

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITÉ MOHAMED EL BACHIR EL IBRAHIMI BORDJ BOU ARRERIDJ
FACULTÉ DE SCIENCE ET TECHNOLOGIES
DÉPARTEMENT DE ELECTROMÉCANIQUE

Thèse de DOCTORAT 3^{ème} Cycle

Filière : Électrotechnique

Option : Commande électrique

Thème

MODÉLISATION STATIQUE ET DYNAMIQUE DE L'HYSTÉRÉSIS
MAGNÉTIQUE DANS LES MATÉRIAUX FERROMAGNÉTIQUES

Présenté par : AIDEL Sofiane

Soutenu le 07/05/2024

Devant le jury composé de :

Président	Pr. KESSAL Abdelhalim	Professeur à l'Université de B. B. Arréridj.
Rapporteur	Pr. HAMIMID Mourad	Professeur à l'Université de B. B. Arréridj.
Examineurs	Pr. <i>RAHMANI Lazhar</i>	Professeur à l'Université de Sétif.
	Pr. <i>CHAKROUN Salim</i>	Professeur à l'Université de M'sila.
	Pr. BENCHIEKH Abdelhalim	Professeur à l'Université de B. B. Arréridj.

Année universitaire : 2023 /2024

Dédicaces

*À mon père et ma mère,
À toute la famille et à tous les chères mes amis.*

Remerciements

Je rends grâce à Allah le Tout-Puissant pour m'avoir accordé le courage et la force de mener à bien ce modeste travail. Je suis également infiniment reconnaissant envers mes parents pour leur soutien inconditionnel, qu'il soit financier ou moral, ayant grandement contribué à la réussite de ce parcours. Je remercie également chacun d'entre vous qui a contribué à ce travail. Je commence par exprimer ma profonde gratitude envers mon directeur de thèse, Monsieur Mourad Hamimid, professeur à l'Université Bordj Bou Arréridj. Je lui suis reconnaissant pour ses idées novatrices, son assistance inestimable tout au long de cette thèse, ainsi que pour ses encouragements constants. J'adresse mes plus sincères remerciements aux membres du jury pour leur précieuse évaluation et leurs commentaires constructifs.

Pr. KESSAL Abdelhalim professeur à l'Université de Bordj Bou Arréridj.

Pr. HAMIMID Mourad professeur à l'Université de Bordj Bou Arréridj.

Pr. CHAKROUN Salim professeur à l'Université de M'sila.

Pr. RAHMANI Lazhar professeur à l'Université de sétif.

Pr. BENCHEIKH Abdelhalim professeur à l'Université de Bordj Bou Arréridj.

Je tiens à exprimer ma gratitude à tous ceux qui ont contribué au succès de mon travail. Il est impossible pour moi d'oublier les précieux collègues que j'ai rencontrés tout au long de mes études ; ils méritent mes remerciements particuliers. Mes remerciements vont également à chacun de mes amis pour leur soutien inestimable. Enfin, je ne saurais conclure sans exprimer ma reconnaissance envers tous les enseignants estimés qui ont joué un rôle essentiel dans ma formation scolaire. C'est grâce à eux que j'ai pu rédiger ces lignes, et je leur adresse mes remerciements les plus sincères ainsi que ma profonde gratitude.

Bordj Bou Arréridj, le 07-05-2024

Résumé

Les pertes de fer représentent un défi significatif pour l'efficacité des dispositifs électriques tels que les transformateurs et les machines rotatives, soulignant la nécessité d'une estimation précise pour optimiser les performances, l'efficacité énergétique et la rentabilité. Ces pertes se manifestent dans la région de saturation de la boucle d'hystérésis sous des conditions de haute fréquence, entraînant un impact substantiel sur les propriétés magnétiques du dispositif. Cette étude utilise le modèle bien établi de *Jiles-Atherton* (J-A) pour modéliser de manière exhaustive les pertes de fer dans les matériaux ferromagnétiques sous des régimes quasi-statiques et dynamiques. Bien que le modèle *Jiles-Atherton* (J-A) capture efficacement l'hystérésis quasi-statique, il peine à générer des boucles d'hystérésis mineures à des niveaux d'induction variables. Pour remédier à cette limitation, notre recherche propose des solutions novatrices en introduisant trois fonctions utilisant la fonction hypergéométrique du flux magnétique au lieu des paramètres de magnétisation de *Langevin* et du paramètre d'ancrage. Dans le régime dynamique, deux modèles novateurs sont présentés pour étendre le modèle statique de (J-A) et prendre en compte les effets de fréquence. Le premier modèle adopte une approche dynamique en tenant compte d'effets cruciaux de champ contraire, notamment les courants de *Foucault* et le champ excédentaire. Le champ excédentaire est dérivé du modèle Loss-Surface (L-S), démontrant une bonne concordance avec les mesures pour des matériaux 3% Fe-Si dans les plages quasi-statique et moyenne fréquence. En plus, le deuxième modèle, basé sur le concept de champ excédentaire dérivé de la viscosité magnétique, donne des résultats intéressants, en particulier dans la région de saturation, en abordant le gonflement des cycles d'hystérésis. Ces améliorations permettent une modélisation précise des pertes de fer sur une large gamme de fréquences dans les matériaux ferromagnétiques.

Mots clés - *Hystérésis, modèle de Jiles-Atherton, régime quasi-statique, régime dynamique, fonction hypergéométrique, loss-surface, champ effectif, pertes par excès, équation de la viscosité magnétique, effet de fréquence, pertes en fer.*

Abstract

Iron losses pose a significant challenge to the efficiency of electrical devices, such as transformers and rotating machines, emphasizing the need for accurate estimation to optimize performance, energy efficiency, and cost-effectiveness. These losses manifest in the saturation region of the hysteresis loop under high-frequency conditions, causing a substantial impact on the magnetic properties of the device. This study employs the well-established *Jiles-Atherton* (J-A) model to comprehensively model iron losses in ferromagnetic materials under both quasi-static and dynamic regimes. While the *Jiles-Atherton* (J-A) model effectively captures quasi-static hysteresis, it falls short in generating minor hysteresis loops at varying induction levels. To address this limitation, our research proposes innovative solutions by introducing three functions utilizing the hypergeometric function of magnetic flux instead of *Langevin* magnetization parameters and the pinning parameter. In the dynamic regime, two novel models are introduced to extend the static *Jiles-Atherton* (J-A) model and accommodate frequency effects. The first model adopts a dynamic approach, considering critical counter-field effects, specifically eddy currents and excess field. The excess field is derived from the Loss-Surface (L-S) model, demonstrating good agreement with measurements for 3% Fe-Si materials in the quasi-static and medium-frequency ranges. Furthermore, the second model, based on the concept of excess field derived from magnetic viscosity, yields promising results, particularly in the saturation region, addressing the swelling of hysteresis loops. These improvements make a significant contribution to the accurate modelling of iron losses over a wide range of frequencies in ferromagnetic materials.

The keywords — *Hysteresis, Jiles-Atherton Model, Quasi-static regime, Dynamic regime, hypergeometric function, loss-surface, Effective field, Excess losses, Viscous-type equation, Frequency effect, Iron losses.*

تمثل فقدان الحديد تحديًا كبيرًا لكفاءة الأجهزة الكهربائية، مثل المحولات والآلات الدوارة، مما يبرز الحاجة إلى تقدير دقيق لتحسين الأداء والكفاءة الطاقية والفعالية التكاليفية. يظهر هذا الفقدان في منطقة التسخين لحلقة الهيسثيريسس تحت ظروف التردد العالي، مما يتسبب في تأثير كبير على الخصائص المغناطيسية للجهاز.

تستخدم هذه الدراسة نموذج **Jiles-Atherton (J-A)** المعترف به على نطاق واسع لنمذجة فقدان الحديد بشكل شامل في مواد الحديد المغناطيسية تحت كل من الأنظمة الكهربائية الساكنة والديناميكية. وعلى الرغم من أن نموذج **Jiles-Atherton (J-A)** فعال في نمذجة الهيسثيريسس الكهربائية الساكنة، إلا أنه يعاني من صعوبة في توليد حلقات هيسثيريسس فرعية عند مستويات التسخين المتغيرة.

للتغلب على هذا القيد، تقدم بحثنا حلاً مبتكرًا حيث تُقدم ثلاث وظائف تستفيد من الدالة الهايبرجيو مترية لمجال المغناطيس بدلاً من معاملات مغناطيس لانجفين ومعلمة التثبيت.

في النظام الديناميكي، نقدم نموذجين جديدين يوسعان نموذج **Jiles-Atherton (J-A)** الساكن لاحتساب تأثيرات التردد. يعتمد النموذج الأول على منهج ديناميكي يأخذ في اعتباره تأثيرات الحقل العكسي الحيوية، تحديداً التيارات الدوارة والحقل الفائض. يتم استخلاص الحقل الفائض من نموذج **Loss-Surface (L-S)**، الذي يظهر توافقاً جيداً مع قياسات مواد الحديد والسيلسيوم بنسبة 3% في النطاقين الساكن والتردد المتوسط.

علاوة على ذلك، يُظهر النموذج الثاني، القائم على مفهوم الحقل الفائض المشتق من لزوجة المغناطيس، نتائج واعدة، خاصة في منطقة التسخين، مع التركيز على توسيع حلقات الهيسثيريسس. تلك النتائج تُساهم في نمذجة أعمق لفقدان الحديد في المواد الحديدية المغناطيسية عبر نطاق واسع من التردد.

Les travaux effectués dans cette thèse

Publications internationales :

Sofiane, AIDEL., Hamimid, Mourad. (2023). "Improving the swelling phenomenon in the dynamic Jiles-Atherton hysteresis model using magnetic viscosity." *Instrumentation Mesure Métrologie*, Vol. 22, No. 4, pp. 169-175. <https://doi.org/10.18280/i2m.220405>.

Communications internationales :

1.AIDEL Sofiane, Hamimid Mourad. "Accurate prediction of loops shapes in dynamic regime using the modified Jiles-Atherton model" 7ème colloque sur l'inductique CI'2021, Fait à Constantine, le 11 Mai 2022.

2.AIDEL Sofiane, Hamimid Mourad. "Dynamic hysteresis loops using the Jiles Atherton Model based on Loss-surface" The 2nd Electrical Engineering International Conference EEIC'23, Fait à Bejia, le 5 décembre 2023.

Table des matières

Introduction Générale	2
1 PHYSIQUE DU MAGNÉTISME	3
1.1 Introduction	4
1.2 Origine de magnétisme	4
1.2.1 Les moments magnétiques	4
1.3 Les grandeurs magnétiques	7
1.4 Susceptibilité et perméabilité magnétique [22]	7
1.5 Matériaux magnétiques :	8
1.5.1 Matériaux diamagnétique :	8
1.5.2 Matériaux paramagnétique	9
1.5.3 Les modèles paramagnétiques	9
1.5.4 Les matériaux ferromagnétisme	12
1.5.5 La théorie du ferromagnétisme	13
1.5.6 Configuration en domaines magnétiques	15
1.5.7 Mécanisme d’hystérésis	17
1.5.8 Processus de l’aimantation	19
1.6 Classification des matériaux ferromagnétique	21
1.7 Les pertes statique et dynamique dans les matériaux magnétiques	22
1.7.1 Formules d’expression des pertes	22
1.7.2 Principe de séparation des pertes	23
1.8 Conclusion	25
2 Modèles d’Hystérésis Magnétique	26
2.1 Introduction	27
2.2 Les modèles analytiques	27
2.2.1 Modèles d’hystérésis de <i>Rayleigh</i>	27
2.2.2 Modèle de <i>Fröhlich</i>	29
2.2.3 Modèle polynomial	31
2.2.4 Modèle de Potter	32
2.2.5 Modèle à fonctions multiples	33
2.3 Les modèles physiques	35
2.3.1 Modèle d’Ising	35
2.3.2 Modèle de Stoner-Wohlfarth	37
2.3.3 Modèle d’Amir Nouredine	37
2.3.4 Les modèles de type Chua	38
2.3.5 Modèle de BRAUER[60]	39
2.3.6 Modèle de Jiles-Atherton	40

2.3.7	Modèle inverse de Jiles-Atherton	41
2.3.8	Modèle énergétique	42
2.4	Les modèles dynamiques	44
2.4.1	Modèle de Duhem	44
2.4.2	Modèle de Preisach-Bertotti	45
2.4.3	Modèle de Jiles- Szczyglowski	46
2.4.4	Modèle hybride dynamique	46
2.5	Choix de modèle	46
2.6	Conclusion	47
3	Étude statique du modèle Jiles-Atherton	48
3.1	Introduction	49
3.2	Modèle original de Jiles-Atherton	49
3.2.1	La courbe anhystérétique	49
3.2.2	Composantes de l'aimantation	52
3.3	Formulation original du modèle Jiles-atherton	53
3.3.1	Modèle de Jiles-Atherton direct $M(H)$	53
3.3.2	Modèle de Jiles-atherton inverse $M(B)$	55
3.4	Modèle de Jiles-Atherton modifié	57
3.4.1	Résolution le Jiles-Atherton modifié	59
3.4.2	Effet des paramètres du modèle modifiée (J-A) sur la forme du cycle d'hystérésis	62
3.5	Identification des paramètres de modèle	65
3.5.1	Détermination des paramètres de MJA [2]	66
3.5.2	Validation des résultats	69
3.6	Amélioration de MJA	71
3.6.1	Les cycles mineurs générés par MJA	72
3.7	Conclusion	77
4	Extension dynamique du modèle de Jiles-Atherton	78
4.1	Introduction	79
4.2	Modélisation des pertes magnétiques	79
4.2.1	Modèle de Berttoti	81
4.3	Extension de J-A par le modèle de Lose-surface	82
4.3.1	Modèle de (L-S)	82
4.3.2	Modèle de type visqueux magnétique	85
4.4	Amélioration le modèle dynamique	88
4.4.1	Résultat and discussions	90
4.5	Conclusion	102
	Conclusion Générale	105
	Références	106

Table des figures

1.1	Représentation le moment orbital	4
1.2	Orientation possible de \vec{L} suivant les valeurs discrètes de m_l	6
1.3	: Matériau diamagnétique. (a) Moments magnétique (b) Comportement diamagnétique	8
1.4	Comportement paramagnétique. (a) induction en fonction de champ.(b) variation de la Susceptibilité en fonction de la température	9
1.5	L'énergie de l'atome en fonction le champ magnétique extérieur B	10
1.6	Structure en domaines d'un matériau ferromagnétique [14].	16
1.7	Configuration des parois des domaines magnétiques [14]	16
1.8	a)Les parois du domaine orientées à 180°, b) Les parois du domaine orientées à 90°.	17
1.9	Cycle d'hystérésis d'un matériau aimanté	18
1.10	L'évolution des moments magnétique pour un domaine ferromagnétique	20
1.11	Cycle d'hystérésis pour les matériaux doux	21
1.12	Cycle d'hystérésis pour les matériaux durs	22
1.13	Gonflement de cycle d'hystérésis	23
1.14	Comparaison des contributions aux pertes totales dans les tôles FeSi 3% à différentes fréquences.	23
1.15	Schéma de la distribution du courant de Foucault dans un laminage de largeur et d'épaisseur d	24
2.1	Cycle d'hystérésis en utilisant le modèle de Rayleigh avec la forme du champ et de l'induction magnétique.	29
2.2	Cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Fröhlich	31
2.3	La courbe de première aimantation obtenue par le modèle polynomial pour ($7 \leq n \leq 14$).La valeur maximale est atteinte lorsque $n = 7$, et la valeur minimale lorsque $n = 14$	32
2.4	Le cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Potter, (a) $M(H)$, (b) $B(H)$	33
2.5	Cycle majeur d'hystérésis modélisé avec le modèle à fonctions multiples	34
2.6	Représentation à deux dimensions d'un réseau cristallin de fer avec les moments magnétiques	35
2.7	Moments magnétiques voisins du moment i	36
2.8	Courbe $B - H$ simulée avec le modèle de <i>Brauer</i>	40
2.9	Cycle d'hystérésis (2.8.c) avec l'induction magnétique (2.8 b) et le champ magnétique (2.8 a)obtenus avec le modèle de J-A	42
2.10	Cycle d'hystérésis générée par le modèle énergétique.	44
3.1	Evolution de l'aimantation anhystérétique en fonction du champ magnétique effectif appliqué.	51

3.2	La déformation réversible d'une paroi sous l'influence d'un champ magnétique extérieur.	52
3.3	Saut brusque de paroi sous l'action d'un champ extérieur [26].	52
3.4	Comportement non physique au voisinage de la saturation d'un cycle majeur	57
3.5	Procédure de la résolution par Euler modifiée	60
3.6	Résolution de l'équation inverse <i>MJA</i> avec une Pas $h = 0.0037$. (a) cycle complet et (b) courbe de premier aimantation.	61
3.7	Courbe d'aimantation. (a) réversible, (b) irréversible, (c) anhystérétique et (d) l'aimantation totale.	62
3.8	Effet de la valeur k sur le cycle d'hystérésis.	63
3.9	Effet de la valeur a sur le cycle d'hystérésis.. . . .	64
3.10	Effet de la valeur c sur le cycle d'hystérésis.. . . .	64
3.11	Effet de la valeur α sur le cycle d'hystérésis.. . . .	65
3.12	Le rôle des susceptibilités différentielles dans la détermination des paramètres.	66
3.13	organigramme de code de calcul	69
3.14	Comparaison le cycle d'hystérésis calculé avec le cycle mesuré .Réf [42] . .	70
3.15	Comparaison le cycle d'hystérésis calculé avec le cycle mesuré .Réf[42]. . .	71
3.16	Comparaison le cycle d'hystérésis statique, calculé avec le cycle mesuré .Réf [82].	74
3.17	Les cycles d'hystérésis mineurs centrés mesurés et calculé avec le modèle <i>MJA</i> ($B_{max} = 0.15T, 0.25T, 0.5T, 0.75$).	75
3.18	Les cycles d'hystérésis mineurs centrés mesurés et calculé avec le modèle <i>MJA</i> ($B_{max} = 0.5T$).	76
3.19	Les cycles d'hystérésis mineurs centrés mesurés et calculé avec le modèle <i>MJA</i> ($B_{max} = 0.15T, 0.25T, 0.5T, 0.75T$).	77
4.1	Différents modèles pour l'estimation des pertes fer.	80
4.2	Comparaison cycle d'hystérésis calculé avec mesuré pour fréquence 10 Hz. .	83
4.3	Comparaison entre les cycles d'hystérésis calculés et mesurés.	84
4.4	Comparaison entre le champ magnétique calculé et mesuré à 200 Hz . . .	85
4.5	Pertes d'énergie calculées et mesurées à différentes fréquences	85
4.6	Cycle d'hystérésis mesuré à la fréquence de 300 Hz.	88
4.7	L'évolution α_{exc} et G_m en fonction l'induction maximal [29].	89
4.8	Comparaison des cycles d'hystérésis calculés par rapport aux mesures de référence [109] pour une fréquence de 10 Hz.	91
4.9	L'évolution de la fonction fitness en fonction du nombre d'itérations	92
4.10	L'évolution de la fonction α_{exc} en fonction de champ B	93
4.11	Comparaison des cycles d'hystérésis calculés par rapport aux mesures de référence [109] à des fréquences inférieures à 400 Hz	94
4.12	Divergence entre les cycles d'hystérésis calculées et mesurées dans le référence [109] à partir d'une fréquence de 400 Hz	94
4.13	L'évolution de la fonction g_{exc} en fonction de champ B	95
4.14	Comparaison des cycles d'hystérésis calculés par rapport aux mesures de référence [109] à différentes fréquences.	96
4.15	Cycles d'hystérésis prédites à différentes fréquences	97
4.16	Pertes d'énergie calculées et mesurées à différentes fréquences	98
4.17	Induction magnétique simulée à 175 Hz déformée par une 3ème harmonique à 0 et 90 degrés.	99

4.18	Comparaison des cycles d'hystérésis à 175 Hz déformés par une 3ème harmonique à 90 degrés avec le cycle mesuré[42]	99
4.19	Comparaison des cycles d'hystérésis à 175 Hz déformés par une 3ème harmonique à 0 degré avec le cycle mesuré[42].	100
4.20	Comparaison des cycles d'hystérésis calculés avec les mesures à 800 Hz [42].	101
4.21	Comparaison cycles d'hystérésis calculées avec mesurées[42]	102

Liste des tableaux

1.1	Susceptibilités magnétiques de matériaux paramagnétiques à température ambiante.	9
2.1	Les paramètres de modèle énergétique	43
3.1	Quelques expressions de la fonction anhystérétique	51
3.2	Propriétés physique des paramètres de modèle J-A	56
3.3	Paramètres Mesurés d'un matériau M400-50A	70
3.4	Paramètres Mesurés d'un matériau M400-50A	71
3.5	Paramètres de modèle de MJA Réf. [22].	73
3.6	coefficients optimisés.	75
4.1	Paramètres quasi-statiques du modèle de (MJA)	83
4.2	Paramètres dynamiques de MJA.	84
4.3	Paramètres quasi-statiques du modèle de (MJA)	90
4.4	Paramètres dynamiques	92
4.5	Paramètres dynamiques de g_{exc}	95
4.6	Erreurs relatives comparées aux mesures à différentes fréquences	97
4.7	Valeur des coefficients de $C3(B_{max})$	101

Liste des acronymes

NO	Grains Non Orientés
GO	Grains Orientés
Fe — Si	Fer Silicium
J—A	Modèle d’Hystérésis de Jiles-Atherton
MJA	Modèle Modifié de Jiles-Atherton
ET	(Exponentielle Transformation)
LS	Modèle de Loss-Surface

Liste des symboles

μ_l	le moment magnétique
L_z	moment cinétique d'un électron sur une direction donnée dans l'espacez
μ_B	le magnéton de Bohr
α_{exc}	Exposant de champ excidentiare
$a_{min}, \alpha_{min}, k_{min}$	les paramètres de cycles d'hystérésis mineurs.
$a_{maj}, \alpha_{maj}, k_{maj}$	les paramètres de cycle majeur,
δ	paramètre directionnel
c	Paramètre du modèle de Jiles-Atherton
η	Constante de Rayleigh
E_{ech}	l'énergie d'échange
E_{zeeman}	L'énergie Zeeman magnetique
E_{mc}	l'énergie d'anisotropie magnétique
H	Champ magnétique
H_m, H_{max}	Champ magnétique maximum
H_c	Champ magnétique coercitif
H_{ext}	Champ magnétique externe
H_D	Champ démagnétisant
H_{int}	Champ magnétique interne
H_{dyn}	Champ magnétique dynamique
H_{stat}	Champ magnétique statique
H_{edd}	Champ magnétique associé aux courants de Foucault
H_{exc}	Champ magnétique associé aux parois de domaines (excédentaires)
H_0	Potentiel interne supporté par les parois
H_{mes}	Champ magnétique mesuré
K_B	Constante de Boltzmann
K_{fm}	Paramètre du modèle de fonction multiple
K	Paramètre du modèle de Jiles-Atherton
K_p	constante du modèle de fonction polynomiale
M	Aimantation
M_r	Aimantation rémanente

M_s	Aimantation à saturation
M_{rev}	Aimantation réversible
M_{irr}	Aimantation irréversible
m_0	Moment magnétique orbital
μ	Perméabilité magnétique
μ_r	Perméabilité magnétique relative
μ_0	Perméabilité magnétique du vide
μ_{in}	Perméabilité magnétique initiale
W	Énergie
	l'énergie potentielle d'un moment
W_{para}	magnétique dans les matériaux paramagnétique
W_{hyst}	Pertes par hystérésis
W_{edd}	Pertes par courants de Foucault
W_{exc}	Pertes supplémentaires (excédentaires)
χ	Susceptibilité magnétique
χ_{in}	Susceptibilité magnétique initiale
χ_{rev}	Susceptibilité magnétique réversible (incrémentale)
χ_{diff}	Susceptibilité magnétique différentielle
χ_{tot}	Susceptibilité magnétique totale
χ_{max}	Susceptibilité magnétique maximale
χ_{para}	susceptibilité paramagnétique
T_c	Température de Curie
B_{sat}	Induction magnétique à saturation
B	Induction magnétique
B_{max}, B_m	Induction magnétique maximale
B_r	Induction magnétique rémanente
B_e	Induction magnétique effective
C_{edd}	Coefficient associé aux pertes par courants de Foucault
C_{hys}	Coefficient associé aux pertes par hystérésis
C_{exc}	Coefficient associé aux pertes excédentaires
P_m	La probabilité qu'un moment magnétique
g_{exc}	Fonction polynômiale de champ excédentaires
M_{atom}	Moment magnétique moyen par atome

Introduction Générale

Les matériaux magnétiques sont au cœur de la conception des dispositifs électromagnétiques, y compris les transformateurs et les machines tournantes. L'un des facteurs les plus critiques affectant les performances de ces dispositifs c'est les pertes en fer, qui a un impact significatif sur leur efficacité. Il est essentiel d'estimer avec précision et de réduire les pertes en fer pour optimiser les performances globales, l'efficacité énergétique et la rentabilité de ces dispositifs. Pour ce faire, il est essentiel de comprendre et d'étudier le cycle d'hystérésis, en particulier son impact sur les pertes en fer, au cours de la phase de conception. La compréhension de ce phénomène est une condition préalable pour prédire et gérer efficacement les pertes en fer. Il existe différentes approches de modélisation, allant des approches purement mathématiques aux approches phénoménologiques, en passant par les approches fondées sur des principes physiques[1][2][3] . Lorsque des courants induits à haute fréquence sont impliqués, cela entraîne la distorsion du cycle d'hystérésis, ce que l'on appelle communément le "gonflement de l'hystérésis" [4][5] . Par conséquent, il est impératif de prendre en compte cette contribution à la loi de comportement. Dans le contexte d'une étude dynamique, des modèles et des extensions des modèles statiques ont été développées pour intégrer l'effet des courants induits[6][7][8][9][10][11] . Généralement, cette contribution dynamique de l'extension des modèles repose sur les courants de Foucault et les pertes par excès, et divers modèles ont été proposés dans la littérature [12][13][14][15]pour aborder cette problématique. L'intégration du modèle dynamique de J - A dans une simulation numérique pour évaluer les pertes en fer se révèle être un outil efficace pour modéliser et prédire ces pertes, en particulier pour les tôles électriques en acier, comme en témoignent plusieurs études[10][12] . Généralement, les modèles dynamiques basés sur le modèle de Jiles-Atherton sont élaborés en se fondant sur la théorie de Bertotti[16] . Pour prédire les caractéristiques fréquence-perte indéterminées et contrôler les formes dynamiques anormales des cycles. Une autre approche basée sur la viscosité magnétique a été proposée dans la référence. [17], ce qui permet de représenter les caractéristiques du phénomène d'hystérésis par la détermination la formule des pertes en excès. De plus, cette approche donne des résultats acceptables par rapport aux mesures expérimentales[18][19] . La principale difficulté rencontrée dans les travaux mentionnés est la connaissance préalable du niveau de densité de flux magnétique où le gonflement est observé. Dans le premier chapitre, nous commençons notre étude des fondements du

magnétisme en abordant les principales grandeurs physiques. Nous donnerons un aperçu de leur origine à différentes échelles d'étude, en commençant par l'échelle atomique. Nous décrivons ensuite en détail et classons les matériaux magnétiques, en tenant compte des valeurs et des signes des grandeurs magnétiques. Nous explorerons également le mécanisme de l'hystérésis, en nous intéressant à l'organisation interne du matériau, à l'existence et à la mobilité des parois, ainsi qu'aux différents types d'énergie impliqués. Enfin, la dernière section de ce chapitre se concentre spécifiquement sur la caractérisation des matériaux ferromagnétiques. Nous expliquerons le processus d'aimantation et examinerons les différents phénomènes liés à l'origine des pertes magnétiques. Dans le deuxième chapitre, nous examinerons les principaux modèles d'hystérésis que l'on trouve dans la littérature scientifique, classés en modèles analytiques, phénoménologiques et physiques. Ce chapitre est structuré en deux sections principales. La première section présente les modèles analytiques, qui se basent sur des représentations mathématiques pour décrire le comportement de l'hystérésis. En outre, nous explorerons les modèles physiques qui reposent sur une compréhension approfondie des mécanismes physiques fondamentaux à l'origine des phénomènes d'hystérésis. Dans la deuxième section, notre focalisation se portera sur les modèles dynamiques, construits sur la base des modèles quasi-statiques en prenant en considération l'impact des effets de fréquence. Cette extension permet une compréhension plus approfondie du comportement de l'hystérésis, notamment dans des scénarios dynamiques. Le troisième chapitre, sera dédié à la modélisation de l'hystérésis magnétique en utilisant le modèle de $J-A$. Nous procéderons à un examen approfondi de ce modèle. On commencera par la présentation générale du modèle hystérésis ($J-A$), ensuite on donnera la simulation et la validation de ce modèle. puis nous aborderons la simulation des paramètres de ce modèle sera présentée. Enfin, nous présenterons une amélioration de la technique d'identification des paramètres de ce modèle. Afin de valider l'efficacité de cette méthode, nous allons utiliser le cycle d'hystérésis mesurée dans le quasi-statique pour de matériau magnétique M400-50A. À la fin du chapitre, nous apporterons des améliorations au modèle MJA afin d'obtenir une représentation plus précise des cycles d'hystérésis mineures. Cette amélioration sera réalisée en intégrant la fonction hypergéométrique. Dans le quatrième chapitre, étendre et améliorer le modèle de MJA dans le régime dynamique. Nous aborderons deux formulations différentes du champ dynamique, en mettant particulièrement en évidence le champ d'excès. La première formulation se fonde sur le modèle L-S, qui sert de base à notre approche du champ dynamique. étendre et améliorer le modèle. La seconde formulation, basée sur la viscosité magnétique, intègre deux formulations qui sont modifiés en fonction de l'intensité du champ magnétique. Cette proposition est en bon accord avec les données expérimentales de Fe-si (M400-50A), en particulier à des fréquences plus élevées, où les cycles d'hystérésis présentent un gonflement.

Chapitre 1

PHYSIQUE DU MAGNÉTISME

1.1 Introduction

Les progrès de la recherche scientifique dépendent des matériaux magnétiques et de leurs propriétés fondamentales, ainsi que de leurs multiples applications dans divers domaines tels que l'industrie, la médecine, l'ingénierie et bien d'autres domaines encore. Les matériaux magnétiques revêtent une grande importance technique en raison de la diversité de leurs caractéristiques. De plus, le magnétisme joue un rôle essentiel dans la compréhension des propriétés fondamentales de la matière. Ces matériaux trouvent une utilité considérable dans un large éventail d'applications techniques. Pour garantir des performances optimales, tant sur le plan économique que technique, les techniciens doivent déterminer avec précision les paramètres magnétiques de ces dispositifs. Par conséquent, il devient essentiel d'acquérir une compréhension globale des matériaux magnétiques à plusieurs niveaux d'étude, de l'échelle atomique à l'échelle macroscopique. Ainsi, pour mieux comprendre les effets macroscopiques que nous observons, il est essentiel de les considérer comme des résultats de phénomènes microscopiques.

1.2 Origine de magnétisme

1.2.1 Les moments magnétiques

Quand un électron en mouvement autour du noyau constitue un courant électrique circulaire élémentaire. Selon la théorie classique des phénomènes électromagnétiques, un courant fermé représente la source du magnétisme. Il a été observé que l'effet magnétique d'un courant fermé (c'est-à-dire un circuit parcouru par un courant électrique) est déterminé par le produit de l'intensité du courant i et de l'aire du circuit S [20]. Ce concept est appelé le moment magnétique :

$$\mu_l = Si \quad (1.1)$$

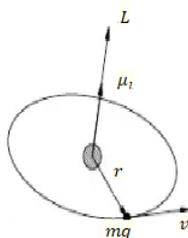


FIGURE 1.1 – Représentation le moment orbital

Pour établir la relation entre le moment magnétique μ et le moment cinétique L d'une particule chargée en mouvement le long d'un cercle de rayon r et de sa vitesse v , nous pouvons recourir aux concepts de la mécanique classique et de l'électromagnétisme.

$$\mu_l = Si = \frac{qv}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{q}{2m} L \quad (1.2)$$

Tel que la formule de courant dans ce cas est représentée par la formule suivante :

$$i = \frac{q}{T} = \frac{qv}{2\pi r} \quad (1.3)$$

et le moment cinétique L d'une particule en mouvement est donné par la formule :

$$L = mvr \quad (1.4)$$

Dans le contexte des microparticules, la théorie quantique établit une correspondance fondamentale entre les moments orbitaux mécaniques et magnétiques d'un électron. Cette relation est symbolisée par l'équation : $q = -e$ où e représente la charge élémentaire de l'électron et q est la quantité d'électrons, tandis que m est la masse de l'électron. Donc la relation entre le moment magnétique μ_l et le moment cinétique L pour une charge d'électrons de vitesse en mouvement le long d'un cercle est donnée par :

$$\mu_l = -\frac{e}{2m} L \quad (1.5)$$

Au début du siècle dernier, lors de la création d'un modèle atomique, *Niels Bohr* a avancé des hypothèses cruciales pour la description de l'atome d'hydrogène. La plus significative de ces hypothèses stipulait que les électrons n'émettraient pas d'énergie s'ils possédaient un moment cinétique qui était un multiple entier de la constante de *Planck* (h) divisée par 2π . Cette proposition révolutionnaire a ensuite permis à *Bohr* de calculer avec succès les raies observées dans le spectre de l'hydrogène. Le moment cinétique résultant du mouvement orbital des électrons dans l'espace est appelé moment cinétique orbital[21]. Selon la théorie quantique, le module de la vectrice impulsion orbitale est égal à :

$$|\vec{L}| = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad (1.6)$$

Où l : est le nombre quantique orbital, qui prend les valeurs 0, 1, 2, ... prend des valeurs discrètes. Une autre conclusion importante découle de la théorie quantique que la projection du moment cinétique d'un électron sur une direction donnée dans l'espace est également quantifiée comme le montre la figure (1.2) :

$$L_z = \hbar m_l \quad (1.7)$$

où m_l est un nombre quantique magnétique qui prend les valeurs $-l, -l+1, \dots, l$ (soit un total $2l+1$ valeurs).

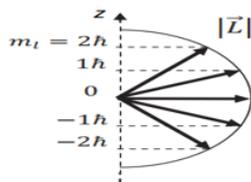


FIGURE 1.2 – Orientation possible de \vec{L} suivant les valeurs discrètes de m_l

La présence d'un champ magnétique modifie les niveaux d'énergie des électrons dans l'atome, comme illustré dans les spectres optiques. Les émissions des atomes sous forme de quanta de lumière résultent d'électrons se déplaçant à des niveaux d'énergie plus faibles. Ces spectres sont altérés par la présence d'un champ magnétique comme le montre l'effet Zeeman [21]. En effet l'expérience de *Stern et Gerlach* (1920) laisse supposer qu'il existe deux types d'électrons n'ayant pas la même énergie. Ainsi, en 1925, la notion de spin a été formulée. Tout comme l'électron a un moment cinétique orbital noté L en raison de son mouvement autour du noyau, il possède également un moment cinétique intrinsèque ou de spin noté S . Le moment cinétique de spin doit obéir aux mêmes règles que le moment cinétique orbital c'est-à-dire à la quantification de son module et de sa projection [22], l'expression suivante est validée :

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)} \quad (1.8)$$

Où S est appelé spin de l'électron et prend la valeur $\pm 1/2$. Sa projection prend les valeurs $\hbar m_s$ où m_s est appelé nombre quantique magnétique de spin et prend les valeurs $\pm 1/2$. D'après la relation (1.5), on peut déduire la relation entre les modules de moment cinétique de l'orbite $|\vec{L}|$ et le moment magnétique $|\vec{\mu}_l|$ par :

$$|\vec{\mu}_l| = \sqrt{l(l+1)} \frac{\hbar e}{2m} \quad (1.9)$$

Le rapport $\hbar e/2m$ est communément appelé le magnéton de Bohr, symbolisé par $|\vec{\mu}_B|$. Ici, \hbar représente la constante de ($\hbar = h/2\pi$), où h est la constante de Planck avec une valeur d'environ ($h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}^{-1}$) e est la charge de l'électron ($e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) et m est la masse de l'électron ($m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$) [23]. En ce qui concerne le moment induit par le spin, l'expérience démontre que le rapport entre le moment cinétique et le moment magnétique du spin est le double de celui créé par l'orbitale, comme le décrit la formule suivante :

$$\frac{|\vec{\mu}_l|}{|\vec{S}|} = \frac{\hbar e}{2m} \quad (1.10)$$

Avec $g = 2.002290716$, le facteur g d'un électron libre, également connu sous le nom de facteur de Landé, le moment magnétique total μ d'un électron libre est donné par :

$$|\vec{\mu}| = \left(\sqrt{l(l+1)} + g\sqrt{s(s+1)} \right) |\vec{\mu}_B| \quad (1.11)$$

1.3 Les grandeurs magnétiques

À l'échelle macroscopique, où la modélisation du comportement magnétique nécessite l'utilisation de quantités physiques, la relation entre la densité du champ magnétique B , l'intensité du champ H et l'aimantation M dans un matériau magnétique peut être décrite par la relation suivante :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (1.12)$$

Où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (A/m)$, la perméabilité du vide. En absence de matériaux magnétiques la relation (1.13) peut être exprimée comme suit :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (1.13)$$

La nouvelle quantité vectorielle, l'aimantation magnétique (M), semble refléter la réponse du milieu au champ électromagnétique. L'aimantation magnétique (M) du matériau est donnée par :

$$\vec{M} = \lim_{dv \rightarrow 0} \left(\frac{1}{dv} \sum_{i=1}^N \vec{m}_i \right) \quad (1.14)$$

Où M représente la somme des moments magnétiques atomiques, m_i est le nombre des moment magnétiques et dv l'élément du volume considéré. À partir de la relation $B = f(H)$ ou $M = f(H)$, nous pouvons représenter graphiquement le processus général de magnétisation en utilisant une courbe d'hystérésis. Ce processus dépend de la géométrie et de la structure du matériau et de certaines constantes magnétiques[24] .

1.4 Susceptibilité et perméabilité magnétique [22]

Nous pouvons maintenant formuler des déclarations générales concernant la perméabilité μ et la susceptibilité magnétique χ . La perméabilité est définie comme le rapport entre le champ magnétique B et le champ H , comme illustré dans l'équation suivante (1.15) :

$$\mu = \frac{\vec{B}}{\vec{H}} \quad (1.15)$$

La susceptibilité magnétique est définie comme le rapport entre l'aimantation M d'un matériau exposé à un champ magnétique et l'intensité du champ H , comme exprimé dans l'équation suivante (1.16) :

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (1.16)$$

En ce qui concerne la perméabilité et la susceptibilité différentielles, elles sont définies respectivement comme la dérivée de B par rapport à H , telles que définies dans les

équations (1.17) et (1.18) :

$$\mu' = \frac{dB}{dH} \quad (1.17)$$

$$\chi = \frac{dM}{dH} \quad (1.18)$$

Il est important de noter que la magnétisation M peut ou non être une fonction linéaire de H , en fonction de la nature du matériau ou du milieu. Par conséquent, il est possible que la perméabilité et la susceptibilité ne soient pas constantes. Dans le système international (SI), on utilise parfois le terme de perméabilité relative (μ_r). La perméabilité relative d'un matériau est déterminée par :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (1.19)$$

1.5 Matériaux magnétiques :

Les matériaux magnétiques peuvent être classés en fonction de leurs valeurs de susceptibilité magnétique et de leurs signes. Il existe différents types de matériaux magnétiques, chacun se distinguant par sa structure unique. Ces matériaux peuvent être classés en trois grandes catégories, décrites ci-dessous.

