KN)	Barre	Effort (KN)
1	6,91 P (C)	6	4,61 P (C)
2	6,75 P (T)	7	2,305 P (C)
3	2,305 P (C)	8	6,75P (T)
4	4,61 P (C)	9	6,915P (C)
5	1P (T)		

II.2.1.2. Calcul des efforts et sections pour P = 50 KN

Tableau. II.2. Efforts et section pour la portée 18 m et une charge de 50 KN

Barre	Effort (KN)	Section théorique (cm ²) F/24 Cornière en 2L	Section adoptée (cm ²)
1	345,7 (C)	$14,40 \rightarrow 2L 65 \ge 65 \ge 7$	17,4
2	337,5 (T)	$14,06 \rightarrow 2L\ 65x65x7$	17,4
3	115,2 (C)	$4,8 \rightarrow \qquad 2L \ 40 \ x \ 40 \ x4$	16,6
4	230,5 (C)	$9,6 \rightarrow 2L 45x45x6$	10,18
5	50 (T)	$2,08 \rightarrow 2L 35x35x4$	5,34
6	230,5 (C)	$9,6 \rightarrow 2L 45x45x6$	10,18
7	115,2 (C)	$4,8 \rightarrow \qquad 2L \ 40x 40x 4$	6,16
8	337,5 (T)	$14,06 \rightarrow 2L 65x65x7$	17,4
9	345,7 (C)	$14,4 \rightarrow 2L \ 65x65x7$	17,4

Tableau. II.3. Poids des barres	pour la portée 18 m et	une charge de 50 KN
---------------------------------	------------------------	---------------------

Barre	Poids kg / ml	Barre	Poids kg / ml	
1	6,83 x 2 x 4,61=62.97	6	4 x 2 x 4,61 = 33,28	
2	6,83 x 2x9= 122,9	7	2,42 x 2 x 4,61 = 23,31	
3	2,42 x 2 x 4,61 = 22,31	8	6,83 x 2 x 9= 122,9	
4	4 x 2 x 4,61 = 33,28	9	6,83 x 2 x 4,61 = 62,97	
5	2,09 x 2 x 2 = 8,36	Poids total : \sum poids des barres = 491,28 KN		

II.2.1.3. Calcul de la flèche pour P= 50 KN

- Pour calculer le déplacement (la flèche) on a le théorème de Castiglione (treillis).
- Il est beaucoup plus rapide d'utiliser le théorème de Castiglione si l on cherche le déplacement d'un point particulier de la structure.

$$f = \sum N \cdot \left(\frac{\partial N}{\partial P}\right) \cdot \frac{L}{E.A}$$

f : déplacement (f.	lèche)
----------------------------	--------

N : la force interne

A : surface E : module d'élasticité L : langueur

Barre	Effort(KN)	$dN/_{dP}$	N(KN)	L(m)	$N \times (dN/dP) \times L$
1	-345,7 - 2,3 P	-2,3	-347,7	4,61	3665,45
2	337,5 + 2,2 P	2,2	337,5	9	6682,5
3	-115,2 - 0 P	0	-115,2	4,61	0
4	-230,5 - 2,3 P	-2,3	-230,5	4,61	2443,99
5	50 + 1 P	1	50	2	100
6	-230,5 - 2,3 P	-2,3	-230,5	4,61	2443,99
7	-115,2 - 0 P	0	-115,2	4,61	0
8	337,5 + 2,2 P	2,2	337,5	9	6682,5
9	-345,7 - 2,3 P	-2,3	-345,7	4,61	3665,45
-	(2))		•		

Tableau. II.4. La flèche pour la portée 18 m et une charge de 50 KN

$$f = \sum N \cdot \left(\frac{\partial N}{\partial P}\right) \cdot \frac{L}{E \cdot A}$$

 $f = \frac{(3665,45 + 6682,5)_{x2}}{200 \text{ x } 1740} + \frac{2443,99 \text{ x } 2}{200 \text{ x } 1018} + \frac{100}{200 \text{ x } 534}$

$$f = 0,0594 + 0,024 + 0,0000936 = 0,08349 = 8,349 \text{ cm}$$

Si la condition ($\frac{L}{200}$ > flèche calculée) la relation est vérifiée

 $\frac{L}{200} = \frac{18}{200} = 0,09 = 9 \text{ cm} > 8,349 \text{ cm}$ Condition vérifiée

II.2.1.4. Calcul des efforts et sections pour P=1 50 KN

Tableau. II.5. Efforts et section	pour la	portée 18 m e	et une charge o	le 150 KN
-----------------------------------	---------	---------------	-----------------	-----------

Barre	Effort (KN)	Section théorique $(cm^2) F/24$ Cornière en 2L	Section adoptée (cm ²)
1	1037 (C)	$43,50 \rightarrow 2L \ 140x 140x 9$	49,2
2	1012,5 (T)	$41,18 \rightarrow 2L \ 140 \ x \ 140 x9$	49,2
3	345,7(C)	$14,40 \rightarrow 2L \ 60x60x7$	15,96
4	691,5 (C)	$28,81 \rightarrow 2L \ 120 \ x \ 120 \ x \ 7$	33,00
5	150 (T)	$6,25 \longrightarrow 2 L 40x40x5$	7,58
6	691,5 (C)	$28,81 \rightarrow 2 L \ 120x 120x 7$	33,00
7	345,7 (C)	$14,40 \rightarrow 2L \ 60x60x7$	15,96
8	1012,5 (T)	$42,18 \rightarrow 2L \ 140x 140x 9$	49,2
9	1037 (C)	$43,20 \rightarrow 2L \ 140x 140x 9$	49,2

Tableau. 11.0. Tolus des barres pour la portee To In et une charge de 150 Kiv							
Barre	Poids kg / ml	Ν	L(m)	Poids kg / ml			
1	19,3	2	4,61	177,94			
2	19,3	2	9,10	347,4			
3	6,26	2	4,61	57,71			
4	12,9	2	4,61	118,93			
5	2,97	2	2	11,88			
6	12,9	2	4,61	118,93			
7	6,26	2	4,61	57,71			
8	19,3	2	9	347,4			
9	19,3	2	4,61	177,94			

II.2.1.5. Calcul du poids des barres pour P= 150 KN

Tableau. II.6. Poids des barres pour la portée 18 m et une charge de 150 KN

Poids total : \sum poids des barres =1415,84 kg

II.2.1.6. Calcul de la flèche pour P= 150 KN

Turina 2111 La neene pour la porte 10 met une enaige de 100 mit							
Barre	Effort (KN)	$\frac{dN}{dP}$	N (KN)	L(m)	$N \ge (\frac{dN}{dP}) \ge L$		
1	-1037 - 2,3 P	-2,3	-1037	4,61	10995,31		
2	1012,5 + 2,2 P	2,2	1012,5	9	20047,5		
3	-347,7 - 0 P	0	-347,7	4,61	0		
4	-691,5 - 2,3 P	-2,3	-691,5	4,61	7331,9		
5	150 + 1 P	1	150	2	300		
6	-6915 - 2,3 P	-2,3	-6915	4,61	7331,9		
7	-345,7 - 0 P	0	-345,7	4,61	0		
8	1012,5 + 2,2 P	2,2	1012,5	9	20047,5		
9	-1037 - 2,3 P	-2,3	-1037	4,61	10995,31		

Tableau. II.7. La flèche pour la portée 18 m et une charge de 150 KN

$$f = \sum N \cdot \left(\frac{\partial N}{\partial P}\right) \cdot \frac{L}{E \cdot A}$$

$$f = \frac{(10995,3+20047,5)_{X2}}{200 \times 4920} + \frac{7331,92}{200 \times 3300} + \frac{300}{200 \times 758}$$

f = 0,06309 + 0,0222 + 0,00197 = 0,08727 m

Si la condition ($\frac{L}{200}$ > flèche calculée) la relation est vérifiée

 $\frac{L}{200} = \frac{18}{200} = 0,09 = 9 \text{ cm} > 8,727 \text{ cm}$ Condition vérifiée

II.2.1.7. Calcul des efforts et sections pour P =100 KN

Tableau. II.8. Efforts et section pour la portée 18 m et une charge de 100 KN

Barre	Effort (KN)	Section théorique (cm ²) $F / (24)$ Cornière en 2L	Section adoptée (cm ²⁾
1	691,5 C	$28,81 \rightarrow 2 L 120 x 120 x 7$	33
2	675, (T)	$28,12 \rightarrow 2 \text{ L } 120 \text{ x} 120 \text{ x} 7$	33
3	230,5(C)	9,6 \rightarrow 2 L 65x 65 x4	10,26
4	461 (C)	$19,20 \rightarrow 2 \text{ L } 60 \text{ x } 60 \text{ x} 10$	22,2
5	100 (T)	$4,16 \rightarrow 2 L 40 x 40 x 4$	6,16
6	461 (C)	$19,2 \rightarrow 2 \text{ L } 60 \text{ x } 60 \text{ x10}$	22,2
7	230,5	9,6 \rightarrow 2 L 65 x65 x 4	10,26
8	675 (T)	$28,12 \rightarrow 2 L 120 x 120 x7$	33
9	691,5	$28,81 \rightarrow 2 L 120 x 120 x 7$	33