1.5.1 Matériaux diamagnétique :

Le matériau diamagnétique se caractérise par une susceptibilité relativement négative et une faible amplitude d'ordre, généralement de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-6} . Dans les matériaux diamagnétiques, les moments magnétiques des atomes sont naturellement nuls en l'absence d'un champ magnétique externe. Cela résulte de la compensation mutuelle des moments magnétiques de tous les électrons au sein d'un atome. Par conséquent, lorsqu'un champ magnétique est appliqué au matériau, une aimantation interne apparaît en sens opposé au champ appliqué, comme illustré dans la figure (1.3). [25]

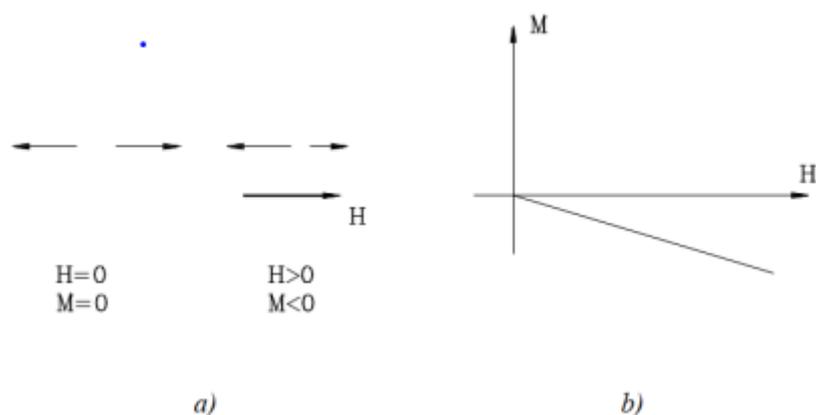


FIGURE 1.3 – : Matériau diamagnétique. (a) Moments magnétique (b) Comportement diamagnétique

1.5.2 Matériaux paramagnétique

Les atomes d'une substance paramagnétique ont leur propre champ magnétique, du fait que dans les paramagnétiques, la somme vectorielle des moments orbitaux et de spin des électrons n'est pas égale à zéro. Lorsqu'un champ magnétique externe est appliqué, les atomes ont tendance à orienter leurs moments magnétiques dans la direction du champ magnétique externe, Cependant, l'agitation thermique perturbe cette tendance. [26] Nous donnons au tableau (1.1) les valeurs de susceptibilité pour certains matériaux paramagnétiques[27]. la loi de comportement de ces matériaux est linéaire, comme le montre la figure (1.4), et nous pouvons calculer la loi $B = \mu_0 H$ dans le vide.

Matériaux	Susceptibilité χ
Aluminium	77.10^{-6}
Tungstène	$3.5.10^{-6}$
Platine	$1.2.10^{-5}$

TABLE 1.1 – Susceptibilités magnétiques de matériaux paramagnétiques à température ambiante.

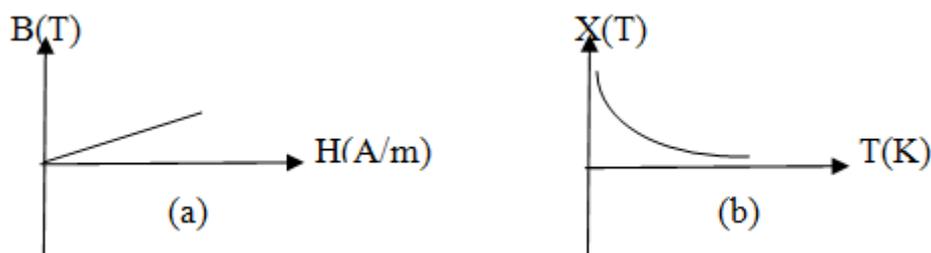


FIGURE 1.4 – Comportement paramagnétique. (a) induction en fonction de champ.(b) variation de la Susceptibilité en fonction de la température

1.5.3 Les modèles paramagnétiques

Comme précédemment mentionné, les propriétés macroscopiques découlent d'un comportement collectif à l'échelle microscopique. Pour cette raison, nous examinerons la description du paramagnétisme à travers deux approches différentes.

- Approche quantique[28] [29] :

Dans cette approche, l'expression de l'aimantation d'un atome magnétique est donnée par $M_m = g\mu_B m$, où g représente le facteur de Landé et μ_B le magnéton de Bohr. La variable vectorielle m est associée au spin. Le facteur de Landé prend en compte les autres nombres quantiques qui caractérisent la dimension, la forme et l'orientation de l'orbitale, qui est la région de l'espace autour du noyau où se trouve l'électron. Le moment magnétique de chaque atome est modélisé par deux états possibles pour m , à savoir $m = (+1/2, -1/2)$. L'énergie de l'atome dans le champ magnétique extérieur B est alors donnée par :

$$E_m = -M_m B \quad (1.20)$$

Nous représentons graphiquement l'énergie en fonction de B et de l'aimantation d'un atome, correspondant aux états de spin $m = (+1/2$ ou $-1/2)$.

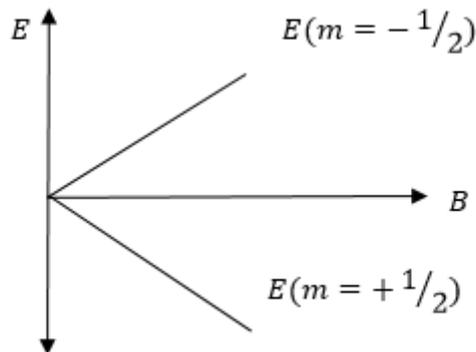


FIGURE 1.5 – L'énergie de l'atome en fonction le champ magnétique extérieur B

La probabilité qu'un moment magnétique ait une certaine énergie est donnée, selon la thermodynamique statistique de *Boltzmann*, par l'équation (1.21) :

$$P_m = \frac{1}{z} \exp\left(-\frac{E_m}{kT}\right) \quad (1.21)$$

Où K et T représentent respectivement la constante de *Boltzmann* et la température. La somme de probabilité dans les deux états de spin est définie comme suit :

$$d = P_{-1/2} + P_{1/2} = \frac{1}{z} \left(\exp\left(\frac{E_m}{kT}\right) + \exp\left(-\frac{E_m}{kT}\right) \right) \quad (1.22)$$

En introduisant $\mu_B/(KT) = x$ La probabilité qu'une particule atome un spin parallèle à B est donnez par :

$$P_+ = \left(\frac{\exp(x)}{\exp(+x) + \exp(-x)} \right) \quad (1.23)$$

De même, la probabilité qu'un atome ait un spin antiparallèle à B est donnée par l'équation (1.24) :

$$P_- = \left(\frac{\exp(-x)}{\exp(+x) + \exp(-x)} \right) \quad (1.24)$$

Le moment magnétique moyen par atome s'en déduit simplement :

$$\langle M_{atom} \rangle = \mu P_- + \mu P_+ = \tanh(x) \quad (1.25)$$

Le moment magnétique de l'ensemble de N particules s'écrit de même :

$$M = N\mu \tanh(x) \quad (1.26)$$

Lorsque $M_{sat} \approx N\mu$ représente la magnétisation de saturation pour un champ magnétique H très élevé on peut approximer M comme suit :

$$M = M_{sat} \tanh(x) \quad (1.27)$$

- Approche macroscopique : [26][30]

Considérons un système de moments magnétiques non interactifs m , chacun étant orienté dans des directions aléatoires, en l'absence d'un champ magnétique externe. Dans cette configuration, la magnétisation macroscopique totale est nulle. Cependant, en présence d'un champ magnétique H , l'énergie potentielle d'un moment magnétique est définie comme suit :

$$W_{para} = -mB = mB \cos(\theta) \quad (1.28)$$

Avec θ l'angle entre m et B . Selon les statistiques de *maxwell-Boltzmann*, à une température absolue T , le nombre de dipôles magnétiques ayant de l'énergie est proportionnel à $\exp\left(-\frac{W_{para}}{KT}\right)$. La distribution du nombre de molécules ayant une énergie comprise entre W_{para} et $W_{para} + dW_{para}$ est déterminée par la statistique de *Boltzmann* de la manière suivante :

$$dn = n_0 \exp\left(-\frac{W_{para}}{KT}\right) \quad (1.29)$$

Où n_0 est une constante choisie telle que l'intégrale de l'équation (1.29) donne le nombre total de molécules N . En utilisant l'équation (1.29), on obtient :

$$dn = n_0 \exp\left(-\frac{W_{para}}{KT}\right) dW_{para} = n_0 \exp\left(-\frac{W_{para}}{KT}\right) d(-mB \cos \theta) = n_0 \exp\left(-\frac{W_{para}}{KT}\right) mB \sin \theta \quad (1.30)$$

Le nombre total de molécules N est déterminé en intégrant l'équation (1.30) sur l'intervalle $[0, \pi]$. La magnétisation nette M de l'échantillon est la somme de tous les moments magnétiques alignés dans la direction de B . Ainsi, la valeur moyenne du moment magnétique sera proportionnelle à :

$$\langle M \rangle = \frac{N \int_0^\pi \cos \theta dn \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi dn \sin \theta d\theta} \quad (1.31)$$

En introduisant $x = \cos \theta$, $z = mB/KT$ et $d\theta = -\sin \theta d\theta$ nous obtenons :

$$\int_1^{-1} xz \exp(zx) = \frac{\exp(z) + \exp(-z)}{z} (\exp(z) - \exp(-z)) \quad (1.32)$$

D'ou

$$\langle M \rangle = Nm \left[\frac{\cosh(z)}{\sinh(z)} - \frac{1}{z} \right] \quad (1.33)$$

Où $L(z)$ est la fonction de *Langevin*. L'aimantation totale pour une assemblée de moments magnétiques indépendants de densité N est donc donnée par :

$$M = NmL(z) = Nm \left[\coth \left(\frac{\mu_0 m B}{KT} \right) - \frac{KT}{\mu_0 m B} \right] \quad (1.34)$$

Lorsque l'amplitude du champ magnétique externe, noté H , atteint un niveau suffisamment élevé, presque tous les moments magnétiques à l'intérieur du matériau s'alignent dans la même direction que H . Cela conduit à ce que l'aimantation M approche une valeur presque égale à son maximum, M_{sat} , ce qui est communément appelé l'aimantation de saturation. Cette observation indique que le comportement macroscopique d'un matériau paramagnétique peut être déduit de ses propriétés microscopiques.

De la même manière, nous allons maintenant décrire le comportement des matériaux ferromagnétiques pour $z < 1$ la fonction de *Langevin* peut être développée comme suit :

$$\coth z = \frac{1}{z} + \frac{z}{3} \quad (1.35)$$

Donc l'équation (1.34) devient :

$$M = \frac{Nmz}{3} = \frac{NmB}{3KT} \quad (1.36)$$

$$\begin{cases} M = \frac{Nm^2 B}{3KT} \\ \mu_0 = \frac{B}{H} \end{cases} \implies \frac{M}{H} = \frac{Nm^2 \mu_0}{3KT} = \frac{C}{T} = \chi_{para} \quad (1.37)$$

Avec, $C = \frac{Nm\mu_0}{3K}$, c'est le constante de la loi de *curie*.

1.5.4 Les matériaux ferromagnétisme

Dans les matériaux ferromagnétiques, les moments magnétiques des atomes sont principalement attribuables aux moments magnétiques de spin des électrons qui ne sont pas compensés. Contrairement aux paramagnétiques, dans ces matériaux, les moments magnétiques des atomes ne sont pas disposés aléatoirement. En raison de l'interaction d'échange, ces moments sont orientés parallèlement les uns aux autres dans de nombreuses petites régions, appelées domaines de *Weiss*. Chaque domaine se comporte comme un petit volume saturé avec une orientation magnétique différente de celle de ses voisins, ce qui peut conduire à une aimantation globale apparemment nulle à l'échelle macroscopique. Cependant, les matériaux ferromagnétiques présentent également une aimantation spontanée significative, ce qui les rend essentiels dans les applications en génie électrique. Nous examinerons cette catégorie de matériaux en détail par la suite. Pour être exhaustif, il convient également de mentionner deux autres types de matériaux : les antiferromagné-

tiques et les ferrimagnétiques. Les antiferromagnétiques, à l'échelle macroscopique, présentent un comportement similaire à celui des paramagnétiques (bien que leur réponse à la température soit différente). En revanche, les ferrimagnétiques, à l'échelle macroscopique, ont un comportement semblable à celui des ferromagnétiques [30].

1.5.5 La théorie du ferromagnétisme

Considérations énergétiques pour l'origine des domaines magnétiques

L'organisation des atomes dans un matériau suit le principe général selon lequel tout système physique tend à adopter un état correspondant à une énergie minimale [31]. Plusieurs types d'énergies influencent la taille, la forme et l'orientation des domaines. L'énergie interne totale de la structure de domaine dans un matériau ferromagnétique est la somme de différents termes énergétiques : l'énergie d'échange, l'énergie d'anisotropie, l'énergie dipolaire et l'énergie *Zeeman*, qui est associée à l'application d'un champ magnétique sur le système magnétique.

L'énergie d'échange [30]

Dans les matériaux, les moments magnétiques ne sont généralement pas libres car l'interaction entre eux et avec leur environnement. Cette interaction donne lieu à un comportement collectif qui devient manifeste en cas de températures inférieures à un seuil critique. À des températures élevées, les effets combinés du mouvement thermique et de la quantité de mouvement dominant, entraînant un comportement paramagnétique. Un aspect fondamental de ces interactions est connu sous le nom d'interaction d'échange, qui trouve son origine dans les forces électrostatiques. Introduite par *Heisenberg* en 1929 dans le cadre de la mécanique quantique, cette interaction est essentielle pour déterminer les propriétés magnétiques du matériau. L'énergie associée à cette interaction peut être exprimée en fonction des moments magnétiques des atomes adjacents i et j de la manière suivante :

$$\xi_{ij} = -\mu_0 n_{ij} m_i m_j \quad (1.38)$$

L'orientation des moments magnétiques m_i et m_j peut être parallèle ou antiparallèle, selon le signe du coefficient n_{ij} . L'expression de E_{ech} par unité de volume est exprimée comme suit :

$$E_{ech} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_{i,j \sim i} n_{ij} m_i m_j \quad (1.39)$$

Cette expression peut être reformulée comme suit :

$$E_{ech} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i m_i H_i \quad (1.40)$$

Avec

$$H_i = \sum_{i \sim j} n_{ij} m_j \quad (1.41)$$

Pour les matériaux ferromagnétiques, cette énergie tend à aligner dans le même sens les moments voisins.

Energie d'anisotropie

Dans un matériau magnétique, l'orientation de l'aimantation est déterminée par l'énergie d'anisotropie magnétique, qui est la dépendance de l'énergie par rapport à la direction de l'aimantation. L'énergie d'anisotropie tend à aligner les moments dans une ou plusieurs directions particulières du matériau. Ces directions, qui sont les directions pour lesquelles l'énergie d'anisotropie est minimale, sont appelées axes de facile aimantation. Par contre, les directions les moins favorables énergétiquement sont appelées axes de difficile aimantation. L'anisotropie magnétique résulte de diverses contributions, notamment l'anisotropie magnéto-cristalline, l'anisotropie magnéto-élastique et l'anisotropie de forme [32]. L'anisotropie magnéto-cristalline est liée à la structure cristallographique du matériau et résulte de l'interaction spin-orbite et de l'interaction avec le champ cristallin [33]. Elle peut être uniaxiale dans certains cristaux, signifiant qu'il existe une direction privilégiée pour l'aimantation. L'expression de cette énergie par unité de volume s'écrit :

$$E_{mc} = K \sin(2\theta) \quad (1.42)$$

Où K est la constante d'anisotropie uniaxiale (en Jm^3) et θ l'angle entre l'axe d'anisotropie et l'aimantation.

Et pour l'anisotropie magnéto-élastique, découle de la déformation du matériau sous l'influence de contraintes extérieures, telles que des contraintes mécaniques ou un champ magnétique. Cette déformation modifie les propriétés magnétiques et introduit une énergie élastique, ce qui peut affecter la direction de l'aimantation. C'est l'énergie magnétoélastique. Elle se produit souvent dans le cas des couches minces et des nanoparticules où il existe souvent une différence entre le paramètre de maille de différentes phases. L'énergie par unité de volume associée à cet effet s'exprime par :

$$E_{mc} = -\frac{3}{2} \lambda \sigma \sin^2(\theta) \quad (1.43)$$

Où λ correspond au désaccord de maille en (m) par rapport à la valeur du massif et σ est la constante de magnétostriction en (N) [32][34]. Enfin, l'anisotropie de forme est due aux interactions dipolaires. Lorsqu'un matériau magnétique de forme ellipsoïdale porte une aimantation uniforme M , le champ magnétique à l'intérieur du matériau H_D est uniforme et s'écrit par :

$$H_D = -[N] M \quad (1.44)$$

Où $[N]$ est le tenseur de champ démagnétisant qui dépend de la forme du matériau [32].

Energie Zeeman

L'énergie *Zeeman* décrit l'interaction entre un moment magnétique m et le champ magnétique externe H [32] :

$$E_{zeeman} = -\mu_0 m H \quad (1.45)$$

Cette interaction tend à aligner le moment dans la direction et le sens du champ magnétique externe.

1.5.6 Configuration en domaines magnétiques

L'existence des domaines magnétiques a été postulée pour la première fois en 1907 par *P. Weiss*. Un échantillon de matériau ferromagnétique se divise généralement en plusieurs domaines (domaines de *Weiss*) comme illustré dans la figure 1.6. [32]. Chaque domaine devient un aimant composé des moments magnétiques. Les domaines contiennent environ 10^{12} à 10^{15} atomes et leurs dimensions sont de l'ordre des microns (10^{-4}Cm). De nombreux phénomènes du processus d'aimantation peuvent être expliqués sur la base de la théorie des domaines magnétiques. Cependant, la première théorie quantitative détaillée pour prouver l'existence de domaines et de décrire leur taille et leur forme a été présentée dans le classique 1935 par *L.D. Landau* et *E. M. Lifschitz*. Il contenait presque toutes les représentations sur lesquelles la théorie moderne des domaines est basée selon cette théorie. Un tel alignement peut augmenter l'énergie magnétostatique en créant un grand champ magnétique externe. L'énergie magnétostatique est une auto-énergie due à l'interaction du champ magnétique créé par la magnétisation dans une partie du matériau sur d'autres parties du même matériau. Par conséquent, dans le matériau, de nombreux domaines magnétiques sont créés pour abaisser le magnétique externe champ. Dans chaque domaine, les moments magnétiques individuels additionnent jusqu'à une magnétisation totale de domaine. De plus, les magnétisations de domaines magnétiques voisins sont antiparallèles. Dans cette configuration, l'énergie d'échange est augmentée, cependant, l'énergie magnétostatique est abaissée. Les parois de domaine sont formées entre les domaines magnétiques. Il convient de noter que certains de ces murs d'orientations différentes se produisent dans domaines de fermeture. Ce dernier est créé lorsque le matériau se divise en domaines magnétiques pour permettre à une plus grande partie du flux magnétique de rester dans le matériau, minimisant ainsi l'énergie magnétostatique. L'hypothèse des théories des domaines dans les matériaux ferromagnétiques a été confirmée par les expériences de *G. Barkhausen* en 1919. À l'aide d'un amplificateur de signal électronique inventé à l'époque, il a découvert que la magnétisation du matériau ferromagnétique change en raison de sauts. la structure de la limite du domaine. En son honneur, une telle limite de domaine s'appelle *Bloch* [25] [26][30][34][35] .

Les parois de domaines magnétiques

La paroi de domaine est une région de transition étroite à la frontière entre les domaines magnétiques , sur laquelle l'aimantation passe de sa valeur dans un domaine à sa valeur dans le suivant, du nom du physicien *Félix Bloch* Une paroi de domaine d'une certaine épaisseur constituée de moments magnétiques atomiques d'orientation variant lentement assure une transition plus lisse en sens opposé à la direction de magnétisation

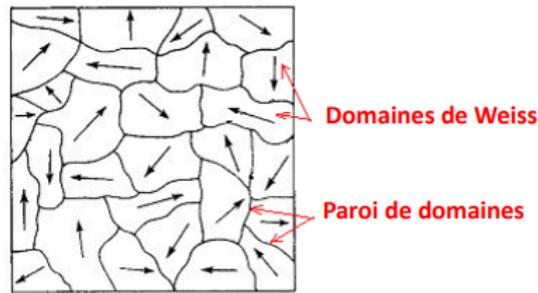


FIGURE 1.6 – Structure en domaines d'un matériau ferromagnétique [14].

de domaine, réduisant ainsi l'énergie d'échange. L'épaisseur de la couche de transition est déterminée, étant limitée par l'énergie magnéto-cristalline, qui tend à maintenir les moments magnétiques atomiques alignés le long de l'un des directions des axes des cristaux afin de maintenir un minimum[36] .

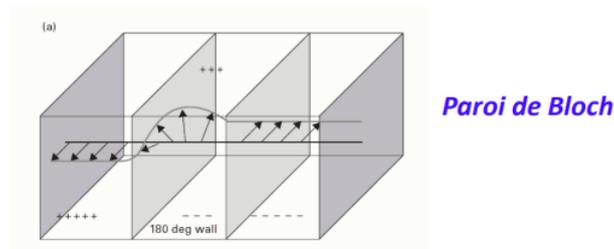


FIGURE 1.7 – Configuration des parois des domaines magnétiques [14]

Ces parois peuvent être classées selon le déplacement angulaire à travers les parois du domaine, on distingue principalement :

- Les parois à 180 : séparent deux domaines magnétiques dont l'angle de la direction d'aimantation est à 180° figure (1.8. a).
- Les parois à 90 : séparent deux domaines magnétiques dont l'angle de la direction d'aimantation est à 90° figure (1.8. b).

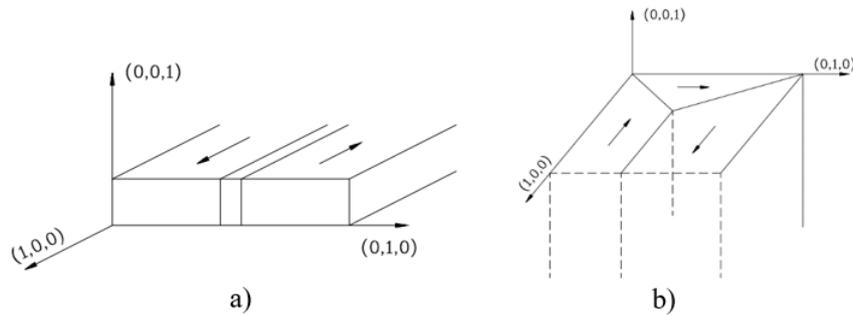


FIGURE 1.8 – a) Les parois du domaine orientées à 180° , b) Les parois du domaine orientées à 90° .

1.5.7 Mécanisme d'hystérésis

Lorsqu'un matériau ferromagnétique est soumis à un champ magnétique périodique, l'état magnétique de l'échantillon ne suit pas le champ magnétisant, mais il accuse un retard. Ce phénomène a été observé et publié par *Warburg* dès 1881 [37]. Cette lenteur de l'induction dans le processus d'aimantation est appelée hystérésis et la courbe qu'elle suit, décrivant la relation entre le champ appliqué et l'induction, est appelée cycle d'hystérésis, dérivée du mot grec (*hysterein*), signifiant être derrière. Cette relation, entre champ et induction ou la réponse de matériaux magnétiques n'est pas linéaire (irréversible) partout dans le cycle d'hystérésis, sauf sur une ligne spécifique à savoir la courbe d'aimantation anhystérétique. Le diagramme de la courbe d'aimantation diffère considérablement pour divers matériaux ferromagnétiques, qui sont largement utilisés dans les applications scientifiques et techniques. Ces matériaux sont caractérisés par plusieurs points remarquables comme indique la figure (1.9) (le champ coercitif, l'induction à saturation, l'induction rémanente).

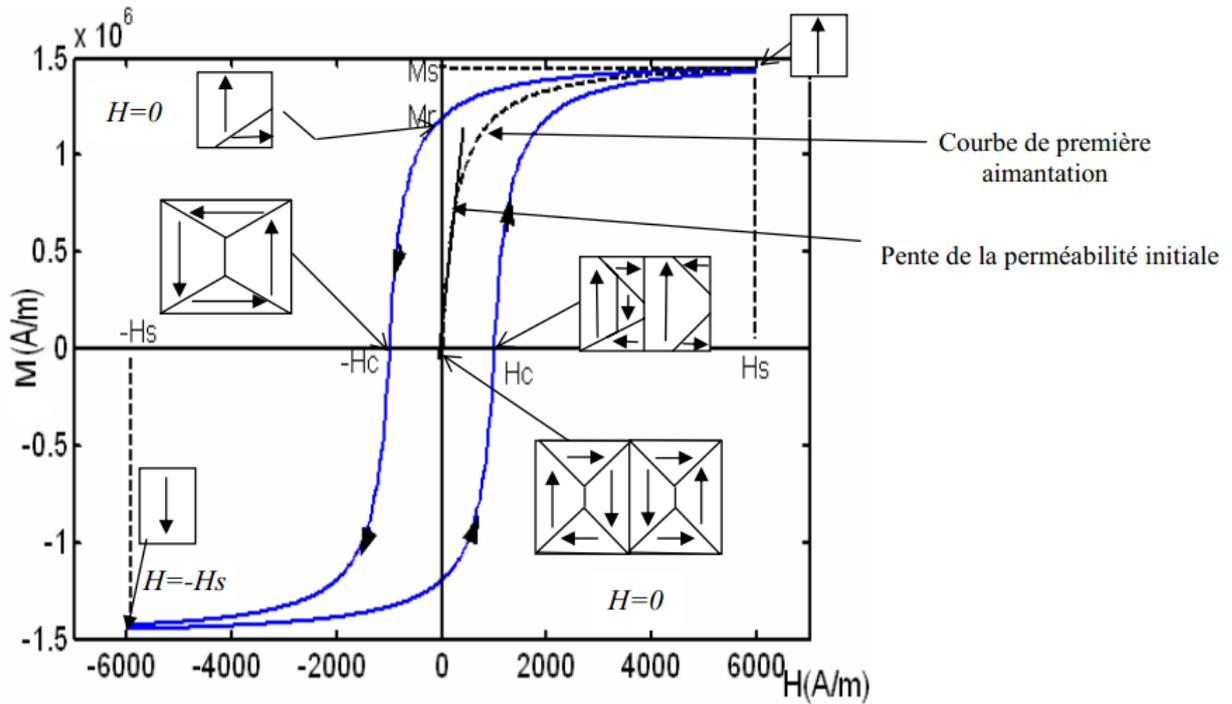


FIGURE 1.9 – Cycle d'hystérésis d'un matériau aimanté

Le processus de première aimantation d'un ferromagnétique placé dans une bobine avec du courant peut être expliqué à l'aide de la courbe de magnétisation. Sous l'action d'un champ extérieur créé par le courant dans la bobine, les domaines vont commencer à s'orienter dans la direction du champ extérieur. La courbe peut être divisée en trois zones :

- Zone 1 : c'est la zone linéaire, pour la faible valeur de champ. L'aimantation augmente proportionnellement avec le champ d'excitation
- Zone 2 : c'est la zone pour les valeurs moyennes de champ qui varie rapidement avec le champ d'excitation, $M = f(H)$ est non linéaire
- Zone 3 : ici tous les domaines sont orientés dans la direction du champ externe, la croissance de l'induction magnétique s'arrête. Il y a saturation magnétique.

Et pour la pente de la perméabilité initiale, elle est mesurée dans les faibles valeurs de l'aimantation.

M_r : C'est l'aimantation rémanente qui subsiste lorsque $H = 0$.

M_s : L'aimantation maximale obtenue dans le matériau quand le champ extérieur maximale H_{max} .

H_c : Cette valeur qui annule l'aimantation.

Il existe deux types de cycles d'hystérésis : le cycle majeur et le cycle mineur. Le premier est obtenu en faisant varier le champ magnétique à une intensité suffisamment élevée pour saturer le matériau jusqu'à sa saturation opposée. Tout point (H, M) à l'intérieur du cycle majeur représente un état possible du matériau. Ainsi, le comportement d'un matériau dépend non seulement de la valeur actuelle de H , mais aussi de l'historique du matériau et d'autres paramètres. Un cycle d'hystérésis mineur se produit lorsque le champ maximal appliqué est inférieur au champ de saturation. Dans un tel cycle, un

saut singulier dans l'aimantation peut résulter d'une transition entre les configurations des parois ou du déplacement d'une paroi entre deux sites de piégeage. L'utilisation de cycles mineurs permet d'étudier le retournement d'une petite partie de la particule sans impliquer la complexité de la particule entière,[38] .

1.5.8 Processus de l'aimantation

Soit un matériau magnétique avec une aimantation spontanée orientée, où chaque domaine de *Weiss* possède des moments magnétiques orientés aléatoirement par rapport à ses voisins. Lors de l'application d'un champ magnétique, on peut décrire une courbe de première aimantation en tenant compte des mécanismes des moments magnétiques et des défauts de paroi de Bloch. On peut citer les étapes parcourues par un matériau magnétique.

Considérons un matériau magnétique avec une aimantation spontanée orientée. Dans ce matériau, chaque domaine de Weiss présente des moments magnétiques orientés de manière aléatoire par rapport à ceux de ses voisins. Lorsqu'un champ magnétique externe est appliqué, il est possible de tracer une courbe de première d'aimantation en parallèle avec l'évolution des moments magnétiques et la formation de défauts de paroi de Bloch come indique la figure (1.10) . Cela nous permet de décrire les étapes que traverse le matériau magnétique en réponse au champ magnétique.

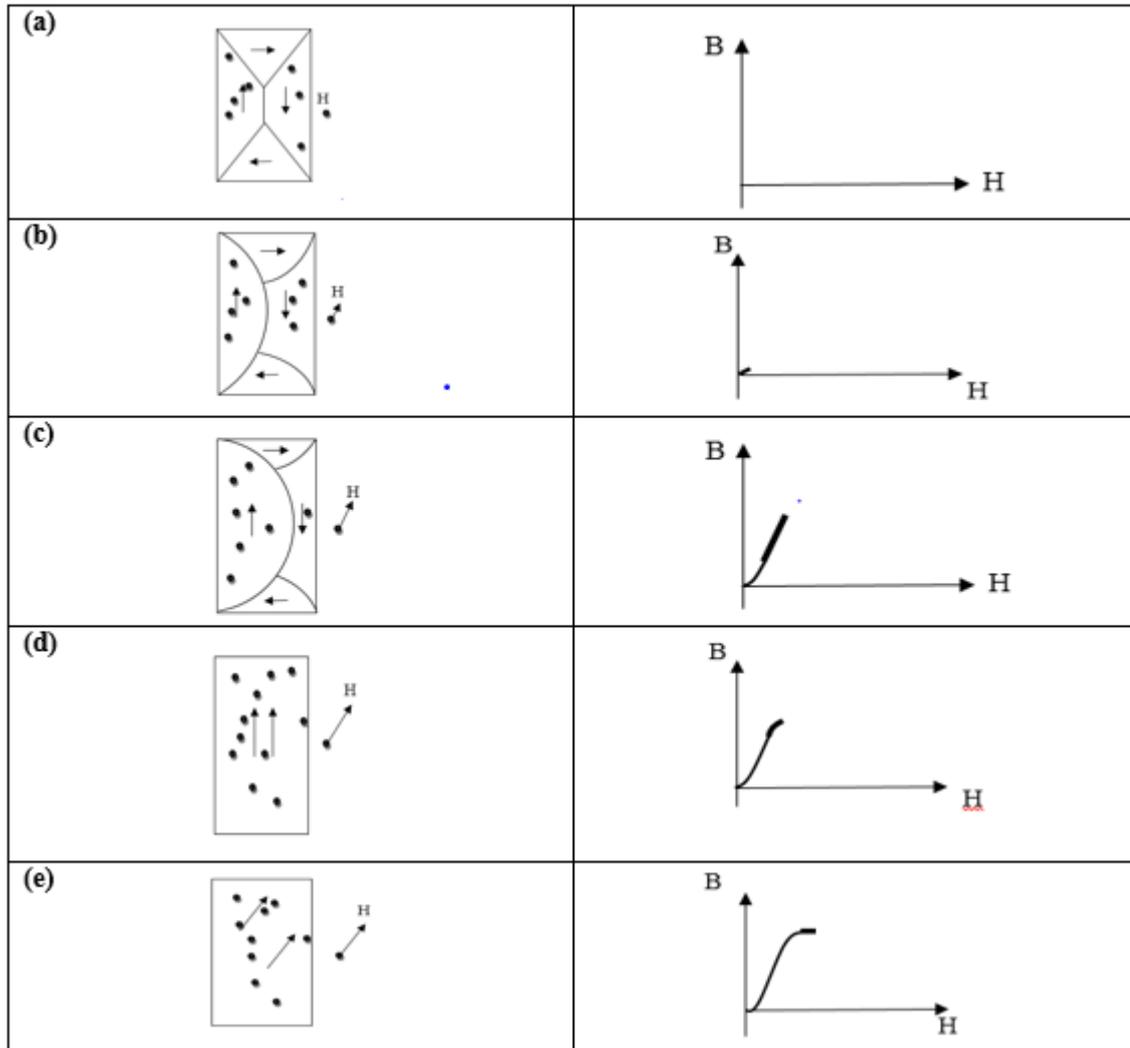


FIGURE 1.10 – L'évolution des moments magnétique pour un domaine ferromagnétique

1. Étape. (a) : Pour cette structure de domaines typique, les parois de *Bloch* sont épinglées par deux défauts.
2. Étape. (b) : Sous l'influence de champs magnétiques externes faibles, cela provoque une déformation réversible des parois qui réagissent.
3. Étape. (c) : À champs moyen, la pression sur les parois fait céder les point d'épinglage, les parois se déplacent par une séries de sauts mis en évidence par l'expérience de *Barkhausen*. Ces mouvement de parois sont irréversibles, et la pente de $B(H)$ est maximale.
4. Étape. (d) : La polarisation est maintenue parallèle à la direction d'aimantation facile la plus proche de H , l'augmentation de la polarisation par les déplacements irréversibles des parois est terminée.
5. Étape. (e) : Pour H augmentant encore, la polarisation s'écarte de la direction d'aimantation facile pour s'aligner sur H . Ce phénomène est à nouveau réversible.

1.6 Classification des matériaux ferromagnétique

Les matériaux ferromagnétiques ont également une proportion importante d'aimantation spontanée, ce qui est indispensable pour les applications en génie électrique. D'un point de vue technique, ces matériaux sont utilisés en raison de leurs propriétés magnétiques. Au fil du temps, une distinction s'est développée entre les matériaux magnétiques doux et durs.. Les matériaux magnétiques doux se caractérisent par leur capacité à réagir à de faibles champs d'excitation, qui se traduit par une faible intensité de champ coercitif . En termes simples, des faibles champs magnétiques externes peuvent modifier l'orientation interne des moments magnétiques. De plus, leur magnétisation rémanente est facilement réversible, car leur force coercitive (H_c) est relativement faible. En fait, ces matériaux présentent un cycle d'hystérésis étroit ou pratiquement inexistant ($H_c \leq 10^4 A/m$), comme le montre la figure (1.11). Ces matériaux, caractérisés par ces propriétés, sont largement utilisés dans les applications qui nécessitent un contrôle efficace du flux magnétique, comme les transformateurs ou les moteurs. Il existe deux types de matériaux magnétiques doux utilisés pour réduire les pertes par courants de Foucault : les matériaux en tôles isolées, tels que les tôles *Fe-Si*, qui sont largement répandus et préférés, notamment à basses fréquences, et les matériaux en poudre de fer, adaptés aux fréquences élevées. [39].

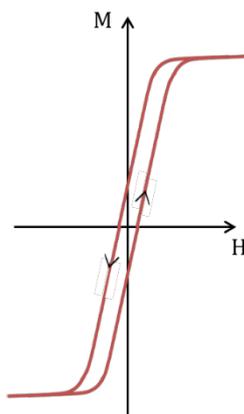


FIGURE 1.11 – Cycle d'hystérésis pour les matériaux doux

En ce qui concerne les matériaux magnétiques durs, ils présentent des valeurs de champ coercitif (H_c) très élevées, offrant ainsi une résistance élevée aux champs magnétiques extérieurs. En effet, leur aimantation rémanente (M_r) revêt une grande importance. L'inversion de magnétisation (ou démagnétisation) n'est pas obtenue même avec de forts champs externes. Généralement, ces matériaux avec leurs propriétés sont souvent utilisés pour des applications d'aimant permanent [30]. Dans ce cas, le cycle d'hystérésis est très large comme le montre la figure (1.12).

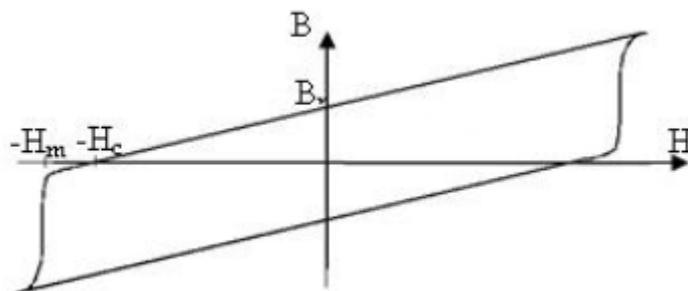


FIGURE 1.12 – Cycle d’hystérésis pour les matériaux durs

1.7 Les pertes statique et dynamique dans les matériaux magnétiques

Les pertes fer regroupent généralement toutes les pertes qui surviennent au sein des composants ferromagnétiques des dispositifs magnétiques ou électrotechniques. Ces pertes découlent principalement de deux phénomènes physiques : les pertes par hystérésis (ou pertes statiques) et les pertes par courants de Foucault (ou pertes dynamiques). La nature de ces pertes dépend du matériau utilisé, des processus dynamiques qui s’y déroulent, ainsi que des caractéristiques géométriques de la structure en question. Il est important de noter que ces pertes partagent une origine commune, à savoir les courants induits, mais elles se manifestent à différentes échelles, tant au niveau microscopique que macroscopique.

1.7.1 Formules d’expression des pertes

Au cours d’un cycle complet d’hystérésis, l’énergie perdue pour augmenter l’intensité du champ magnétique H est plus importante que l’énergie récupérée pour le diminuer. Cette différence explique les pertes par hystérésis. Il est démontré que le travail effectué au cours d’un cycle complet, fournissant l’énergie nécessaire pour accomplir un cycle dans le matériau, est égal par unité de volume (J/m^3).

$$W = \oint H dB \quad (1.46)$$

Cette énergie est convertie en chaleur pendant le processus de magnétisation et, dans le cas statique, représente les pertes de volume pour un seul cycle d’hystérésis. Sous l’action d’un champ magnétique externe périodique de fréquence f , la perte moyenne totale de puissance en (W/m^3) est donnée :

$$W = f \oint H dB \quad (1.47)$$

Dans un régime dynamique, la forme du cycle d’hystérésis peut changer considérablement avec la fréquence d’utilisation, comme illustré à la figure (1.13). Par conséquent, le terme dans l’équation (1.46) dépend également de la fréquence. Il est toujours possible de

mesurer avec précision ces pertes et de les étudier en fonction des conditions d'induction et de fréquence.