II.2.1.8. Calcul du poids des barres pour P = 100 KN

Tableau. II.9. Poids des barres pour la portée 18 m et une charge de 100 KN

Barre	Poids kg / ml	Ν	L (m)	Poids kg / ml
1	12,9	2	4,61	118,93
2	12,9	2	9,10	232,2
3	4,02	2	4,61	37,22
4	8,69	2	4,61	80,12
5	2,42	2	2	9,68
6	8,69	2	4,61	80,12
7	4,02	2	4,61	37,22
8	12,9	2	9	232,2
9	12,9	2	4,61	118,93

Poids total = \sum poids des barres= 946,62 kg

	•	•		U	
Barre	Effort (KN)	^{dN} / _{dP}	N(KN)	L(m)	$N \times (dN/dP) \times L$
1	-691,5 - 2,3 P	-2,3	-691,5	4,61	7395,59
2	675 x 2,2 P	2,2	675	9	13365
3	- 230,5 + 0 P	0	- 230,5	4,61	0
4	-461 - 2,3 P	-2,3	-461	4,61	4887,98
5	100 + 1 P	1	100	2	200
6	-461 - 2,3 P	-2,3	-461	4,61	4887,98
7	-230,5 + 0 P	0	-230,5	4,61	0
8	675 + 2,2 P	2,2	675	9	13365
9	-691,5 - 2,3 P	-2,3	-691,5	4,61	7395,59

II.2.1.9. Calcul de la flèche pour P = 100 KN

Tableau. II.10. La flèche pour la portée 18 m et une charge de100 KN

$$f = \sum \mathbf{N} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \mathbf{P}}\right) \cdot \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{E} \cdot \mathbf{A}}$$

f _	(7395,59 + 13365)x2	4887,98 x 2	200		
<i>,</i> –	200 x 3300	200x 2200 ⁺	200 x 616		

$$f = 0,0629 + 0,022 + 0,00016 = 0,0865 \text{ m} = 8,65 \text{ cm}$$

Si la condition ($\frac{L}{200}$ > flèche calculée) la relation est vérifiée

 $\frac{L}{200} = \frac{18}{200} = 9 \text{ cm} > 8,65 \text{ cm}$ Condition vérifiée

II.2.2.Etude des efforts et section, la flèche, le poids pour la portée 24 m (50 KN, 100 KN, 150 KN).



Fig. II.5. Treillis symétriquement chargé sur tous ses nœuds par des charges (24 m)

II.2.2.1.Etude des efforts

Barre	Effort (KN)	Barre	Effort (KN)
1	6,185 P	6	4,123 P
2	6 P	7	2,062 P
3	2,062 P	8	6 P
4	4,123 P	9	6,185 P
5	1 P		

II.2.2.2.calcul des efforts et sections pour P=50KN

Tableau. II.12. Efforts et section pour la portée 24 m et une charge de 50 KN

Barre	Effort (KN)	Section théorique (cm ²) $F / (24)$ Cornière en 2L	Section adoptée cm ²
1	309 KN (C)	$12,87 \rightarrow 2L 50 \times 50 \times 8$	14,82
2	300 KN (T)	$12,5 \rightarrow 2L \ 50 \ x50 \ x8$	14,82
3	103 KN (C)	$4,3 \rightarrow 2L \ 35x \ 35x 4$	5,34
4	206,2 KN(C)	$8,6 \rightarrow 2L \ 50 \ x \ 50 \ x5$	9,6
5	50 KN (T)	$2,08 \rightarrow 2L 35 \times 35 \times 4$	14,82
6	206,2 KN(C)	$8,6 \rightarrow 2L \ 50 \ x \ 50 \ x5$	9,6
7	103,1 KN(C)	$4,3 \rightarrow 2L \ 35x 35x 4$	5,34
8	309 KN (T)	$12, 87 \rightarrow 2L 50 \times 50 \times 8$	14,82
9	309 KN (C)	$12,87 \rightarrow 2L 50 \text{ x}50 \text{ x}8$	14,82

II.2.2.3. Calcul du poids des barres pour P = 50 KN

Barre	Poids (Kg)	Barre	Poids (Kg)			
1	5,82x 2x6, 185= 71,99	6	3,77 x 2x6, 185 = 46,63			
2	5,82 x 2x12 = 139,68	7	2,09 x 2x 6,185= 25,85			
3	2,09 x 2 x 6,185 = 25,85	8	5,82 x 2x12 = 139,68			
4	3,77 x 2 x 6,185 = 46,63	9 5,82 x 2x6, 185= 71,99				
5	209 x 2 x 3= 12,54	Poids total : ∑ 580,84 kg				

Tableau. II.13. Poids des barres pour la portée 24 m et une charge de 50KN

II.4.2.4. Calcul de la flèche pour P = 50 KN

Tableau. II.14. La flèche pour la portée 24 m et une charge de 50 KN

Barre	Effort(KN)	^{dN} / _{dP}	N (KN)	L(m)	$N \times (dN/dP) \times L$
1	-309 -2,1 P	-2,1	-309	6,185	4013,44
2	300 + 2 P	2	300	12	7200
3	-103,1 - 0 P	0	-103,1	6,185	0
4	-206,2 -2,1 P	-2,1	-206,2	6,185	2678,22
5	50 + 1 P	1	50	3	150
6	-206,2 + 1 P	-2,1	-206,2	6,185	2678,22
7	-103,1 + 0	0	-103,1	6,185	0
8	300 + 2 P	2	300	12	7200
9	-309 - 2,1 P	-2,1	-309	6,185	4013,44

150

$$f = \sum N \cdot \left(\frac{\partial N}{\partial P}\right) \cdot \frac{L}{E.A}$$
$$f = \frac{(4013,44 + 7200)_{X^2}}{200 \times 1482} + \frac{2678,22 \times 2}{200 \times 960} + \frac{150}{200 \times 534}$$

$$f = 0,07566 + 0,02789 + 0,0014 = 0,1049 \text{ m}$$

Si la condition ($\frac{L}{200}$ > flèche calculer) la relation est vérifiée

$$\frac{L}{200} = \frac{24}{200} = 0,12 = 12 \text{ cm} > 10,49 \text{ cm}$$
 Condition vérifiée

II.2.2.5. Calcul des efforts et sections pour P =100 KN

Barre	Effort (KN)	Section théorique (cm ²) $F / (24)$ Cornière en 2L	Section adoptée cm ²
1	618,5	$25,77 \longrightarrow 2L \ 75x75x10$	28,2 cm ²
2	600	$25 \longrightarrow 2L 75x 75 x10$	28,2 cm ²
3	206,2	$8,59 \rightarrow \ 2L \ 50 \ x50 \ x5$	9,6 cm ²
4	412,3	$17,17 \rightarrow 2L\ 70\ x\ 70\ x7$	18,8 cm ²
5	150	$4,16 \rightarrow \ 2L \ 35 \ x \ 35 \ x5$	6,16 cm ²
6	412,3	$17, 17 \rightarrow 2L 70 \text{ x} 70 \text{ x} 7$	18,8 cm ²
7	206,2	$8,59 \rightarrow \ 2L \ 50 \ x50 \ x5$	9,6 cm ²
8	600	$25 \rightarrow \ 2L \ 75 \ x75 \ x10$	28,2 cm ²
9	618,5	$25,77 \rightarrow 2L\ 75\ x75\ x10$	28,2 cm ²

Tableau. II.15. Calcul des efforts et sections pour P =100 KN

II.2.2.6. Calcul du poids des barres pour P =100 KN

Tableau. II	[.16 .]	Poids	des	barres	pour	la	portée	24	m et	une	charge	de	100	KN
-------------	-----------------	-------	-----	--------	------	----	--------	----	------	-----	--------	----	-----	----

Barre	Effort	Barre	Effort
1	11,1 x2 x 6,185 = 137,3	6	7,38 x 2 x 6,185 = 91,29
2	11,1 x 2 x 12 = 266,4	7	3,77 x 2 x 6 x6, 185= 46,63
3	$3,77 \ge 2 \le 6,185 = 46,63$	8	11,1 x 2x 12= 266,4
4	7,38 x 2 x 6,185 = 91,29	9	11,1 x 2 x 6,185 = 137,3
5	2,57 x 2 x 3= 15,42	Poids tot	$tal = \sum poids des barres = 1098,66 kg$

II.2.2.7. Calcul de la flèche pour P =100 KN

Tableau. II.17. La flèche pour la portée 24 m et une charge de100 KN

Barre	Effort(KN)	$\frac{dN}{dP}$	N(KN)	L(m)	$N \times (dN/dP) \times L$
1	-618,5 - 2,1 P	-2,1	-618,5	-2,1	8033,38
2	600 + 2 P	2	600	2	14400
3	-206,2 - 0 P	0	-206,2	0	0
4	-412,3 - 2,1 P	-2,1	-412,3	-2,1	5355,15
5	100 +1 P	1	100	1	300
6	-412,3- 2,1 P	-2,1	-412,3	-2,1	5355,15
7	-206,2-0	0	-206,2	0	0
8	600 + 2 P	2	600	2	14400
9	-618,5 - 2,1 P	-2,1	-618,5	-2,1	8033,38

$$f = \frac{(8033,38 + 14400)_{\rm X}^2}{200 \times 2820} + \frac{5355,15 \times 2}{200 \times 1880} + \frac{300}{200 \times 616}$$

f = 0.07955 + 0.02848 + 0.002435 = 0.11 m

Si la condition ($\frac{L}{200}$ > flèche calculer) la relation est vérifiée

 $\frac{L}{200} = \frac{24}{200} = 0,12 = 12 \ cm > 11 \ cm$ Condition vérifiée

II.2.2.8. Calcul des efforts et sections pour P =150 KN

Tableau. II.18. Calcul des efforts et sections pour P =150 KN

Barre	Effort(KN)	Section théorique (cm ²) $\mathbf{F} / (24)$ Cornière en 2L	Section adoptée (cm ²⁾
1	927,75(C)	$38,65 \rightarrow 2 L 110 x110 x10$	42,4 cm ²
2	900 (T)	$37,5 \rightarrow 2 \text{ L } 110 \text{ x} 110 \text{ x} 10$	42,4 cm ²
3	309,3 (C)	$12,88 \rightarrow 2 L 60 x 60 x6$	13,82 cm ²
4	618,45(C)	$27,76 \rightarrow 2 \text{ L } 100 \text{ x} 100 \text{ x} 7$	27,4 cm ²
5	150 (t)	$6,25 \rightarrow 2 L 40 x40 x5$	7,58 cm ²
6	618,45(C)	$25,76 \rightarrow 2 \text{ L } 100 \text{ x} 100 \text{ x} 7$	27,4 cm ²
7	309,3 (C)	$12,88 \rightarrow 2 \text{ L } 60 \text{ x} 60 \text{ x} 6$	13,82 cm ²
8	900 (t)	$37,6 \rightarrow 2 \text{ L } 110 \text{ x } 110 \text{ x10}$	42,4 cm ²
9	927,95(C)	$38,66 \rightarrow 2 \text{ L } 110 \text{ x} 110 \text{ x} 10$	42,4 cm ²

II.2.2.9. Calcul du poids des barres pour P =150 KN

Tableau. II.19. Poids des barres pour la portée 24 m et une charge de 150 KN

Barre	Poids (kg)	Barre	Poids (kg)
1	16,6 x 2 L6, 185 = 205,34	6	10,7 x 2 x L6, 185 = 132,35
2	16,6 x 2 x L 12 = 398,4	7	5,42 x 2 x L6, 185 = 67,04
3	5,42 x2 x L 6,185 = 67,04	8	16x6 x L12 = 398,4
4	10,7 x2 x L6, 185 = 132,35	9 16,6 x 2 x L6, 185 = 205,34	
5	2,97 x2 x L3= 17,82	Poids total = \sum poids des barres= 1624 kg	

Barre	Effort(KN)	$\frac{dN}{dP}$	N(KN)	L(m)	$N \times (dN/dP) \times L$
1	-927,75 - 2,1 P	-2,1	-927,75	6,185	12050,08
2	900 + 2 P	2	900	12	21600
3	-309,3 - 0 P	0	-309,3	6,185	0
4	-618,45 - 2,1 P	-2,1	-618,45	6,185	8032,73
5	150 + 1 P	1	150	3	450
6	-618,45 - 2,1 P	-2,1	-618,45	6,185	8032,73
7	-309,3 - 0 P	0	-309,3	6,185	0
8	900 + 2 P	2	900	12	21600
9	-927,75 - 2,1 P	-2,1	-927,75	6,185	12050,08

II.2.2.10. Calcul de la flèche pour P =150 KN

Tableau.	II.20. La flèche pour	la portée 2	4 m et une ch	arge de1	50 KN
P		dN/		T ()	$N \times ($

L 200 =	$\frac{24}{200} = 0,12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$	> 11 cm	Condition vérifiée
f = (0,07936 + 0,02931 + 0,0	0296 = 0,11 m	f = 11 cm
<i>f</i> =	$\frac{(12050,08+21600)x^2}{200 \times 4240} +$	$\frac{8032,73\times2}{200\times2740}+$	$\frac{450}{200 \times 758}$

II.2.3. Etude des efforts et section, la flèche, le poids pour la portée 21 m (50 KN, 100 KN, 150 KN).



Fig. II.6. Treillis symétriquement chargé sur tous ses nœuds par des charges P, (L=21 m)

Barre	Effort (KN)	Barre	Effort(KN)
1	6,47 P	6	4,31 P
2	6,30 P	7	2,15 P
3	2,15 P	8	6,30 P
4	4,31 P	9	6,47 P
5	1 P		

II.2.3.1.Etude les efforts

Tableau. II.21. Efforts dans les barres en fonction de la charge appliquée P.

II.2.3.2. Calcul du poids des barres pour P = 50 KN

Tableau. II.22. Poids des barres pour la portée21 m et une charge de 50 KN

Barre	Poids (Kg)	Barre	Poids (Kg)	
1	5,91 x 2 x L 5,39 = 63,70	6	4 x 2 x L5, 39= 43,12	
2	5,91 x 2 x L 10,5 = 124,11	7	2,97 x 2 x L 5,39 = 32,01	
3	2,97 x 2 x L 5,39= 32,01	8	5,91 x 2 x L10, 5= 124,11	
4	4 x 2 x L5, 39 = 43,12	9	5,91 x 2 x L5, 39=63,70	
5	2,97 x 2 x L2, 5 = 14,85	Poids total = \sum poids des barres= 540,73 kg		

II.2.3.3. Calcul des efforts et sections pour P = 50 KN

Tableau. II.23. Calcul des efforts et sections pour P =50 KN

Barre	Effort (KN)	Section théorique (cm ²) $F / (24)$ Cornière en 2L	Section adoptée (cm ²⁾
1	323,8 KN(C)	$13,50 \rightarrow 2L\ 65x65x6$	15,06 cm ²
2	315 KN(T)	13,12 → 2L 65x65x6	15,06 cm ²
3	107,9 KN(C)	$4,5 \rightarrow 2L \ 40 \ x40 \ x5$	7,58 cm ²
4	215,9 KN(C)	$9 \rightarrow 2L 45 x45 x6$	10,18 cm ²
5	50 KN(T)	$2,08 \rightarrow 2L \ 40 \ x40 \ x5$	7,58 cm ²
6	215,9 KN(C)	$9 \rightarrow 2L 45 x45 x6$	10,18 cm ²
7	107,9 KN(C)	$4,5 \rightarrow 2L \ 40 \ x40 \ x5$	7,58 cm ²
8	315 KN(T)	13,12 → 2L 65x65x6	15,06 cm ²
9	323,8 KN(C)	13,50 → 2L 65x65x6	15,06 cm ²

Barre	Effort (KN)	^{dN} / _{dP}	N(KN)	L(m)	$N \times (dN/dP) \times L$
1	-323,8-2,2 P	-2,2	-323,8	5,39	3839,62
2	315 + 2,1 P	2,1	315	10,5	6945,75
3	-107,9 - 0 P	0	-107,9	5,39	0
4	-215,9 - 2,2 P	-2,2	-215,9	5,39	2560,14
5	50 + 1 P	1	50	2,5	125
6	-215,9 - 2,2 P	-2,2	-215,9	5,39	2560,14
7	-107,9 + 0 P	0	-107,9	5,39	0
8	315 + 2,1 P	2,1	315	10,5	6945,75
9	-323,8 - 2,2 P	-2,2	323,8	5,39	3839,62

II.2.3.4. Calcul de la flèche pour P = 50 KN

Tableau. II.24. La flèche pour la portée 21 m et une charge de 50 KN

$$f = \frac{(3839,62 + 6945,75)x^2}{200 \times 1506} + \frac{2560,14 \times 2}{200 \times 1018} + \frac{125}{200 \times 758}$$

$$f = 0.0716 + 0.0251 + 0.000824 = 0.097 \text{ m}$$
, $f = 9.7 \text{ cm}$

 $\frac{L}{200} = \frac{24}{200} = 0.10 \text{ m} = 10.5 \text{ cm} > 9.7 \text{ cm}$

Condition vérifiée

II.2.3.5. Calcul des efforts et sections pour P =100 KN

Tableau. II.25. Calcul des efforts et sections pour P =100 KN

Barre	Effort (KN)	Section théorique (cm ²) $F / (24)$ Cornière en 2L	Section adoptée (cm ²)
1	647 (C)	$26,95 \text{ cm}^2 \rightarrow 2L\ 110\ \text{x}110\ \text{x}7$	30,2
2	630 (T)	$26,95 \text{ cm}^2 \rightarrow 2L\ 110\ \text{x}110\ \text{x}7$	30,2
3	215(C)	$8,95 \text{ cm}^2 \rightarrow 2\text{L} 65 \text{ x}65 \text{ x}5$	16,68
4	431 (C)	$17,95 \text{ cm}^2 \rightarrow 2L \text{ 75 x75 x7}$	20,2
5	100 (T)	$4,16 \text{ cm}^2 \rightarrow 2\text{L } 40 \text{ x} 40 \text{ x} 4$	6,16
6	431 (C)	$17,95 \text{ cm}^2 \rightarrow 2L \text{ 75 x75 x7}$	20,2
7	215(C)	$8,95 \text{ cm}^2 \rightarrow 2\text{L} 65 \text{ x}65 \text{ x}5$	12,68
8	630 (T)	$26,95 \text{ cm}^2 \rightarrow 2L\ 110\ \text{x}110\ \text{x}7$	30,2
9	647 (C)	$26,95 \text{ m}^2 \rightarrow 2L\ 110\ \text{x}110\ \text{x}7$	30,2