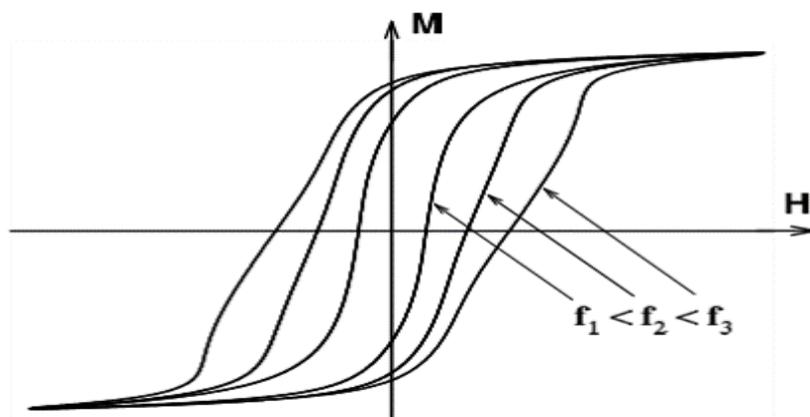


FIGURE 1.13 – Gonflement de cycle d'hystérésis

1.7.2 Principe de séparation des pertes

Afin d'explorer l'évolution de ces pertes magnétiques et de comprendre les principes physiques qui les sous-tendent, les chercheurs ont rationalisé leurs expériences en se concentrant sur deux variables évolutives essentielles : la tension de mesure, qui est liée au niveau d'induction magnétique et à la fréquence, ainsi que le courant d'excitation, qui est associé à l'excitation magnétique (également appelé champ magnétique). Ils ont utilisé les variables macroscopiques observables, à savoir l'induction magnétique moyenne (B) et la fréquence (f) de la mesure. Dans la figure (1.14), il a été constaté que les pertes mesurées peuvent être expliquées par la somme de trois contributions distinctes [40][41] :

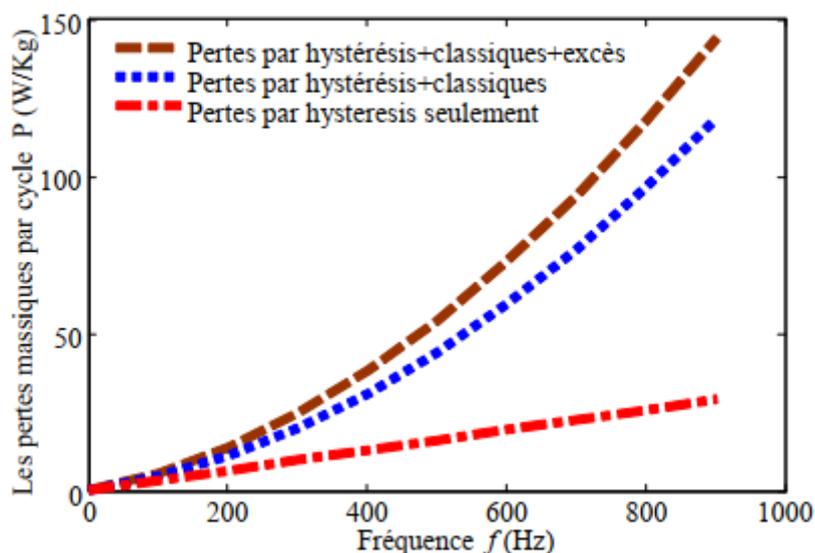


FIGURE 1.14 – Comparaison des contributions aux pertes totales dans les tôles FeSi 3% à différentes fréquences.

Contribution quasi-statique

La contribution dite "quasi-statique," comme son nom l'indique, n'est pas dépendante de la fréquence, car elle concerne uniquement les pertes mesurées par cycle. En effet, cette contribution est obtenue en mesurant la surface du cycle une seule fois à une fréquence très basse. [42]

Contribution classique

L'aimantation d'un matériau magnétique varie en fonction de l'intensité du champ magnétique alternatif appliqué. Cette variation engendre un flux magnétique. Ce flux provoque l'apparition de courants de *Foucault* qui redistribuent la densité de flux à travers le matériau. Ces courants de *Foucault* créent, à leur tour, un champ magnétique opposé à celui initialement appliqué, générant ainsi un effet de blindage proportionnel au taux de variation de la densité de flux [43]. Les pertes classiques par courants de Foucault sont attribuables aux courants circulaires induits dans une fine feuille de matériau. La figure (1.15) illustre de manière simplifiée la distribution de ces courants de *Foucault* dans une feuille infinie de matériau magnétique homogène soumise à une magnétisation sinusoïdale à la fréquence f . La perte de courant de *Foucault classique*, w_{cl} , dans le matériau de est donnée par[24] :

$$W_{cl} = \frac{\sigma d^2 \pi^2 B_m^2}{\beta} f \quad (1.48)$$

Où σ est la conductivité électrique, B_m est la valeur maximale de la densité de flux, β est un facteur géométrique, et d est l'épaisseur de la tôle. L'équation (1.48) est dérivée de l'équation de *Maxwell* en supposant un corps parfaitement homogène avec une distribution de flux uniforme sur la feuille.

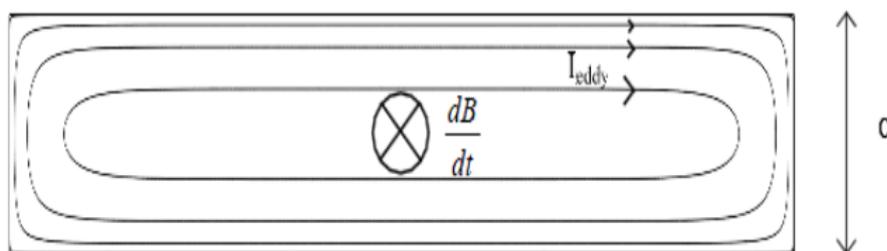


FIGURE 1.15 – Schéma de la distribution du courant de Foucault dans un laminage de largeur et d'épaisseur d

Contribution en excès

La différence observée entre la perte totale mesurée et la somme des pertes d'hystérésis classique et statique révèle l'existence de pertes excessives, couramment appelées pertes en excès. Cette disparité est attribuée à la présence de structures de domaine complexes qui engendrent des inhomogénéités dans la magnétisation du matériau. Cette distinction est clairement mise en évidence dans la figure (1.14), où l'écart entre les pertes totales

(hystérésis + classiques + excès) et les pertes combinées (hystérésis + classique) dépasse les 17 % à une fréquence de 800 Hz et atteint 14 % à une fréquence de 50 Hz. [30]

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exploré les origines du magnétisme à l'échelle atomique, en définissant les moments magnétiques tels que les moments orbitaux et de spin. Ces concepts sont essentiels pour appréhender les principes fondamentaux du magnétisme. Nous avons abordé l'étude des matériaux magnétiques sous trois perspectives distinctes, en les catégorisant en fonction de leur comportement magnétique. De plus, nous avons examiné en détail les matériaux ferromagnétiques, en analysant leur classification et en interprétant le magnétisme à différentes échelles, allant de l'atomique au macroscopique, en passant par le microscopique et le mésoscopique. Par la suite, nous avons mis en lumière le phénomène magnétique de l'hystérésis, qui joue un rôle crucial dans la compréhension du comportement des dispositifs et systèmes magnétiques. Pour modéliser efficacement les pertes magnétiques dans le domaine électromagnétique, il est impératif de disposer d'approches et de modèles magnétiques capables de relier la structure microscopique des matériaux aux lois de comportement macroscopiques. Dans le prochain chapitre, nous présenterons les modèles magnétiques les plus significatifs, ceux qui reposent sur des considérations analytiques ou sur le comportement physique des matériaux.

Chapitre 2

Modèles d'Hystérésis Magnétique

2.1 Introduction

La modélisation du phénomène d'hystérésis ne se limite pas aux matériaux magnétiques, car cette propriété est présente dans divers phénomènes physiques. La prédiction d'énergie est considérée comme une grandeur physique fondamentale pour évaluer ces phénomènes physiques. Pour évaluer les matériaux magnétiques utilisés dans la fabrication dans les circuits magnétiques, plusieurs modèles ont été développés pour représenter ce phénomène. Certains modèles mathématiques ignorent les comportements physiques, tandis que d'autres modèles sont fondés sur des considérations physiques. Les modèles mathématiques sont purement mathématiques, sans justification physique, et comprennent des modèles analytiques ainsi que des fonctions d'approximation. Ces modèles ne peuvent générer de relations entre le champ magnétique H et l'induction magnétique B parce qu'ils ne sont pas basés sur la réalité physique. En revanche, pour les modèles fondés sur des considérations énergétiques, tels que le modèle de *Jiles-Atherton*, le modèle énergétique, le modèle de *Preisach*, et le modèle *d'Ising*, l'applicabilité de ces modèles se limite à une analyse quasi statique du comportement des matériaux magnétiques. L'étude du comportement des matériaux magnétiques pendant la magnétisation dynamique dépend de la fréquence, ce qui les rend plus proches de la réalité. Dans ce contexte, plusieurs extensions de ces modèles statiques au régime dynamique ont été développées pour représenter de manière adéquate les cycles d'hystérésis des matériaux magnétiques. Ainsi, dans le cas de la tôle Fe-Si 3% et du matériau M400-50A, par exemple, un gonflement du cycle devrait être observé à des fréquences élevées. Il existe des modèles d'hystérésis statiques et des extensions d'hystérésis dynamiques, tels que le modèle énergétique [13] et le modèle *Jiles-Atherton*[10], conçus pour représenter les cycles d'hystérésis dans des conditions dynamiques. Cependant, aucun de ces modèles ne représente correctement le phénomène de gonflement. L'objectif de ce chapitre est de fournir une étude des différents modèles d'hystérésis rencontrés dans la littérature.

2.2 Les modèles analytiques

Afin de décrire le comportement non linéaire des matériaux magnétiques, plusieurs modèles et formulations analytiques simples ont été développées. Cependant, ces modèles ne prennent pas en considération les différents mécanismes physiques du phénomène, ils expliquent le phénomène à l'aide d'expressions mathématiques.

2.2.1 Modèles d'hystérésis de *Rayleigh*

Le scientifique britannique *lord Rayleigh* (1842 – 1919) a créé cet ancien modèle. *Rayleigh* a démontré que les deux premiers termes d'un polynôme en développement peuvent décrire de manière cohérente la perméabilité magnétique dans la région de la première courbe d'aimantation sous un champ magnétique faible[44][45] :

$$\mu(H) = \frac{dB}{dH} = \mu_{in} + \eta H \quad (2.1)$$

Avec :

$\mu(H)$: Perméabilité instantanée.

μ_{in} : Perméabilité initiale.

η : Constante de *Rayleigh*.

L'intégrale de l'équation (2.1) nous donne :

$$B = \mu_{in}H + \frac{1}{2}H^2 \quad (2.2)$$

Dans l'équation 2.2, le premier terme ($\mu_{in}H$) représente la composante réversible, tandis que le second terme ($\frac{1}{2}H^2$) représente le changement irréversible de l'induction magnétique. Cette équation décrit la première courbe magnétique. En conséquence, l'induction magnétique générée par l'excitation périodique $H(t)$ se déplace le long du cycle d'hystérésis avec une faible amplitude variant entre ($\pm B_{max}$), comme illustré à la figure (2.1.b). Sous l'effet d'un champ d'excitation sinusoïdale H , figure (2.1.a), l'induction magnétique B sera décrite par :

- Si le champ magnétique H est croissant :

$$B = \mu_{in}(H + H_{max}) + \frac{\eta}{2}(H + H_{max})^2 - B_{max} \quad (2.3)$$

- Si le champ magnétique H est décroissant :

$$B = \mu_{in}(H - H_{max}) - \frac{\eta}{2}(H - H_{max})^2 + B_{max} \quad (2.4)$$

Avec :

$$B_{max} = \mu_{in}H_{max} + \eta H_{max}^2 \quad (2.5)$$

Nous pouvons déduire la formulation du modèle de *Rayleigh* à partir des équations (2.3) et (2.4) en donnant au deuxième terme un signe (+) pour la branche ascendante et un signe (-) pour la branche descendante du cycle d'hystérésis. Ensuite, le modèle sera décrit par :

$$B = (\mu_{in} + \eta H_{max})H \pm \frac{\eta}{2}(H^2 - H_{max}^2) \quad (2.6)$$

Les paramètres de ce modèle (μ_{in}, η) sont déterminés par :

$$\eta = \frac{2B_r}{H_{max}^2} \quad (2.7)$$

Avec :

B_r : L'induction rémanente.

A partir de l'équation (2.5) la perméabilité initiale est :

$$\mu_{in} = \frac{B_{max}}{H_{max}} - \eta H_{max} \quad (2.8)$$

La figure (2.1.c) donne le cycle d'hystérésis calculé à partir de l'équation (2.6). Avec : $H_{max} = 25 \text{ (A/m)}$; $B_{max} = 0.3T$; $B_r = 0.05T$. Les figures (2.1.a) et (2.1.b) représentent, respectivement, le champ d'excitation et l'induction magnétique en fonction du temps.

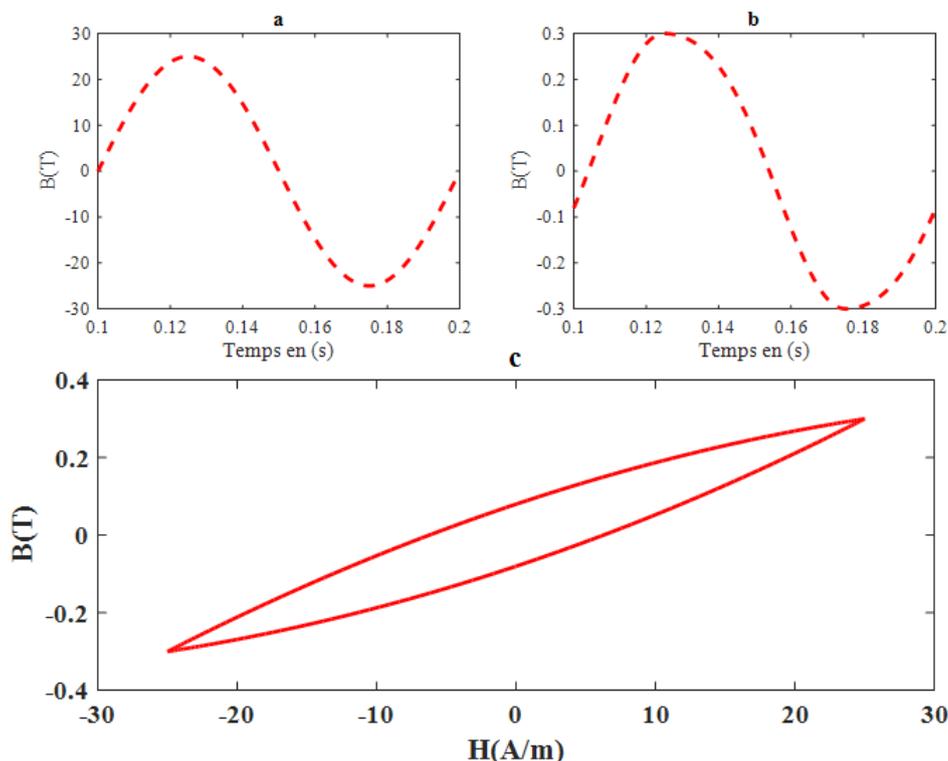


FIGURE 2.1 – Cycle d'hystérésis en utilisant le modèle de Rayleigh avec la forme du champ et de l'induction magnétique.

Le modèle *Rayleigh* présente de nombreux avantages, notamment la simplicité d'utilisation et l'intégration dans code de calcul. Cependant, son principal inconvénient est qu'il est limité aux champs magnétiques faibles, ce qui limite sa prédiction de la saturation.

2.2.2 Modèle de *Fröhlich*

Le modèle de *Fröhlich*, l'un des premiers modèles empiriques suggérés pour représenter les propriétés de la magnétisation[46] . a été élaboré afin de décrire uniquement la courbe d'aimantation anhystérétique en utilisant la relation entre la densité de flux magnétique B et l'intensité de champ magnétique H . Les caractéristiques des matériaux étudiés sont liés aux deux paramètres du modèle, α et β .

$$B = \frac{H}{\alpha + \beta |H|} \quad (2.9)$$

L'étude d'AKBABA a développé ce modèle, qui divise la magnétisation en deux parties, dont la première est définie avant la saturation $B \leq B_s$, et la seconde est définie après la saturation $B \geq B_s$, à la suite de l'équation de *Frölich* (2.10) :

$$B(H) = \begin{cases} B = \frac{H}{a_1 + b_1 H} & B \leq B_s \\ B = B_s + \frac{H - H_s}{a_2 + b_2 (H - H_s)} & B \geq B_s \end{cases} \quad (2.10)$$

Ce modèle n'est pas adapté pour certains matériaux magnétiques puisque le cycle d'hystérésis est assez étroit pour les matériaux ferromagnétiques doux. En revanche, les matériaux magnétiques durs ont un cycle d'hystérésis plus large, ce qui peut rendre difficile la modélisation de la courbe de désaimantation. Une courbe de décalage $B(H)$ passant par le champ H_c peut mieux correspondre à la courbe de désaimantation, notamment dans le second quadrant de l'hystérésis, selon le modèle de *Frölich*. En effet, l'expression du modèle sur la courbe de première aimantation est décrite par l'équation (2.9). Cependant, sur la courbe montante du cycle majeur, elle est décrite par :

- Pour la branche descendante :

$$B = \frac{H - H_c}{\alpha + \beta |H - H_c|} \quad (2.11)$$

- Pour la branche ascendante :

$$B = \frac{H + H_c}{\alpha + \beta |H + H_c|} \quad (2.12)$$

À partir du point de saturation (B_s, H_s) et du point rémanente $(B_r, 0)$, les paramètres du modèle (α, β) sont calculés

- Le paramètre β est déterminé au point de saturation par :

$$B_s = \lim_{H \rightarrow \infty} \left(\frac{H + H_c}{\alpha + \beta (H + H_c)} \right) = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{B_s} \quad (2.13)$$

- Le paramètre α est défini au point de rémanente par :

$$B_r = \lim_{H \rightarrow 0} \left(\frac{H + H_c}{\alpha + \beta (H + H_c)} \right) = \frac{H_c}{\alpha + \beta H_c} \Rightarrow \alpha = H_c \left(\frac{B_s - B_r}{B_s B_r} \right) \quad (2.14)$$

Le modèle est efficace pour évaluer le phénomène à des valeurs de champ d'excitation plus élevées (cycle majeur). Les travaux de [47][48] ont amélioré ce modèle pour représenter

les cycles d'hystérésis mineurs. Les figures (2.2.a) et (2.2.b) représentent respectivement le champ d'excitation et l'induction magnétique en fonction du temps, tandis que la figure (2.2.c) illustre le cycle d'hystérésis obtenu par le modèle d'hystérésis de *Frölich*.

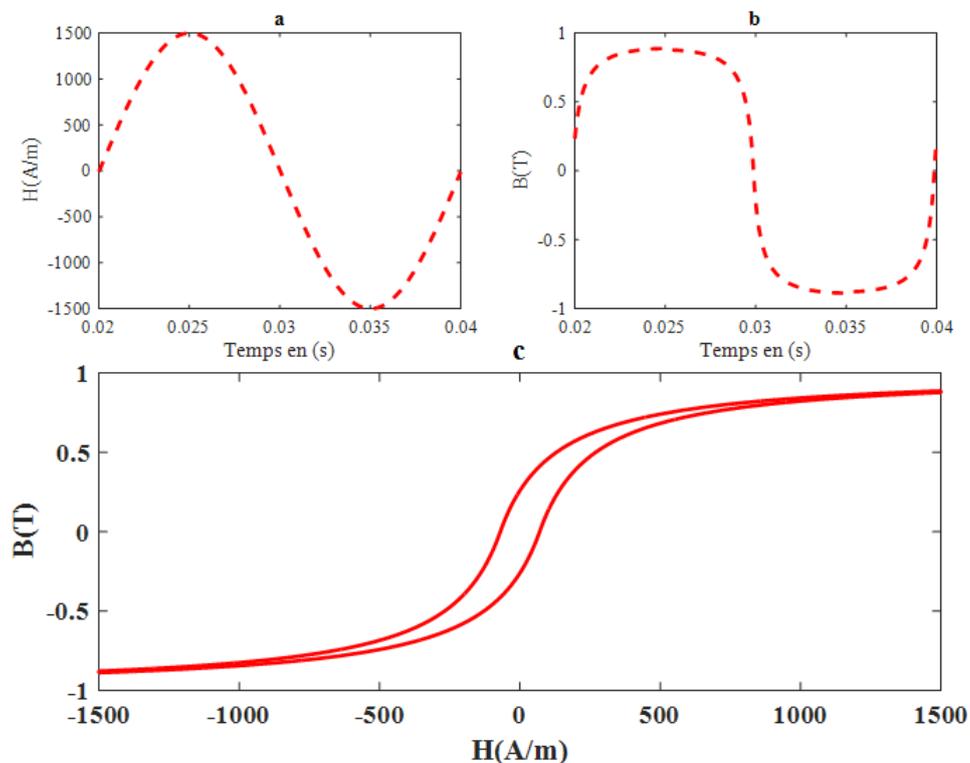


FIGURE 2.2 – Cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Frölich

2.2.3 Modèle polynomial

Dans ce modèle, les premières courbes de magnétisation et de désaimantation sont simplement représentées par la forme générale :

$$B(H) = KH^{\frac{1}{n}} \quad (2.15)$$

Avec $5 \leq n \leq 14$

Ce modèle permet de décrire le comportement magnétique non linéaire des matériaux ferromagnétiques ainsi que le phénomène de saturation. Cependant, il ne peut pas décrire complètement le cycle d'hystérésis, y compris ses branches ascendantes et descendantes. Il se focalise principalement sur la courbe de première d'aimantation.

La figure (2.3) montre l'évolution de l'induction en fonction du champ pour $H_{max}=1000$ A/m, $K = 1$, avec des valeurs de n évoluant de 7 jusqu'à 14.

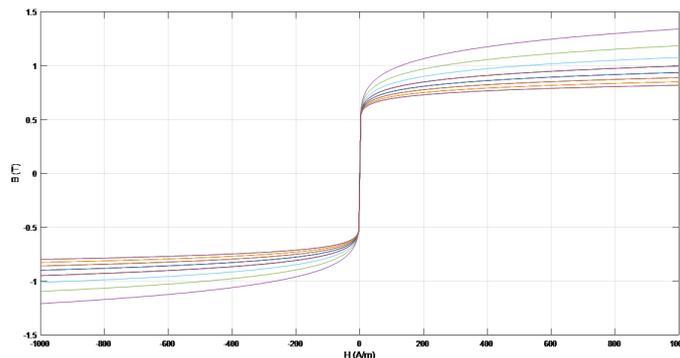


FIGURE 2.3 – La courbe de première aimantation obtenue par le modèle polynomial pour ($7 \leq n \leq 14$). La valeur maximale est atteinte lorsque $n = 7$, et la valeur minimale lorsque $n = 14$.

2.2.4 Modèle de Potter

Le modèle de Potter [49] est basé sur les mesures expérimentales suivantes : magnétisation de saturation M_s , magnétisation de rémanence M_r , champ magnétique de saturation H_s et champ magnétique coercitif H_c . Ces mesures sont nécessaires pour construire le modèle. L'aimantation totale, M , est donnée par :

$$M(H, \alpha) = M_s \left[\text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left(\frac{H_c - H \text{sign}(\alpha)}{H_c} \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right] \right] \quad (2.16)$$

Dans le cycle majeur, le coefficient α est égal à ± 1 . Il est redéfini par l'équation (2.17) à chaque point de renversement, caractérisé par H^* et α^* . Ensuite, l'aimantation M est calculée en fonction de H^* et α^* . M est positif lorsque H augmente et négatif si H diminue, de sorte que $|\alpha| \leq 1$

$$\alpha^* = - \frac{2 \text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left(\left(1 - \text{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c} \right) \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right]}{1 + \tanh \left(\left(1 + \text{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c} \right) \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right)} \quad (2.17)$$

La figure (2.4) montre le cycle généré par ce modèle. Le cycle d'hystérésis est défini par une fonction analytique paramétrique en α , qui varie à chaque point de renversement.

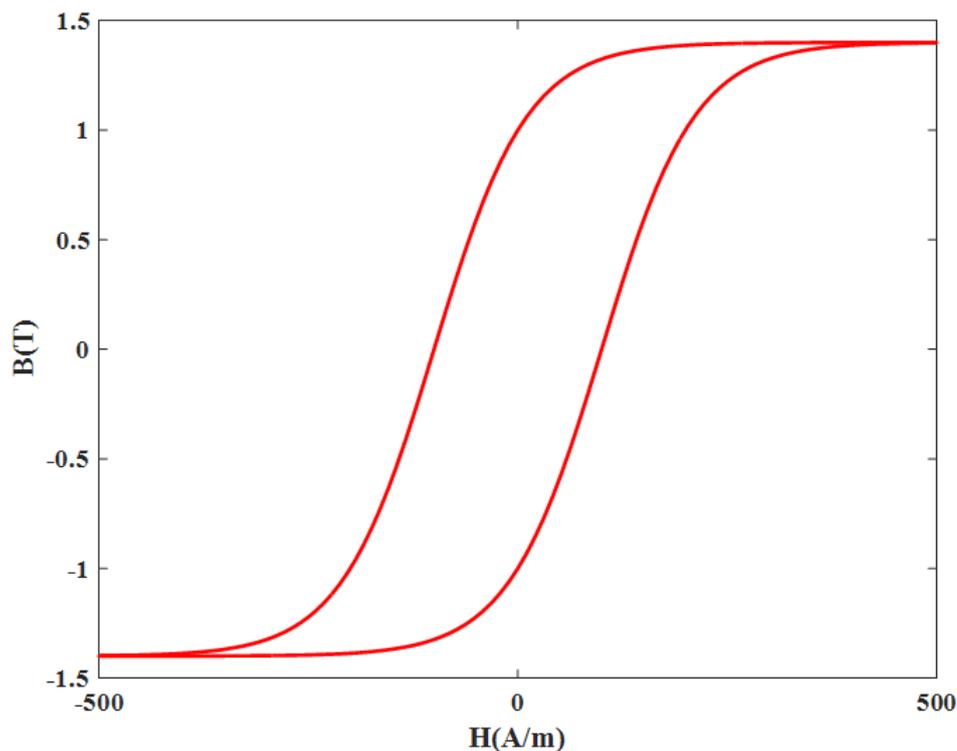


FIGURE 2.4 – Le cycle d’hystérésis modélisé avec le modèle de Potter, (a) $M(H)$, (b) $B(H)$

2.2.5 Modèle à fonctions multiples

Ce modèle repose sur des fonctions d’approximation qui peuvent être exponentielles, trigonométriques ou hyperboliques. Les auteurs de l’étude[50] ont découvert que l’utilisation de la relation (2.18) permet d’obtenir une approximation précise de la courbe d’aimantation anhystérétique.

$$B = B_s \exp\left(\frac{H}{a + bH}\right) \quad (2.18)$$

La formule suivante, basée sur la sommation de séries exponentielles, peut-être utilisée pour évaluer l’aimantation anhystérétique, comme proposé par[51] :

$$B = \sum_{i=1}^N a_i \exp\left(-\frac{b_i}{H}\right) \quad (2.19)$$

La modélisation des cycles d’hystérésis a également utilisé d’autres types d’approximation, comme des fonctions trigonométriques liées à la loi du comportement magnétique du matériau. L’équation (1.19) a été employée pour modéliser des couches minces (matériaux utilisés pour l’enregistrement magnétique). Selon une étude[52] , la magnétisation peut s’exprimer comme suit :

$$M = \frac{2}{\pi} M_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_c} \pm 1 \right) \tan \left(\frac{\pi M_r}{2M_s} \right) \quad (2.20)$$

Les cycles mineurs de l'hystérésis peuvent être calculés en utilisant la formule suivante :

$$M = \frac{2K}{\pi} M_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_c} \pm 1 \right) \tan \left(\frac{\pi M_r}{2M_s} \right) \pm (1 - K) M_r \quad (2.21)$$

$$K = \frac{M_r + M_{rm}}{2M_r} \quad (2.22)$$

L'équation (2.20) permet de reproduire le cycle d'hystérésis illustré à la figure (2.5 .c), caractérisé par : $B_s = 1.4T$, $H_c = 70A/m$ et $H_s = 1400A/m$, $B_r = 1T$. Les figures(2.5. a) et (2.5. b) représentent respectivement le champ d'excitation et l'induction magnétique en fonction du temps.

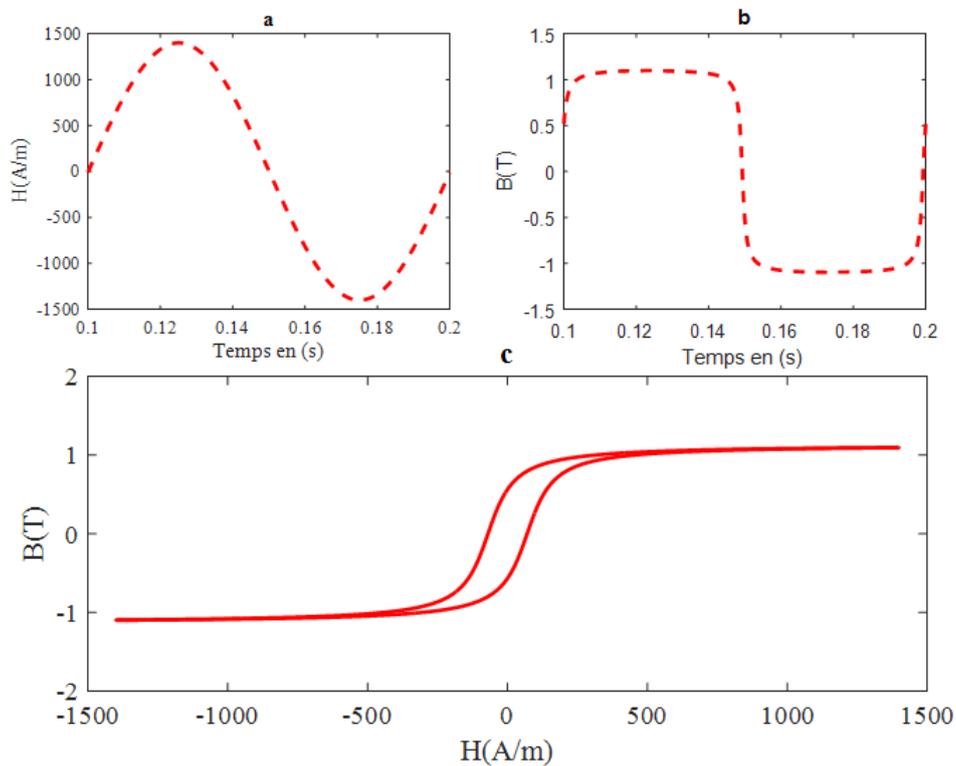


FIGURE 2.5 – Cycle majeur d'hystérésis modélisé avec le modèle à fonctions multiples

Le cycle majeur peut être approché avec précision par le modèle fonction multiple. Ce type de modèle permet même de décrire les cycles mineurs des phénomènes d'hystérésis. Ils rendent également difficile pour générer des cycles mineurs dans un système soumis à un champ variable sans connaître au préalable les paramètres K et M_{rm} des cycles mineurs qui doivent être parcourus car ils n'ont aucune interprétation physique de l'événement.

Ce modèle est fréquemment utilisé dans des applications telles que d'enregistrement magnétique et a été étudié de manière approfondie, notamment dans le domaine du chauffage par induction[45].

2.3 Les modèles physiques

Différents modèles ont été présentés dans cette section, prenant en compte à la fois des considérations physiques et énergétiques pour représenter le phénomène d'hystérésis. Ces considérations sont explorées à différentes échelles. La plupart des modèles s'intéressent aux mécanismes de mouvement et de rotation des moments magnétiques.

2.3.1 Modèle d'Ising

Afin de simplifier l'explication de certains processus physiques, tels que la magnétisation ou les interactions entre particules dans une combinaison de deux phases liquides, le physicien *Ernst Ising* a proposé ce modèle en 1927. Il peut être décrit simplement comme un réseau cristallin 2D régulier composé de N moments magnétiques du même type, illustré dans la figure (2.6), ce modèle repose sur un réseau bidimensionnel composé de sites discrets. Chaque site est identifié par ses deux indices (i, j) , et possède un moment magnétique intrinsèque de valeur unitaire S_i . Ce moment est quantifié et ne peut prendre que deux orientations possibles.

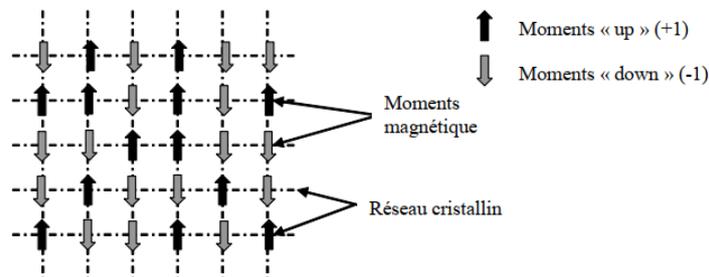


FIGURE 2.6 – Représentation à deux dimensions d'un réseau cristallin de fer avec les moments magnétiques

L'*hamiltonien* d'un système d'*Ising* pour les matériaux ferromagnétiques, en présence d'un champ magnétique extérieur H est donné par l'expression suivante :

$$\mathcal{H}_{Ising} = - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} S_i S_j - H \sum_{i=1}^N S_i \quad (2.23)$$

Puisque tous les sites cristallins sont équivalents, on suppose que les interactions entre les moments magnétiques sont isotropes. Étant donné que le système considéré est ferromagnétique, il en résulte un facteur de couplage magnétique J identique et positif. En revanche, les interactions entre les moments magnétiques sont principalement responsables d'échange l'énergie, figure (2.7). La sommation de la contribution des interactions

de paires est effectuée sur les proches voisins [26]. En conséquence, le système *Hamiltonien* est :

$$\mathcal{H}_{Ising} = - \sum_{i=1}^N \left(H + J \sum_{j \text{ voisins } i} S_j \right) \quad (2.24)$$

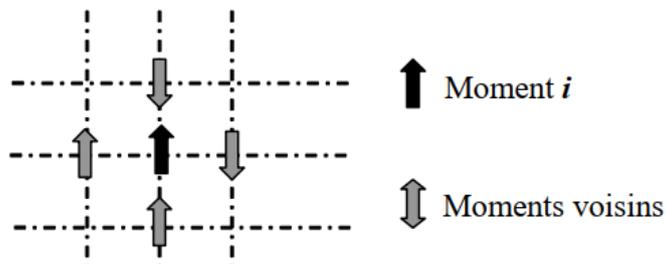


FIGURE 2.7 – Moments magnétiques voisins du moment i

En utilisant l'équation (2.23), on peut déterminer le champ H_i subi par un moment magnétique i . Ce champ est la somme des contributions des $N - 1$ autres moments magnétiques et du champ extérieur.

$$H_i = H + J \sum_{j \text{ voisins } i} S_j \quad (2.25)$$

L'équation (3.23) peut être utilisée pour déterminer l'état d'un moment magnétique, comme :

- si $H_i > 0$ le moment S_i est "Up" (+1)
- si $H_i < 0$ le moment S_i est "Down" (-1)

On peut enfin calculer l'aimantation totale en utilisant l'expression suivante :

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i \quad (2.26)$$

Le modèle est complété en introduisant des effets thermiques, tel que la probabilité de basculer du moment magnétique ($+S_i$) à l'état ($-S_i$) :

$$P(S_i \rightarrow -S_i) = \frac{e^{-\beta \Delta E_i}}{1 + e^{-\beta \Delta E_i}} \quad (2.27)$$

Où $\beta = 1/kT$, avec k comme la constante de Boltzmann et T comme la température (en Kelvin). ΔE_i représente la variation d'énergie du système lorsque le moment magnétique S_i . La variation d'énergie du moment magnétique est définie comme suit :

$$\Delta E_i = 2S_i \left(H + J \sum_{\text{voisins}} S_j \right) \quad (2.28)$$

Lorsque le réseau cristallin comporte plusieurs sites, la mémoire de stockage nécessaire pour ce modèle devient conséquente ($N \times N$). Cependant, il offre une valeur pédagogique indéniable pour mettre en évidence l'énergie d'échange et l'influence de la température.

2.3.2 Modèle de Stoner-Wohlfarth

Une proposition avancée par *Stoner et Wohlfarth* [53] est basée sur la rotation de moments magnétiques de particules à l'intérieur d'un seul domaine magnétique par rapport à leur axe facile. Selon leur hypothèse, un matériau magnétique est constitué d'un certain nombre des petites particules, dont chacune présente une anisotropie due à la contrainte, à la structure cristalline ou à la forme des particules[54] . La représentation de l'hystérésis et de la simulation vectorielle est réalisée à l'aide de ce modèle phénoménologique statique. Dans le domaine de l'enregistrement magnétique, il s'agit du modèle vectoriel le plus répandu et largement utilisé.[55] .Ce modèle, souvent utilisé pour décrire les aimants permanents comme un ensemble de petits aimants quasi-isolés juxtaposés, est rarement appliqué aux matériaux doux. L'hystérésis statique de ces derniers s'explique physiquement par des phénomènes d'accrochage et de déblocage des parois au niveau des défauts cristallins, ce qui est particulièrement pertinent pour la coercivité [42]. De plus, des rotations cohérentes des moments dans les domaines magnétiques jouent un rôle important, surtout à l'approche de la saturation [56][57].

2.3.3 Modèle d'Amir Nouredine

Lors des processus d'aimantation statique, on observe une diminution du volume de certains domaines magnétiques au profit d'autres, ce phénomène étant particulièrement lié au mouvement des parois magnétiques [58]. Pour modéliser mathématiquement les cycles parcourus, l'auteur propose une approche similaire à celle utilisée en thermodynamique chimique. Ce modèle repose sur deux mécanismes : la rotation progressive des moments magnétiques, qui correspondent au changement de direction des moments, et l'inversion des moments magnétiques, reflétant les mouvements des parois. Cependant, l'inversion des moments magnétiques peut être considérée comme la transition d'un état de '+' à '-', modifiant ainsi la rotation de spin des atomes. Lorsqu'un champ magnétique externe est appliqué à un matériau magnétique, la réaction suivante se produit :



Où S^+ représente un moment magnétique avec une orientation positive, S^- un moment magnétique avec une orientation négative, et h pour une quantité liée au champ appliqué H . Pour refléter l'irréversibilité des mouvements de paroi, la réaction spécifiée

dans (2.29) doit également être irréversible. La magnétisation du matériau M provoquée par les retournements des moments magnétiques, est valable lorsque le champ H augmente selon un équilibre thermodynamique, est donnée par l'équation suivante :

$$M = M_s \tanh \left(\left(\frac{\beta}{2\gamma} \right) \ln (\exp (\gamma.H) + b) - \beta \frac{H_c}{2} \right) \quad (2.30)$$

Par conséquent, lorsque le champ magnétique diminue, nous passerons de S^+ à S^- par une autre réaction irréversible :



Dans ce cas, l'aimantation magnétique M est donnée :

$$M = -M_s \tanh \left(\left(\frac{\beta}{2\gamma} \right) \ln (\exp (-\gamma.H) + b) - \beta \frac{H_c}{2} \right) \quad (2.32)$$

Avec :

$$\begin{cases} b = \left(K \frac{M_s + M_i}{M_s - M_i} \right)^{\gamma/\beta} - \exp (\gamma.H_i) \\ K = \exp (\beta.H_c) \end{cases} \quad (2.33)$$

Où M_s représente l'aimantation de saturation.

K, γ, β : sont des constantes.

b : dépend du sens de variation du champ magnétique, étant calculé de manière à assurer la continuité des formes d'ondes calculées.

Ce modèle se caractérise par quatre paramètres que l'on peut déterminer à l'aide de deux cycles centrés : un à saturation technique et l'autre à un niveau d'induction plus bas. Il se distingue par sa fiabilité et sa simplicité d'utilisation.

2.3.4 Les modèles de type Chua

Le modèle de Chua prend en compte toutes les caractéristiques du phénomène, notamment la courbe initiale d'aimantation, la saturation, les cycles mineurs et les pertes d'hystérésis.[59]. Ce modèle est déterminé à partir des caractéristiques du champ statique H_e et du champ dynamique H , telles que :

$$H = H_e + H_0 \quad (2.34)$$

La courbe d'aimantation anhystérétique se génère en appliquant initialement un champ magnétique statique, suivi par la superposition d'un champ magnétique alternatif. Ensuite, en réglant le champ magnétique alternatif à zéro et en observant la densité du flux magnétique, on obtient la courbe de magnétisation idéale, exprimée comme suit :

$$H_0 = \frac{B}{\mu} \quad (2.35)$$

La perméabilité réversible, μ_r , est déterminée par la relation entre la variation de densité de flux et l'intensité du champ magnétique, comme illustré par :

$$\mu_r = \frac{dB}{dH} \quad (2.36)$$

Ainsi, nous pouvons affirmer que la relation suivante décrit l'évolution de la dérivée du champ H par rapport au temps :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu_r} \frac{dB}{dt} \quad (2.37)$$

Dans la formule (2.38), le coefficient d'hystérésis s [Ω/m] est introduit pour représenter le champ total, défini comme la somme des caractéristiques statiques et dynamiques :

$$H + \left(\frac{\mu_r}{s}\right) \frac{dH}{dt} = \frac{B}{\mu} + \left(\frac{1}{s}\right) \frac{dB}{dt} \quad (2.38)$$

$$H = \frac{1}{\mu} B + \left(\frac{1}{s}\right) \left[\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right] \quad (2.39)$$

Avec :

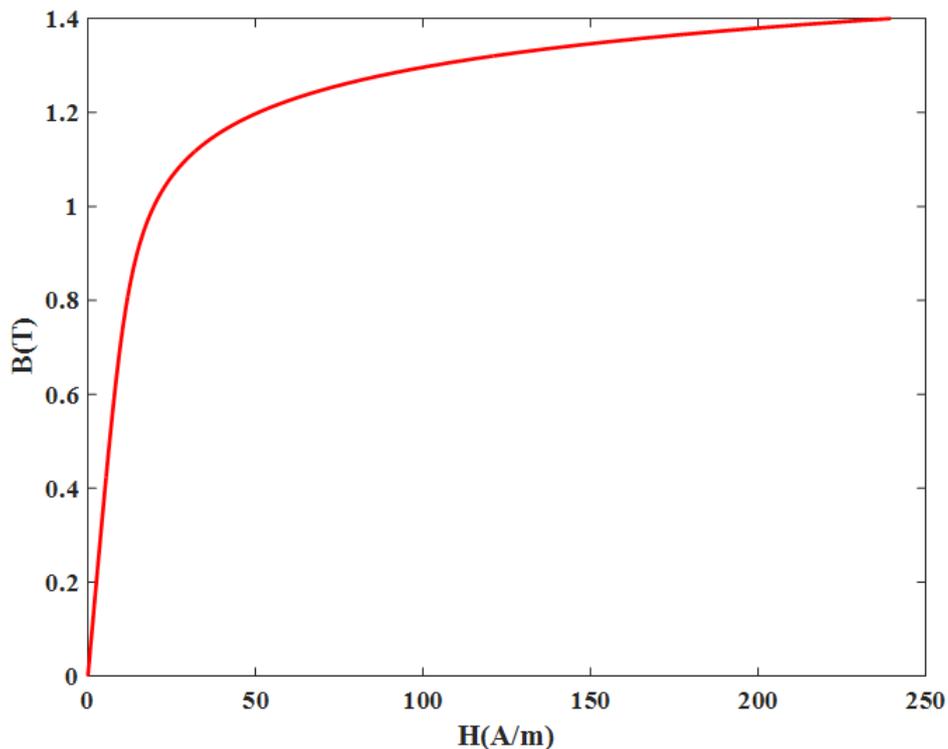
$$s = \frac{1}{H_e} \cdot \frac{dB}{dt} \quad (2.40)$$

2.3.5 Modèle de BRAUER [60]

Ce modèle donne la relation entre H et B dans de différents types d'acier, qui peut être approximée par l'équation suivante :

$$H = (k_1 \exp(k_2 B^2) + k_3) B \quad (2.41)$$

Où H représente l'intensité du champ magnétique, tandis que B représente la densité du flux magnétique. Cette formulation est utilisée pour évaluer la réluctance des matériaux magnétiques et sa dérivée par rapport à B , ce qui est très utile pour l'étude des circuits magnétiques en acier. Cette équation est basée sur des données expérimentales et fournit une simplification de la réaction d'aimantation dans les matériaux magnétique. Les paramètres k_1 , k_2 et k_3 de l'équation sont déterminés pour un type spécifique de matériau magnétique. La relation entre H et B généré par ce modèle est représenté à la figure (2.8)

FIGURE 2.8 – Courbe $B - H$ simulée avec le modèle de *Brauer*

2.3.6 Modèle de Jiles-Atherton

Dans le modèle d'hystérésis original de $J-A$ [1], l'aimantation totale M est divisée en deux parties : l'aimantation réversible M_{rev} et l'aimantation irréversible M_{irr} . L'aimantation réversible prend en compte la translation et de la rotation réversible des parois de domaine pendant le processus d'aimantation. Elle représente la réponse élastique du matériau au champ magnétique appliqué. D'autre part, l'aimantation irréversible correspond au déplacement des parois des domaines qui surmontent les forces d'épinglage. Les relations entre les deux composantes et l'aimantation anhystérique M_{an} sont basées sur les principes physiques qui régissent le processus d'aimantation. Les principales équations de ce modèle sont les suivantes :

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta\alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (2.42)$$

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.43)$$

$$H_e = H + \alpha M_{irr} \quad (2.44)$$

$$M_{an} = M_s \left(\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right) \quad (2.45)$$

Enfin, la susceptibilité différentielle totale, dM/dH , a été déterminée sous la forme habituelle.

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH_e} \quad (2.46)$$

Où H_e , M_{an} et M_s représentent respectivement le champ effectif, l'aimantation anhystérique et l'aimantation à saturation. Les paramètres a , α , c et k et sont les paramètres du modèle. Ces paramètres doivent être déterminés à partir des caractéristiques d'hystérésis mesurées, δ est un paramètre directionnel qui prend le signe de dH/dt .

2.3.7 Modèle inverse de Jiles-Atherton

Le modèle d'hystérésis de J - A utilise initialement le champ magnétique appliqué H comme variable indépendante. Dans le modèle inverse de J - A , l'aimantation M est déterminée en fonction de la densité du flux magnétique B . Pour ce faire, on utilise une équation différentielle intégrant le taux de variation de l'aimantation par rapport à la densité du flux magnétique (dM/dB). Le modèle d'hystérésis inverse J - A est donné comme suit[61].

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\xi}{\mu_0 (k\delta + (1 - \alpha)\xi)} \quad (2.47)$$

avec

$$\xi = \delta kc \frac{dM_{an}}{dH_e} + (M_{an} - M) \quad (2.48)$$

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left(1 - \coth \left(\frac{H_e}{a} \right)^2 - \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right) \quad (2.49)$$

En utilisant ces valeurs de paramètres $M_s = 1.2.106A/m$, $a = 80.544A/m$, $k = 70A/m$, $c = 0.01$. La figure ci-dessous présente un cycle d'hystérésis (Figure. 2.9.c) avec l'évolution de l'induction magnétique (Figure. 2.9.b) et du champ magnétique (Figure. 2.9.a).

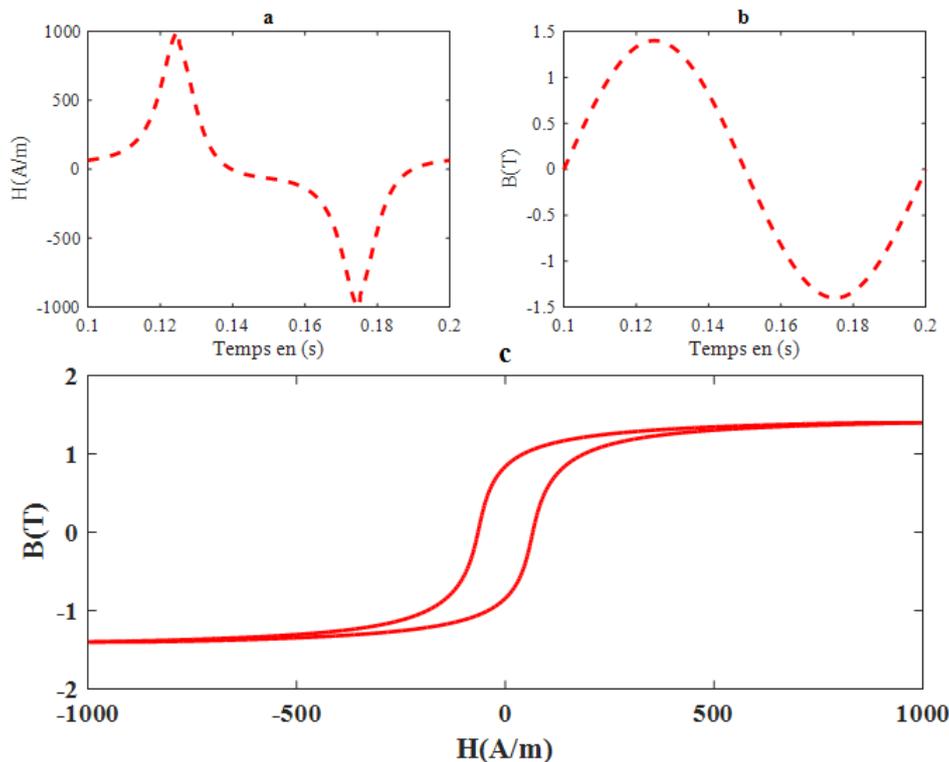


FIGURE 2.9 – Cycle d'hystérésis (2.8.c) avec l'induction magnétique (2.8 b) et le champ magnétique (2.8 a) obtenus avec le modèle de J-A

2.3.8 Modèle énergétique

Le modèle énergétique est une représentation physique des cycles d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques. Ce modèle s'appuie sur le comportement du domaine statistique pour calculer le minimum d'énergie magnétique totale, noté w_T [14][62].

$$w_T = w_H + w_d + w_r + w_l \quad (2.50)$$

w_H : La densité d'énergie d'un champ magnétique décrit l'interaction entre le champ magnétique appliqué et l'aimantation du matériau.

w_d : La densité d'énergie du champ démagnétisant.

w_r : La densité d'énergie du mouvement réversible des parois du domaine.

w_l : La densité d'énergie du mouvement irréversible des parois du domaine.

Le champ magnétique H est exprimé en fonction de l'aimantation relative m , de sorte que le champ magnétique H peut être écrit en régime quasi statique par :

$$H = H_d + \operatorname{sgn}(m) H_r + H_l \quad (2.51)$$

où H_d représente le champ de démagnétisation et le comportement linéaire du matériau est décrit par l'équation (2.52). Ce champ dépend de deux paramètres N_e et M_s , correspondant

respectivement au facteur de démagnétisation et à l'aimantation à saturation.

$$H_d = N_e M_s m \quad (2.52)$$

Le champ réversible H_r représente le comportement non linéaire du matériau. Les valeurs de h et g dans l'équation (2.53), sont liées aux champs de saturation et aux propriétés anisotropes du matériau. Le champ réversible H_r est calculé par la formule suivante :

$$H_r = h \left([(1+m)^{1+m} (1-m)^{1-m}]^{g/2} - 1 \right) \quad (2.53)$$

Le troisième terme de l'équation est associé au champ irréversible H_l , qui prend en compte les effets d'hystérésis tels que l'aimantation de rémanence, la coercivité et les pertes statiques.

$$H_l = \text{sgn}(m - m_0) \left(\frac{k}{\mu_0 M_s} + C_r H_r \right) \left[1 - \kappa \exp \left(\frac{-q}{\kappa} |m - m_0| \right) \right] \quad (2.54)$$

Dans l'équation (2.54), la variable κ représente l'effet de l'état magnétique global dans les cas spécifiques d'inversion du champ. La valeur κ aux points d'inversion est calculée en se basant sur sa valeur antérieure, κ_0 par l'équation suivante :

$$k = 2 - \kappa_0 \exp \left(\frac{-q}{\kappa} |m - m_0| \right) \quad (2.55)$$

Le processus de calcul a commencé par la démagnétisation où $m = 0$ et $\kappa = 1$. et l'aimantation relative m augmente progressivement par étapes discrètes, ce qui donne le champ correspondant selon l'équation (2.54). Le paramètre κ est obtenu par l'équation (2.55) lorsque le champ atteint le point d'inversion et que m_0 est égal à la valeur réelle de m à ce point jusqu'au point d'inversion suivant, etc. Ce modèle est caractérisé par sept paramètres, présentés dans le tableau suivant :

Le paramètre	M_s	k	C_r	g	h	N_e	q
Valeur	$1.27 \cdot 10^6$	92.12	0.83	9.51	4.93	$1.58 \cdot 10^7$	12.4

TABLE 2.1 – Les paramètres de modèle énergétique

Les figures (2.10.a) et (2.10.b) représentent respectivement le champ généré et l'induction magnétique d'excitation par le modèle énergétique, en utilisant les sept valeurs des paramètres du tableau 2.1. La figure (2.10) suivante montre la courbe $B - H$ générée par ce modèle.

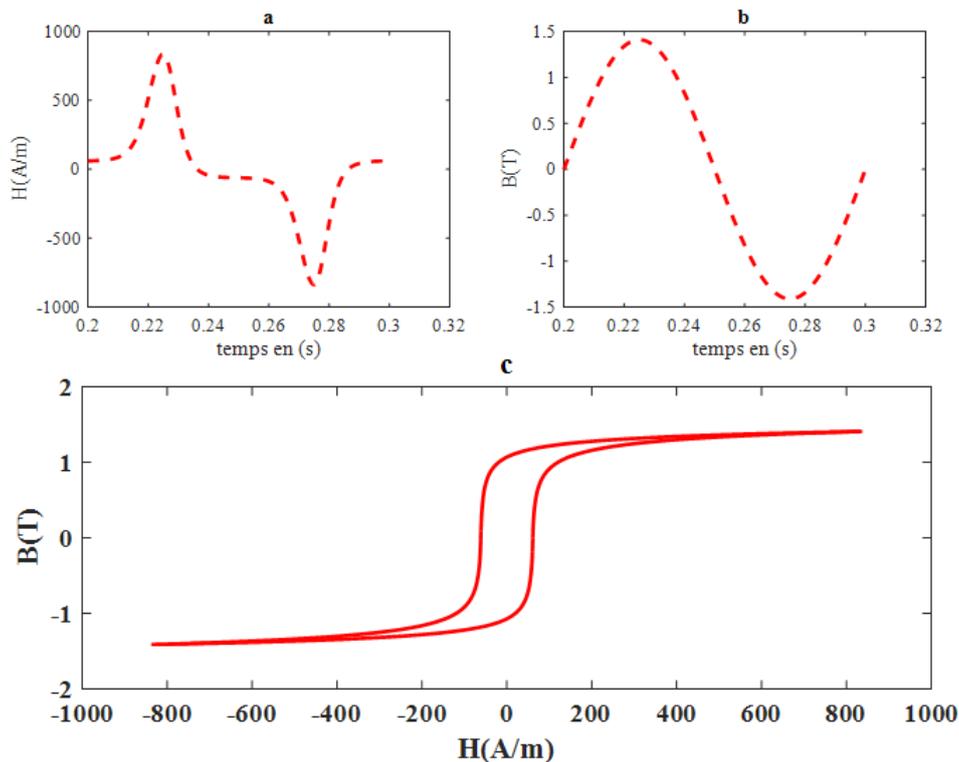


FIGURE 2.10 – Cycle d'hystérésis générée par le modèle énergétique.

2.4 Les modèles dynamiques

Tous les modèles mentionnés sont des modèles statiques, indépendants des fréquences ou insensibles à l'effet de la fréquence. Cependant, les observations expérimentales montrent que les cycles d'hystérésis mesurés dépendent des dérivées temporelles et s'élargissent en fonction de la fréquence, correspond à l'évolution de la largeur des cycles d'hystérésis avec les fréquences. Le développement de ces modèles est essentiel, car la plupart des processus industriels fonctionnent à des fréquences moyennes et élevées. Pour cela, de nombreux modèles dynamiques sont développés en tenant compte des courants induits et des pertes d'hystérésis dynamiques. Certains des modèles dynamiques les plus importants comprennent :

2.4.1 Modèle de Duhem

Pierre Duhem (1861 - 1916) [44][30] a introduit l'un des premiers modèles d'hystérésis dynamique. en se basant sur une approche thermodynamique du processus d'aimantation. Selon le point de vue de Duhem, le phénomène d'hystérésis peut être décrit en résolvant l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial B}{\partial t} = f\left(H(t), B(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) \\ B(0) = B_0 \end{cases} \quad (2.56)$$

La fonction f peut également être présentée sous la forme suivante :

$$f\left(H(t), B(t), \frac{\partial H}{\partial t}\right) = g\left(H(t), B(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)\right) \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial t}\right) \quad (2.57)$$

La fonction g est continue et présente des formes distinctes pour les branches ascendantes et descendantes :

$$\begin{cases} g\left(H(t), B(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right)\right) = g_1(H, B) & \text{pour } \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) > 0 \\ g\left(H(t), B(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right)\right) = g_2(H, B) & \text{pour } \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) < 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

La simulation de la caractéristique dynamique du processus d'aimantation peut être réalisée par :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = g_1(H, B) \left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{H\uparrow} - g_2(H, B) \left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{H\downarrow} \quad (2.59)$$

Les symboles $\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{H\uparrow}$ et $\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{H\downarrow}$ représentent, respectivement, le taux de variation temporel du champ d'excitation pendant les branches ascendante et descendante du cycle d'hystérésis. La difficulté de ce modèle réside dans l'identification des deux fonctions (g_1, g_2). En effet, chaque échantillon ferromagnétique possède un cycle unique, rendant crucial l'identification préalable de ces fonctions avant toute tentative de modélisation du phénomène.

2.4.2 Modèle de Preisach-Bertotti

Ce modèle[63], qui repose sur une synthèse dynamique impliquant un ensemble de commutateurs, permet d'intégrer divers types de processus d'aimantation, notamment le déplacement des parois magnétiques, qui constitue le mécanisme principal. Cette adaptation consiste à attribuer aux commutateurs $\gamma_{\alpha,\beta}$, une loi dynamique de transition d'état dépendant de la dérivée temporelle du flux élémentaire, par l'introduction d'un nouveau paramètre k associé à la mobilité des parois magnétiques.

$$\begin{cases} \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = k(H - \alpha) & \text{Si } H \geq \alpha \text{ et } \gamma_{\alpha,\beta} < +1 \\ \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = k(H - \beta) & \text{Si } H \leq \beta \text{ et } \gamma_{\alpha,\beta} > -1 \\ \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.60)$$

L'aimantation obtenue est toujours influencée par l'historique, étant donné la rétention de l'état pondéré des commutateurs du plan de *Preisach*. mais, elle se stabilise également avec une certaine constante de temps, laquelle est déterminée par la mobilité des parois magnétiques.

$$dM_{dH>0} = \iint_{\Delta(H_i, H_{i-1})} \rho(\alpha, \beta) d\gamma_{\alpha, \beta} d\alpha d\beta \quad (2.61)$$

$$dM_{dH<0} = \iint_{\Delta(H_{i-1}, H_i)} \rho(\alpha, \beta) d\gamma_{\alpha, \beta} d\alpha d\beta \quad (2.62)$$

Ainsi, les cycles reconstruits seront influencés par la fréquence de variation du champ magnétique appliqué. Ainsi, les cycles reconstruits seront influencés par la fréquence de variation du champ magnétique appliqué. Malgré sa richesse et ses possibilités quasi-infinies, ce modèle demeure souvent complexe et peu utilisé en pratique.[64][65].

2.4.3 Modèle de Jiles- Szczyglowski

Cette approche étend le modèle statique de J - A [1], en se concentrant sur l'aimantation magnétique sous une excitation alternative. *J. Szczyglowski* introduit une nouvelle perspective en supposant une pénétration uniforme du champ magnétique à travers le matériau[66]. Le modèle implique une modification du champ interne effectif H_{eff} par l'ajout d'un champ d'amortissement dynamique.

$$H_{eff} = H + \alpha M - \beta \frac{\partial M}{\partial t} \quad (2.63)$$

2.4.4 Modèle hybride dynamique

Ce modèle a été proposé par *M. Hamimid* dans sa référence[10], en extension du modèle inverse de J - A . L'idée principale introduite est celle du modèle de champ magnétique hybride (HMF), qui modifie le champ effectif en incorporant deux champs opposés associés aux courants de Foucault et aux pertes excessives (Equation 2.56). La formulation inclut deux nouveaux paramètres liés à ces champs, et elle validée par et est vérifiée à l'aide des cycles mesurées

$$H_{eff} = H + \alpha M - \left(k_{edd} \frac{dB}{dt} + k_{exc} \delta \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.64)$$

Tel que δ est un paramètre directionnel qui prend le signe de $\frac{dB}{dt}$. Les paramètres k_{edd} , k_{exc} sont liés aux caractéristiques physiques et géométriques du matériau.

2.5 Choix de modèle

Après avoir étudié ces modèles statiques, il est évident que le modèle J - A est efficace pour décrire le phénomène d'hystérésis d'un point de vue physique. Ce modèle repose sur la magnétisation Anh hystérétique, définie par l'équation de Langevin, qui peut être re-

présentée par diverses formulations mathématiques. De plus, leurs paramètres permettent une grande flexibilité pour simuler des cycles d'hystérésis dans diverses situations, ce qui facilite une interprétation physique nuancée. En outre, le modèle de Jiles Atherton a été étendu pour tenir compte des régimes dynamiques, en incorporant des caractéristiques telles que le paramètre d'épinglage k et le champ effectif H_e . Ce modèle ont considérablement réduit le temps de calcul, ce qui rend le modèle applicable aux calculs du champ magnétique dans les dispositifs magnétiques.

2.6 Conclusion

En conclusion, les modèles d'hystérésis démontrent clairement la relation entre le champ magnétique appliqué et la densité de flux magnétique. Plusieurs modèles ont été construits sur la base de formulations mathématiques telle que (Le modèle de fonction multiple, le modèle de Fröhlich), ainsi que des modèles basés sur des considérations énergétiques telles que le modèle énergétique, et le modèle de *Jiles-atherton*. La diversité de ces modèles, ainsi que de leurs avantages ou inconvénients, a incité la littérature à développer dans différentes conditions. En fait, le phénomène d'hystérésis se produit dans un régime dynamique (dépendant de la fréquence ou faible fréquence). C'est pourquoi, des extensions de ces modèles sont développés pour obtenir un bon model dynamique comme (Modèle de hybride dynamique).d'après ces bibliographie, l'objective principal est de choisir des modèle et le de développer les limitations de modèle J-A dans le régime dynamiques et statique dans les chapitres précédentes.

Chapitre 3

Étude statique du modèle

Jiles-Atherton

3.1 Introduction

Ce chapitre se concentre sur à la compréhension du comportement de modèle de $J-A$ dans le régime quasi-statique. Bien que le chapitre deux, traite des différents modèles capables de rendre compte de l'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques, il est remarquable que ces modèles reposent souvent en grande partie sur des formulations mathématiques. Cependant, le modèle (J-A) se distingue par son fondement sur des principes physiques et sa simplicité de mise en œuvre. Ce modèle a démontré une capacité remarquable à prédire avec précision le comportement de l'hystérésis, ce qui en fait le modèle préféré dans ce domaine. Les tentatives de modélisation des cycles d'hystérésis dans un régime dynamique nécessitent la sélection d'un modèle robuste dans le régime quasi-statique, associé à une stratégie efficace. Dans le cadre de notre étude, le modèle de *Jiles-Atherton modifié* (MJA) a été choisi comme le plus adapté. Dans cette tentative, nous avons amélioré le modèle MJA pour décrire avec précision les cycles d'hystérésis mineures, en utilisant la fonction de hypergéométrie. Notre méthode implique l'utilisation de la méthode de Hens pour résoudre l'équation différentielle de la successibilité magnétique et optimiser les paramètres grâce à une méthode déterministe basée sur des données expérimentales dérivées de manière précisée.

3.2 Modèle original de Jiles-Atherton

Le modèle de *Jiles-Atherton* a été formulé dans les années 1980 par *David Jiles* et *Derek Atherton*. Depuis lors, il a trouvé une utilisation répandue dans la recherche en science des matériaux magnétiques, jouant un rôle essentiel dans la conception de dispositifs magnétiques. Cette approche propose une explication physique des phénomènes d'hystérésis observés dans les matériaux ferromagnétiques, offrant ainsi une simulation précieuse des propriétés magnétiques non linéaires de ces matériaux [67]. Ce modèle fournit également une description mathématique de la courbe d'hystérésis $B(H)$ sous la forme d'une équation différentielle du premier ordre. Il est caractérisé par cinq paramètres qui sont liés aux propriétés magnétiques du matériau. Cette démonstration se focalise principalement sur les aspects énergétiques liés aux mouvements locaux à l'intérieur du mécanisme magnétique. La construction de ce modèle repose sur le principe selon lequel sur la variation de l'énergie fournie à une unité de volume du matériau étant égale à la variation de l'énergie magnétostatique, ainsi que des pertes dues à l'hystérésis, qui peuvent se manifester sous forme d'énergie d'accrochage en raison du mouvement de la paroi du domaine[1].

3.2.1 La courbe anhystérétique

C'est une représentation de l'évolution de l'aimantation en fonction du champ magnétique appliqué pour un matériau préalablement démagnétisé. Elle illustre la magnétisation maximale possible qui peut être atteinte en réponse à un champ appliqué, sans présenter

d'hystérésis (c'est-à-dire sans magnétisme résiduel). La forme de la courbe anhystérétique dépend de plusieurs facteurs, tels que le type et la force des interactions inter domaines au sein du matériau, ainsi que sa structure cristalline et sa composition [67]. La formule mathématique peut être représentée par l'équation de *Langevin* ou les développements des calculs liés au le paramagnétisme , comme déjà abordé dans le chapitre1. Les interactions entre les moments magnétiques sont négligées dans ce développement. Avec l'aide de l'hypothèse du magnétisme de *P. Weiss*[68][69] , proposée en 1906, le modèle de champ moléculaire a été développé, conduisant à des améliorations significatives du magnétisme, par rapport au concept de *Langevin*, conduisant à la formation d'un champ d'interaction moléculaire connu sous le nom de H_m . *Weiss* suppose que tous les moments dans cette situation sont identiques, ce qui donne l'expression suivante pour le champ :

$$H_m = \alpha_m \sum_j m_j = \alpha m \quad (3.1)$$

En conséquence, il détermine que le champ effectif appliqué à l'électron peut être représenté comme suit :

$$H_e = H + \alpha M \quad (3.2)$$

Le coefficient de champ moléculaire, noté α , intervient dans la caractéristique magnétique des modèles d'hystérésis magnétique anhystérétique des matériaux ferromagnétiques. Cette caractéristique est définie par la théorie de Langevin et corrigée par la théorie de *Weiss*. Elle est représentée par l'équation suivante :

$$M_{an} = M_s \left(\coth \left(\frac{(H + \alpha M)}{a} \right) - \frac{a}{(H + \alpha M)} \right) \quad (3.3)$$

On peut représenter la courbe de l'aimantation anhystérétique (M_{an}) en fonction du champ magnétique effectif appliqué à l'aide du modèle de *J-A*, en considérant une aimantation M_s de $1.2 \cdot 10^6 A/m$. Cette courbe présente une asymétrie par rapport au champ magnétique. Elle se caractérise par l'absence d'hystérésis et une réversibilité complète, formant ainsi une courbe en forme de *S* sur la figure (3.1).

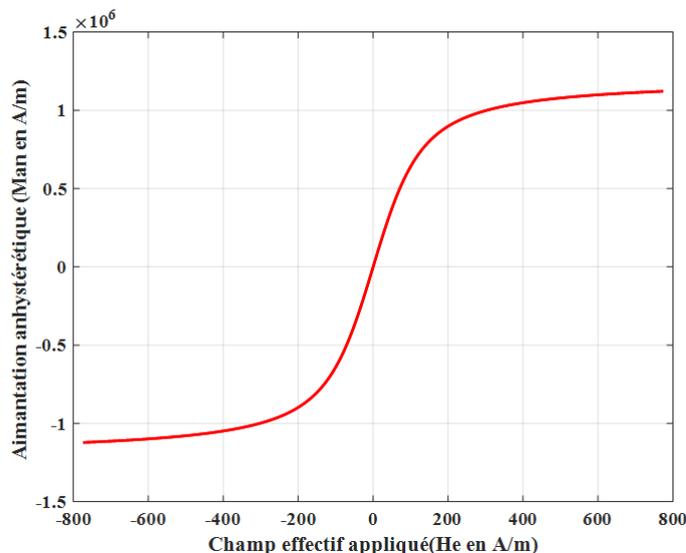


FIGURE 3.1 – Evolution de l’aimantation anhystérétique en fonction du champ magnétique effectif appliqué.

D’après les études les plus récentes [70][71], le principal défi du modèle $J-A$ réside dans l’estimation précise de cette fonction. Afin de répondre à cette problématique, la référence[70] propose de nouvelles fonctions qui satisfont les conditions de l’aimantation anhysterétique dans le modèle Jiles-Atherton. Ces fonctions visent à modéliser l’hystérésis ferromagnétique dans les cas où le paramètre de couplage est trop important pour être représenté par la fonction de Langevin. Diverses fonctions, répertoriées dans le tableau (3.1), peuvent être utilisées pour décrire la magnétisation anhystérétique.

Noms	$M_s(h)$
erf	$erf(h)$
th	$\tanh(h)$
atg	$\left(\frac{2}{\pi}\right) \tan^{-1}(h)$
eh	$1 - \left(1 + \frac{h}{2}\right) e^{-h}$
sq	$\frac{\sqrt{1+h^2}-1}{h}$
Lgv	$\coth(h) - \frac{1}{h}$

TABLE 3.1 – Quelques expressions de la fonction anhystérétique

Ces fonctions anhystérétiques simples sont utilisées pour modéliser le comportement des matériaux magnétiques. Elles sont caractérisées par certaines propriétés mathématiques, notamment des intégrales qui facilitent le contrôle des calculs numériques et la simplification du code de calcul. La fonction Langevin modifiée, valable pour des matériaux ferromagnétiques isotropes ou faiblement anisotropes a été employée dans cette thèse.

3.2.2 Composantes de l'aimantation

Dans le modèle original d'hystérésis de $J-A$ [1], l'aimantation totale M est subdivisée en deux composantes distinctes : l'aimantation réversible M_{rev} et l'aimantation irréversible M_{irr} . L'aimantation réversible M_{rev} prend compte de la translation et de la rotation réversible des parois du domaine au cours du processus d'aimantation. En supposant que les parois peuvent se déformer sur les sites d'ancrage sous l'influence du champ extérieur, comme montre figure(3.2), $J-A$ démontrent que M_{rev} est proportionnelle à la différentielle $(M_{an} - M_{irr})$, résultant de calculs d'énergie sur la déformation d'une paroi [1]. Pour de petits déplacements, M_{rev} peut être exprimée comme suit :

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (3.4)$$

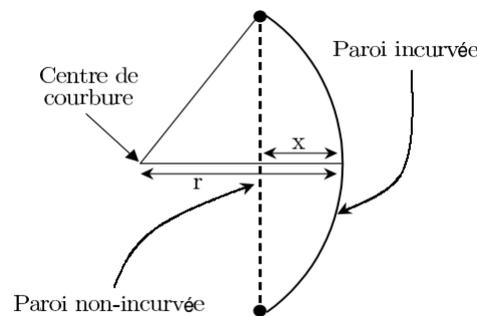


FIGURE 3.2 – La déformation réversible d'une paroi sous l'influence d'un champ magnétique extérieur.

D'autre part, l'aimantation irréversible M_{irr} correspond au déplacement des parois du domaine surmontant les forces d'ancrage, Durant leurs trajectoires, les parois sont considérées comme planes et rigides (voir figure 3.3); elles subissent le processus d'accrochage et de décrochage sur les sites d'ancrage présents au sein du matériau.