II.2.3.6. Calcul du poids des barres pour P =100 KN

Tableau. II.26. Poids des barres	pour la portée 2	21 m et une charge de 100 KN
----------------------------------	------------------	------------------------------

Barre	Poids (Kg)	Barre	Poids (Kg)	
1	11.8 x 2 x L 5,39 = 127.20	6	7.93 x 2 x L5, 39= 85.48	
2	11.8 x 2 x L 10,5 = 241.8	7	4.97 x 2 x L 5,39 = 53.57	
3	4.97 x 2 x L 5,39= 53.57	8	11.8 x 2 x L10, 5= 247.8	
4	7.93 x 2 x L5, 39 = 85.48	9	11.8 x 2 x L5, 39=127.20	
5	2,47 x 2 x L2, 5 = 12.35	Poids total = \sum poids des barres=1040.45 kg		

II.2.3.7. Calcul de la flèche pour P = 100 KN

Tableau. II.27. La flèche pour la portée 21 m et une charge de 100 KN

Barre	Effort(KN)	$\frac{dN}{dP}$	N(KN)	L(m)	N x (^{dN} / _{dP})x L
1	-647 - 2,2 P	-2,2	-647	5,39	7672,12
2	630 + 2,1 P	2,1	630	10,5	13891,5
3	-215 - 0 P	0	-215	5,39	0
4	-431 - 2,2 P	-2,2	-431	5,39	5110,79
5	100 + 1 P	1	100	2,5	250
6	-431 - 2,2 P	-2,2	-431	5,39	5110,79
7	-215 - 0 P	0	-215	5,39	0
8	630 + 2,1 P	2,1	630	10,5	13891,5
9	-647 - 2,2 P	-2,2	-647	5,39	7672,12

$$f = \frac{(7672.12 + 13891.5)_{X2}}{200 \times 3020} + \frac{5110.79 \times 2}{200 \times 2020} + \frac{250}{200 \times 616}$$

 $f = 0.0714 + 0.0253 + 0.0002029 = 0.0987 \,\mathrm{m}$

Si la condition ($\frac{L}{200}$ > flèche calculer) la relation est vérifiée

 $\frac{L}{200} = \frac{21}{200} = 0,105 = 10,5 \text{ cm} > 9,87 \text{ cm}$ Condition vérifiée

II.2.3.8. Calcul des efforts et sections pour P =150 KN

Barre	Effort (KN)	Section théorique (cm ²) $F / (24)$ Cornière en 2L	Section adoptée (cm ²)
1	971.4 (C)	$40.47 \rightarrow 2L \ 100 \ x100 \ x12$	45.4
2	945 (T)	$39.37 \rightarrow 2L \ 100 \ x100 \ x12$	45.4
3	323.2(C)	$13.50 \rightarrow 2L \ 63 \ x63 \ x6.5$	15.7
4	647.6 (C)	$27 \rightarrow 2L 75 x75 x7$	31
5	150 (T)	$6.25 \rightarrow 2L \ 40 \ x40 \ x5$	7.58
6	647.6 (C)	$27 \rightarrow 2L \ 90 \ x90 \ x9$	31
7	323.8(C)	$13.5 \rightarrow 2L \ 63 \ x63 \ x6.5$	15.7
8	945 (T)	$39.37 \rightarrow 2L \ 100 \ x100 \ x12$	45.4
9	971.4 (C)	$40.47 \rightarrow 2L \ 100 \ x100 \ x12$	45.4

Tableau. II.28. Calcul des efforts et sections pour P =150 KN

II.2.3.9. calcul du poids des barres pour P=150 KN

Tableau. II.29. Poids des barres pour la portée 21 m et une charge de 150 KN

Barre	Poids (kg)	Ν	L(m)	Poids (kg)
1	17,8	2	5,39	191,88 kg
2	17,8	2	10,5	373,8 kg
3	6,17	2	5,39	66,51 kg
4	12,2	2	5,39	131,51 kg
5	2,97	2	2,5	14,85 kg
6	12,2	2	5,39	131,51 kg
7	6,17	2	5,39	66,51 kg
8	17,8	2	10,5	373,8 kg
9	17,8	2	5,39	191,88 kg

Poids total = \sum poids des barres=1542,25 kg

	*	•		U	
Barre	Effort(KN)	$dN/_{dP}$	N(KN)	L(m)	$N \times (dN/dP) \times L$
1	-971,4 -2,2 P	-2,2	-971,4	5,39	4518,86
2	945 + 2,1 P	2,1	945	10,5	20837,25
3	-323,2 - 0 P	0	-323,2	5,39	0
4	-647,6 - 2,2 P	-2,2	-647,6	5,39	7679,24
5	150 + 1 P	1	150	2,5	375
6	-647,6 - 2,2 P	-2,2	-647,6	5,39	7679,24
7	945+0 P	0	945	5,39	0
8	945 + 2,1 P	2,1	945	10,5	20837,26
9	-971,4-2,2 P	-2,2	-971,4	5,39	11518,86

II.2.3.10. Calcul de la flèche pour P = 150 KN

$$f = \frac{(11518,86 + 20837,25)_{x2}}{200 \times 4640} + \frac{7679,24 \times 2}{200 \times 3100} + \frac{375}{200 \times 758}$$

f = 0,07126 + 0,02477 + 0,002473

$$f = 0,0985 \text{ m} \rightarrow f = 9,85 \text{ cm}$$

 $\frac{L}{200} = \frac{21}{200} = 0,105 = 10,5 \text{ cm} > 9,85 \text{ cm}$ Condition vérifiée

Conclusion :

Nous avons étudié des exemples manuels pour le dimensionnement des structures plans de treillis portée 18 m, 21 m, 24 m en utilisant les méthodes analytiques méthode des nœuds.

CHAPITRE III Optimisation automatique des structures

Chapitre 3

Optimisation automatique des structures

Sommaire

III.1.	Introduction.		43		
III.2.	Organigramme d'optimisation des structures des couvertures				
III.3.	Optimisatio	on de la structure 3D, Diamètre = 21 m, F_{max} = 250 KN	44		
	III.3.1 O	Conception	44		
	III.3.2 (Optimisation de la structure	45		
III.4.	Optimisation	de la structure 3D, Diamètre = 21 m, F_{max} = 125 KN	51		
III.5.	Optimisation	h de la structure 3D, Diamètre = 21 m, F_{max} = 375 KN	52		
III.6.	Optimisation	h de la structure 3D, Diamètre =14 m, F_{max} = 125 KN	53		
	III.6.1 C	Conception	53		
	III.6.2 R	lésultats	53		
III.7.	Optimisation	n de la structure 3D, Diamètre = 14 m , F_{max} = 250 KN	56		
III.8.	Optimisation	de la structure 3D, Diamètre = 14m, F_{max} = 375 KN	57		
III.9.	Optimisation	h de la structure 3D, Diamètre = 28 m, F_{max} = 125 KN	58		
	III.9.1 C	Conception	58		
	III.9.2 F	Résultats	58		
III.10.	Optimisation	de la structure 3D, Diamètre = 28 m, F_{max} = 250 KN	59		
III.11.	Optimisation	de la structure 3D, Diamètre = 28 m, F_{max} = 375 KN	60		
III.12.	Optimisation	de la structure 2D, portée = 18 m, F_{max} = 50 KN	62		
	III.12.1 C	Conception	62		
	III.12.2 F	Résultats	62		
III.13.	Optimisation	de la structure 2D, portée = 18 m, F_{max} = 100 KN	64		
III.14.	Optimisation	n de la structure 2D, portée = 18 m, F_{max} = 150 KN	64		
III.15.	Optimisation	de la structure 2D, portée = 21 m, F_{max} = 50 KN	65		
	III.15.1 C	onception	65		
	III.15.2 R	lésultats	66		
III.16.	Optimisation	n de la structure 2D, portée = 21 m, F_{max} = 100 KN	66		
III.17.	Optimisation	de la structure 2D, portée = 21 m, F_{max} = 150 KN	67		

III.18.	Optimisation de la structure 2D, portée = 24 m, F_{max} = 50 KN					
	III.18.1	Conception	68			
	III.18.2	Résultats	68			
III.19.	Optimisa	tion de la structure 2D, portée = 24 m, F_{max} = 100 KN	69			
III.20.	Optimisa	tion de la structure 2D, portée = 24 m, F_{max} = 150 KN	69			
III.21.	Applicatio	on d'une méthode de simulation	71			
	III.21.1	La méthode factorielle	71			
	III.21.2	Choix du plan d'expériences	72			
III.22	Résultats	3	73			
	III.22.1	Résultats 3D	73			
	III.22.2	Résultats 2D	74			

III.1.Introduction :

Nous avons étudié dans le chapitre précédent des exemples manuels pour le dimensionnement des structures plans de treillis en utilisant les méthodes analytiques.

Dans ce chapitre une étude d'optimisation par le logiciel ROBOT est élaborée.

L'optimisation est effectuée avec un organigramme (fig.III.1) permettant d'arriver à la solution définitive pour le dimensionnement, plusieurs cas plans et 3D des treillis ont été traités.