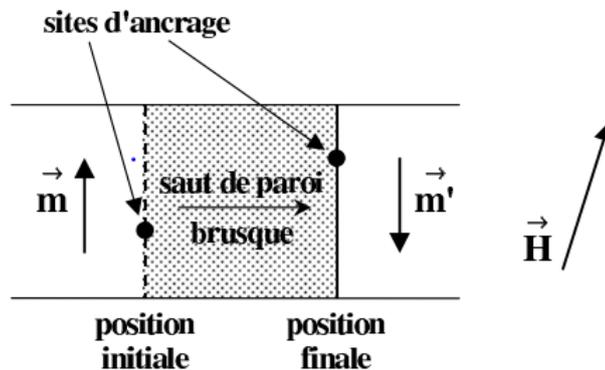


FIGURE 3.3 – Saut brusque de paroi sous l'action d'un champ extérieur [26]

Les relations entre les deux composantes et l'aimantation anhystérétique M_{an} sont établies sur la base des principes physiques qui régissent le processus d'aimantation. L'expression de l'énergie magnétique de l'aimantation présentée par :

$$\int M dB_e = \int M_{an} dB_e \quad (3.5)$$

Cette énergie est dans ce cas égale à la différence entre l'énergie dans le cas idéal, c'est-à-dire sans pertes $\int M dB_e$ moins les pertes dues à l'hystérésis où l'énergie dépensée pour vaincre l'épinglage des parois $k \int M_{irr} dB_e$.

$$\int M_{irr} dB_e = \int M_{an}(H_e) dB_e - k \int \left(\frac{dM_{irr}}{dB_e} \right) dB_e \quad (3.6)$$

L'équation (3.6) devient donc par :

$$M_{irr}(B_e) = M(H_e) - k \frac{dM_{irr}}{dB_e} \quad (3.7)$$

δ d est un paramètre qui garantit que le pincement est opposé à la variation de l'aimantation. La modification de ce paramètre est soumise à deux conditions :

$$\begin{cases} -1 & \frac{dH}{dt} \leq 0 \\ 1 & \frac{dH}{dt} \geq 0 \end{cases}$$

Donc l'aimantation totale est décrite par la relation suivant :

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (3.8)$$

Nous pouvons exprimer l'aimantation totale à travers M_{an} et M_{irr} par :

$$M = c(M_{an} - M_{irr}) + M_{irr} \quad (3.9)$$

3.3 Formulation original du modèle Jiles-atherton

3.3.1 Modèle de Jiles-Atherton direct $M(H)$

Dans ce modèle, le champ magnétique H d'entrée est utilisé pour déterminer l'aimantation M , qui est suivie du calcul de l'induction magnétique B . En cas d'excitation provoquée par une source de courant électrique, ce type de modèle $J-A$ est utilisé en raison de la facilité avec laquelle la loi d'Ampère peut être utilisée pour calculer le champ magnétique. À partir de l'équation (3.7) on peut écrire la différentielle de l'aimantation M_{irr} en fonction de H_e par :

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta k} \quad (3.10)$$

L'équation différentielle de l'aimantation totale par rapport au champ magnétique est donnée par :

$$\frac{dM}{dH_e} = \frac{dM_{rev}}{dH} + \frac{dM_{irr}}{dH} \quad (3.11)$$

Avec le terme dérivé de $\frac{dM_{rev}}{dH}$ est donné par

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_{an}}{dH} + \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (3.12)$$

Et pour le terme dérivé de $\frac{dM_{irr}}{dH}$ est donné par

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}(H_e)}{\frac{k\delta}{\mu_0} - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr}(H_e))} \quad (3.13)$$

Les développements mathématiques faits dans [1] montrent que la variation de l'aimantation totale peut être exprimée comme suit :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{(1+c)} \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + \frac{c}{(1+c)} \frac{dM_{an}}{dH} \quad (3.14)$$

D'après l'équation (3.9), on peut écrire la susceptibilité différentielle totale :

$$\frac{dM}{dH} = (1+c) \frac{dM_{irr}}{dH} + \frac{dM_{an}}{dH} \quad (3.15)$$

Nous allons maintenant décrire les termes $\frac{dM_{irr}}{dH}$ et $\frac{dM_{an}}{dH}$:

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (3.16)$$

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (3.17)$$

En introduisant les équations (3.14) et (3.15) dans(3.13), on trouve l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1+c) \frac{dM_{irr}}{dH} + c \frac{dM_{an}}{dH}}{1 - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha (1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (3.18)$$

Le modèle de *J-A* direct est exprimé par l'équation différentielle(3.16) . L'expression de $\left(\frac{dM_{irr}}{dH_e}\right)$ est donnée par l'équation(3.10) et la dérivée de l'aimantation anhystérétique par rapport au champ magnétique effectif est :

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left(1 - \coth^2 \left(\frac{H_e}{a} \right) - \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right) \quad (3.19)$$

3.3.2 Modèle de Jiles-atherton inverse $M(B)$

Le modèle inverse de *Jiles-Atherton* est une modification du modèle original de *Jiles-Atherton*, qui considère l'induction magnétique B comme une variable indépendante[72][73] . Dans ce modèle, au lieu de calculer l'aimantation en fonction du champ magnétique appliqué H , il calcule le champ magnétique appliqué H en fonction d'une valeur donnée d'aimantation M . Sachant que

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM}{dB} \frac{dB}{dH} \quad (3.20)$$

Le terme $\frac{dB}{dH}$ dans l'équation $B = \mu_0 (H + M)$ peut être écrit par l'équation suivante :

$$\frac{dB}{dH} = \mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dH} \right) \quad (3.21)$$

On remplace l'équation (3.21) dans l'équation (3.20), on peut trouver le terme dM/dB par l'expression suivante :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{dM/dH}{\mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dH}\right)} \quad (3.22)$$

Et, en utilisant l'équation (3.18) dans l'équation (3.22), on peut écrire le model inverse

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\frac{(1+c)}{\mu_0} \frac{dM_{irr}}{dH} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + (1 + \alpha) c \frac{dM_{an}}{dH_e} - (1 + c) (1 - \alpha) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (3.23)$$

Ce modèle permet une utilisation directe dans les calculs par éléments finis et volume fini pour les simulations et l'analyse électromagnétiques [74][75]. Il est caractérisé par cinq paramètres, à savoir $c, \alpha, k, a,$ et M_{sat} , qui doivent être calculés à partir de données expérimentales dans les deux modèle. Il est crucial de noter que les paramètres du modèle $J-A$ restent les mêmes, quel que soit le modèle utilisé ($M(H)$ ou $M(B)$). Le tableau (3.2) résume la signification physique des paramètres

Paramètre	Propriété physique
c	Coefficient de réversibilité
a	Facteur de forme pour M_{an}
k	Lié aux pertes par hystérésis
α	Lié à l'interaction entre les domaines
M_{sat}	Aimantation à saturation

TABLE 3.2 – Propriétés physique des paramètres de modèle J-A

Lors de la résolution numérique du modèle, il est crucial d'examiner le sens physique de l'aimantation. En effet, le modèle peut générer des susceptibilités différentielles négatives dans certaines situations, qui ne correspondent pas à des solutions physiquement réalistes. La figure (3.4) montre ce modèle près du sommet du cycle d'hystérésis primaire pendant que le champ magnétique faible. Pour résoudre cette difficulté, il est nécessaire de vérifier le signe de $\Delta M_{irr} / \Delta H_e$ et d'annuler la valeur négative (si $dM_{irr}/dH_e \leq 0$, alors $dM_{irr}/dH_e = 0$). De plus, certains chercheurs[76][77][78][79] proposent une technique pour éviter ce problème non physique en introduisant un nouveau paramètre, δ_M

$$\begin{cases} 1 & \text{si } (dM_{an} - dM_{irr}) \frac{dH}{dt} \geq 0 \\ 0 & \text{si } (dM_{an} - dM_{irr}) \frac{dH}{dt} \leq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Ce coefficient peut être donné sous une forme plus générale :

$$\delta_M = 0.5 \left[1 + \operatorname{sgn} \left((dM_{an} - dM_{irr}) \frac{dH}{dt} \right) \right] \quad (3.25)$$

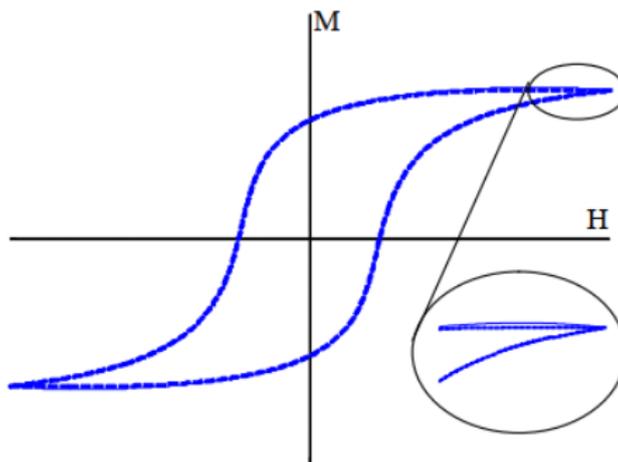


FIGURE 3.4 – Comportement non physique au voisinage de la saturation d’un cycle majeur

3.4 Modèle de Jiles-Atherton modifié

Le modèle d’hystérésis de *Jiles-Atherton* modifié est une extension du modèle original de *Jiles-Atherton*, utilisé pour décrire le comportement de l’aimantation dans les matériaux ferromagnétiques. Il décompose l’aimantation en deux composants (réversibles et irréversibles), représentant différents phénomènes physiques au sein du matériau. Dans le modèle original *J-A*, ils supposent que l’aimantation M est équivalente à l’aimantation irréversible M_{irr} dans leurs relations entre le champ H_e et le champ H . Cette hypothèse se traduit par une forme simplifiée de susceptibilité différentielle irréversible. Cependant, dans le modèle MJA, une relation physique entre H_e et H est introduite en considérant l’aimantation M au lieu de M_{irr} (Équation (3.8)). Cette modification entraîne une expression différente de la susceptibilité irréversible différentielle par rapport au modèle *J-A* et vise à remédier aux résultats imprécis causés par la négligence de l’aimantation réversible dans le modèle original[2].

$$H_e = H + \alpha M \quad (3.26)$$

En dérivant l’équation (3.8) par rapport à H , on obtient la susceptibilité différentielle de la composante irréversible sous la forme suivante :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} \quad (3.27)$$

En utilisant l'équation (3.25), le deuxième terme de la partie droite de l'équation (3.27) s'écrit comme suit :

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \quad (3.28)$$

En utilisant l'équation (3.9), nous pouvons réécrire cette équation comme suit :

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH} + c\alpha \frac{dM_{irr}}{dH} \quad (3.29)$$

En utilisant les équations (3.10) et (3.29), nous pouvons réécrire l'équation (3.27) comme suit :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{(M_{an} - M_{irr})}{\delta k} \left[1 + \alpha (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH} + c\alpha \frac{dM_{an}}{dH} \right] \quad (3.30)$$

En utilisant l'équation ci-dessus et quelques manipulations mathématiques, on obtient la nouvelle forme de la susceptibilité différentielle irréversible suivante

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{(M_{an} - M_{irr}) \left(1 + \alpha c \frac{dM_{an}}{dH} \right)}{\delta k - \alpha (1 - c) (M_{an} - M_{irr})} \quad (3.31)$$

Le travail[2] démontrent que lorsque $c = 0$, l'équation (3.31) est équivalente à l'équation (3.32) donnée par $J-A$, ou à l'équation (3.13). Cette équivalence est due à la relation directe entre l'aimantation réversible M_{rev} et le paramètre c , définie par l'équation (3.4).

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{(M_{an} - M_{irr})}{\delta k - \alpha (M_{an} - M_{irr})} \quad (3.32)$$

Voici l'équation de la susceptibilité magnétique différentielle totale après quelques manipulations mathématiques :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c)(M_{an} - M_{irr}) + kc\delta \frac{dM_{an}}{dH}}{\delta k - \alpha(1-c)(M_{an} - M_{irr}) - kc\delta \frac{dM_{an}}{dH}} \quad (3.33)$$

La susceptibilité différentielle totale de l'expression (3.33), peut être réécrite en utilisant la formule $(1-c)(M_{an} - M_{irr}) = M_{an} - M$, comme suit :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(M_{an} - M) + kc\delta \frac{dM_{an}}{dH}}{\delta k - \alpha(M_{an} - M) - kc\delta \frac{dM_{an}}{dH}} \quad (3.34)$$

De même manière que pour le modèle original de *J-A*, on peut trouver le modèle inverse de *MJA* à l'aide des équations suivantes

$$\frac{dM}{dB} \frac{dB}{dH} = \frac{\xi}{\delta k - \alpha\xi} \quad (3.35)$$

Avec

$$\xi = (M_{an} - M) + kc\delta \frac{dM_{an}}{dH} \quad (3.36)$$

En utilisant l'expression (3.21), le terme dB/dH peut être écrit comme suit :

$$\frac{dB}{dH} = \mu_0 \left(1 + \frac{\xi}{\delta k - \alpha\xi} \right) \quad (3.37)$$

En remplaçant l'équation (3.36) par (3.35), nous trouvons le modèle *MJA* inverse comme suit :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\xi}{\mu_0(\delta k - \xi(1-\alpha))} \quad (3.38)$$

3.4.1 Résolution le Jiles-Atherton modifié

Le modèle de Jiles Atherton est décrit par une équation différentielle mathématique d'ordre un, et la majorité des solutions à cette équation sont basées sur la méthode de

d'Euler. Dans ce travail, nous avons utilisé la méthode *d'Euler modifiée* (ou la méthode de *Heun*[80]) pour améliorer la résolution numérique des équations différentielles du modèle inverse *MJA* équation (3.38). , en augmentant la précision de l'approximation grâce à une meilleure estimation de la dérivée à chaque étape. La procédure de résolution dans la figure (3.5) repose sur la méthode *Euler* pour la première solution, puis nous avons utilisé cette dernière dans l'amélioration d'Euler pour trouver la deuxième solution, comme indiqué dans la procédure de résolution. La méthode d'Euler modifiée est généralement plus précise que la méthode *d'Euler* car, prend en compte la courbure de la fonction à chaque étape. En estimant la valeur de *M* au milieu, elle considère le changement de pente entre les positions initiale et médiane, ce qui donne une approximation plus précise de la solution , comme le montre la figure (3.6).

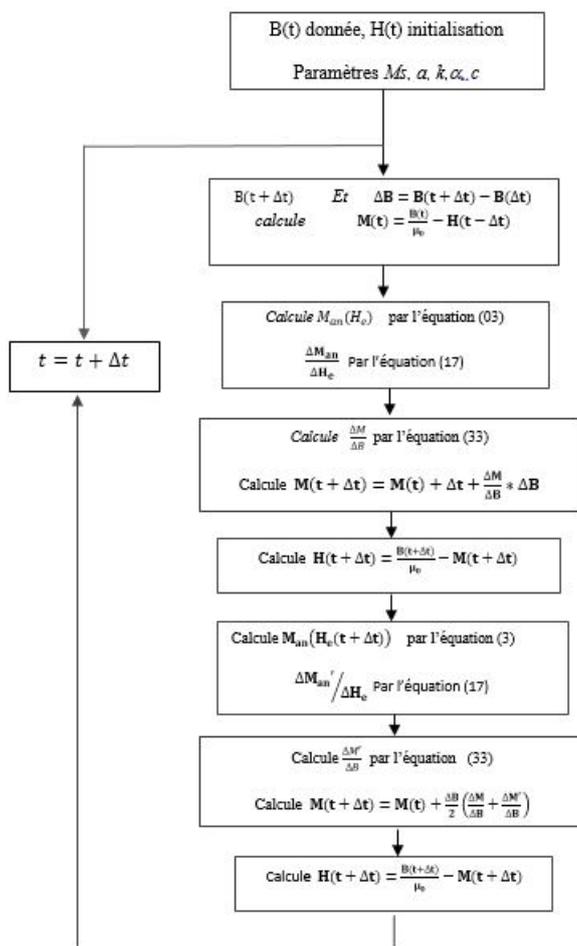


FIGURE 3.5 – Procédure de la résolution par Euler modifiée

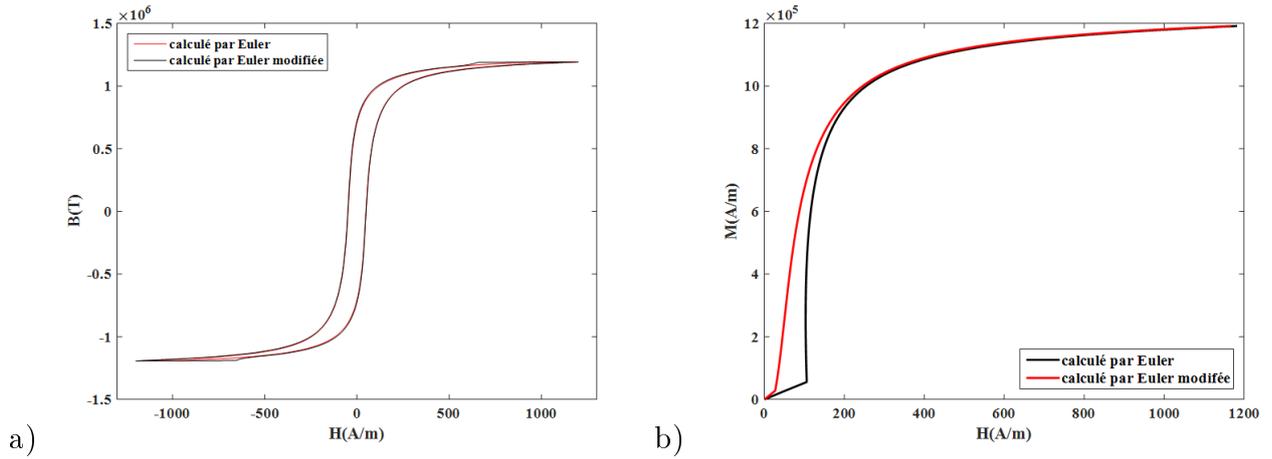


FIGURE 3.6 – Résolution de l'équation inverse MJA avec une Pas $h = 0.0037$. (a) cycle complet et (b) courbe de premier aimantation.

A l'aide de ces paramètres $M_s = 1.2510^6 A/m$, $k = 55 A/m$, $c = 0.081$, $a = 57.14 A/m$ et $\alpha = 0.0015$. On peut tracer les d'autres composantes de l'aimantation qui sont représentées en fonction de champ appliquée et l'influence sur le cycle d'hystérésis à chaque composant comme indique la figure (3.7).

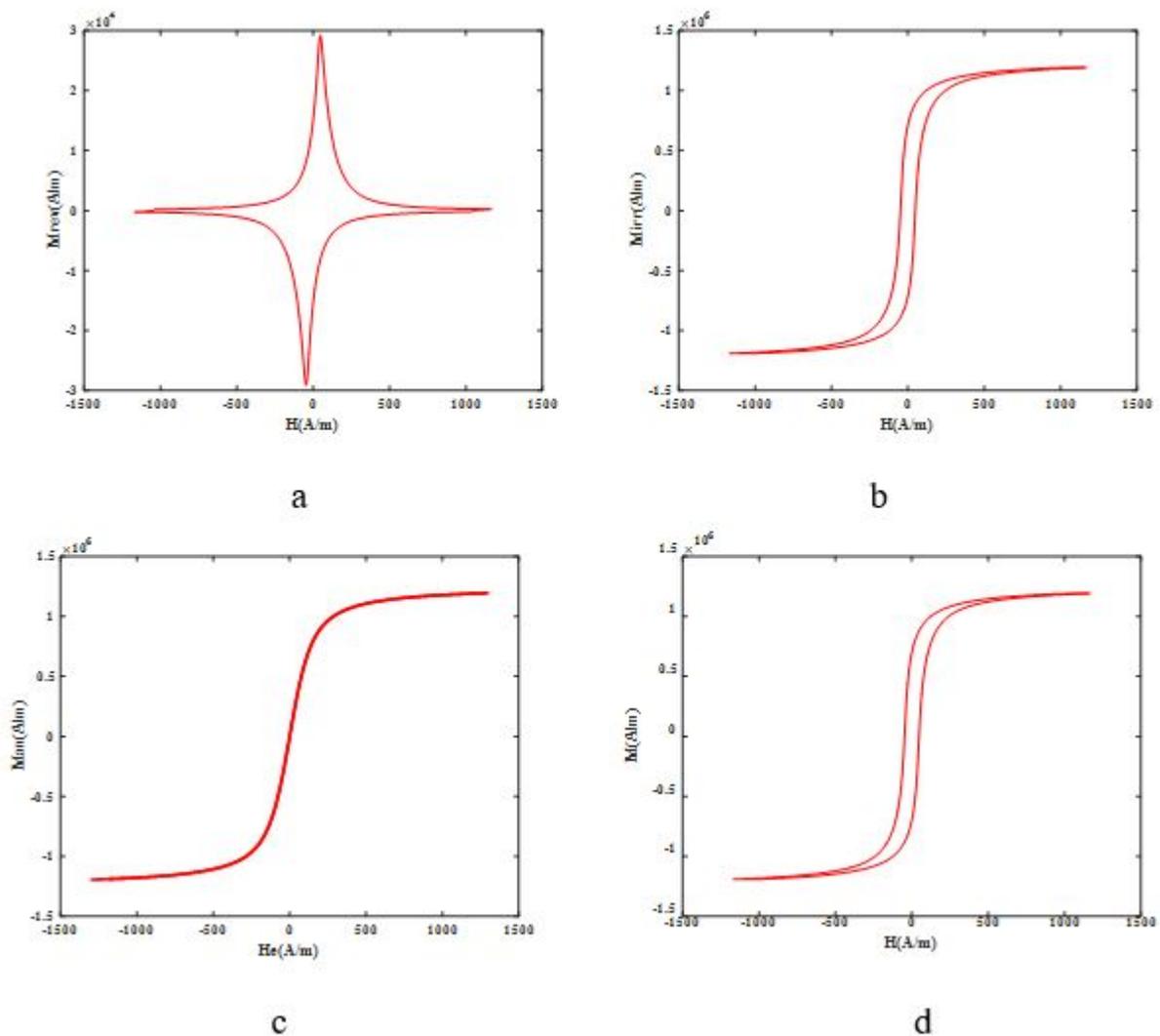


FIGURE 3.7 – Courbe d'aimantation. (a) réversible, (b) irréversible, (c) anahystérétique et (d) l'aimantation totale.

3.4.2 Effet des paramètres du modèle modifiée (J-A) sur la forme du cycle d'hystérésis

Le modèle MJA est caractérisé par cinq paramètres, et à l'aide de ces paramètres, il est possible de déterminer le comportement non linéaire de ces matériaux, en particulier le cycle d'hystérésis. Selon ce modèle, pour chaque paramètre a également une influence sur les cycles d'hystérésis, fournissant ainsi une explication physique du comportement observé. Pour montrer comment chaque paramètre influe sur la forme du cycle d'hystérésis, il est nécessaire de modifier les valeur de paramètre concerné et les autres paramètres du modèle restent fixes.

- Effet du paramètre k

La figure (3.8) montre que le paramètre k a une influence directe sur la largeur du cycle, ainsi qu'une influence considérable sur le champ H_c et l'induction B_r . Son effet sur l'induction maximale est minime, mais il diminue à mesure que le paramètre k est augmenté. Il est important de prendre en considération cette observation lors du processus d'identification des paramètres. Dans les matériaux doux, ce paramètre est égal au champ H_c en première approximation [1].

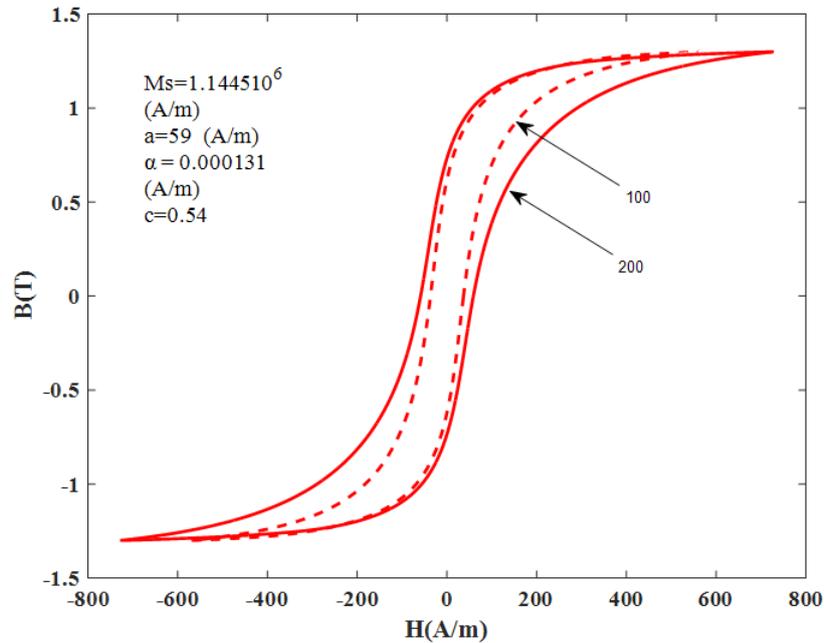


FIGURE 3.8 – Effet de la valeur k sur le cycle d'hystérésis.

- Effet du paramètre a

La température a une influence significative sur cette variable. En effet, le paramètre a dans l'aimantation anhystérétique introduit l'effet de la température sur le cycle d'hystérésis. L'effet de ce paramètre est illustré dans la figure (3.9); lorsque cette valeur augmente, les inductions maximales et rémanentes diminuent.

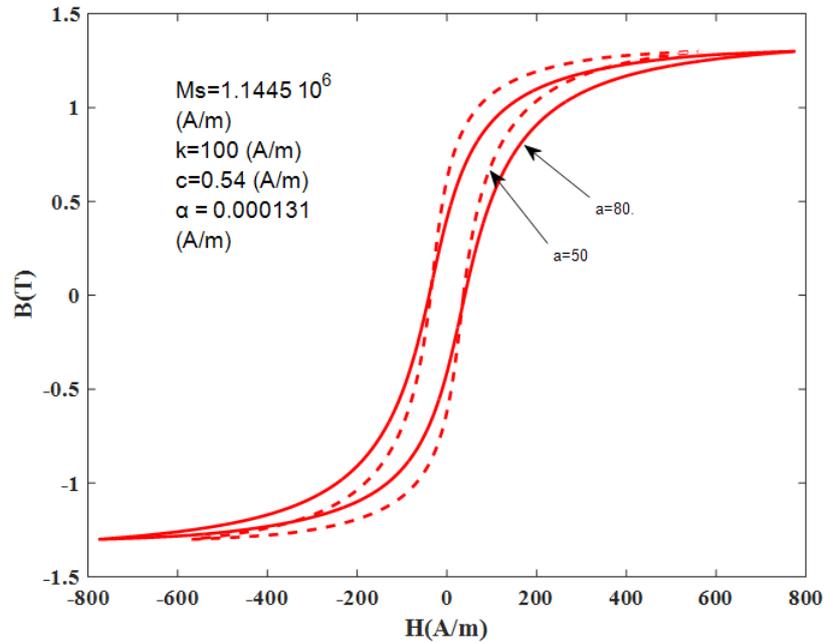


FIGURE 3.9 – Effet de la valeur a sur le cycle d’hystérésis..

- Effet du paramètre c

Ce paramètre indique le degré de réversibilité de M et affecte également l’aimantation initiale car il se rapporte à l’aimantation réversible. Dans la figure (3.10), son effet sur le cycle d’hystérésis est illustré.

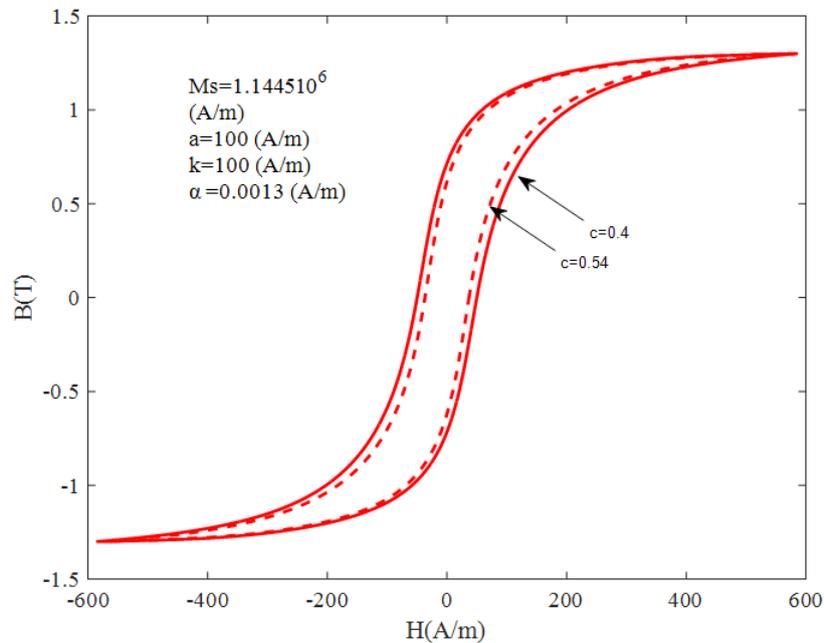


FIGURE 3.10 – Effet de la valeur c sur le cycle d’hystérésis..

- Effet du paramètre α

Ce paramètre a un impact significatif sur l'induction rémanente (figure (3.11)) ; cependant, il a moins d'impact sur le champ H_c et l'induction B_{max} .

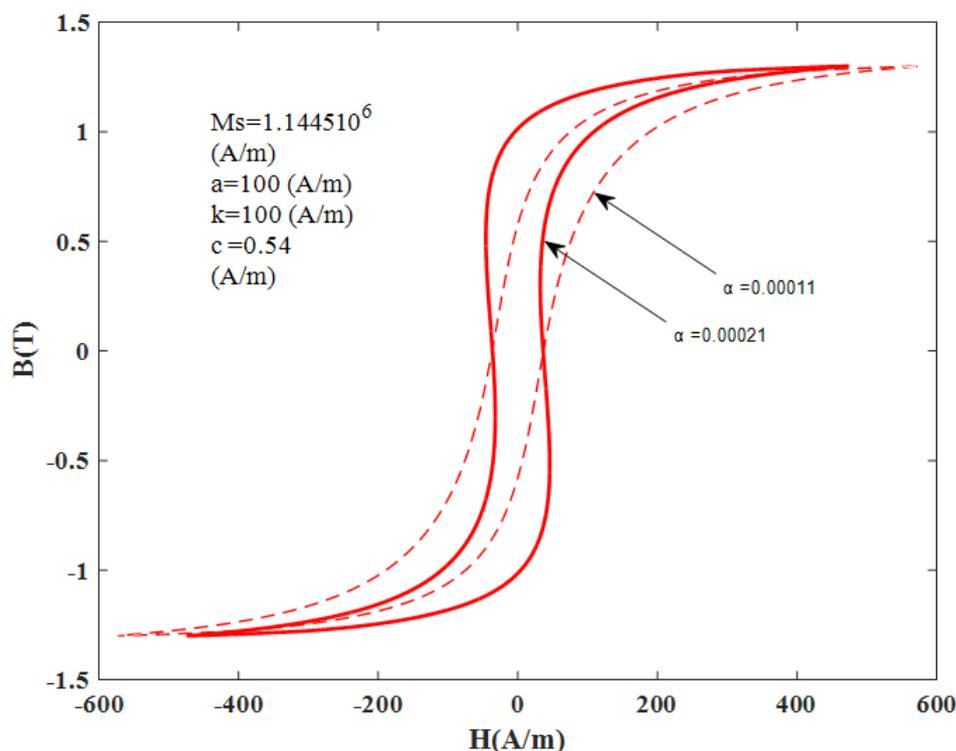


FIGURE 3.11 – Effet de la valeur α sur le cycle d'hystérésis..

3.5 Identification des paramètres de modèle

Les modèles JA et MJA sont caractérisés par cinq paramètres décrivant l'hystérésis magnétique dans les matériaux ferromagnétiques. Ces paramètres peuvent être déterminés selon deux méthodes. La première méthode consiste à mesurer des cycles d'hystérésis, où certains points tels que M_{max} , H_c et M_s ont une signification physique. Dans cette méthode, ces paramètres peuvent être évalués directement, conduisant à la même solution finale compte tenu d'un certain contexte initial. Bien que cette approche soit généralement efficace, elle nécessite une connaissance des paramètres initiaux proches de la solution totale. Cette méthode est connue sous le nom de méthode déterministe[81] . Pour calculer les paramètres du modèle, diverses méthodes d'identification basées sur des méthodes numériques itératives sont disponibles. En particulier, nous pourrions aborder les travaux de[30][2][25] . La deuxième technique, une technique stochastique qui implique un processus de conversion aléatoire, pourrait potentiellement être utilisée pour obtenir un large éventail de solutions. Par conséquent, des résultats différents peuvent être obtenus à partir de diverses itérations successives de la même solution initiale. L'avantage de cette méthode est sa capacité à déterminer l'optimum la meilleure solution, Cependant, elle nécessite plusieurs évaluations pour atteindre la résolution idéale..

3.5.1 Détermination des paramètres de MJA [2]

La détermination des paramètres *Jiles-Atherton* modifiés fait référence au processus de recherche des valeurs de certaines variables dans le modèle d'hystérésis. Ces paramètres sont obtenus en analysant des données expérimentales comme indique le figure (3.12) et en utilisant des équations qui se rapportent à la susceptibilité différentielle du matériau magnétique à différents points du cycle d'hystérésis.

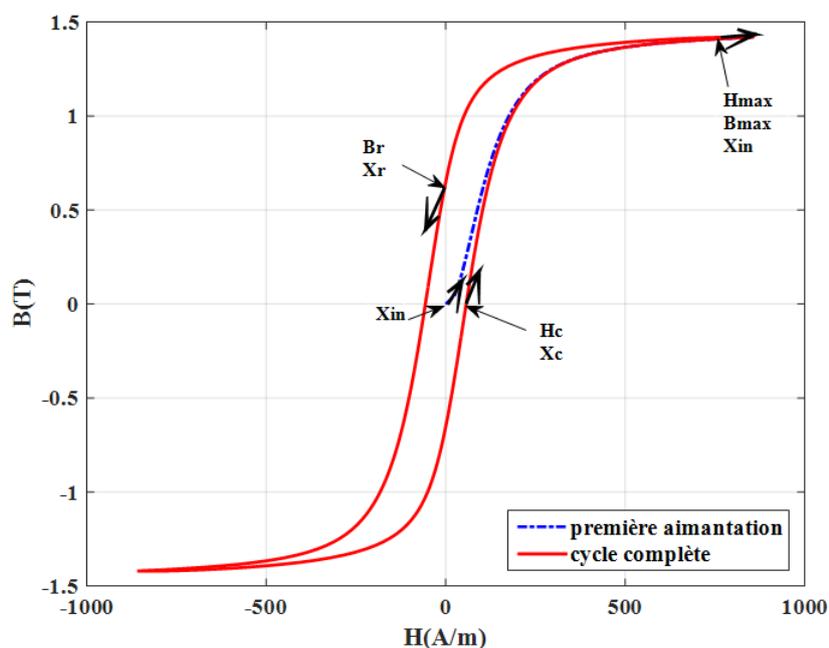


FIGURE 3.12 – Le rôle des susceptibilités différentielles dans la détermination des paramètres.

- Détermination de M_s

C'est probablement la caractéristique la plus facile à déterminer ; dans la plupart des cas, elle est souvent fournie par le fabricant de la plaque. M_s correspond à la mesure d'aimantation lorsque le matériau est fortement saturé.

- Détermination de c

Ce paramètre peut être calculé dans le point initial de cycle d'hystérésis. La susceptibilité initiale est déterminée au point initial de la courbe de première aimantation ($H = 0, M = 0$) où $\delta = +1$.

$$\chi_{in} = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{(H=0, M=0)} = \frac{\eta_{in}}{(k - \alpha\eta_{in})} \quad (3.39)$$

Le paramètre c est lié à M_{rev} au début de la courbe de première aimantation. Il est calculé par la susceptibilité initiale avec l'équation suivante :

$$\left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right)_{(H=0, M=0)} = \frac{3M_s}{a} \quad (3.40)$$

Dans cette condition $\eta_{in} = \frac{3kcM_s}{a}$ avec les paramètres α et a , connus, le paramètre c peut être déterminé en utilisant l'équation (3.40) par

$$c = \frac{3a\chi_{in}}{((1 + \alpha\chi_{in}) M_s)} \quad (3.41)$$

- Détermination de k

Comme nous l'avons montré dans la dernière section, ce paramètre a une influence directe sur la largeur du cycle d'hystérésis et un effet important sur le champ H_c . Il est souvent appelé champ coercitif dans les matériaux ferromagnétiques doux. Au point coercitif ($H = H_c, M = 0$) sur la branche ascendante du cycle ($\delta = +1$) la susceptibilité χ_c est donnée par :

$$\chi_c = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{(H=H_c, M=0)} = \frac{\eta_c}{(k - \alpha\eta_c)} \quad (3.42)$$

Avec

$$\eta_c = M_{an}(H_c) + kc \frac{dM_{an}(H_c)}{dH_e} \quad (3.43)$$

La relation entre le paramètre k et χ_c est déterminée par l'équation (3.43). lorsque α , c et a sont préalablement connues, l'équation (3.42) peut être transformée comme suit :

$$f_c(k) = \eta_c(1 + \alpha\chi_c) - k\chi_c \quad (3.44)$$

Cette formule est la première équation non linéaire. Le terme η_c est fonction des autres paramètres :

- Détermination de α

Ces paramètres influent directement sur l'aimantation rémanente, on peut déterminer ce paramètre à l'aide du point rémanence ($H = 0, M = M_r$) la susceptibilité différentielle χ_r est donnée sur la branche descendante du cycle d'hystérésis où $\delta = -1$ par :

$$\chi_r = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{(H=0, M=M_r)} = \frac{\eta_r}{-k - \alpha\eta_c} \quad (3.45)$$

Avec

$$\eta_r = M_{an}(M_r) - kc \frac{dM_{an}(M_r)}{dH_e} \quad (3.46)$$

En utilisant l'équation (3.45), la corrélation entre le paramètre α et la susceptibilité au point de rémanence χ_r est donnée :

$$f_r(k) = \eta_r(1 + \alpha\chi_r) + k\chi_r \quad (3.47)$$

La deuxième équation non linéaire est représentée par le symbole f_r , et le terme η_r dépend également des autres paramètres.

- Détermination de a

La valeur du paramètre a est calculée à l'aide des coordonnées du point de saturation (M_m, H_m) avec $\delta = +1$. la susceptibilité différentielle χ_m peut être donnée de la forme suivante :

$$\chi_m = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{(H=H_m, M=M_m)} = \frac{\eta_m}{(k - \alpha\eta_m)} \quad (3.48)$$

Avec

$$\eta_m = M_{an}(H_m, M_m) - M_m + kc \frac{dM_{an}(H_m, M_m)}{dH_e} \quad (3.49)$$

Le paramètre a est calculé en utilisant la susceptibilité différentielle au point maximum du cycle, en supposant que les paramètres c , α et k sont connus. L'équation suivante est utilisée pour résoudre la valeur de a :

$$f_m(k) = \eta_m(1 + \alpha\chi_m) + k\chi_m \quad (3.50)$$

Nous suggérons de résoudre les équations (3.41), (3.44), (3.47) et (3.50) consécutivement à l'aide d'un algorithme itératif couplé la sécante modifiée [25], Cela permettra identifier les paramètres k , c , a , et sont couplés de manière non linéaire.

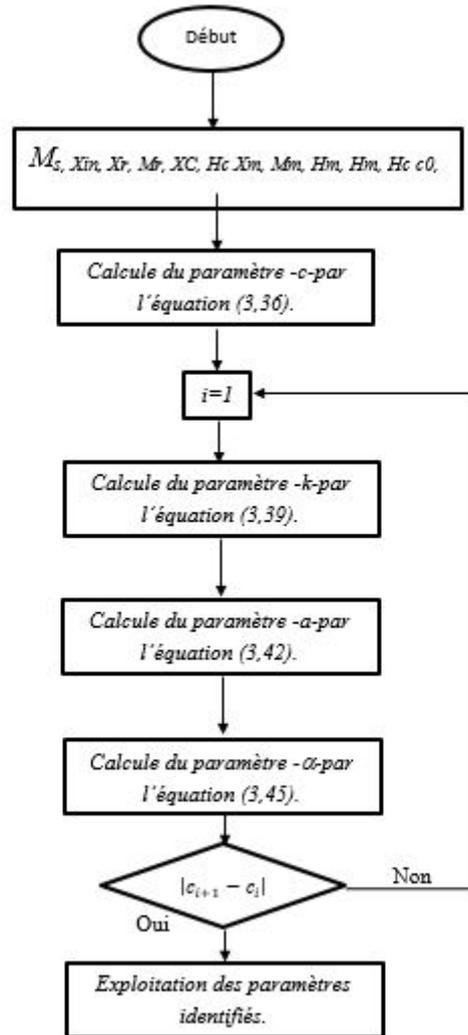


FIGURE 3.13 – organigramme de code de calcul

3.5.2 Validation des résultats

Dans cette procédure, nous calculons les cinq paramètres en résolvant les équations (3.41), (3.44), (3.47) et (3.50), qui sont directement liées aux valeurs précises des paramètres expérimentaux obtenus à partir du cycle mesuré. Le but est de déterminer ces paramètres en deux points précis : $(M = 0, H = H_c)$ pour trouver χ_r et H_c , et $(M = M_r, H = 0)$ pour trouver χ_r et M_r . Et $(M = M_{max}, H = H_{max}, \chi_{max})$. Pour obtenir des valeurs précises, nous avons préalablement interpolation effectuée au point $(M_m = f(H_m))$ voir appendix-1, Dans le tableau (3.3) présente les résultats de paramètres optimisés de MJA à l'aide de paramètres expérimentale qui est calculées sur la base des cycles mesurés. Cependant, cette méthode présente un accord limité entre le

cycle calculé et le cycle mesuré comme indique la figure (3.14). En revanche, la figure (3.15) montre que le résultat de cycle calculé donne une bonne concordance avec le cycle mesuré. A la suite a détermination précise les paramètres expérimental dans le tableau (3.4), implique une interpolation effectuée au point ($M_m = f(H_m)$).