III.2.Organigramme d'optimisation des structures des couvertures



Fig. III.1.Organigramme d'optimisation des structures des couvertures

III.3.Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m, $F_{max} = 250 \text{ KN}$



III.3.1.Conception

Fig. III.2. Vue générale de la structure (3D, Coupe verticale, Vue en plan)

Apres introduction des données dans le logiciel ROBOT, les résultats sont représentes comme suit :

Déplacement vertical max de la structure sous un chargement aux nœuds égale à 250 KN est de 10 Cm, et cette dernière est vérifiée par ce que le rapport (2100 / 200 = 10,50 cm) est supérieur de 10 Cm.

Туре	Nbre	Longueur [m]	Poids unitaire [Kg/m]	Poids pièce [Kg]	Poids total [Kg]	
2 CAE 100x12	7	1,25	35,67	44,58	312	
2 CAE 100x12	7	2,5	35,67	89,17	624	
2 CAE 100x12	15	2,68	35,67	95,59	1434	
2 CAE 100x12	16	3,5	35,67	124,84	1997	
2 CAE 100x12	4	3,53	35,67	125,91	504	
2 CAE 100x12	4	3,54	35,67	126,26	505	
2 CAE 100x12	20	3,72	35,67	132,68	2654	
2 CAE 100x12	4	3,73	35,67	133,04	532	
2 CAE 100x12	2	4,61	35,67	164,43	329	
2 CAE 100x12	1	10,11	35,67	360,6	361	
2 CAE 180x20	1	2,68	107,35	287,69	288	
			Total par section		·	
2 CAE 100x12	80	259,38	35,67	9251,46	9251	
2 CAE 180x20	1	2,68	107,35	287,69	288	
Totaux nets:	9539					
2 CAE 100x12	1	2,5	35,67	89,17	89	
Total par section						
2 CAE 100x12	1	2,5	35,67	89,17	89	
Totaux nets:	89					

Tableau. III.1. Poids des éléments de la structure 3D, portée = 21m, $F_{max} = 250$ KN

Poids total de la structure : 9539 + 89 = 9628 Kg.

Charge maximale supporté par cette structure : 250 KN X 17 = 4250 KN = 425000 Kg.

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 425000/9628 = 44,14

• On ne peut pas valider ce rapport, car il existe des éléments de la structure ayant un taux de travail dépassant 1.

III.3.2.Optimisation de la structure :

Coupe verticale



Fig. III.3. Taux de travail des éléments de la structure, $F_{max} = 250$ KN 2D

Pour optimiser cette structure on doit chercher un taux de travail optimal vérifiant la sécurité du profilé, et utilisant les performances mécaniques au maximum.



Fig. III.4. Taux de travail des éléments de la structure $F_{max} = 250$ KN 3D

Taux de travail des éléments de la structure dépassant 1 alors a partir de laquelle nous changeons les sections des éléments jusqu'à la phase finale (0.8<taux<1).



Fig.III.5. Nouveaux taux de travail des barres après changement des sections coup

verticale

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 250 KN : 1.90 Cm, inférieur à (2100 / 200 = 10,50 Cm).

Туре	Nombre	Longueur [m]	Poids unitaire [Kg/m]	Poids pièce [Kg]	Poids total [Kg]	
2 CAE 100x12	7	1,25	35,67	44,58	312	
2 CAE 100x12	7	2,5	35,67	89,17	624	
2 CAE 100x12	8	2,68	35,67	95,59	765	
2 CAE 100x12	16	3,5	35,67	124,84	1997	
2 CAE 100x12	2	3,53	35,67	125,91	252	
2 CAE 100x12	8	3,72	35,67	132,68	1061	
2 CAE 100x12	2	4,61	35,67	164,43	329	
2 CAE 180x20	8	2,68	107,35	287,69	2302	
2 CAE 180x20	2	3,53	107,35	378,94	758	
2 CAE 180x20	4	3,54	107,35	380,01	1520	
2 CAE 180x20	12	3,72	107,35	399,34	4792	
2 CAE 180x20	4	3,73	107,35	400,41	1602	
			Total par section			
2 CAE 100x12	50	149,73	35,67	5340,51	5341	
2 CAE 180x20	30	102,22	107,35	10973,14	10973	
Totaux nets:			16314			
2 CAE 100x12	1	2,5	35,67	89,17	89	
Total par section						
2 CAE 100x12	1	2,5	35,67	89,17	89	
Totaux nets:						

Tableau. III.2. Poids des éléments de la structure après changement des sections

Poids total de la structure 3D, D = 21 m : 16314 + 89 = 16403 Kg.

Charge maximale supporté par cette structure : 250 X 17 = 4250 KN = 425000 Kg,

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 425000/16403 = 25,91

On peut valider ce rapport, mais La structure peut reprendre plus de charge (la flèche limite n'a pas été atteinte).

Augmentation de la charge F, calcul de la flèche, et changement des sections des barres dépassant le taux de travail 1.

Le même processus jusqu'à la phase finale.

Tableau. III.3. Taux de travail pour certains éléments de la structure (finale)

 $F_{max} = 250 \ KN$

Pièce	Profil	Matériaux	Taux
4 Barre_4	2 CAE 40x4	ACIER E24	0.86
5 Barre_5	2 CAE 150x15	ACIER E24	0.89
6 Barre_6	2 CAE 160x17	ACIER E24	0.91
7 Barre_7	2 CAE 20x3	ACIER E24	0.18
8 Barre_8	2 CAE 100x12	ACIER E24	0.89
9 Barre_9	2 CAE 20x3	ACIER E24	0.18
10 Barre_10	2 CAE 40x4	ACIER E24	0.86
11 Barre_11	2 CAE 150x15	ACIER E24	0.89
12 Barre_12	2 CAE 100x12	ACIER E24	0.89
13 Barre_13	2 CAE 20x3	ACIER E24	0.18
14 Barre_14	2 CAE 20x3	ACIER E24	0.18
15 Barre_15	2 CAE 160x17	ACIER E24	0.91
16 Barre_16	2 CAE 40x4	ACIER E24	0.86
17 Barre_17	2 CAE 150x15	ACIER E24	0.90
18 Barre_18	2 CAE 160x17	ACIER E24	0.92
20 Barre_20	2 CAE 100x12	ACIER E24	0.89



Fig.III.6. taux de travail obtenir après l'optimisation des sections des éléments de la structure pour $F_{max} = 250$ KN.

Donc Taux de travail optimal vérifiant la sécurité du profilé.

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal a 250 KN (finale) : 6.9 Cm, inférieur à (2100 / 200 = 10,50 Cm).
Туре	Nombre	Longueur [m]	Poids unitaire [Kg/m]	Poids pièce [Kg]	Poids total [Kg]
2 CAE 20x3	8	1,25	1,77	2,21	18
2 CAE 20x3	16	3,5	1,77	6,2	99
2 CAE 20x3	2	4,61	1,77	8,16	16
2 CAE 30x5	2	2,5	4,37	10,92	22
2 CAE 40x4	6	2,5	4,84	12,09	73
2 CAE 100x8	8	2,68	24,36	65,28	522
2 CAE 100x12	2	3,53	35,67	125,91	252
2 CAE 100x12	4	3,54	35,67	126,26	505
2 CAE 100x12	8	3,72	35,67	132,68	1061
2 CAE 140x13	8	2,68	54,89	147,11	1177
2 CAE 150x15	4	3,72	67,57	251,34	1005
2 CAE 150x15	4	3,73	67,57	252,02	1008
2 CAE 150x18	1	3,72	80,15	298,14	298
2 CAE 160x17	7	3,72	81,39	302,76	2119
2 CAEP 80x10	2	3,53	23,73	83,77	168
			Total par section		
2 CAE 20x3	26	75,22	1,77	133,16	133
2 CAE 30x5	2	5	4,37	21,83	22
2 CAE 40x4	6	15	4,84	72,56	73
2 CAE 100x8	8	21,44	24,36	522,27	522
2 CAE 100x12	14	50,98	35,67	1818,33	1818
2 CAE 140x13	8	21,44	54,89	1176,87	1177
2 CAE 150x15	8	29,8	67,57	2013,46	2013
2 CAE 150x18	1	3,72	80,15	298,14	298
2 CAE 160x17	7	26,04	81,39	2119,31	2119
2 CAEP 80x10	2	7,06	23,73	167,54	168
Totaux nets:			8343		

Tableau. III.4. poids des éléments de la structure après changement des sections pourchargement égal à 250 KN (final)

Poids total de la structures 3D, D = 21 m charge 250 KN égal a 8343 Kg Charge maximale supporté par cette structure : 250 X 17 = 4250 KN = 425000 Kg Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 425000/8343 = 50,94.

III.4.Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m, $F_{max} = 125 \text{ KN}$



III.5.Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m, $F_{max} = 375 \text{ KN}$



Tableau. III.6. Résultats pour D= 21 m, charge = 375 KN

III.6.Optimisation de la structure 3D, Diamètre =14 m , F_{max} = 125 KN



III.6.1.Conception

Fig. III.7. Vue générale de la structure (3D, coupe verticale, Vue en plan)

III.6.2.Résultats

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 125 KN (finale) : 4.1 Cm, inférieur à (1400 / 200 = 7 Cm).