Paramètres expérimental	Paramètres de MJA
$\chi_{in} = 100.1$	$M_s = 1.23 \cdot 10^6 A/m$
$\chi_c = 9.4649 \cdot 10^4$	$a = 80.9556 A/m$
$\chi_r = 4.7833 \cdot 10^3$	$\alpha = 2.0548 \cdot 10^{-4}$
$\chi_m = 21.384$	$k = 45.6911 A/m$
$H_m = 523.1689$	$c = 0.0195$
$H_c = -46.43$	
$M_{max} = 1.0964 \cdot 10^6$	
$M_r = 7.4405 \cdot 10^5$	

TABLE 3.3 – Paramètres Mesurés d'un matériau M400-50A

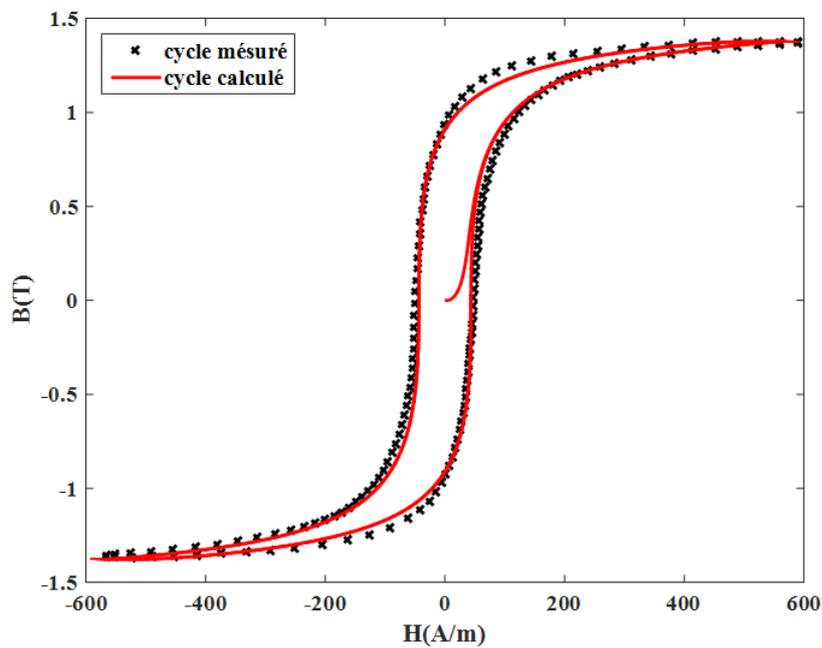


FIGURE 3.14 – Comparaison le cycle d'hystérésis calculé avec le cycle mesuré .Réf [42]

Paramètres expérimental	Paramètres de MJA
$\chi_{in} = 100.1$	$M_s = 1.23 \cdot 10^6 A/m$
$\chi_c = 4.8335 \cdot 10^4$	$a = 79.5111 A/m$
$\chi_r = 5.6283 \cdot 10^3$	$\alpha = 2.0548 \cdot 10^{-4}$
$\chi_m = 21.384$	$k = 50.9140 A/m$
$H_m = 523.1689$	$c = 0.0192$
$H_c = 46.7973$	
$M_{max} = 1.0964 \cdot 10^6$	
$Mr = 7.5272 \cdot 10^5$	

TABLE 3.4 – Paramètres Mesurés d'un matériau M400-50A

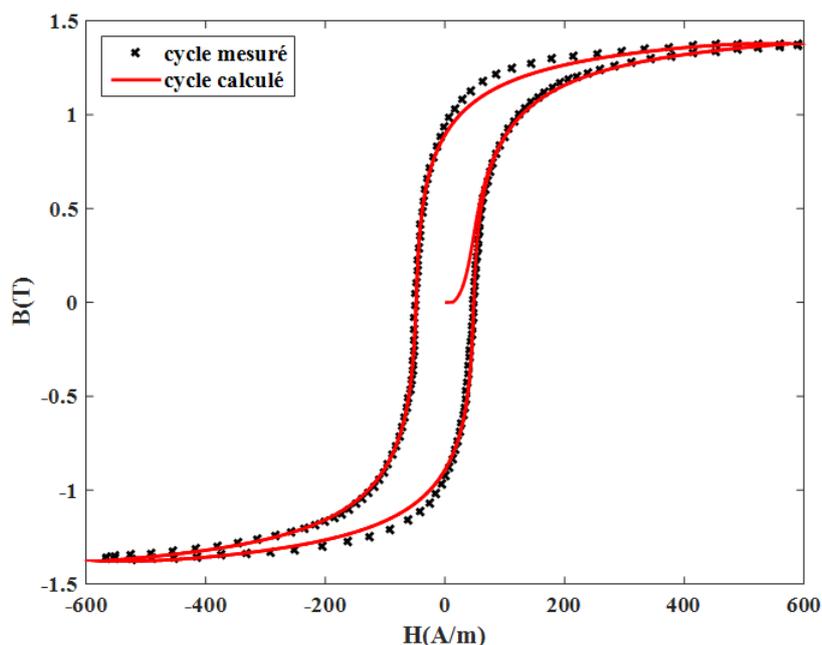


FIGURE 3.15 – Comparaison le cycle d'hystérésis calculé avec le cycle mesuré .Réf[42].

3.6 Amélioration de MJA

Dans les dispositifs électromagnétiques tels que les transformateurs et les machines tournantes, les cycles d'hystérésis mineurs dans les régions à faible densité de flux magnétique ne sont pas correctement modélisés par le modèle de Jiles-Atherton. Ce modèle phénoménologique largement utilisé décrit le comportement d'hystérésis des matériaux ferromagnétiques. Cependant, il présente certains comportements non physiques, notamment l'affaiblissement de l'induction magnétique près du point de saturation d'un cycle

majeur. Pour résoudre ce problème, les chercheurs ont introduit un nouveau facteur, δ_m , dans le modèle (comme indiqué à la section 3.3.2). Ce facteur supplémentaire tient compte du comportement non physique et améliore la précision du modèle. Malgré ces améliorations, le modèle de Jiles-Atherton présente encore des limites lorsqu'il s'agit de modéliser avec précision des cycles d'hystérésis mineurs à de faibles niveaux de densité de flux. Pour surmonter ces limitations, les auteurs ont proposé des expressions permettant d'ajuster les paramètres du modèle pour la modélisation des cycles d'hystérésis mineurs [82][83][84]. Ces ajustements permettent de rendre le modèle plus adapté à la description du comportement magnétique dans les régions à faible densité de flux où il n'existait pas de modèles précis auparavant. Dans ce travail nous avons amélioré le modèle de *MJA* dans le régime statique par l'utilisation de la fonction *hypergéométrique* dans le paramètre de ce modèle. Cette modification se concentre sur trois paramètres clés - le paramètre d'ancrage k , le paramètre de champ moyen moléculaire α et le paramètre caractérisant la forme de la courbe d'aimantation anhystérétique a , pour obtenir un bon ajustement pour les boucles mineures et valider le modèle proposé.

3.6.1 Les cycles mineurs générés par MJA

Plusieurs méthodes ont été proposées pour ajuster les paramètres du modèle *MJA*. L'une de ces modifications est l'application du modèle *ET* (Exponential Transformation) mentionné dans l'article [82]. Cette méthode assure que l'aimantation anhystérétique reste dans la boucle d'hystérésis, les paramètres a et doivent être ajustés pour les cycles d'hystérésis mineurs. Ces paramètres ont une influence significative sur le comportement des cycles d'hysteresis. L'ajustement de ces paramètres peut être réalisé en utilisant des expressions exponentielles qui dépendent de la différence entre la densité de flux à saturation du cycle majeur et la densité de flux maximale du cycle mineur. De plus, la largeur des cycles mineurs augmente avec des niveaux d'excitation magnétique plus élevés, et cet ajustement de largeur est particulièrement important pour les matériaux magnétiques doux par modification du paramètre k . Selon l'utilisation *ET*, les paramètres de la *MJA* sont exprimés par les équations ci-dessous :

$$\begin{cases} a_{min} = a_{maj} \exp \sigma (B_s - B_{max}) \\ \alpha_{min} = \alpha_{maj} \exp \beta (B_s - B_{max}) \\ k_{min} = k_{maj} \exp -\lambda (B_s - B_{max}) \end{cases} \quad (3.51)$$

Les paramètres a_{min} , α_{min} et k_{min} représentent les paramètres des cycles d'hystérésis mineurs, tandis que a_{maj} , α_{maj} et k_{maj} représentent les paramètres principaux de la courbe d'hystérésis majeur. Les constantes λ , β et σ sont des coefficients déterminés par un processus d'optimisation.

En se basant sur les formulations données dans l'équation (3.51), qui utilisent des termes exponentiels, on peut réécrire ces formulations en utilisant une expression ma-

thématique alternative, faisant appel à la fonction hypergéométrique confluyente [85][86], comme suit :

$$F(a, b, x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n x^n}{(b)_n n!} \quad (3.52)$$

Tel que $(a) = a(a+1) \dots (a+n-1)$ pour $n > 0$ et $(a)_0 = 1$, avec $(b)_n$ défini de la même manière. La fonction hypergéométrique confluyente, notée $F(a, b, x)$, est une fonction mathématique qui peut être exprimée comme une série infinie. Il a des propriétés spéciales et peut se réduire à d'autres fonctions spéciales pour des combinaisons spécifiques de paramètres. Dans cette étude, qu'un tel cas remarquable lorsque $a = b$, entraînant la simplification de la fonction hypergéométrique en fonction exponentielle, De plus, en prenant $\exp = F(a, a, x)$ et en remplaçant dans les équations de paramètres de modèle *MJA* en fonction de la formulation hypergéométrique (Equation (3.53)), un modèle d'hystérésis est construit pour mieux représenter les cycles mineur dans à différents niveaux de champs magnétique dans le matériau magnétique.

$$\begin{cases} a_{min} = a_{maj} F(1, 1, \lambda \Delta B) \\ \alpha_{min} = \alpha_{maj} F(1, 1, \beta \Delta B) \\ k_{min} = k_{maj} F(1, 1, \sigma \Delta B) \end{cases} \quad (3.53)$$

où

$$\Delta B = B_s - B_{max}$$

Afin de vérifier les résultats de cette étude, des tôles non orientées de 3,2 % de Fe-Si ont été utilisées. Ces tôles sont définies par des propriétés spécifiques, notamment une épaisseur de bande de 0,48mm, une largeur de 30mm et une densité de 7650kg/m³ [9]. Les cinq paramètres correspondant aux principaux cycles d'hystérésis majeure sont présentés dans le tableau (3.5). a en se basant sur ces paramètres le cycle d'hystérésis majeur mesuré et modélisées sont présentées dans la figure (3.16).

Paramètres de MJA	Valeur
M_s	$1.325 \cdot 10^6 A/m$
a	$166.29 A/m$
α	$4.06 \cdot 10^{-4}$
k	$197.24 A/m$
c	0.5700

TABLE 3.5 – Paramètres de modèle de MJA Réf. [22].

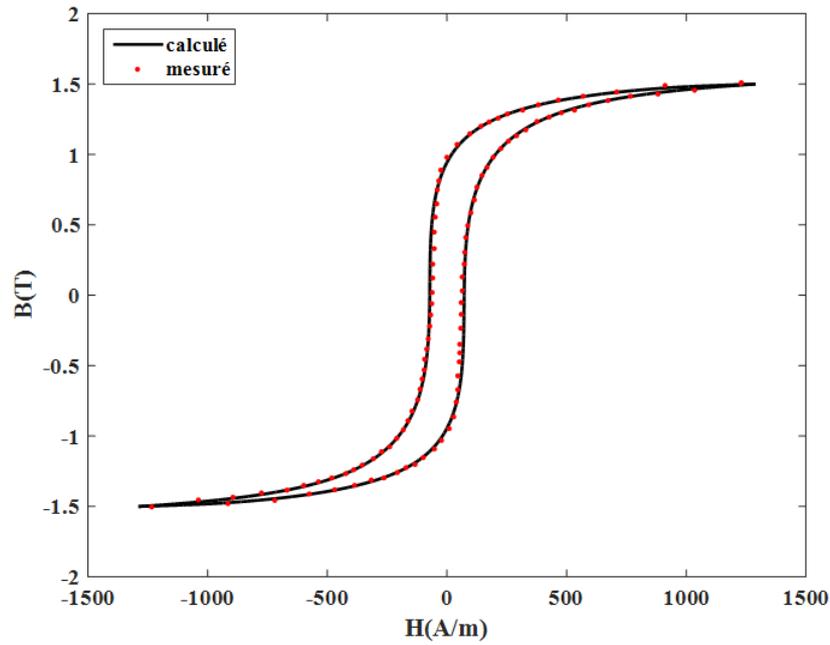


FIGURE 3.16 – Comparaison le cycle d’hystérésis statique, calculé avec le cycle mesuré .Réf [82].

Les limites du modèle ont été démontrées en appliquant les mêmes paramètres aux principales courbes d’hystérésis à différents niveaux de flux magnétique. Les courbes d’hystérésis ne correspondent pas suffisamment aux courbes d’hystérésis mesurées, comme le montre la figure (3.17). Cette discordance met en évidence les lacunes du modèle, qui ne permet pas de générer avec précision les cycles d’hystérésis à différents niveaux de flux magnétique.

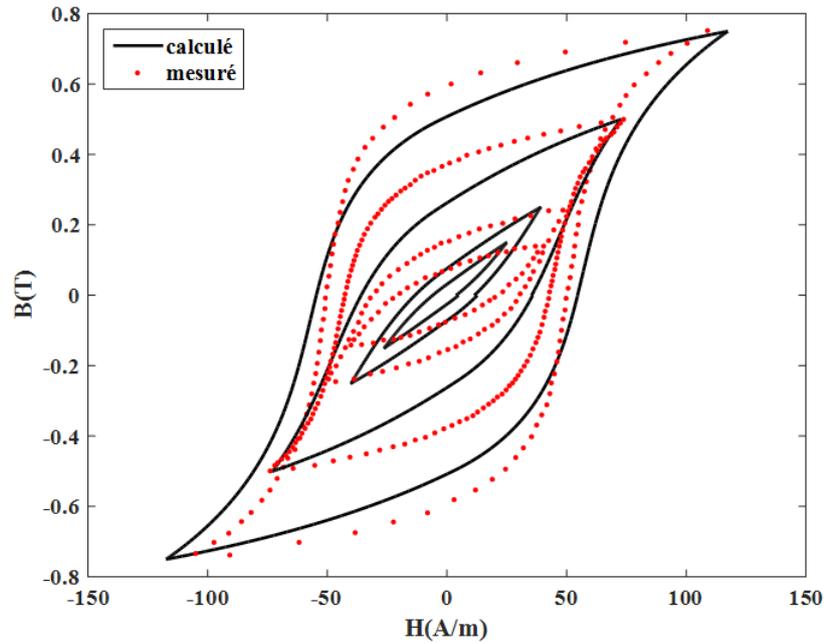


FIGURE 3.17 – Les cycles d’hystérésis mineurs centrés mesurés et calculé avec le modèle MJA ($B_{max} = 0.15T, 0.25T, 0.5T, 0.75$).

Les coefficients λ , β et σ ont été déterminés par un processus d’optimisation unique par utilisation des mesures. La mesure a été effectuée avec une densité de flux maximale mesurée (B_{max}) de $0,5T$. Les coefficients optimisés sont présentés dans le tableau (3.6), et ils ont donné une bonne concordance avec le résultat mesuré pour le cycle d’hystérésis mineur, comme le montre la figure (3.18).

Paramètres	Valeur
λ	0.664
β	0.552
σ	0.608

TABLE 3.6 – coefficients optimisés.

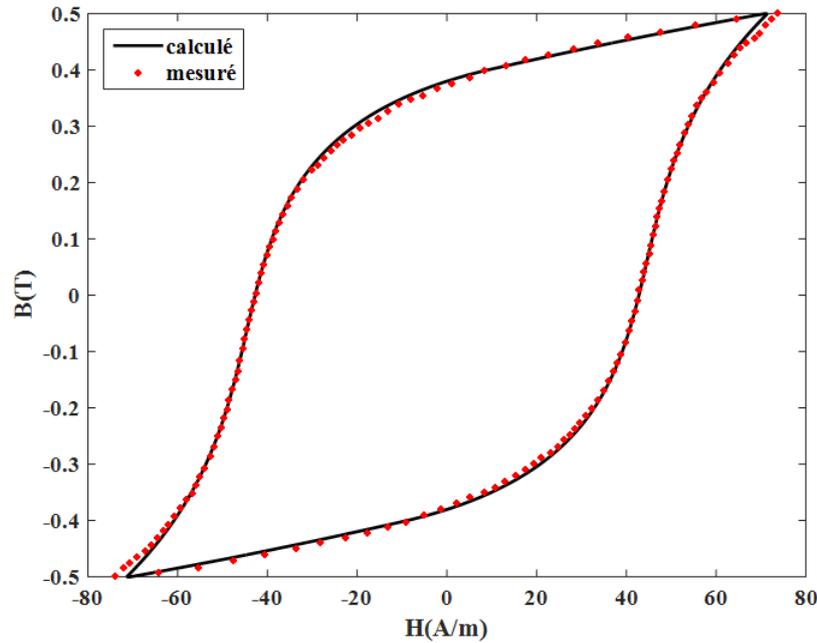


FIGURE 3.18 – Les cycles d’hystérésis mineurs centrés mesurés et calculé avec le modèle *MJA* ($B_{max} = 0,5T$).

En utilisant les coefficients optimisés qui ont été obtenus dans le tableau (3.6) à partir de cycle mesuré dans la valeur de $B_{max} = 0,5T$, nous pouvons calculer les fonctions a_{min} , α_{min} , et k_{min} en utilisant l’équation (3.53), pour des densités de flux maximales arbitraires. Nous pouvons calculer les courbes d’hystérésis mineures pour différentes valeurs de B_{max} , telles que 0,15 T, 0,25 T, 0,5 T et 0,75 T. Il est remarquable que les prédictions du modèle présentent un bon accord avec les cycles mesurés, comme le montre la figure (3.19), ce qui confirme le comportement attendu.

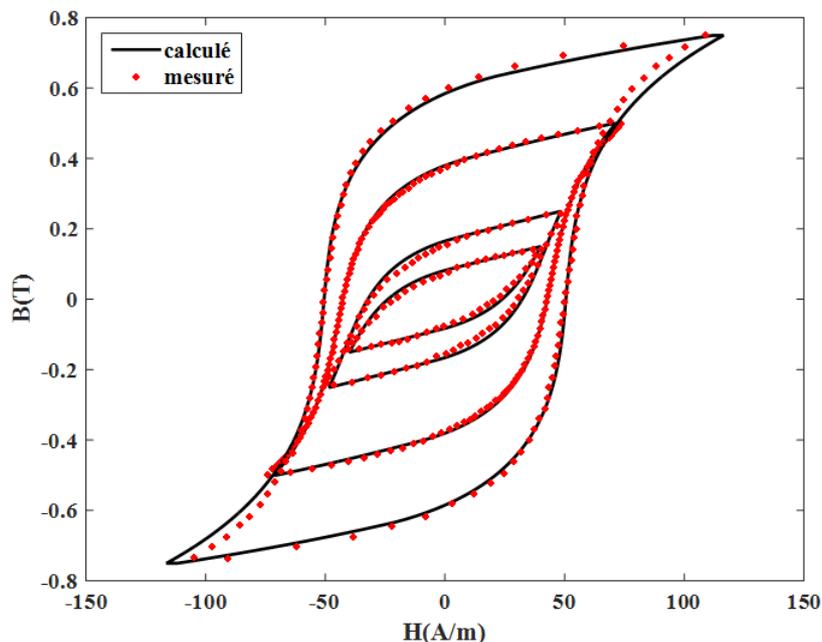


FIGURE 3.19 – Les cycles d’hystérésis mineurs centrés mesurés et calculé avec le modèle MJA ($B_{max} = 0.15T, 0.25T, 0.5T, 0.75T$).

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre sur le modèle $J-A$, nous avons étudié et analysé les raisons qui font de ce modèle le plus approprié et le plus largement utilisé pour décrire le comportement d’hystérésis des matériaux magnétiques. La modélisation du comportement d’hystérésis et des mécanismes de parois de domaine dans les matériaux magnétiques propose une approche approfondie pour simplifier la recherche et prévoir les calculs de perte d’énergie dans les matériaux magnétiques. Cette modélisation permet de représenter la susceptibilité magnétique par une équation différentielle. La méthode de Heun offre une approximation pour résoudre cette équation, ce qui constitue une amélioration par rapport à la méthode *d’Euler*. Le modèle se caractérise par cinq paramètres ayant une signification physique, ce qui permet une modélisation adaptable à différents scénarios, y compris les boucles mineures. L’optimisation par des méthodes déterministes nécessite une extraction précise des données de la boucle d’hystérésis à partir des mesures. L’introduction de la fonction *hypergéométrique* dans le modèle vise à améliorer ses performances. En ajustant des paramètres tels que a, α et k , le modèle garantit que l’aimantation anhystérétique reste à l’intérieur de la boucle d’hystérésis, ce qui permet d’obtenir des résultats plus précis et plus significatifs. Le modèle a été validé par son application à des tôles magnétiques non orientées à 3,2 % de Fe-Si, où il s’est avéré en étroite concordance avec les mesures expérimentales. Ce succès renforce la capacité du modèle à capturer et à prédire avec précision le comportement d’hystérésis des matériaux magnétiques dans le régime statique.

Chapitre 4

Extension dynamique du modèle de Jiles-Atherton

4.1 Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est d'améliorer le modèle $J-A$ afin qu'il puisse faire des prédictions précises sur les formes des cycles d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques en régime dynamique. Cet objectif est atteint grâce à l'introduction de deux nouvelles formulations pour l'évaluation de l'excès de champ, visant à fournir une évaluation plus cohérente des pertes totales. La première formulation est fondée sur le modèle $L-S$ (Loss Surface), tandis que la seconde, qui offre une précision supérieure, est basée sur la viscosité magnétique, particulièrement utile lorsqu'il s'agit de hautes fréquences[87]. Ces propositions reposent sur l'approche classique de *Bertotti* et sur le modèle $J-A$ afin de mieux saisir les subtilités de ce phénomène complexe. Notamment, pour la deuxième proposition, nous avons considérablement amélioré la précision en réexaminant et en affinant les paramètres de champ excédentaire, en remplaçant les constantes statiques par deux fonctions appropriées. Pour valider l'efficacité de notre approche, nous avons effectué des calculs de cycles d'hystérésis dynamiques. Ces cycles calculés ont ensuite été comparés aux cycles mesurés, démontrant ainsi la pertinence pratique et l'efficacité de notre méthodologie nouvelle.

4.2 Modélisation des pertes magnétiques

Les améliorations de l'électronique de puissance et des nouveaux systèmes de contrôle permettent d'atteindre des fréquences plus élevées, ce qui entraîne une augmentation des pertes de fer dans les dispositifs électromagnétiques, en particulier en ce qui concerne l'impact des fréquences sur ces pertes dans les matériaux magnétiques. Pour améliorer les modèles existants, il devient impératif de mesurer la variation de l'hystérésis magnétique en fonction de la fréquence, car les fréquences élevées provoquent le gonflement de la courbe d'hystérésis et, par conséquent, des pertes de fer élevées[4]. Afin de modéliser les pertes existantes, les chercheurs ont proposé des approches et des modèles hystérésis dynamiques pour prédire les pertes par hystérésis variant en fonction de la fréquence. On peut citer les différentes méthodes pour calculer les pertes dans cette figure(4.1)

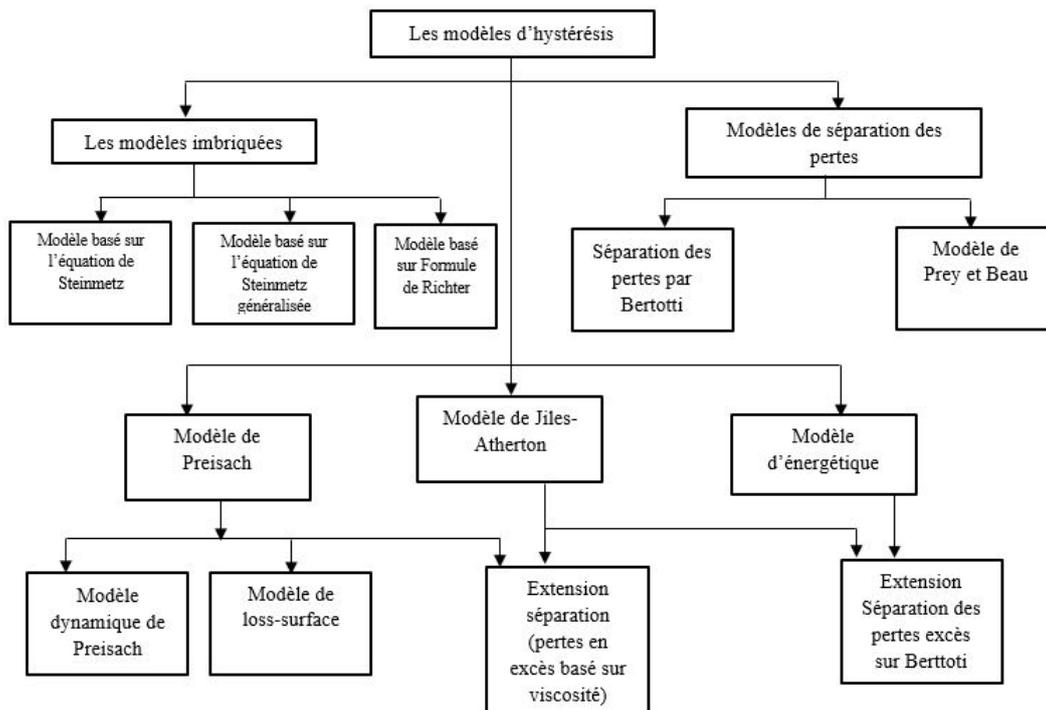


FIGURE 4.1 – Différents modèles pour l'estimation des pertes fer.

La figure (4.1) présente différentes approches pour le calcul des pertes dans les matériaux magnétiques. La première méthode, introduite par *Steinmetz* en 1892 [88][11], repose sur une évaluation empirique des pertes dans les tôles feuilletées. Ce modèle est applicable aux tôles homogènes et isotropes, fonctionnant en régime sinusoïdal à des fréquences où l'effet de peau peut être négligé. L'équation de ce modèle prend en compte à la fois les pertes statiques (pertes par hystérésis) et les pertes dynamiques (pertes attribuées aux courants induits). En raison des limites de la formule originale de *Steinmetz*, plusieurs modifications ont été proposées pour renforcer son applicabilité dans différentes conditions. Les modifications sont les suivantes : l'équation de *Steinmetz* modifiée (MSE) [89], l'équation de *Steinmetz* généralisée (GSE) [90], l'équation de *Steinmetz* généralisée améliorée (iGSE) [91] et une autre variante de l'équation de généralisée [92]. Une approche similaire est la méthode de *Richer*, qui consiste à calculer directement les pertes de puissance à l'aide de formules spécifiques. L'extension des modèles quasi-statiques à la modélisation de l'hystérésis magnétique en régime dynamique nécessite le choix d'une approche de contribution dynamique [93][94][10]. La plupart des extensions sont basées sur l'approche de Bertotti [16]. Le cadre principal de cette approche est la séparation des pertes d'énergie, dans laquelle l'énergie totale est exprimée comme la somme de trois composantes, la perte d'hystérésis (statique) W_{hys} , la perte par courant de *Foucault classique* W_{cla} , et la perte d'exécendiaire W_{exc} , et généralement utilisée pour calculer les pertes de fer dans les matériaux non orientés (No) et à grains (Go) [10][95]. Une alternative approche basée sur la viscosité magnétique a été proposée. Cette approche permet non seulement de prédire les caractéristiques des pertes à des fréquences non spécifiées, mais également de manipuler les formes des cycles dynamiques en calculant avec précision le terme excédentaire de perte. [17].

4.2.1 Modèle de Bertotti

Cette approche prend en compte de manière précise les pertes par excès de manière précise en fonction de la densité du flux et de la fréquence. Elle est couramment utilisée dans la faible et moyenne fréquence. *G. Bertotti* a effectué une décomposition des pertes en trois termes :

$$P_t = P_{hys} + P_{cla} + P_{exc} \quad (4.1)$$

Où P_{hys} représente la surface fermée dans le cycle statique d'hystérésis. P_{cla} est créé par les courants induits qui circulent à travers la résistance interne, dissipant la chaleur dans un champ magnétique variable. Et P_{exc} est calculé pour une induction sinusoïdale selon la relation suivante[96] :

$$P_{exc} = \sqrt{G\sigma SV_0} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB}{dt} \right| dt \quad (4.2)$$

G : coefficient de frottement de l'objet magnétique, pour l'amortissement des courants de Foucault ($G = 0,136$) ; V_o est un paramètre représente la distribution du champ magnétique nécessaire pour activer un objet magnétique supplémentaire ; S représente la section de la tôle ferromagnétique.

Pour valider les modèles statiques dans le régime dynamique en considérant la propagation du champ magnétique B variable en fonction de temps, le champ H_{dyn} peut être calculé selon *Bertotti* par :

$$H_{dyn}(t) = H_{hys}(B) + H_{cla} + H_{exc} \quad (4.3)$$

$H_{stat}(B)$ représentant le champ d'excitation statique, dans ce travail nous avons utilisé le *MJA*. Et H_{cla} , dû aux courants de *Foucault*, est aussi connu sous le nom de champ d'excitation classique[72] :

Cette aimantation est déterminée en résolvant l'équation différentielle suivante :

$$H_{cla} = k_{edd} \frac{dB}{dt} \quad (4.4)$$

Le paramètre K_{edd} est un coefficient lié aux paramètres physiques et géométriques, et est donné par [97] :

$$k_{edd} = \frac{\sigma d^2}{2\rho\beta} \quad (4.5)$$

Où, σ est la conductivité du matériau, d et β sont des paramètres liés à la géométrie du matériau. Dans le cas d'une feuille, d correspond à l'épaisseur de la feuille, et β est un facteur de forme. Le champ H_{exc} , selon l'analyse de *G. Bertotti*, est fonction de la racine carrée de la dérivée instantanée de l'induction liée au déplacement de chaque (OM). Il est exprimé par la formule suivante faisant intervenir un terme $k_{exc} = \sqrt{\sigma G V_0 S}$.

$$H_{exc} = k_{exc} \left(\frac{dB}{dt} \right)^{0.5} \text{sign} \left(\frac{dB}{dt} \right) \quad (4.6)$$

En combinant les différents termes de l'équation 3, on peut obtenir la formule suivante[98] :

$$H_{dyn}(t) = H_{hys}(B) + k_{edd} \frac{dB}{dt} + k_{exc} \left(\frac{dB}{dt} \right)^{0.5} \text{sign} \left(\frac{dB}{dt} \right) \quad (4.7)$$

4.3 Extension de J-A par le modèle de Lose-surface

Dans cette section, nous présentons une nouvelle extension du modèle d'hystérésis de *J-A* qui permet son utilisation à la fois en régime quasi-statique et en régime dynamique. Le modèle *J-A* quasi-statique est efficace pour caractériser le comportement de l'hystérésis quelle que soit la fréquence. Cependant, il présente des limites dans sa capacité à calculer les pertes de fer dans les machines électriques lorsqu'elles fonctionnent sous des fréquences de tension d'alimentation variables. Pour surmonter ce problème, nous introduisons un modèle dynamique qui prend en compte deux effets de contre-champ critiques, à savoir les courants de *Foucault* et l'excès de champ. Le champ excédentaire est obtenu à partir du modèle *L-S*.

4.3.1 Modèle de (L-S)

Ce modèle, connu sous le nom de modèle *L-S*, est un modèle d'hystérésis dynamique scalaire qui repose sur la compréhension des changements de la densité du flux magnétique et de ses variations temporelles dans les matériaux ferromagnétiques[99]. Le modèle *L-S* permet de saisir efficacement le comportement des boucles d'hystérésis en considérant deux contributions distinctes : la contribution quasi-statique et la contribution dynamique. Il convient de noter que ce modèle peut être caractérisé à l'aide d'une seule surface caractéristique dérivée empiriquement, dénommée $H_{mes0}(B, dB/dt)$. Afin de calculer le champ $H(B, dB/dt)$ pour un profil d'induction donné $B(t)$, deux termes spécifiques sont évalués :

$$H \left(B, \frac{dB}{dt} \right) = H_{sat}(B, \text{histoire}) + H_{dyn} \left(B, \frac{dB}{dt} \right) \quad (4.8)$$

$H_{stat}(B, \text{histoire})$ représente le comportement quasi-statique du matériau, évalué à l'aide d'un modèle d'hystérésis statique simple mais raisonnablement précis. Ce modèle est identifié grâce à l'analyse d'un cycle statique majeur et de quelques cycles intermédiaires[100]. le deuxième terme de l'équation (8) représente tous les processus dynamiques qui se produisent dans le matériau et sont résumés par $H_{dyn}(B, dB/dt)$, y compris les courants causés par les déplacements des parois du domaine magnétique, les variations du nombre de parois en fonction de la fréquence et le niveau d'induction. Cette composante est déterminée en soustrayant la contribution quasi-statique de la surface globale $H_{mes0}(B, dB/dt)$ pour obtenir la surface $H_{mesdyn}(B, dB/dt)$ et est approximé par de cette équation [101].

$$H_{dyn} \left(B, \frac{dB}{dt} \right) = \left(C_1 + C_2 \text{sign} \left(\frac{dB}{dt} \right) B(t) \right) \frac{dB_s}{dt} \quad (4.9)$$

L'idée principale de cette proposition est l'intégration du terme dynamique dans le champ effectif du modèle *J-A*, qui prend en compte le terme de courant de Foucault et

l'excès de champ, par l'équation suivante :

$$H_{eff} = H + \alpha M - \left(K_1 \frac{dB_s}{dt} + K_2 \delta \frac{dB_s}{dt} B_s(t) \right) \quad (4.10)$$

Où K_1 et K_2 représentent les coefficients de courant du Foucault et du champ excédentaire.

Pour valider cette proposition, des mesures d'hystérésis ont été effectuées sur des tôles fabriquées à partir d'acier électrique non orienté. Ces tôles, composées de matériaux à 3 % de Fe-Si, ont une épaisseur de 0,35 mm, une largeur de 15 mm et une densité de masse de 7650 kg/m³. Le cadre d'Epstein a été utilisé pour les mesures de la cycle d'hystérésis. Cet appareil fonctionne comme un transformateur avec des bobines primaires de 640 tours et des bobines secondaires de 320 tours. Les noyaux magnétiques mesurent généralement 147 mm de long. Les valeurs des paramètres du modèle J-A quasi-statique utilisés sont tirées des références [19][10], lesquelles ont également été utilisées pour générer le cycle d'hystérésis illustré dans la Figure (4.2).

Paramètres	Valeurs
$M_s(A/m)$	$1.19 \cdot 10^6$
$k(A/m)$	60.10
$a(A/m)$	56.14
c	$1.33 \cdot 10^{-2}$
α	$1.95 \cdot 10^{-4}$

TABLE 4.1 – Paramètres quasi-statiques du modèle de (MJA)

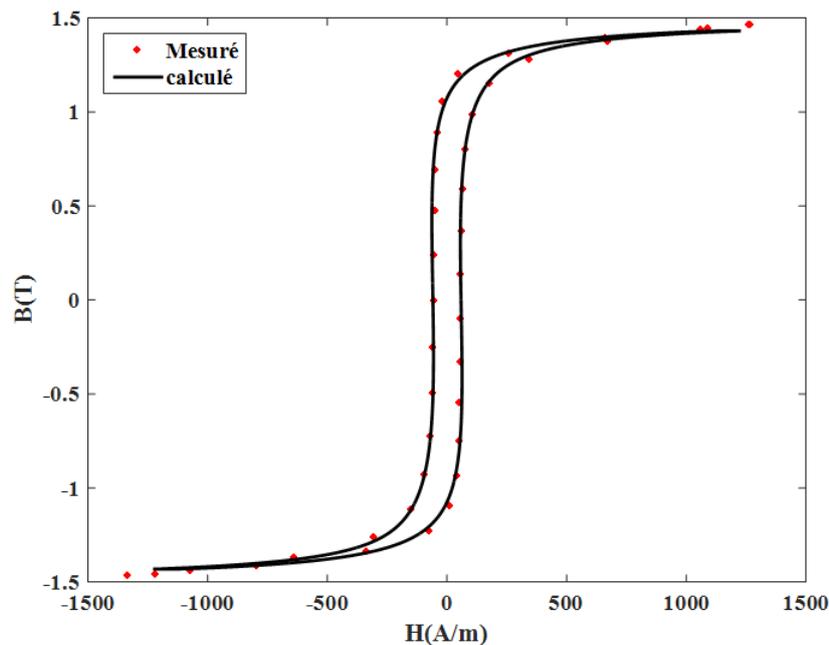


FIGURE 4.2 – Comparaison cycle d'hystérésis calculé avec mesuré pour fréquence 10 Hz.

Pour étendre le modèle J-A dans un régime dynamique en utilisant l'équation (4.10), les mêmes paramètres de quasi-statique sont utilisés dans ce travail. Les résultats ensuite sont comparés aux cycles d'hystérésis mesurés pour trois fréquences arbitraires de 10, 100, 200 et 300 Hz, comme illustré dans la figure (4.3). Ce modèle fournit des résultats acceptables, et cela a été réalisé en utilisant les paramètres dynamiques indiqués dans le tableau (4.2).

Paramètres	Valeurs
K_1	0.0417
K_2	0.0224

TABLE 4.2 – Paramètres dynamiques de MJA.

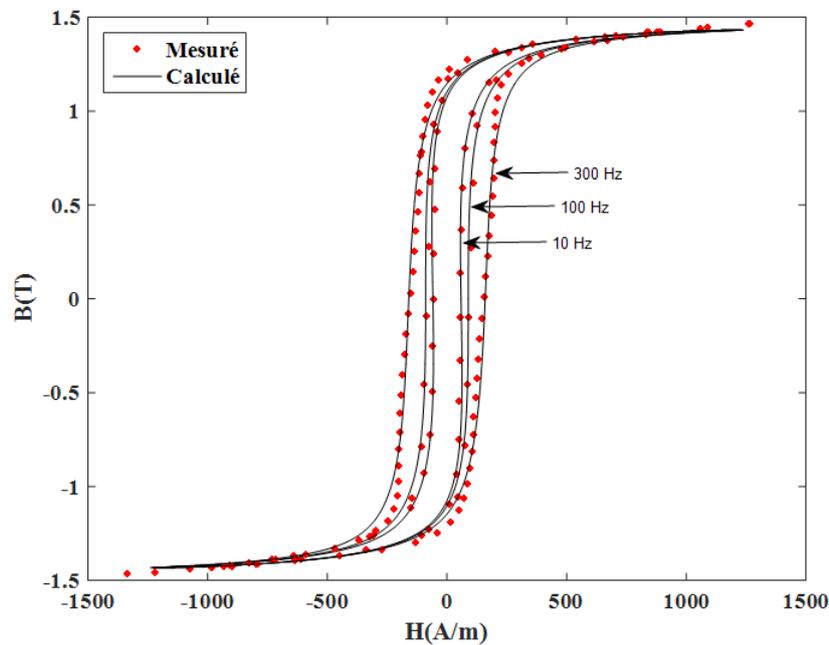


FIGURE 4.3 – Comparaison entre les cycles d'hystérésis calculés et mesurés.

La figure (4.5) présente les pertes d'énergie modélisées et mesurées à différentes fréquences, offrant ainsi des résultats précis qui correspondent à la surface de la forme des cycles d'hystérésis. Il est clair que les résultats des pertes d'énergie calculées à l'aide de l'équation (4.10) sont comparables à ceux de la mesure expérimentale. L'évaluation précise du champ magnétique, comme le montre la figure (4.4), contribue de manière significative à la détermination des pertes d'énergie dans les régimes quasi-statique et dynamique.