Barre	Profil	Matériaux	Taux
5 Barre_5	2 CAE 100x12	ACIER E24	0.86
6 Barre_6	2 CAE 120x11	ACIER E24	0.85
7 Barre_7	2 CAE 20x3	ACIER E24	0.18
8 Barre_8	2 CAE 70x7	ACIER E24	0.99
10 Barre_10	2 CAE 40x4	ACIER E24	0.43
11 Barre_11	2 CAE 100x12	ACIER E24	0.86
12 Barre_12	2 CAE 70x7	ACIER E24	0.99
15 Barre_15	2 CAE 120x11	ACIER E24	0.85
17 Barre_17	2 CAE 100x12	ACIER E24	0.87
18 Barre_18	2 CAE 120x11	ACIER E24	0.86
20 Barre_20	2 CAE 70x7	ACIER E24	0.99
23 Barre_23	2 CAE 100x12	ACIER E24	0.86
24 Barre_24	2 CAE 70x7	ACIER E24	0.99

Tableau.III.7. Taux de travail Pour certains éléments de la structure (finale) $F_{max} = 125 \text{ KN}$



Fig.III.8. Taux de travail des éléments de la structure $F_{max} = 125$ KN (finale)

Туре	Nombre	Longueur [m]	Poids unitaire [kg/m]	Poids pièce [kg]	Poids total [kg]	
	ACIER E24					
2 CAE 20x3	8	0,84	1,77	1,49	12	
2 CAE 20x3	16	2,34	1,77	4,14	66	
2 CAE 20x3	2	3,08	1,77	5,45	11	
2 CAE 40x4	8	1,67	4,84	8,08	65	
2 CAE 60x5	2	2,36	9,09	21,46	43	
2 CAE 60x8	8	1,79	14,18	25,39	203	
2 CAE 70x7	6	2,36	14,76	34,84	209	
2 CAE 70x7	8	2,48	14,76	36,61	293	
2 CAE 100x9	8	1,79	27,23	48,75	390	
2 CAE 100x12	4	2,48	35,67	88,46	354	
2 CAE 100x12	4	2,49	35,67	88,81	355	
2 CAE 120x11	8	2,48	39,85	98,82	791	
			Total par section			
2 CAE 20x3	26	50,32	1,77	89,08	89	
2 CAE 40x4	8	13,36	4,84	64,63	65	
2 CAE 60x5	2	4,72	9,09	42,92	43	
2 CAE 60x8	8	14,32	14,18	203,09	203	
2 CAE 70x7	14	34	14,76	501,95	502	
2 CAE 100x9	8	14,32	27,23	389,99	390	
2 CAE 100x12	8	19,88	35,67	709,07	709	
2 CAE 120x11	8	19,84	39,85	790,53	791	
Totaux nets:			2791			

Tableau.III.8. Poids des éléments de la structure $F_{max} = 125 \text{ KN}$

Poids total de la structures 3D, D = 14 m et charge 125 KN égal a 2791 Kg Charge maximale supporté par cette structure : 125 X 17 = 2125 KN = 212500 Kg Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 212500/2791 = 76.13

III.7.Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 14 m, $F_{max} = 250 \text{ KN}$



Tableau.III.9. Résultats pour D= 14 m, charge=250 KN

III.8.Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 14 m, $F_{max} = 375 \text{ KN}$



Tableau.III.10. Résultats pour D= 14 m, charge=375 KN

III.9.Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 28 m, $F_{max} = 125 \text{ KN}$

III.9.1.Conception



Fig.III.9. Vue 3D de la structure

III.9.2.Résultats

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 125 KN : 2.7 Cm, inférieur à (2800 / 200 = 14 Cm).



Fig.III.10. Taux de travail des éléments de la structure $F_{max} = 125$ KN (finale)

Poids total de la structures 3D, D = 28 m et charge 125 KN égal a 8879 Kg

Charge maximale supporté par cette structure : 125 X 17=2125 KN=212500 Kg.

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 425000/4344 = 23,93

III.10.Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 28 m, F_{max} = 250 KN

Tableau.III.11. Résultats pour D= 28 m, charge=250 KN



III.11.Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 28 m, $F_{max} = 375 \text{ KN}$

Tableau.III.12. Résultats pour D= 28 m, charge=375 KN



portée (m)	Charge (KN)	Poids (Kg)	charge supporte/poids de la structure
	125	2791	76,13
14	250	4344	97,93
	375	6240	102,1
	125	5159	41,19
21	250	8343	50,94
	375	10813	58,95
	125	8879	23,93
28	250	13247	32,08
	375	637500	38,57

Tableau.III.13. Résultats obtenus de la structure 3D



Fig.III.11.Structure 3D

III.12. Optimisation de la structure 2D, portée = 18 m, $F_{max} = 50 \text{ KN}$



III.12.1Conception

Fig. III.12 .Vue de treillis plan 18 m , $F_{\text{max}} = 50 \ \text{KN}$

III.12.2.Résultats

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 50 KN (finale) : 6 Cm, inférieur à (1800/200 = 9 Cm).

Tableau III.14. Taux de travail des éléments de la structure (finale) $F_{max} = 50 \text{ KN}$

Barre	Profil	matériaux	Taux
1 barre_1	2 CAE 100x9	ACIER E24	0.93
2 barre_2	2 CAE 70x6	ACIER E24	0.88
3 barre_3	2 CAE 70x6	ACIER E24	0.88
4 barre_4	2 CAE 100x9	ACIER E24	0.93
5 barre_5	2 CAE 80x6	ACIER E24	0.85
6 barre_6	2 CAE 80x6	ACIER E24	0.85
7 barre_7	2 CAE 20x3	ACIER E24	0.94
8 barre_8	2 CAE 90x9	ACIER E24	0.82
9 barre_9	2 CAE 90x9	ACIER E24	0.82



Fig.III.13. Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 50 \text{ KN}$

Tableau.III.15.	Poids	des	éléments	de	la	structure
-----------------	-------	-----	----------	----	----	-----------

Туре	Nbre	Longueur [m]	Poids unitaire [Kg/m]	Poids pièce [Kg]	Poids total [Kg]
2 CAE 20x3	1	2	1,77	3,55	4
2 CAE 70x6	2	9	12,77	114,92	230
2 CAE 80x6	2	4,61	14,68	67,7	135
2 CAE 90x9	2	4,61	24,38	112,37	225
2 CAE 100x9	2	4,61	27,23	125,55	251
			Total par section		
2 CAE 20x3	1	2	1,77	3,55	4
2 CAE 70x6	2	18	12,77	229,84	230
2 CAE 80x6	2	9,22	14,68	135,39	135
2 CAE 90x9	2	9,22	24,38	224,74	225
2 CAE 100x9	2	9,22	27,23	251,09	251
Totaux nets:			845		

Poids total de la structures 2D, D = 18 m et charge 50 KN égal a 845 Kg

Charge maximale supporté par cette structure : $50 \times 3 = 150 \text{ KN} = 15000 \text{ Kg}$.

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 15000/845 = 17,75

III.13. Optimisation de la structure 2D, portée = 18 m, F_{max} = 100 KN

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 100 KN : 6,5 Cm, inférieur à (1800/200 = 9 Cm).



Fig.III.14. Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 100$ KN (finale)

Poids total de la structures 2D, D = 18 m et charge 100 KN égal a 1391 Kg

Charge maximale supporté par cette structure : 100 X 3 = 300 KN = 30000 Kg.

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 30000/1391 = 21,56

III.14. Optimisation de la structure 2D, portée = 18 m, F_{max} = 150 KN

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 150 KN (finale) : 6,8 Cm, inférieur à (1800/200 = 9 Cm).



Fig.III.15. Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 150$ KN (finale)

Poids total de la structures 2D, D = 18 m et charge 150 KN égal a 1934 Kg

Charge maximale supporté par cette structure : 150 X 3 = 450 KN = 45000 Kg.

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 45000/1934 = 23,26

III.15. Optimisation de la structure 2D, portée = 21 m, $F_{max} = 50 \text{ KN}$





Fig. III.16. Vue de treillis plan 21 m $F_{max} = 50$ KN

III.15.2.Résultats

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 50 KN (finale) : 5.8 Cm, inférieur à (2100/200 = 10.5 Cm).



Fig.III.17. Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 50 \text{ KN}$

Poids total de la structures 2D, D = 21 m et charge 50 KN égal a 1406 Kg

III.16. Optimisation de la structure 2D, portée = 21 m, F_{max} = 100 KN

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 100 KN (finale) : 6,4 Cm, inférieur à (2100/200 = 10.5 Cm).



Fig.III.18. Taux de travail des éléments de treillis F_{max} = 100 KN

Poids total de la structures 2D, D = 21 m et charge 100 KN égal a 2033 Kg

Charge maximale supporté par cette structure : 100 X 3 = 300 KN = 30000 Kg.

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 30000/2033 = 14,75

III.17. Optimisation de la structure 2D, portée = 21 m, F_{max} = 150 KN

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 150 KN: 6,7 Cm, inférieur à (2100/200 = 10.5 Cm).



Fig.III.19. Taux de travail des éléments de treillis F_{max} =150 KN

Poids total de la structures 2D, D = 21 m et charge 150 KN égal a 2701 Kg Charge maximale supporté par cette structure : 150 X 3 = 450 KN = 45000 Kg. Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure 45000/2701 = 16,66.

III.18. Optimisation de la structure 2D, portée = 24 m, F_{max} = 50 KN



III.18.1Conception



III.18.2resultats

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 50 KN (finale) :6 Cm, inférieur à (2400/200 = 12 Cm).