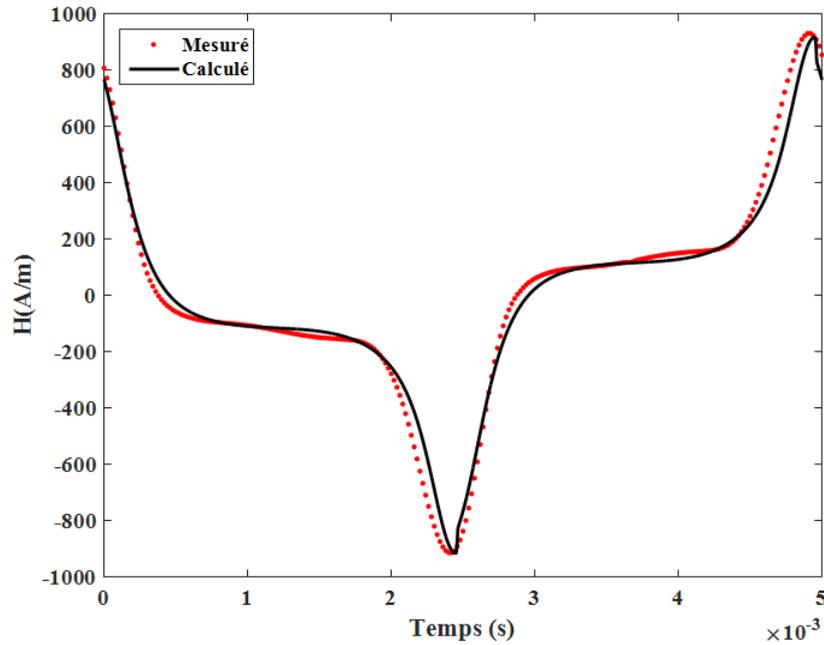


FIGURE 4.4 – Comparaison entre le champ magnétique calculé et mesuré à 200 Hz

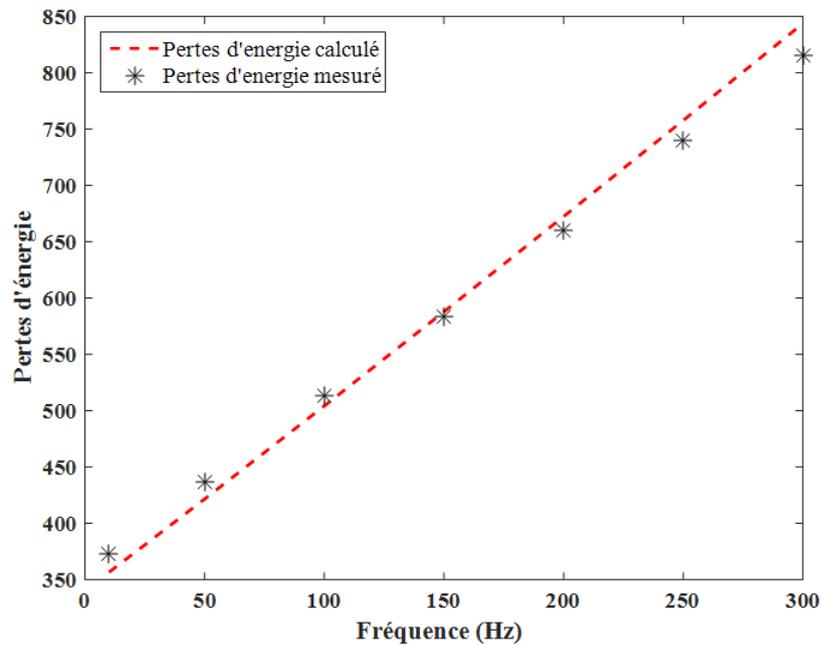


FIGURE 4.5 – Pertes d'énergie calculées et mesurées à différentes fréquences

4.3.2 Modèle de type visqueux magnétique

Dans l'étude de *Zirka et al* [17], les chercheurs ont proposé une approche alternative basée sur la viscosité magnétique. Cette approche s'est révélée capable de prédire avec précision les pertes et de contrôler les courbes anormales en ajustant l'exposant de

l'expression de l'excès, de champ tout en modifiant certaines parties de la courbe. Cette approche est une expression mathématique dérivée de l'équation de *Landau Gilbert* afin de mettre en évidence la similitude entre l'aimantation rotationnelle et le retard d'induction B derrière le champ appliqué H [102][103], à partir de l'équation de *Landau-Lifshitz Gilbert (LLG)* pour la rotation du vecteur de magnétisation :

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\gamma M_s \alpha}{1 + \alpha^2} \left(1 - \frac{M^2}{M_s^2} \right) H \quad (4.11)$$

Où M_s est l'aimantation de saturation, γ est le rapport gyromagnétique, et α est une constante d'amortissement (sans dimension).

Dans le domaine des applications techniques impliquant des matériaux magnétiques doux, l'équation (4.11) peut être reformulée pour prendre la forme d'une fonction dépendant à la fois de l'intensité du champ d'induction magnétique (B) et du champ magnétique effectif. Ce champ effectif, appelé H_e , est calculé en mesurant l'excédent du champ appliqué ($H(t)$) au-delà d'un seuil défini, appelé H_{sta} . Cette considération repose implicitement sur l'hypothèse que la variabilité du champ seuil est liée à sa portée, telle qu'elle est déterminée par le cycle d'aimantation statique, $H_{stat}(B)$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\gamma B_s \alpha}{1 + \alpha^2} \left(1 - \frac{B^2}{B_s^2} \right) (H - H_{stat}) \quad (4.12)$$

De manière générale, l'équation (4.12) se transforme en l'équation (4.13) par l'introduction de l'exponentiation du champ excédentaire. À l'aide de cette dernière, les pertes excédentaires sont évaluées en se basant sur le concept de la viscosité magnétique du matériau, qui représente le retard de l'induction magnétique B par rapport au champ appliqué H [103] :

$$\frac{dB(t)}{dt} = r(B) [H(t) - H_{stat}(B)]^\nu \quad (4.13)$$

Le facteur $r(B)$ dans l'équation (4.13), est appelé résistivité magnétique dynamique [103]. L'extension ultérieure de l'équation (4.13) consiste à incorporer le signe entre les termes H et H_{sta} du champ excédentaire, ce qui conduit à la formulation suivante [17][102] :

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{\delta}{G(B)} |H(t) - H_{stat}(B)|^\nu \quad (4.14)$$

En résolvant l'équation (4.13), on peut déduire l'expression mathématique de l'équation (4.14), où le deuxième terme représente le champ excédentaire. Ce champ est proportionnel à deux variables, v ainsi qu'à la fonction $G(B)$.

$$H(t) = H_{stat}(B) + \delta \left| g(B) \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1/\nu} \quad (4.15)$$

Une observation importante à noter est que dans le terme exprimant l'excès, il existe

une relation de proportionnalité avec $(dB/dt)^{1/\nu}$. Il a été démontré[104] que cette même loi de puissance, $f^{1/\nu}$ est applicable pour la dépendance en fréquence de la perte due à l'excès.

Grâce à ce concept de champ excédentaire, de nombreux travaux de recherche se sont attachés à améliorer la précision du calcul des cycles d'hystérésis pour calculer les pertes de fer dans les matériaux ferromagnétiques lorsqu'ils sont soumis à des fréquences variables [18][19]. Dans la référence[19], une extension du modèle inverse de Jiles-Atherton a été proposée. Ce modèle caractérise le comportement de l'aimantation des matériaux ferromagnétiques dans des cas dynamiques en modifiant l'expression du champ effectif par cette expression.

$$H_{eff} = H + \alpha M - \left(C_1 \frac{dB(t)}{dt} + \delta \left| g(B) \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1/\nu} \right) \quad (4.16)$$

Cette modification prend compte de l'influence des parois mobiles du domaine. La méthodologie proposée met fortement en évidence l'affinement de la représentation des cycles d'hystérésis simulées. Des ajustements sont nécessaires pour la valeur ν dans les régions présentant un gonflement de cycle d'hystérésis. La valeur optimale de l'exposant ν est déterminée par en connaissant le lieu de gonflement sur le cycle d'hystérésis. Cette approche se révèle essentielle pour adapter les cycles d'hystérésis simulées aux mesures réelles, améliorant ainsi considérablement la précision du modèle.

Dans la référence [18], une étude se focalise sur la modélisation de l'hystérésis dynamique dans les tôles à grains orientés en utilisant un modèle dynamique de *Jiles-Atherton* modifié qui intègre la viscosité magnétique. Cette approche novatrice vise principalement à améliorer la précision de la prédiction du comportement dynamique et des formes de cycles d'hystérésis dans le matériau *Go*. Cet objectif est atteint en incorporant les pertes dynamiques et en prenant méticuleusement en considération les structures cristallines et texturées complexes présentes dans les tôles. De manière remarquable, l'étude démontre qu'en ajustant précisément le paramètre ν sur des parties précises d'un cycle d'hystérésis, il devient possible d'anticiper des niveaux élevés de pertes excessives et l'émergence de formes de cycles dynamiques, en particulier à des fréquences plus élevées. La sélection la valeur optimale de ν pour les branches ascendante et descendante du cycle d'hystérésis dépend de l'intensité du champ magnétique. Cette identification met en lumière l'interaction complexe entre les propriétés magnétiques et les phénomènes dynamiques au fur et à mesure que l'intensité du champ magnétique varie. Les résultats de la recherche révèlent un alignement louable entre le cycle d'hystérésis calculée qui est dérivée de leur modèle modifié, et le cycle mesuré. Notamment, la divergence maximale entre ces deux courbes se situe dans une fourchette de 4 à 7 %, en fonction des différentes densités de flux maximales considérées. Ce niveau de concordance souligne l'efficacité du modèle à représenter fidèlement l'hystérésis dynamique pour des matériaux à grains orientés.

En se référant aux recherches antérieures, il devient évident que l'intégration de ces modèles dans le code de calcul d'un dispositif électromagnétique est impérative pour une représentation précise des cycles d'hystérésis en régime dynamique. Cependant, cela nécessite une connaissance préalable de la densité de flux magnétique au sein de la zone de gonflement du cycle d'hystérésis. Figure (4.6) représente le cycle d'hystérésis mesuré dans la fréquence 300 Hz, et le gonflement de cycle d'hystérésis à titre d'exemple pour

valider l'expression (4.16) dans le terme excédentaire il nécessite de utiliser une condition pour a bien représenter le cycle d'hystérésis.

Figure (4.6) représente le cycle d'hystérésis mesuré à la fréquence 300 Hz, avec un exemple de gonflement du cycle d'hystérésis pour valider l'expression (4.16) dans le terme excédentaire il nécessite de utiliser une condition pour a bien représenter le cycle d'hystérésis :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } (\delta.B(t) > 0) \text{ et } (\delta.B(t) < 0.5) \\ \text{Alors } \nu = 1.3 \\ \text{Autrement } \nu = 2 \end{array} \right.$$

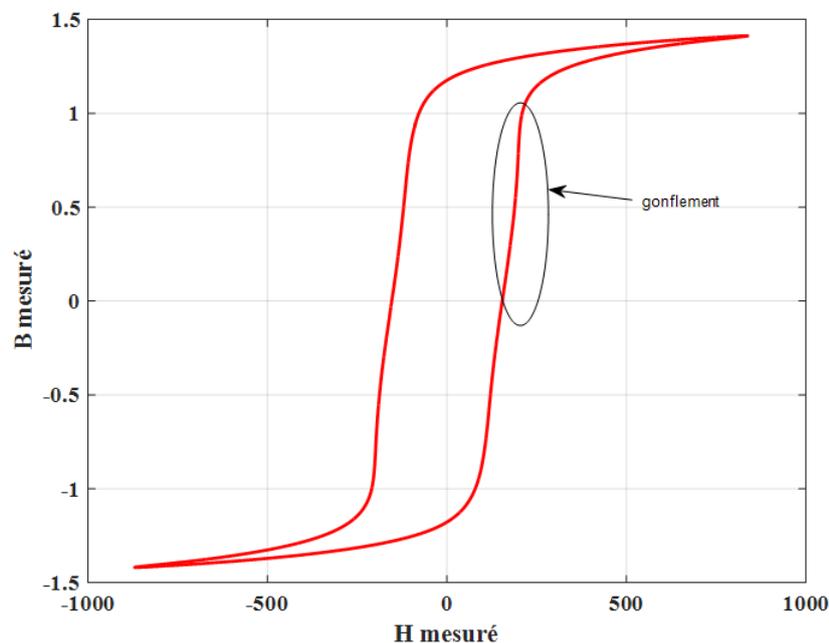


FIGURE 4.6 – Cycle d'hystérésis mesuré à la fréquence de 300 Hz.

4.4 Amélioration le modèle dynamique

Cette section présente une nouvelle méthodologie pour traiter le phénomène de gonflement et améliorer la précision de l'estimation de la perte de fer. La méthodologie s'appuie sur le modèle de J-A, un modèle bien établi pour décrire le phénomène d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques. Elle est améliorée par l'incorporation d'une nouvelle formulation du champ excédentaire basée sur la viscosité magnétique. L'approche de *Bertotti* est utilisée pour prendre en compte des effets dynamiques du phénomène de gonflement. Selon la théorie de la séparation des pertes d'énergie, le champ total $H(t)$ est également décomposé en trois composantes : le champ d'hystérésis $H_{hys}(t)$, le champ de courant de *Foucault* classique $H_{edd}(t)$ et le champ d'excès $H_{exc}(t)$. Le champ total peut être représenté comme suit :

$$H(t) = H_{hys}(t) + H_{edd}(t) + H_{exc}(t) \quad (4.17)$$

Dans ce cas, $H_{hys}(t)$ est le champ magnétique calculé en utilisant le modèle inverse de J-A. L'équation (4.18) ci-dessous donne l'expression du champ excédentaire, où $\alpha_{exc}(B_p)$ est donné comme une fonction qui représente une variable dans l'équation qui décrit le comportement des pertes dans un matériau magnétique [105]. Sa signification physique tient compte les variations spatiales aléatoires de la taille du domaine et du nombre de parois du domaine[106] . Cette fonction influence les pertes à différents niveaux de densité de flux (B_p). L'incorporation de $\alpha_{exc}(B_p)$ permet des prédictions plus précises des pertes, en particulier à des fréquences plus élevées. La figure (4.7) ci-dessous illustre

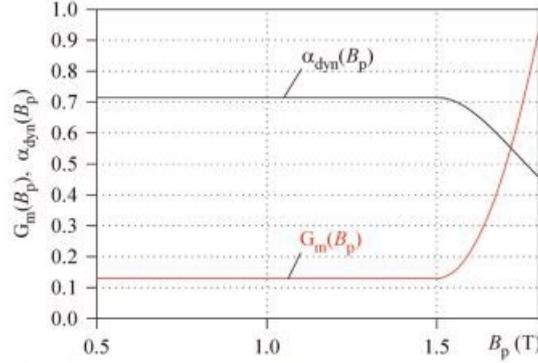


FIGURE 4.7 – L'évolution α_{exc} et G_m en fonction l'induction maximal [29].

$$H_{exc}(t) = \delta g_{exc}(B) \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\alpha_{exc}(B_p)} \quad (4.18)$$

Dans cette expression, $g_{exc}(B)$ représente la résistivité magnétique dynamique, qui contrôle la forme de la cycle d'hystérésis dynamique. Sa forme la plus simple est donnée comme un polynôme par [105][107] :

$$g_{exc} = C_1 (1 + C_2 B^2) \quad (4.19)$$

La forme du cycle d'hystérésis dynamique est influencée par deux constantes, C_1 et C_2 . Ces constantes jouent un rôle crucial dans la détermination de la taille et de la surface de la cycle, ayant ainsi un impact significatif sur la forme de la boucle dans la région de saturation. En ajustant les valeurs de C_1 et C_2 , il est possible de contrôler la forme du cycle d'hystérésis dynamique. Une nouvelle approche, proposée dans ce travail, donne α_{exc} en fonction de la densité du flux magnétique $B(t)$ au lieu d'une constante ou en fonction de l'induction du maximum (B_p). L'équation (4.20) montre la nouvelle forme de α_{exc} en fonction de $B(t)$.

$$\alpha_{exc}(t) = 1 - C_3 \exp(\delta C_4 B(t)) \quad (4.20)$$

Les constants C_3 et C_4 permettent de contrôler la forme des cycles d'hystérésis. δ est le même paramètre directionnel. L'équation (4.20) est similaire à l'équation (9) de l'étude de Reinert et al[89] . Cette équation a prouvé l'influence de la prémagnétisation dans le ferromagnétique et le ferrimagnétique. Elle introduit de nouveaux paramètres en tant que fonction adaptée à l'influence de la prémagnétisation, ajustant ainsi le paramètre de

l'équation de Steinmetz. D'un point de vue physique, la variable $\alpha_{exc}(B(t))$ dans l'équation (4.20) peut être définie par l'utilisation de la vitesse de variation normalisée des parois du domaine [108]. Le principal avantage de l'équation (4.20) est qu'elle ne nécessite pas la connaissance préalable de l'inversion de la densité de flux magnétique, contrairement à certains travaux antérieurs [19][18] [105]. Ces derniers doivent déterminer le niveau de l'induction magnétique dans la forme du cycle pour modéliser le gonflement. En introduisant l'équation (4.20) et le terme de classiques par l'équation (4.4) dans l'équation (4.17), le champ magnétique total prend la la forme suivante :

$$H(t) = H_{hys}(B) + k_{edd} \frac{dB}{dt} + \delta g_{exc}(B) \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\alpha_{exc}(B(t))} \quad (4.21)$$

4.4.1 Résultat and discussions

La section suivante est dédiée à la présentation des résultats de notre approche concernant les cycles d'hystérésis dans les régimes quasi-statique et dynamique. L'objectif principal est d'étudier et de modéliser les cycles d'hystérésis, qui sont couramment observées dans la différence entre les mesures et les calculs. Grâce à cette proposition, nous avons effectué le calcul des pertes de fer dans les matériaux M400-50A en régime dynamique. Pour atteindre cet objectif, nous avons utilisé différentes méthodes pour modéliser les cycles d'hystérésis dans les régimes dynamiques.

Quasi statique régime :

La méthodologie proposée pour modéliser le comportement magnétique des matériaux a été validée à l'aide de mesures effectuées sur des tôles magnétiques non orientées (NO) en Fe-Si (M400-50A). Ces tôles ont une épaisseur de $0,5\text{mm}$ et une densité de masse de 7670g/dm^3 . Les valeurs des paramètres du modèle d'hystérésis quasi-statique (10Hz) de JA ont été déterminées à l'aide d'un algorithme d'optimisation sous contrainte basé sur *MATLAB*® appelé *fmincon*. Le tableau (4.3) présente les paramètres obtenus. La figure (4.8) présente une comparaison entre la cycle d'hystérésis calculée et la boucle mesurée à 10Hz .

Paramètres	Valeurs
$M_s(A/m)$	$1.25 \cdot 10^6$
$a(A/m)$	57.14
$k(A/m)$	55
α	$1.15 \cdot 10^{-4}$
c	0.081

TABLE 4.3 – Paramètres quasi-statiques du modèle de (MJA)

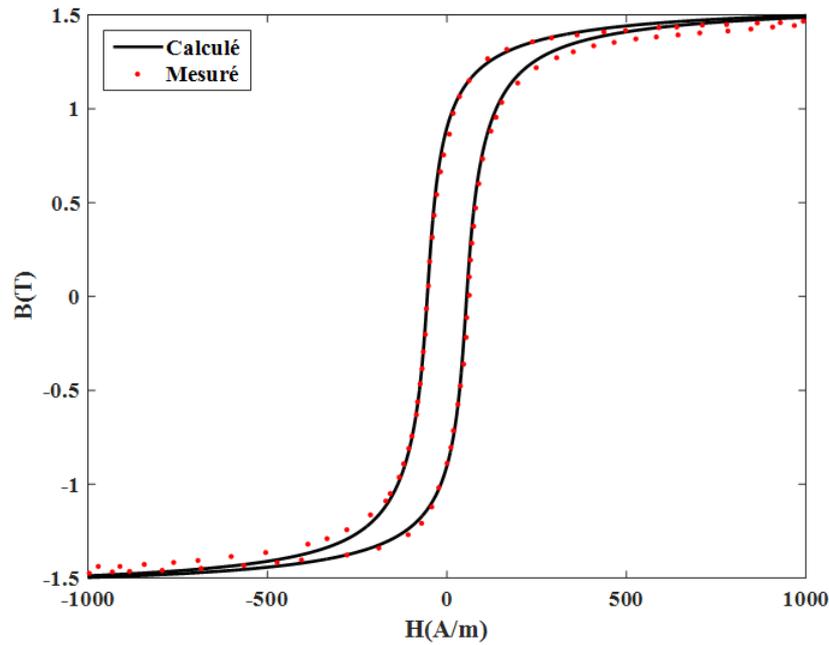


FIGURE 4.8 – Comparaison des cycles d’hystérésis calculés par rapport aux mesures de référence [109] pour une fréquence de 10 Hz.

La concordance observée entre les cycles d’hystérésis calculés et mesurés, comme le montre la figure (4.8), obtenue dans le régime quasi-statique ($10Hz$), ne confirme pas seulement la précision des valeurs présentées dans le tableau (4.3), mais souligne également l’efficacité de l’algorithme `fmincon` dans l’identification précise des paramètres du modèle de Jiles-Atherton. La figure (4.9) illustre graphiquement l’évolution progressive de la fonction de fitness au cours des itérations successives. Cette fonction, qui quantifie les écarts entre les champs magnétiques mesurés et calculés, montre une tendance perceptible qui renforce l’efficacité du processus d’optimisation. L’amélioration continue observée dans la fonction fitness affirme la convergence itérative de l’algorithme vers une solution optimale.

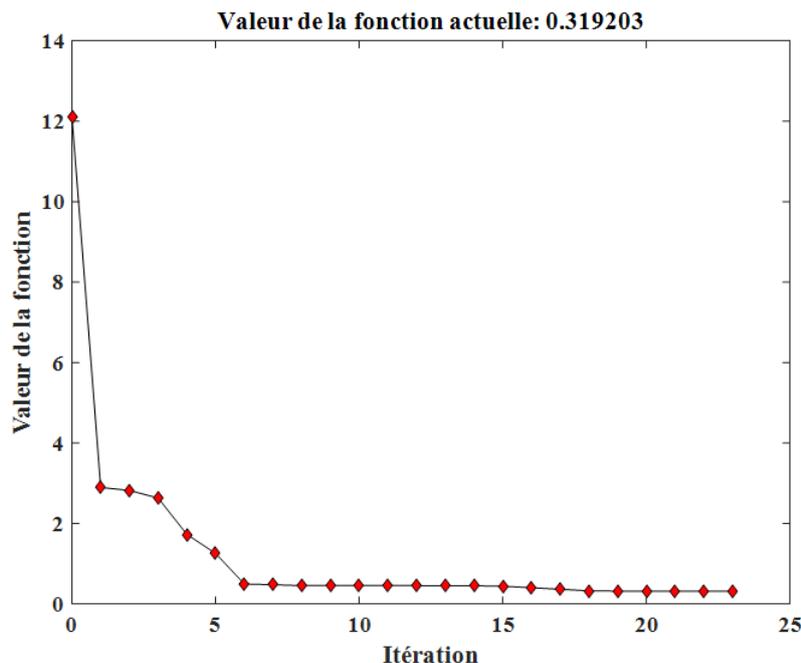


FIGURE 4.9 – L'évolution de la fonction fitness en fonction du nombre d'itérations

Validation en régime dynamique

Dans ce régime, les cinq paramètres obtenus dans le régime quasi-statique restent constants et inchangés, comme indiqué dans le tableau (4.3). Dans la première approche, on suppose que $g_{exc}(B)$ est constant et égal à k_{exc} . Avec cette hypothèse, l'équation (4.22) mentionnée ci-dessus peut être exprimée comme suit :

$$H(t) = H_{hys}(B) + k_{edd} \frac{dB}{dt} + \delta k_{exc} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\alpha_{exc}(B(t))} \quad (4.22)$$

Les quatre paramètres dynamiques qui caractérisent cette équation sont : k_{edd} , k_{exc} , C_3 et C_4 . Les deux derniers paramètres, C_3 et C_4 , sont associés au paramètre $\alpha_{exc}(B(t))$. L'identification de ces paramètres dynamiques a été effectuée à une fréquence arbitraire de $200Hz$, et leurs valeurs correspondantes sont indiquées dans le tableau (4.4).

Les nouveaux paramètres dynamiques	Les valeurs
K_{exc}	0.085
K_{edd}	0.030
C_3	0.125
C_4	1.52

TABLE 4.4 – Paramètres dynamiques

En utilisant l'équation (4.20) avec les paramètres C_3 et C_4 obtenus, l'évolution du paramètre α_{exc} est présentée à la figure (4.10). Cette figure montre comment le paramètre α_{exc} varie lorsque l'induction du flux magnétique $B(t)$ évolue, à la fois dans les branches ascendantes et descendantes du cycle d'hystérésis. Comme on peut le constater, le paramètre varie de -0,22 à 0,98. Les cycles d'hystérésis calculées sont présentés à la figure

(4.11), et comparés aux mesures donnés dans l'étude de Petrun et al. [109] à différentes fréquences. Comme le montre la figure, l'équation (4.22) fournit des cycles d'hystérésis calculées précis à des fréquences inférieures à 400 Hz.

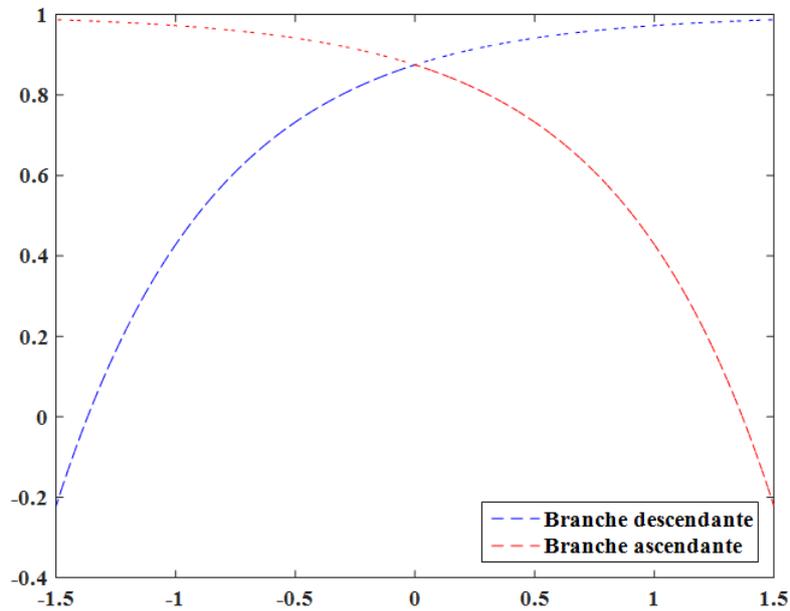


FIGURE 4.10 – L'évolution de la fonction α_{exc} en fonction de champ B

Cependant, au-delà de $400Hz$, les cycles d'hystérésis calculés ne correspondent pas avec les cycles mesurés, en particulier dans la région de saturation où se produit le gonflement, comme le montre la figure (4.12).

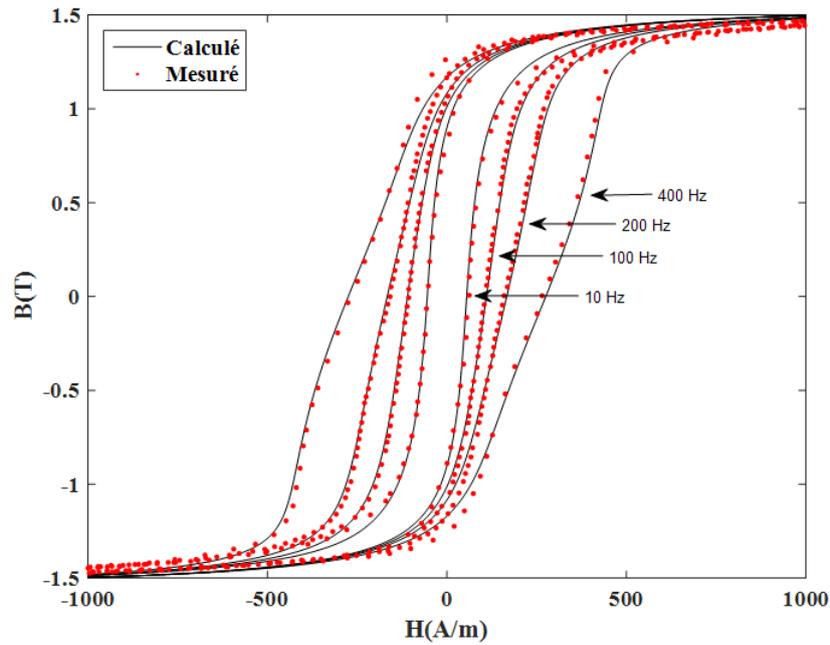


FIGURE 4.11 – Comparaison des cycles d’hystérésis calculés par rapport aux mesures de référence [109] à des fréquences inférieures à 400 Hz

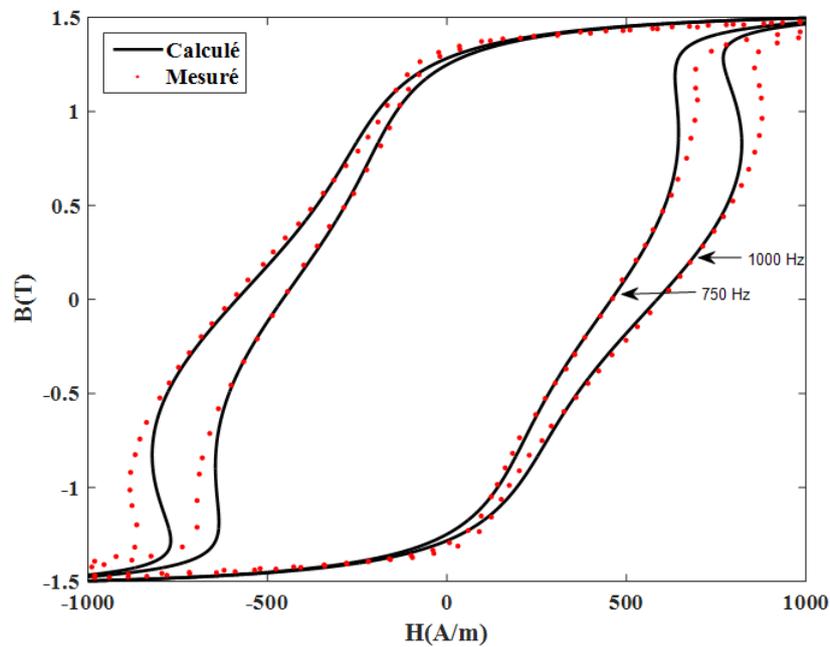


FIGURE 4.12 – Divergence entre les cycles d’hystérésis calculées et mesurées dans la référence [109] à partir d’une fréquence de 400 Hz

Pour améliorer la précision des cycles d’hystérésis calculés, la deuxième approche a introduit une modélisation plus raffinée en considérant à la fois $g_{exc}(B)$ et $\alpha_{exc}(B)$ comme des fonctions de $B(t)$. L’équation pour $g_{exc}(B)$ est donnée par l’équation (4.19). Les para-

mètres dynamiques, qui sont indiqués dans le tableau (4.5), sont restés constants tandis que les coefficients g_{exc} ont été déterminés en utilisant une fréquence arbitraire de 200 Hz. Le tableau (4.5) présente les valeurs optimisées pour C_1 et C_2 .

Les nouveaux paramètres dynamiques	Les valeurs
C_1	0.085
C_2	0.12

TABLE 4.5 – Paramètres dynamiques de g_{exc}

Comme le montre la figure (4.13), le paramètre g_{exc} présente une valeur minimale équivalente à $C_1 = 0,085$ lorsque la densité de flux (B) est nulle, et une valeur maximale de 0,107 lorsque la valeur absolue de la densité de flux est de 1,5 T. La figure illustre la variation de g_{exc} avec $B(t)$ en utilisant l'équation. (4.19) et les valeurs obtenues de C_1 et C_2 .

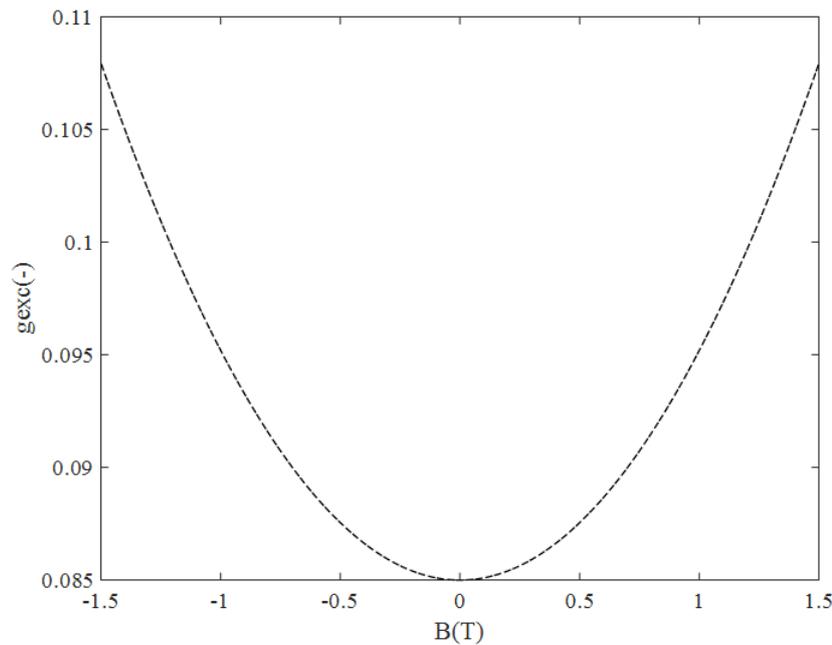


FIGURE 4.13 – L'évolution de la fonction g_{exc} en fonction de champ B

Comme le montre la figure(4.14), l'équation (4.20) permet d'obtenir une concordance satisfaisante entre les cycles d'hystérésis calculées et les cycles mesurés, que la fréquence soit supérieure ou inférieure à 400 Hz.

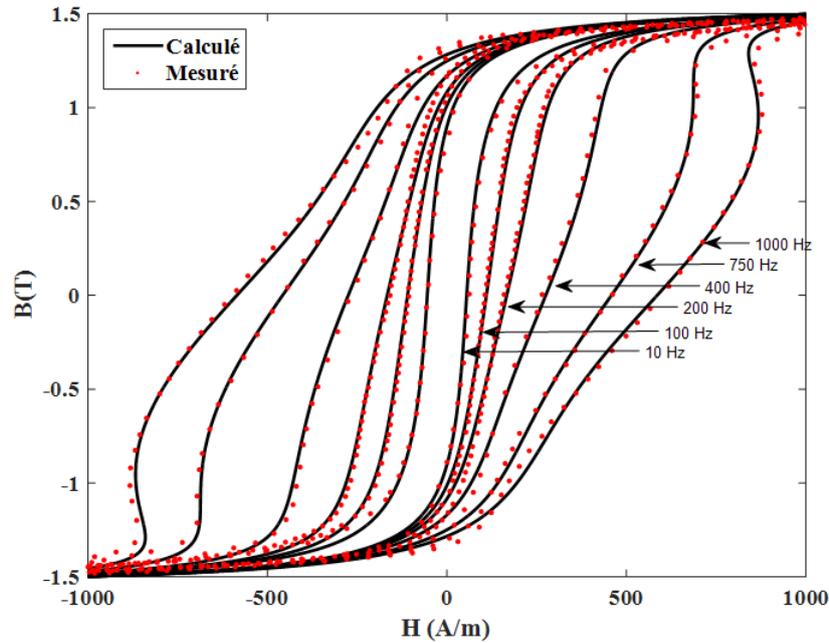


FIGURE 4.14 – Comparaison des cycles d’hystérésis calculés par rapport aux mesures de référence [109] à différentes fréquences.

La figure (4.15) montre clairement l’efficacité de la méthode proposée pour prédire avec précision les cycles d’hystérésis dynamiques sur une gamme de fréquences de fonctionnement. En effectuant des simulations à des fréquences arbitrairement choisies de 300 Hz, 600 Hz et 900 Hz, la figure (4.15) fournit une démonstration claire et indéniable de l’efficacité de la méthodologie. Elle prédit notamment avec précision les formes complexes des boucles d’hystérésis et suit efficacement les changements progressifs de la surface du cycle à mesure que la fréquence augmente régulièrement.

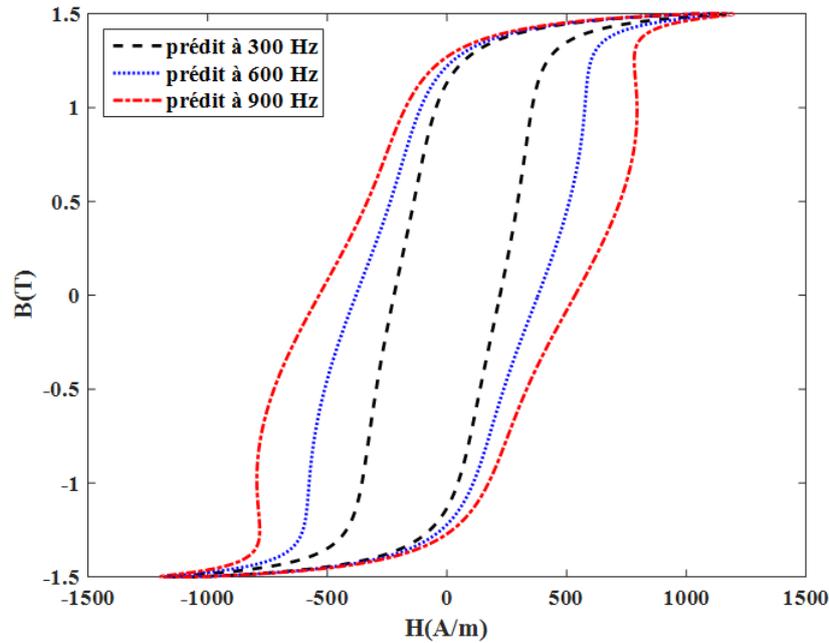


FIGURE 4.15 – Cycles d'hystérésis prédites à différentes fréquences

La figure (4.16) représente les courbes de perte à différentes fréquences, obtenues en évaluant les surfaces sous les cycles dynamiques correspondants. Cette figure montre les deux cas où g_{exc} est constant et en fonction de $B(t)$ en même temps que α_{exc} est variable. Comme on pouvait s'y attendre, les résultats obtenus correspondent mieux aux mesures lorsque l'on choisit les deux paramètres α_{exc} et g_{exc} comme variables en même temps que $B(t)$. Le tableau (4.6) présente différentes valeurs d'erreurs relatives avec g_{exc} constant et variable à différentes fréquences. Comme nous pouvons le voir, les erreurs relatives diminuent sensiblement lorsque g_{exc} est variable. Le calcul de l'erreur relative par l'équation le suivant :

$$err = \frac{|Enr_{mes} - Enr_{cal}|}{Enr_{mes}} 100 \quad (4.23)$$

Où Enr_{mes} et Enr_{cal} sont les pertes d'énergie mesurées et calculées respectivement :

Fréquences (Hz)	Erreurs relatives (%) avec g_{exc} Constant	Erreurs relatives (%) avec g_{exc} variable
200	3.27	1.08
400	1.89	0.76
750	3.79	0.90
1000	2.81	0.20

TABLE 4.6 – Erreurs relatives comparées aux mesures à différentes fréquences

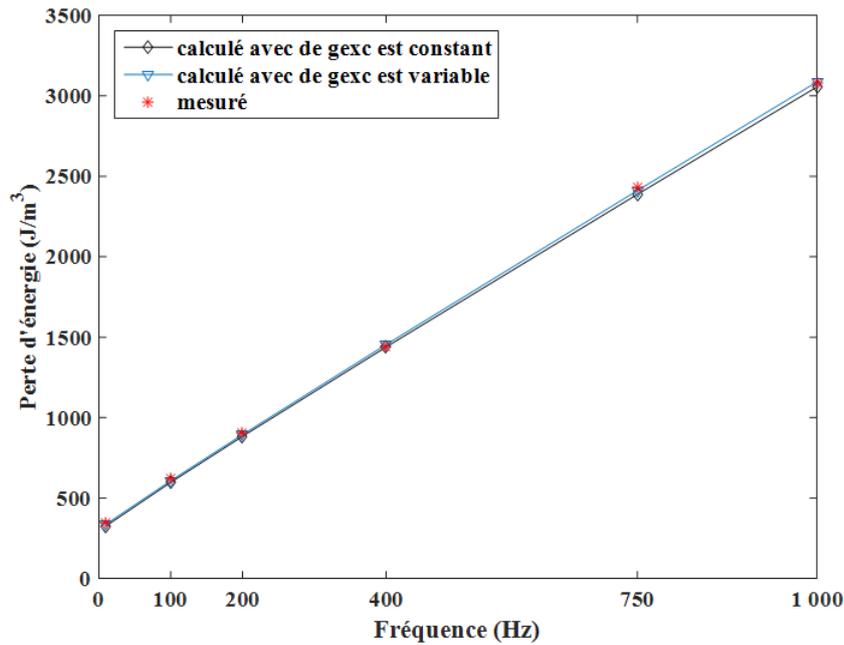


FIGURE 4.16 – Pertes d'énergie calculées et mesurées à différentes fréquences

Validation en régime dynamique avec les harmoniques :

Dans cette validation, l'approche proposée démontre la capacité de prédire les cycles d'hystérésis dynamiques dans différents situations. La figure (4.17) illustre la densité du flux magnétique, en incluant les harmoniques au sein des différentes phases. Les cycles d'hystérésis prédites sont présentés dans les figures (4.18) et (4.19). Dans un premier temps, nous utilisons les paramètres quasi-statiques décrits dans le tableau 3.4 pour le matériau M400-50a, et ces paramètres restent inchangés lorsque nous étendons notre analyse au régime dynamique. En outre, ces paramètres sont cohérents avec ceux présentés dans le tableau (4.4) et (4.5).