Fig.III.21. Taux de travail des éléments de treillis $F_{max} = 50 \text{ KN}$

Poids total de la structures 2D, D = 24 m et charge 50 KN égal a 1729 Kg

Charge maximale supporté par cette structure : 50 X 3 = 150 KN = 15000 Kg.

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 15000/1729 = 8,67

III.19. Optimisation de la structure 2D, portée = 24 m, F_{max} = 100 KN

Déplacement vertical max de la structure sous un chargement aux nœuds égale à 100 KN: 6,9 cm, inférieur à (2400/200 = 14 cm).



Fig.III.22. Taux de travail des éléments de treillis F_{max} = 100 KN

Poids total de la structures 2D, D = 24 m et charge 100 KN égal a 2399 kg

Charge maximale supporté par cette structure : 100 X 3 = 300 KN = 3000 Kg.

Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure = 30000/2399 = 12,50

III.20. Optimisation de la structure 2D, portée = 24 m, F_{max} = 150 KN

Déplacement verticale max de la structure sous un chargement aux nœuds égal à 150 KN (finale) : **7,1 cm**, inférieur à (2400/200 = 14 cm).



Fig.III.23. Taux de travail des éléments de treillis F_{max} = 150 KN

Poids total de la structures 2D, D = 24 m et charge 150 KN égal a 3260 Kg Charge maximale supporté par cette structure : 150 X 3= 450 KN = 45000 Kg. Soit un rapport : Charge supportée / Poids de la structure 45000/3260 = 13,80

Portée	Charge	Poids	charge supporte/poids de la structure
	50	845	17,75
18 m	100	1391	21,56
	150	1934	23,26
	50	1406	10,66
21 m	100	2033	14,75
	150	2701	16,66
	50	1729	8,67
24 m	100	2399	12,50
	150	3260	13,80

Tableau. III.16. Résumé des résultats



Fig.III.24.structure treillis plans 3D

III.21. Application d'une méthode de simulation :

III.21.1 La méthode factorielle :

Ayant pris connaissance au travers des chapitres précédents des différents phénomènes liés a la conception des portées ainsi que les conséquences d'essais d'optimisation, nous nous intéressons dans ce chapitre d'appliquer un modèle de modélisation.

Lors de notre travail, nous avons utilisé le calcul du poids et le rapport. A ces effets et pour simuler nos résultats numériques, nous avons choisi parmi les méthodes de simulations existantes la méthode factorielle. Celle-ci permet d'organiser au mieux les essais qui accompagnent des résultats numériques. A travers celle-ci, on recherche le lien qui existe entre une grandeur d'intérêt, y, et des variables, x_i pour une fonction de type :

$$y = f(x_i)$$

Cette méthode des plans factorielle permet une interprétation rapide à partir d'un modèle numérique étudié. Sa compréhension est basée sur l'espace expérimental et la modélisation mathématique. Avec cette méthode, on obtient le maximum de renseignements avec le minimum des tests. Pour cela, il faut suivre des règles mathématiques et adopter une démarche rigoureuse.

III.21.2. Choix du plan d'expériences

Il y a deux facteurs à étudier. Les niveaux bas et hauts de chaque facteur ont été définis. Les niveaux des facteurs à conserver constants pendant la simulation ont également été précisés et seront vérifiés avant chaque essai.

Ayant deux facteurs prenant chacun trois niveaux, et comme on pense que le modèle du premier degré avec interactions (modèle PDAI) est suffisant pour expliquer les résultats, il convient de choisir un plan d'expériences factoriel complet 3^2 :

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2$$

On peut représenter ce plan par une figure (**Fig.III.25**) en indiquant le domaine d'étude et les points d'expériences. Les points d'expériences ont pour coordonnées les niveaux bas et les niveaux hauts des facteurs. On peut également représenter ce plan par des matrices, la matrice d'expérimentation (unités normales) ou la matrice d'expériences (unités codées).



Fig.III.25.Représentation du plan d'expériences

III.22. Résultats

III.22.1.Résultats 3D



Fig.III.26. Résultats 3D



Fig.III.27. Diagrammes des résultats 3D

III.22.2.Résultats 2D







Fig.III.29. Diagrammes des résultats 2D

Commentaires : (Diagrammes de poids)

- On constate que la relation entre la portée de la structure et le poids de cette dernière est non linéaire, le poids augmente avec la portée.
- Même remarque avec la charge, le poids est augmente avec la charge.
- Aucune relation directe entre la charge supportée par la structure et la portée.
- Le poids de la structure est fonction de deux variables : la portée et la charge.
- La section des différents éléments de la structure augmente en fonction de la portée, ce qui explique l'augmentation du poids de la structure.
- La section des différents éléments de la structure augmente en fonction de la charge appliquée, ce qui explique l'augmentation du poids de la structure.
- Le taux optimisé (entre 0.8 et 1) de travail des sections de la structure gouverne le poids final de cette dernière. Par exemple, on ne peut pas valider un poids d'une structure avec des taux de travail assez faibles, ou dépassant la limite 1.

Commentaire : (Diagrammes coefficient de portance le rapport)

- On constate que la relation entre la portée de la structure et le rapport de cette dernière est non linéaire, le rapport diminue proportionnellement avec la portée.
- Même remarque avec la charge, le rapport est proportionnel avec la charge.
- Aucune relation directe entre la charge supportée par la structure et la portée.
- Le rapport de la structure est fonction de deux variables : la portée et la charge.
- La section des différents éléments de la structure augmente en fonction de la portée, ce qui explique l'augmentation du poids de la structure et le rapport diminue.
- La section des différents éléments de la structure augmente en fonction de la charge appliquée, ce qui explique l'augmentation du poids de la structure et la diminution du rapport.

Conclusion :

Les diagrammes obtenus en utilisant le logiciel **Design-Expert** permettent de distinguer facilement le poids d'une structure quelconque en sachant la portée et la charge.

Conclusion générale

Conclusion générale

Les objectifs tracés dans ce travail ont été réalisés avec succès, une recherche bibliographique sur les systèmes de treillis a été présentée comportant la nature des systèmes de treillis, les formes possibles, les hypothèses de calcul de ce genre de structures, la conception, et les méthodes de calculs.

A travers plusieurs exemples des systèmes de treillis plans et en 3D à portées variables, en utilisant des méthodes manuelles et des outils automatiques, il ressort que :

 Nous arrivons maintenant à la maitrise des outils de conception et de calcul de ce genre de structures.

2- On peut déclarer un rapprochement entre les résultats de calcul manuel avec les résultats des calculs automatique, ce rapprochement est estimé à 100 % pour le calcul des sections et des flèches.

3- Le modèle d'optimisation concrétisé par l'organigramme proposé présente une forte satisfaction.

4- L'utilisation de la modélisation numérique par les plans d'expériences a permis de quantifier l'influence de chaque paramètre d'optimisation des systèmes de treillis, et de généraliser les résultats, on peut donc trouver la solution optimale pour des structures non traitées à travers l'utilisation des formules d'optimisation présentées dans ce mémoire.

5- Les systèmes proposés possèdent une légèreté particulière, il se trouve que certains système sont stables et résistants pouvant supporter des charges dépassant 50 fois leur poids propre, c'est à dire ayant un coefficient de portance supérieur à 50, ce paramètre est un vrai indicateur de performance de la structure, on parle ici sur l'optimisation face à un simple dimensionnement.

6- La démarche proposée dans ce mémoire permettra de franchir des portées considérables, dans les prochaines études il sera bénéfique de proposer les perspectives suivantes :

• Pousser au mieux au niveau de la conception avant de passer à l'étude du comportement mécanique, la phase de recherche de forme sera étudiée minutieusement pour détecter la forme idéale, dans ce contexte plusieurs cas seront abordés.

• Traiter les systèmes réticulés de protées assez importantes.

• Intégrer dans la démarche d'optimisation une résolution numérique plus poussée permettra de détecter la solution optimale pour n'importe quel système.

A la fin de ce mémoire, on peut déclarer que le travail programmé a été réalisé en totalité, la démarche d'optimisation au moins pour les systèmes réticulés étudiés a montré sa satisfaction, nous maitrisons ainsi les outils et moyens de conception, de calcul, et de modélisation numérique des systèmes de treillis.

77

Résumé

Le sujet abordé dans ce mémoire concerne l'optimisation des systèmes de treillis métalliques spatiaux destinés à supporter les couvertures des ouvrages ayant une portée assez importante, il est lié d'abord à la recherche de forme idéale répondant au critère de légèreté, et ensuite les systèmes de structures ont été soumis à un chargement aux nœuds pour pouvoir étudier le comportement mécanique, la validation du système est conditionnée par la satisfaction des critères de stabilité d'ensemble et de stabilité et de résistance des éléments, il n'est admis que les systèmes de structures ayant un taux de travail des sections entre 0,8 et 1.

Plusieurs systèmes en 2D et en 3D ont été traités, les résultats montrent la satisfaction de l'organigramme d'optimisation proposé dans ce cadre, et l'importance de la démarche de modélisation numérique par les plans d'expériences pour concrétiser l'influence des paramètres d'optimisation, et généraliser les résultats.

Dans ce cadre, des formules d'optimisation ont été proposées permettant de trouver la réponse optimale pour des systèmes non traités.

Mots clés : Couverture en charpente métallique - Systèmes réticulés – Recherche de forme - Optimisation – Coefficient de portance.

ملخص

الموضوع الذي تم تناوله في هذه المذكرة يتعلق بالبحث عن البديل الأمثل لأنظمة الهياكل الحديدية المفصلية ثلاثية الأبعاد المخصصة لحمل أغطية المنشآت كبيرة المدى، يبدأ البحث بتحديد الشكل الأفضل لهذه الأنظمة و الذي يستجيب لمبدأ الخفة، و بعدها يتم تحميل النظام على مستوى المفاصل بحمولات مختلفة من أجل دراسة سلوكها الميكانيكي، يتم قبول النظام الهيكلي بعد التأكد من كل الشروط المطلوبة للاستقرار الكلي للهيكل و المقاومة و الاستقرار للعناصر المكونة له، لا يتم الموافقة إلا على الهياكل التي تستخدم نسبة بين 0,8 و 1 من إمكانيات المقاومة.

عدة أنظمة ببعدين و ثلاثة أبعاد تم اختبارها، النتائج التي تم التوصل إليها تثبت صلاحية منهجية الحل الأمثل المقترحة في هذا البحث، و تبين أهمية النمذجة الرقمية باستعمال التصميم التجريبي في تحديد تأثير متغيرات الحل الأمثل وفي إمكانية تعميم النتائج.

في هذا الإطار تم اقتراح معادلات الحل الأمثل لا يجاد الإجابة المرتقبة لأنظمة غير مدروسة. الكلمات المفتاحية : الأغطية الحديدية – الأنظمة المفصلية – البحث عن الشكل – الحل الأمثل – معامل الحمولة.

Sommaire général

Introduction générale	01
-----------------------	----

Chapitre I Recherche bibliographique

I.1	Général	lités	03
I.2	Définitio	on	04
I.3	Concept	tion technologique	05
I.4	Relation	n entre nœuds et barres	06
	I.4.1	Cas d'appuis mobiles	06
	I.4.2	Cas où la structure repose sur deux appuis A et B fixes	07
I.5	Chargen	nent	07
I.6	Type de	e treillis	08
I.7	Hypothè	eses de calculs	10
I.8	Isostatic	ité et hyperstaticité	10
I.9	Représe	ntation des forces internes	11
	I.9. 1	Force de tension	11
	I.9. 2	Force de compression	12
I.10	Élémen	ts constitutifs	12
I.11	Étude A	analytique du Treillis	13
	I.11. 1	Méthode de nœud	13
	I.11. 2	Méthode des sections (Cullmann)	17
	I.11. 3	Méthode graphique de "Cremona"	20
		I.11. 3.1 Etapes de résolution	20
	Réfé	rences bibliographiques	23

Chapitre II Etude analytique de treillis

II.1	Introductio	n	24			
II.2	Calcul des efforts dans les barres du treillis					
	II.2.1	Etude des efforts et sections et la flèche et le poids pour la portée 18 m (50 KN, 100 KN, 150 KN,)	24			
	II.2.1.1	Efforts en fonction de P	27			
	II.2.1.2	Calcul des efforts et sections pour P = 50 KN	27			
	II.2.1.3	Calcul de la flèche pour P= 50 KN	27			
	II.2.1.4	Calcul des efforts et sections pour P =150 KN	29			
	II.2.1.5	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	30			
	II.2.1.6	Calcul de la flèche pour P=150 KN	30			

II.2.1.7	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	31
II.2.1.8	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	31
II.2.1.9	Calcule de la flèche pour P=100 KN	32
II.2.2.	Etude des efforts et section et la flèche et le poids pour la portée 24 m. (50KN, 100 KN, 150 KN,	33
II.2.2.1	Etude des efforts	33
II.2.2 .2	Calcul des efforts et sections pour P=50 KN	33
II.2.2.3	Calcul du poids des barres pour P=50 KN	34
II.2.2.4	Calcule de la flèche pour P=50 KN	34
II.2.2.5	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	35
II.2.2.6	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	35
II.2.2.7	Calcule de la flèche pour P=100 KN	35
II.2.2.8	Calcul des efforts et sections pour P=150 KN	36
II.2.2.9	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	36
II.2.2.10	Calcule de la flèche pour P=150 KN	37
II.2.3	Etude des efforts et sections et la flèche et le poids pour la portée 21m (50 KN, 100 KN, 150 KN,	37
II.2.31	Etude des efforts	38
II.2.3.2	Calcul du poids des barres pour P=50 KN	38
II.2.3.3	Calcul des efforts et sections pour P=50 KN	38
II.2.3.4	Calcul de la flèche pour P=50KN	39
II.2.3.5	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	39
II.2.3.6	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	40
II.2.3.7	Calcul de la flèche pour P=100 KN	40
II.2.3.8	Calcul des efforts et sections pour P=150 KN	41
II.2.3.9	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	41
II.2.3.10	Calcul de la flèche pour P=150 KN	42

Chapitre III Optimisation automatique des structures

III.1	Introduction	43
III.2	Organigramme d'optimisation des structures des couvertures	43
III.3	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m , $F_{max} = 250 \text{ KN}$	44
	III.3.1 Conception	44
	III.3.2 Optimisation de la structure	45
III.4	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m , $F_{max} = 125 \text{ KN}$	51
III.5	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m, F_{max} = 375 KN	52
III.6	Optimisation de la structure 3D, Diamètre =14 m, F_{max} = 125 KN	53

53 56 57 58 58 58 58 58 58
59

Sommaire général

Introduction générale	01
-----------------------	----

Chapitre I Recherche bibliographique

I.1	Général	lités	03
I.2	Définitio	on	04
I.3	Concept	tion technologique	05
I.4	Relation	n entre nœuds et barres	06
	I.4.1	Cas d'appuis mobiles	06
	I.4.2	Cas où la structure repose sur deux appuis A et B fixes	07
I.5	Chargen	nent	07
I.6	Type de	e treillis	08
I.7	Hypothè	eses de calculs	10
I.8	Isostatic	ité et hyperstaticité	10
I.9	Représe	ntation des forces internes	11
	I.9. 1	Force de tension	11
	I.9. 2	Force de compression	12
I.10	Élémen	ts constitutifs	12
I.11	Étude A	analytique du Treillis	13
	I.11. 1	Méthode de nœud	13
	I.11. 2	Méthode des sections (Cullmann)	17
	I.11. 3	Méthode graphique de "Cremona"	20
		I.11. 3.1 Etapes de résolution	20
	Réfé	rences bibliographiques	23

Chapitre II Etude analytique de treillis

II.1	Introductio	n	24
II.2	Calcul des	efforts dans les barres du treillis	24
	II.2.1	Etude des efforts et sections et la flèche et le poids pour la portée 18 m (50 KN, 100 KN, 150 KN,)	24
	II.2.1.1	Efforts en fonction de P	27
	II.2.1.2	Calcul des efforts et sections pour P = 50 KN	27
	II.2.1.3	Calcul de la flèche pour P= 50 KN	27
	II.2.1.4	Calcul des efforts et sections pour P =150 KN	29
	II.2.1.5	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	30
	II.2.1.6	Calcul de la flèche pour P=150 KN	30

II.2.1.7	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	31
II.2.1.8	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	31
II.2.1.9	Calcule de la flèche pour P=100 KN	32
II.2.2.	Etude des efforts et section et la flèche et le poids pour la portée 24 m. (50KN, 100 KN, 150 KN,	33
II.2.2.1	Etude des efforts	33
II.2.2 .2	Calcul des efforts et sections pour P=50 KN	33
II.2.2.3	Calcul du poids des barres pour P=50 KN	34
II.2.2.4	Calcule de la flèche pour P=50 KN	34
II.2.2.5	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	35
II.2.2.6	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	35
II.2.2.7	Calcule de la flèche pour P=100 KN	35
II.2.2.8	Calcul des efforts et sections pour P=150 KN	36
II.2.2.9	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	36
II.2.2.10	Calcule de la flèche pour P=150 KN	37
II.2.3	Etude des efforts et sections et la flèche et le poids pour la portée 21m (50 KN, 100 KN, 150 KN,	37
II.2.31	Etude des efforts	38
II.2.3.2	Calcul du poids des barres pour P=50 KN	38
II.2.3.3	Calcul des efforts et sections pour P=50 KN	38
II.2.3.4	Calcul de la flèche pour P=50KN	39
II.2.3.5	Calcul des efforts et sections pour P=100 KN	39
II.2.3.6	Calcul du poids des barres pour P=100 KN	40
II.2.3.7	Calcul de la flèche pour P=100 KN	40
II.2.3.8	Calcul des efforts et sections pour P=150 KN	41
II.2.3.9	Calcul du poids des barres pour P=150 KN	41
II.2.3.10	Calcul de la flèche pour P=150 KN	42

Chapitre III Optimisation automatique des structures

III.1	Introduction	43
III.2	Organigramme d'optimisation des structures des couvertures	43
III.3	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m , $F_{max} = 250 \text{ KN}$	44
	III.3.1 Conception	44
	III.3.2 Optimisation de la structure	45
III.4	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m , $F_{max} = 125 \text{ KN}$	51
III.5	Optimisation de la structure 3D, Diamètre = 21 m, F_{max} = 375 KN	52
III.6	Optimisation de la structure 3D, Diamètre =14 m, F_{max} = 125 KN	53

53 56 57 58 58 58 58 58 58
59