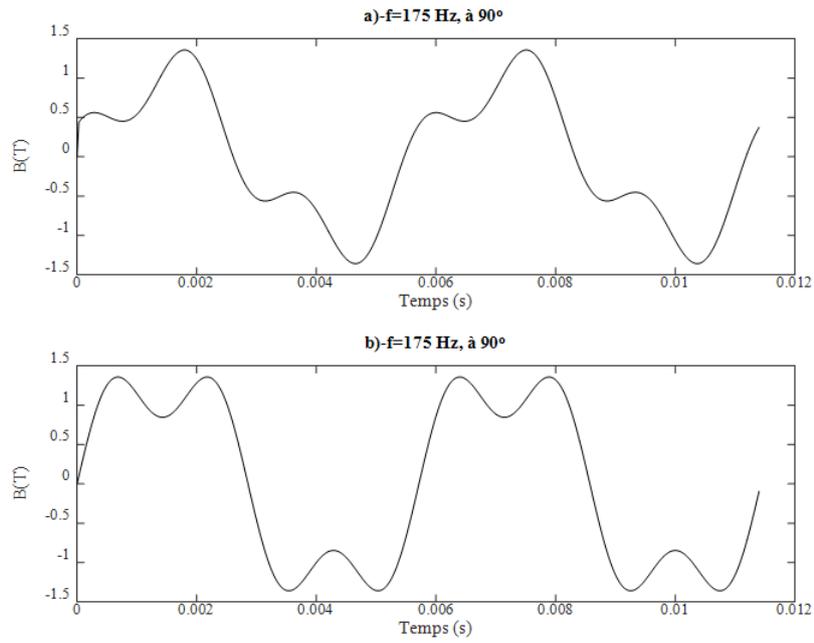


FIGURE 4.17 – Induction magnétique simulée à 175 Hz déformée par une 3ème harmonique à 0 et 90 degrés.

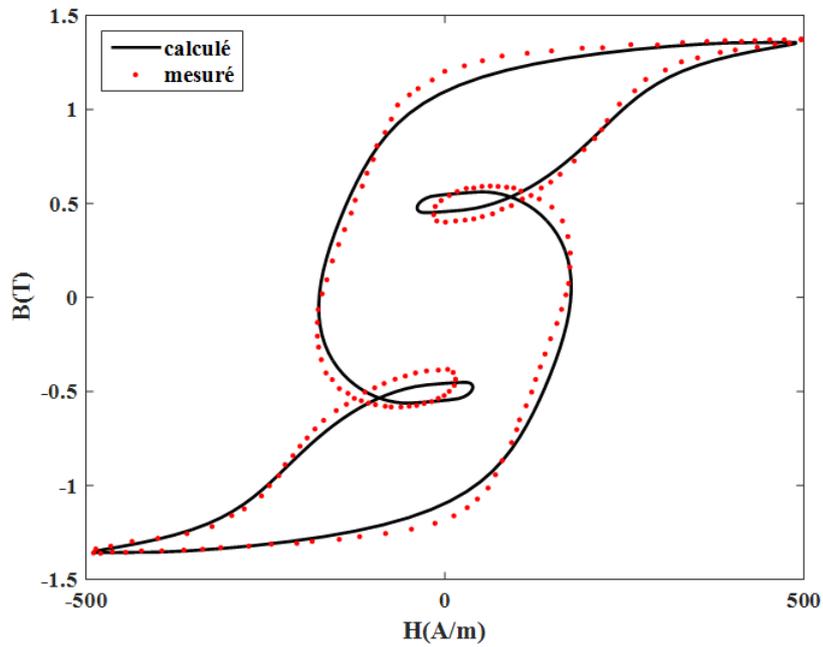


FIGURE 4.18 – Comparaison des cycles d’hystérésis à 175 Hz déformés par une 3ème harmonique à 90 degrés avec le cycle mesuré[42]

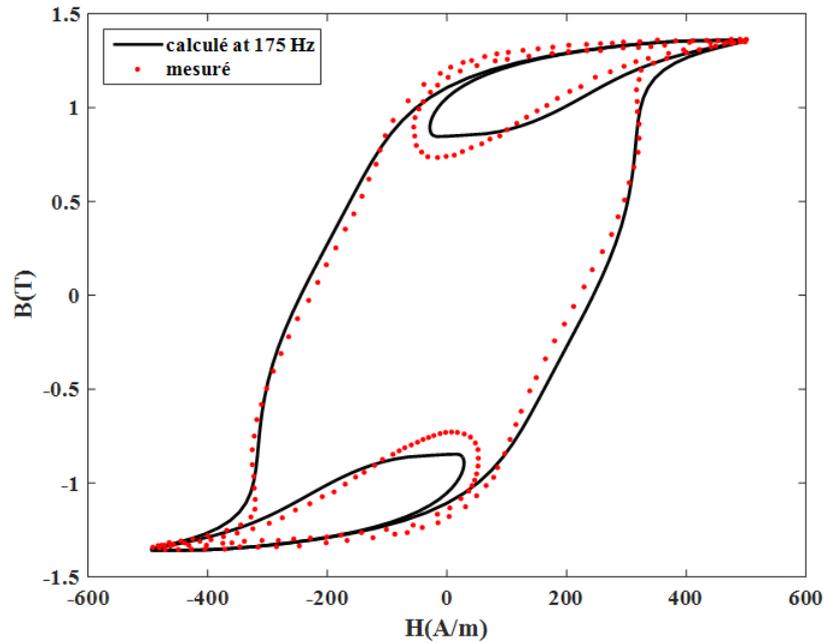


FIGURE 4.19 – Comparaison des cycles d’hystérésis à 175 Hz déformés par une 3ème harmonique à 0 degré avec le cycle mesuré[42].

La figure (4.20) représente les courbes d’hystérésis à 800 Hz pour différents niveaux d’induction. En utilisant l’équation (4.20), nous pouvons observer que le cycle d’hystérésis majeure présente une concordance avec le cycle mesuré à 1,42 T d’induction magnétique. Cependant, pour des valeurs d’induction plus faibles, notamment à 1 T, 0,6 T et 0,2 T, l’ajustement est moins satisfaisant. Dans ce cas, les paramètres du modèle J - A quasi-statique restent constants et nous avons appliqué l’approche que nous avons proposée, en utilisant l’équation (4.21).

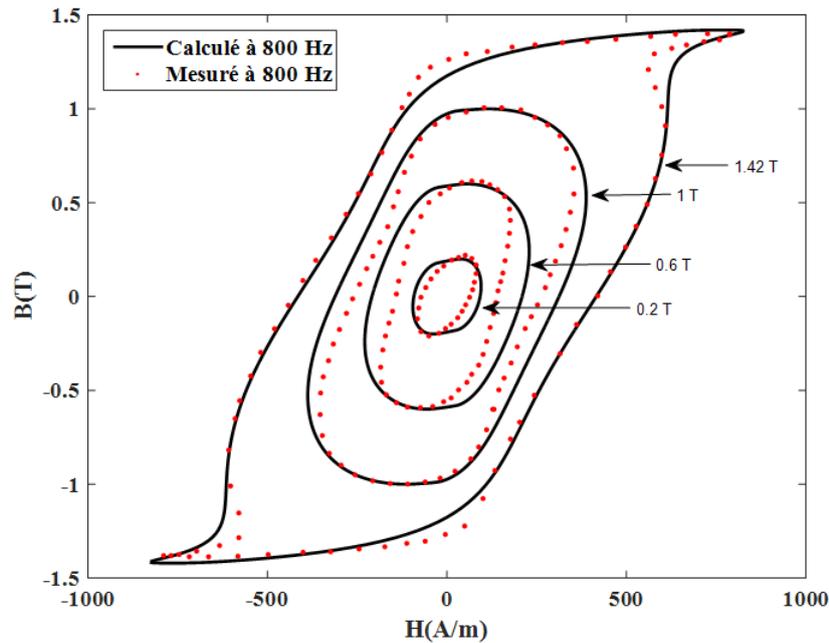


FIGURE 4.20 – Comparaison des cycles d’hystérésis calculés avec les mesures à 800 Hz [42].

Pour améliorer la concordance des cycles d’hystérésis mineures, nous avons adapté le paramètre C_3 de l’équation α_{exc} en introduisant une fonction polynomiale dépendant de l’induction maximale de cycles d’hystérésis, selon l’équation suivante :

$$\alpha_{exc}(t) = 1 - C_3(B_{max}) \exp(\delta C_4 B(t)) \quad (4.24)$$

Le paramètre C_3 est donné par la forme suivante :

$$C_3(B_{max}) = k_1 B_{max}^2 + k_2 B_{max} + k_3 \quad (4.25)$$

Les valeurs des paramètres k_1 , k_2 et k_3 sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

Coefficients	Les valeurs
k_1	0.054
k_2	-0.26
k_3	0.39

TABLE 4.7 – Valeur des coefficients de $C_3(B_{max})$.

La figure (4.21) montre clairement les cycles d’hystérésis améliorés pour des valeurs d’induction maximales, avec un accord remarquable sur les cycles mesurées. Ce résultat constitue une validation évidente de notre proposition selon laquelle l’équation $\alpha_{exc}(B)$, exprimée en termes de champ excédentaire, possède la possibilité de prédire avec précision les cycles d’hystérésis mineures dans les régimes dynamiques.

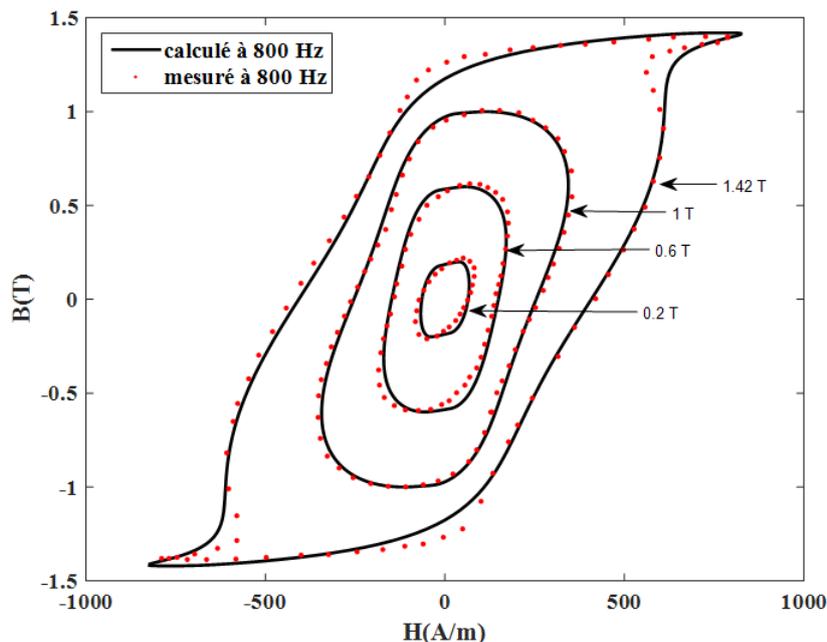


FIGURE 4.21 – Comparaison cycles d’hystérésis calculées avec mesurées[42]

4.5 Conclusion

Cette étude présente des méthodologies innovantes pour caractériser avec précision les formes des cycles d’hystérésis et quantifier les pertes d’énergie dans les matériaux magnétiques lorsqu’ils sont soumis à des conditions de haute fréquence. Nous avons étendu le champ de l’expression LS aux cycles dynamiques à basse fréquence, démontrant ainsi son efficacité dans ce domaine. Toutefois, il est important de noter que la précision prédictive du modèle diminue lorsque l’on aborde les pertes et le phénomène de gonflement associé à des fréquences élevées. Pour évaluer l’expression dynamique avec précision, deux paramètres essentiels doivent être identifiés dans le régime quasi-statique.

La modification de l’expression du champ excédentaire par l’emploi d’une nouvelle formulation basée sur la viscosité magnétique sous des effets de haute fréquence a permis d’obtenir des améliorations notables en termes de précision et des prédictions précises par rapport aux mesures. La méthodologie incorpore la considération de α_{exc} et g_{exc} comme des variables, dépendant de la densité du flux magnétique, ce qui constitue un aspect fondamental de notre approche. L’étude du comportement du modèle comprend deux propositions. La première proposition implique une valeur constante pour g_{exc} et une variable α_{exc} , tandis que la seconde proposition incorpore une variabilité à la fois pour α_{exc} et g_{exc} . La première proposition démontre des formes de cycle d’hystérésis satisfaisantes à des fréquences inférieures à 400 Hz, tandis que la seconde proposition donne des résultats cohérents à différents niveaux de fréquence. Néanmoins, il est essentiel

de reconnaître les limites et les incertitudes inhérentes à la modélisation précise des formes de cycles d'hystérésis, en particulier lorsqu'il s'agit de fréquences variables. La complexité et la variabilité du comportement de l'hystérésis doivent être dûment reconnues, d'où la nécessité de poursuivre les recherches pour comprendre pleinement ces aspects. En reconnaissant ces limites, nous jetons les bases de futures recherches et avancées dans la prédiction précise des formes de cycles d'hystérésis dans diverses gammes de fréquences.

Conclusion Générale

En conclusion, cette thèse représente une tentative de recherche approfondie dans le domaine du génie électrique, notre principal objectif étant de raffiner et d'améliorer les modèles quasi-statiques et dynamiques de notre cadre de modélisation des pertes magnétiques.

Cet objectif a été atteint avec succès grâce au développement et à la mise en œuvre d'une nouvelle formulation dynamique, validée par des comparaisons avec des mesures de cycles d'hystérésis dans des matériaux magnétiques. La première partie de ce thèse a été consacrée à une étude bibliographique sur les origines du magnétisme, les différentes classifications des matériaux et de leurs propriétés, en mettant particulièrement l'accent sur le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques, caractérisé par le phénomène d'hystérésis. Dans le deuxième chapitre, nous avons établi des modèles d'hystérésis démontrant clairement la relation entre le champ magnétique appliqué et la densité de flux magnétique pour représenter les cycles d'hystérésis. Plusieurs modèles ont été construits sur la base d'une formulation mathématique, ainsi que des modèles basés sur des considérations physique. Cependant, ces modèles nécessitent des améliorations pour prédire les pertes magnétique dans les régimes dynamiques. Dans le troisième chapitre, La modèle de J-A repose sur comportement d'hystérésis et les mécanismes de parois de domaine dans les matériaux magnétiques. Cette approche modélise de manière approfondie la recherche et facilite les calculs des pertes d'énergie dans les matériaux magnétiques en représentant la susceptibilité magnétique par une équation différentielle. Cette équation est liée à cinq paramètres pour caractériser les matériaux ferromagnétique. Les résultats de notre développement de modèle de *Jiles-Atherton* modifié démontrent qu'il est possible d'améliorer la prédiction de la perte de fer dans les régimes quasi-statiques en utilisant ce modèle modifié. Ces résultats sont directement liés à de nouvelles formulations innovantes intégrées dans les paramètres du modèle de Jiles-Atherton. On notera une diminution de l'intensité de flux magnétique dans les cycles d'hystérésis générés par le modèles J-A qui n'est pas bien représentée. Cette amélioration renforce la capacité de prédiction des cycles d'hystérésis mineures. Dans le dernier chapitre, une extension du modèle d'inverse MJA par deux approche est présentée pour modéliser avec précision les formes des cycles d'hystérésis et évaluer les pertes d'énergie dans les matériaux magnétiques sous l'effet des hautes fréquences. La modification de l'expression du champ effectif par l'emploi d'une nouvelle

formulation basée sur le modèle de Loss Surface a permis d'obtenir les cycles d'hystérésis sous des fréquences faibles et moyenne . Par contre, La modification de l'expression du champ excédentaire par l'emploi d'une nouvelle formulation basée sur la viscosité magnétique sous des effets de haute fréquence a permis d'obtenir des améliorations notables en termes de précision et des prédictions précises par rapport aux mesures. La méthodologie incorpore la considération de deux paramètres de champs excédentaire comme des variables, dépendant de la densité du flux magnétique, ce qui constitue un aspect fondamental de notre approche. On notera en particulier le rôle vital joué par les formulations, notamment à des fréquences élevées.

Les résultats obtenus par la modélisation révèlent un problème majeur connu sous le nom de gonflement, qui a un impact important sur la précision des estimations des pertes de fer. Ces pertes contribuent de manière significative aux pertes observées dans les appareils électriques, notamment les transformateurs et les machines tournantes. L'évaluation précise des pertes en fer revêt une importance capitale, car elle joue un rôle essentiel dans l'amélioration des performances, de l'efficacité énergétique et de la rentabilité de ces appareils essentiels.

En perspective, nous proposons de nouveaux objectifs pour valider de notre proposition dans le code de calcul et valider le modèle de J-A dans le régime dynamique, en prenant en compte les contraintes des harmoniques. Cela nous permettra de valider un modèle qui se rapproche au mieux de la réalité.

Bibliographie

- [1] David C Jiles and David L Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", *Journal of magnetism and magnetic materials* 61, 1-2 (1986), pp. 48-60.
- [2] M Hamimid, M Feliachi, and SM Mimoune, "Modified Jiles--Atherton model and parameters identification using false position method", *Physica B : Condensed Matter* 405, 8 (2010), pp.1947--1950.
- [3] Hans Hauser, "Energetic model of ferromagnetic hysteresis", *Journal of applied physics* 75, 5 (1994), pp. 2584--2597.
- [4] Alexandre Giraud, Alix Bernot, Yvan Lefèvre, and Jean-François Llibre, "Measurement of magnetic hysteresis swelling-up with frequency : impact on iron losses in electric machine sheets", in *2017 IEEE International Workshop of Electronics, Control, Measurement, Signals and their Application to Mechatronics (ECMSM)* (2017), pp. 1--6.
- [5] Alexandre Giraud, *Caractérisation des matériaux magnétiques et modélisation des pertes fer dans le stator des machines électr...* (2017).
- [6] M Enokizono and Y Fujita, "Improvement of E&S modeling for eddy-current magnetic field analysis", *IEEE transactions on magnetics* 38, 2 (2002), pp. 881--884.
- [7] Sylvain Canat, *Contribution à la modélisation dynamique d'ordre non entier de la machine asynchrone à cage.* (2005).
- [8] Delphine Riu, Nicolas Retière, and Marcel Ivanès, "Diffusion phenomenon modelling by half-order systems : application to squirrel-cage induction machine", *Journal of magnetism and magnetic materials* 242 (2002), pp. 1243--1245
- [9] Marie-Ange Raulet, Benjamin Ducharne, Jean-Pierre Masson, and Guy Bayada, "The magnetic field diffusion equation including dynamic hysteresis : a linear formulation of the problem", *IEEE transactions on magnetics* 40, 2 (2004), pp. 872--875.
- [10] M Hamimid, SM Mimoune, and M Feliachi, "Hybrid magnetic field formulation based on the losses separation method for modified dynamic inverse Jiles--Atherton model", *Physica B : Condensed Matter* 406, 14 (2011), pp. 2755--2757.
- [11] CP Steinmetz, "On the law of hysteresis, *American Institute of Electrical Engineers Transactions*, vol. 9", (1892).
- [12] B Zhang, Bhaawan Gupta, Benjamin Ducharne, G Sebald, and Tetsuya Uchimoto, "Dynamic magnetic scalar hysteresis lump model based on Jiles--Atherton quasi-static hysteresis model extended with dynamic frac...", *IEEE Transactions on Magnetism* 54, 11 (2018), pp. 1--5.
- [13] Mourad Hamimid, Soury Mohamed Mimoune, and Mouloud Feliachi, "Dynamic formulation for energetic model compared with hybrid magnetic formulation of ferromagnetic hysteresis", *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields* 30, 6 (2017), pp. e2225.

- [14] Hans Hauser, "Energetic model of ferromagnetic hysteresis : Isotropic magnetization", *Journal of Applied Physics* 96, 5 (2004), pp. 2753--2767.
- [15] A Hammouche, M Hamimid, and A Kansab, "A single phase transformer modeling based on rat dependent classical energetic hysteresis model", *Materials Today : Proceedings* 51 (2022), pp. 2139--2143.
- [16] G Bertotti, F Fiorillo, and GP Soardo, "The prediction of power losses in soft magnetic materials", *Le Journal de Physique Colloques* 49, C8 (1988), pp. C8--1915.
- [17] SE Zirka, YI Moroz, Philip Marketos, and Anthony John Moses, "Dynamic hysteresis modelling", *Physica B : Condensed Matter* 343, 1-4 (2004), pp. 90--95.
- [18] APS Baghel, SK Shekhawat, SV Kulkarni, and I Samajdar, "Modeling of dynamic hysteresis for grain-oriented laminations using a viscosity-based modified dynamic Jiles--Atherton model", *Physica B : Condensed Matter* 448 (2014), pp. 349--353.
- [19] Ibtissem Belgasmi and Mourad Hamimid, "Accurate hysteresis loops calculation under the frequency effect using the inverse jiles-atherton model", *Advanced Electromagnetics* 9, 2 (2020), pp. 93--98.
- [20] Richard P Feynman, Robert B Leighton, and Matthew Sands, *The Feynman lectures on physics, Vol. I : The new millennium edition : mainly mechanics, radiation, and heat vol. 1*, (Basic books, 2011).
- [21] Romain Marion, *Contribution à la modélisation du magnétisme statique et dynamique pour le génie électrique* (Université Claude Bernard-Lyon I, 2010).
- [22] David Jiles, "Introduction to magnetism and magnetic materials.", Chapman and Hall (1991).
- [23] Kurt Heinz Jürgen Buschow, Frank R Boer, *Physics of magnetism and magnetic materials vol. 7*, (Springer, 2003).
- [24] G Bertotti, "Hysteresis in Magnetism Academic Press Inc", San Diego, California (1998).
- [25] Ibtissem BELGASMI, *Caractérisation et modélisation du comportement hystérique des matériaux Ferromagnétiques* (Université de M'Sila-Mohamed Boudiaf,).
- [26] Abdelkader Benabou, *Contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétiques en vue d'une implantati...* (Lille 1, 2002).
- [27] Laure Arbenz, *Caractérisation des propriétés électromagnétiques des matériaux magnétiquement doux : application au...* (Paris, ENSAM, 2016).
- [28] Roger Balian, *From Microphysics to Macrophysics : Methods and Applications of Statistical Physics. Volume II* (Springer Science & Business Media, 2007).
- [29] Lucienne Couture and Robert Zitoun, *Statistical thermodynamics and properties of matter* (CRC Press, 2000).
- [30] Mourad HAMIMID, *MODELES DE L'HYSTERESIS MAGNETIQUE ET LEURS IMPLEMENTATIONS PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS DANS LES DISPOSITIFS ELECTROMAGNET...* (UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA, 2011).
- [31] Benjamin Ducharne, *Caractérisation et modélisation de circuits magnétiques : du global vers le local* (Lyon 1, 2003).

- [32] Haydar Kanso, Influence des phases magnétiques désordonnées sur les propriétés d'anisotropie d'échange des nanoplots ... (Université de Rouen, 2019).
- [33] Patrick Bruno, "Tight-binding approach to the orbital magnetic moment and magnetocrystalline anisotropy of transition-metal monolayers", *Physical Review B* 39, 1 (1989), pp. 865.
- [34] Forrest G West, "Uniaxial anisotropy due to magnetoelastic energy in constrained polycrystalline films", *Journal of Applied Physics* 35, 6 (1964), pp. 1827--1840.
- [35] Alex Goldman, *Handbook of modern ferromagnetic materials* vol. 505, (Springer Science & Business Media, 2012).
- [36] Nkwachukwu Chukwuchekwa, *Investigation of magnetic properties and Barkhausen noise of electrical steel* (Cardiff University, 2011).
- [37] Emil Warburg, "Magnetische untersuchungen", *Annalen der Physik* 249, 5 (1881), pp. 141--164.
- [38] Wolfgang Wernsdorfer, *Magnétométrie à micro-SQUID pour l'étude de particules ferromagnétiques isolées aux échelles* (Université Joseph-Fourier-Grenoble I, 1996).
- [39] Neimat Nahouli, "Étude et réalisation d'un hystérésis-graphe d'un système de mesure du cycle d'hystérésis", *Mémoire d'Ingénieur CNAM En Electrotechnique, Université libanaise, Institut des sciences appliquées et écon.* ... (2014).
- [40] Giorgio Bertotti, "Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. I. Theoretical considerations", *Journal of applied Physics* 57, 6 (1985), pp. 2110--2117.
- [41] Giorgio Bertotti, "General properties of power losses in soft ferromagnetic materials", *IEEE Transactions on magnetics* 24, 1 (1988), pp. 621--630.
- [42] Olivier Maloberti, *Contribution à la modélisation de la dynamique d'aimantation dans les matériaux magnétiques doux : caractéri.* ... (Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2006).
- [43] David Ribbenfjärd, *Electromagnetic transformer modelling including the ferromagnetic core* (KTH, 2010).
- [44] A Ivanyi, "Hysteresis models in electromagnetic computation" col", A, Budapest pp 92 114 (1997).
- [45] Y Ouled Amor, *Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis de.* ... (Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, 2000).
- [46] O Fröhlich, "Investigations of dynamoelectric machines and electric power transmission and theoretical conclusions therefrom", *Elektrotech. Z* 2 (1881), pp. 134--141.
- [47] M Jufer and A Apostolides, "An analysis of eddy current and hysteresis losses in solid iron based upon simulation of saturation and hysteresis characterist. . .", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 95, 6 (1976), pp. 1786--1794.
- [48] C-C Wong, "A dynamic hysteresis model", *IEEE Transactions on Magnetics* 24, 2 (1988), pp. 1966--1968.
- [49] R Potter and R Schmulian, "Self-consistently computed magnetization patterns in thin magnetic recording media", *IEEE Transactions on Magnetics* 7, 4 (1971), pp. 873--880.

- [50] Frederick C Trutt, Edward A Erdelyi, and Ralph E Hopkins, "Representation of the magnetization characteristic of DC machines for computer use", IEEE transactions on Power Apparatus and Systems (1968), pp. 665--669.
- [51] MK El-Sherbiny, "Representation of the magnetization characteristic by a sum of exponentials", IEEE Transactions on Magnetics 9, 1 (1973), pp. 60--61.
- [52] RH Noyau, BK Middleton, JJ Miles, and ND Mackintosh, "Modelling digital recording in thin film media", IEEE Transactions on Magnetics 24, 6 (1988), pp. 2494--2496.
- [53] Edmund Clifton Stoner and EP Wohlfarth, "A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys", Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences 240, 826 (1948), pp. 599--642.
- [54] David L Atherton and JR Beattie, "A mean field Stoner-Wohlfarth hysteresis model", IEEE transactions on magnetics 26, 6 (1990), pp. 3059--3063.
- [55] Mourad Mordjaoui, MODELISATION DES EFFETS ELECTROMAGNETIQUES «Apport de la logique floue et neuro-floue» (Université de Batna 2, 2008).
- [56] William Fuller Brown Jr, "Theory of the approach to magnetic saturation", Physical Review 58, 8 (1940), pp. 736.
- [57] William Fuller Brown Jr, "The effect of dislocations on magnetization near saturation", Physical Review 60, 2 (1941), pp. 139
- [58] Amir Nouridine, Modélisation de l'hystérésis dans les matériaux magnétiques et Introduction de modèles dans le logiciel... (Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2002).
- [59] Amel Belkebir, Modélisation--identification paramétrique de l'hystérésis magnétique modèle de LO CHUA (Batna, Université El Hadj Lakhdar. Faculté des Sciences de l'Ingenieur, 2006).
- [60] J Brauer, "Simple equations for the magnetization and reluctivity curves of steel", IEEE Transactions on Magnetics 11, 1 (1975), pp. 81--81.
- [61] JV Leite, N Sadowski, P Kuo-Peng, NJ Batistela, JPA Bastos, and AA De Espindola, "Inverse Jiles-Atherton vector hysteresis model", IEEE Transactions on Magnetics 40, 4 (2004), pp. 1769--1775.
- [62] Paul Fulmek, Paul Haumer, Hannes Wegleiter, and Bernhard Schweighofer, "Energetic model of ferromagnetic hysteresis", COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering 29, 6 (2010), pp. 1504--1513.
- [63] G Bertotti, Vittorio Basso, and Massimo Pasquale, "Application of the Preisach model to the calculation of magnetization curves and power losses in ferromagnetic materials", IEEE Transactions on magnetics 30, 2 (1994), pp. 1052--1057.
- [64] Gwan-Soo Park, Song-Yop Hahn, Ki-Sik Lee, and Hyun-Kyo Jung, "Implementation of hysteresis characteristics using the Preisach model with MB variables", IEEE transactions on magnetics 29, 2 (1993), pp. 1542--1545.
- [65] Karl Hollaus and Oszkar Biro, "Derivation of a complex permeability from the Preisach model", IEEE transactions on magnetics 38, 2 (2002), pp. 905--908.
- [66] Jan Szczygłowski, "Influence of eddy currents on magnetic hysteresis loops in soft magnetic materials", Journal of Magnetism and Magnetic Materials 223, 1 (2001), pp. 97--102.

- [67] Emilio Del Moral Hernandez, Carlos S Muranaka, and José R Cardoso, "Identification of the Jiles--Atherton model parameters using random and deterministic searches", *Physica B : Condensed Matter* 275, 1-3 (2000), pp. 212--215.
- [68] Paul Langevin, "Magnétisme et théorie des électrons", *Ann. chim. et phys.* (1905), pp. 203
- [69] Pierre Weiss, "L'hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique", *J. Phys. Theor. Appl.* 6, 1 (1907), pp. 661--690.
- [70] Edmund Kokornaczyk and Marek Wojciech Gutowski, "Anhysteretic functions for the Jiles--Atherton model", *IEEE Transactions on Magnetics* 51, 2 (2014), pp. 1--5.
- [71] Bernard Dennis Cullity and Chad D Graham, *Introduction to magnetic materials* (John Wiley & Sons, 2011).
- [72] N Sadowski, NJ Batistela, JPA Bastos, and M Lajoie-Mazenc, "An inverse Jiles-Atherton model to take into account hysteresis in time-stepping finite-element calculations", *IEEE transactions on magnetics* 38, 2 (2002), pp. 797--800.
- [73] João Pedro A Bastos and Nelson Sadowski, *Electromagnetic modeling by finite element methods* (CRC press, 2003).
- [74] ME Mathekga, RA McMahan, and AM Knight, "Application of the fixed point method for solution in time stepping finite element analysis using the inverse vector Jiles-Athe...", *IEEE transactions on magnetics* 47, 10 (2011), pp. 3048--3051.
- [75] Juan Li, Yanli Zhang, Dianhai Zhang, Ziyang Ren, and Chang Seop Koh, "Analysis of Rotational Hysteresis Property in a Transformer Core Based on an Inverse Jiles-Atherton Hysteresis Model Coupled wi...", in *2020 23rd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)* (2020), pp. 1027--1030
- [76] Jonathan HB Deane, "Modeling the dynamics of nonlinear inductor circuits", *IEEE Transactions on Magnetics* 30, 5 (1994), pp. 2795--2801.
- [77] Ramakrishnan Venkataraman, *Modeling and adaptive control of magnetostrictive actuators* (University of Maryland, College Park, 1999).
- [78] Rodolfo Araneo and Salvatore Celozzi, "Analysis of the shielding performance of ferromagnetic screens", *IEEE transactions on magnetics* 39, 2 (2003), pp. 1046--1052.
- [79] Péter Kis, "Jiles-Atherton model implementation to edge finite element method", (2006).
- [80] Pieter Hendrik Schoute, Hendrik de Vries, and Willem Abraham Wythoff, *Revue semestrielle des publications mathématiques vol. 9*, (Delsman en Nolthenius, 1901).
- [81] David C Jiles, JB Thoeke, and MK Devine, "Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hyst...", *IEEE Transactions on magnetics* 28, 1 (1992), pp. 27--35.
- [82] M Hamimid, SM Mimoune, and M Feliachi, "Minor hysteresis loops model based on exponential parameters scaling of the modified Jiles--Atherton model", *Physica B : Condensed Matter* 407, 13 (2012), pp. 2438--2441.
- [83] M Hamimid, SM Mimoune, and M Feliachi, "Evaluation of minor hysteresis loops using Langevin transforms in modified inverse Jiles--Atherton model", *Physica B : Condensed Matter* 429 (2013), pp. 115--118.

- [84] Abdelkader Benabou, Jean Viane Leite, Stephane Clenet, C Simão, and Nelson Sadowski, "Minor loops modelling with a modified Jiles--Atherton model and comparison with the Preisach model", *Journal of magnetism and magnetic materials* 320, 20 (2008), pp. e1034--e1038.
- [85] Arthur Erdélyi, "Higher transcendental functions", *Higher transcendental functions* (1953), pp. 59.
- [86] N Bohra and V Ravichandran, "On confluent hypergeometric functions and generalized Bessel functions", *Analysis Mathematica* 43 (2017), pp. 533--545.
- [87] Aidel Sofiane and Mourad Hamimid, "Improving the Swelling Phenomenon in the Dynamic Jiles-Atherton Hysteresis Model Using Magnetic Viscosity.", *Instrumentation, Mesures, Métrologies* 22, 4 (2023).
- [88] Chas P Steinmetz, "On the law of hysteresis", *Proceedings of the IEEE* 72, 2 (1984), pp. 197--221.
- [89] Jürgen Reinert, Ansgar Brockmeyer, and Rik WAA De Doncker, "Calculation of losses in ferro-and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation", *IEEE Transactions on Industry applications* 37, 4 (2001), pp. 1055--1061.
- [90] Jieli Li, Tarek Abdallah, and Charles R Sullivan, "Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms", in *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No. 01CH37248)* vol. 4, (2001), pp. 2203--2210.
- [91] Kapil Venkatachalam, Charles R Sullivan, Tarek Abdallah, and Hernán Tacca, "Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters", in *2002 IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, 2002. Proceedings.* (2002), pp. 36--41.
- [92] KuoFeng Chen, "Iron-loss simulation of laminated steels based on expanded generalized steinmetz equation", in *2009 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference* (2009), pp. 1--3.
- [93] Krzysztof Chwastek, "Modelling of dynamic hysteresis loops using the Jiles--Atherton approach", *Mathematical and computer modelling of dynamical systems* 15, 1 (2009), pp. 95--105
- [94] Ali Hammouche, Mourad Hamimid, Abdelkader Kansab, and Bachir Belmadani, "Integration of Energetic Model for Ferromagnetic Hysteresis in Finite Volume Method for Electromagnetic Field Calculation.", *Instrumentation, Mesures, Métrologies* 20, 1 (2021).
- [95] APS Baghel and SV Kulkarni, "Dynamic loss inclusion in the Jiles--Atherton (JA) hysteresis model using the original JA approach and the field separation app...", *IEEE Transactions on Magnetics* 50, 2 (2014), pp. 369--372.
- [96] Fausto Fiorillo and Alexander Novikov, "An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform", *IEEE Transactions on Magnetics* 26, 5 (1990), pp. 2904--2910.
- [97] David C Jiles, "Modelling the effects of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media", *IEEE Transactions on Magnetics* 30, 6 (1994), pp. 4326--4328.
- [98] Oualid Messal, *Caractérisation et modélisation du comportement thermomagnétique d'alliages FeNi pour le prototypage virtuel* (Université Claude Bernard-Lyon I, 2013).

- [99] T Chevalier, A Kedous-Lebouc, B Cornut, and C Cester, "A new dynamic hysteresis model for electrical steel sheet", *Physica B : Condensed Matter* 275, 1-3 (2000), pp. 197--201.
- [100] Hakim Dhahbi, *Caractérisation et modélisation de matériaux magnétiques pour capteurs de courant*. (Université Grenoble Alpes (ComUE), 2018).
- [101] Thierry Gautreau, *Estimation des pertes fer dans les machines électriques : modèles d'hysteresis Loss Surface et application aux machines ...* (Grenoble INPG, 2005).
- [102] David Nitzan, "Computation of flux switching in magnetic circuits", *IEEE Transactions on Magnetics* 1, 3 (1965), pp. 222--234.
- [103] SE Zirka, Yu I Moroz, Philip Marketos, and Anthony John Moses, "Modelling losses in electrical steel laminations", *IEE Proceedings-Science, Measurement and Technology* 149, 5 (2002), pp. 218--221.
- [104] Sergey E Zirka, Yury I Moroz, Philip Marketos, and Anthony J Moses, "A viscous-type dynamic hysteresis model as a tool for loss separation in conducting ferromagnetic laminations", *IEEE transactions on magnetics* 41, 3 (2005), pp. 1109--1111.
- [105] SE Zirka, YI Moroz, S Steentjes, K Hameyer, K Chwastek, S Zurek, and RG Harrison, "Dynamic magnetization models for soft ferromagnetic materials with coarse and fine domain structures", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 394 (2015), pp. 229--236.
- [106] JEL Bishop, "The influence of a random domain size distribution on the eddy-current contribution to hysteresis in transformer steel", *Journal of Physics D : Applied Physics* 9, 9 (1976), pp. 1367.
- [107] Sergey E Zirka, Yuriy I Moroz, Robert G Harrison, and Krzysztof Chwastek, "On physical aspects of the Jiles-Atherton hysteresis models", *Journal of Applied Physics* 112, 4 (2012).
- [108] Safeer Chenattukuzhiyil, *Study of domain wall dynamics in the presence of large spin-orbit coupling : chiral damping and magnetic origami* (Universite Grenoble Alpes, 2015).
- [109] Martin Petrun and Simon Steentjes, "Iron-loss and magnetization dynamics in non-oriented electrical steel : 1-D excitations up to high frequencies", *IEEE Access* 8 (2020), pp. 4568--4593.