الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Bordj Bou Arreridj
Faculté des Sciences & de la Technologie
Comité Pédagogique du Domaine ST
جامعة محمد البشير الإبراهيمي - برج بوعريريج
كلية العلوم والتكنولوجيا
اللجنة البيداغوجية لميدان العلوم وتكنولوجيا

**Département de Génie Civil.**

**MÉMOIRE**

Présenté pour l'obtention du **diplôme** de **MASTER**

**En** : Génie Civil

**Spécialité** : Structures.

**Sujet :**

# Optimisation de la conception des systèmes structuraux innovants pour des couvertures à différentes portées.

**Présente par**

**- BENZEMAM AYMEN**

**- KHOUALFIA BADREDDINE**

Soutenu publiquement, le / / 2025

**Devant le jury composé de :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| M/Mme nom et prénoms | Grade | **Univ-BBA** | Président |
| M/Mme nom et prénoms | Grade | **Univ-BBA** | Examinateur |
| M. LOZIT Nacer | MCA | **Univ-BBA** | Encadrant |

**Année Universitaire 2024-2025**

# Remerciement

Je rends grâce à Allah le Tout-Puissant pour m'avoir accordé le courage et la force de mener à bien ce modeste travail.

Je suis également infiniment reconnaissant envers mes parents pour leur soutien inconditionnel, qu'il soit financier ou moral, ayant grandement contribué à la réussite de ce parcours.

Je remercie également chacun d'entre vous qui a contribué à ce travail. Je commence par exprimer ma profonde gratitude envers mon directeur de méoire, Monsieur LOZIT NACER, Enseignant à l'Université Bordj Bou Arreridj. Je lui suis reconnaissant pour ses idées novatrices, son assistance inestimable tout au long de cette thèse, ainsi que pour ses encouragements constants.

J'adresse mes plus sincères remerciements aux membres du jury pour leur précieuse évaluation et leurs commentaires constructifs.

Je tiens à exprimer ma gratitude à tous ceux qui ont contribué au succès de mon travail. Il est impossible pour moi d'oublier les précieux collègues que j'ai rencontrés tout au long de mes études ; ils méritent mes remerciements particuliers.

Mes remerciements vont également à chacun de mes amis pour leur soutien inestimable. Enfin, je ne saurais conclure sans exprimer ma reconnaissance envers tous les enseignants estimés qui ont joué un rôle essentiel dans ma formation scolaire. C'est grâce à eux que j'ai pu rédiger ces lignes, et je leur adresse mes remerciements les plus sincères ainsi que ma profonde gratitude.

# Dédicace

A ma famille aimante,

Votre amour et votre soutien ont été essentiels tout au long de mon parcours. Merci d'avoir ´été mes piliers et de m'avoir encouragé à chaque ´étape de ce mémoire.

A mes amis,

Votre collaboration, vos rires et votre présence m'ont apporté une précieuse énergie et un soutien indéfectible. Je suis reconnaissant de vous avoir eus à mes côtés durant cette aventure académique.

A mes enseignants,

Votre expertise et votre passion pour l'enseignement ont été une source d'inspiration. Je vous remercie pour votre patience, vos conseils et votre contribution à ma formation.

A tous ceux qui ont contribué à ma réussite,

Que ce soit par des encouragements, des conseils ou des ressources, je suis reconnaissant pour votre soutien précieux.

Ce mémoire est dédié à chacun de vous. Votre impact sur ma vie et mon parcours est inestimable, et je suis honoré de partager cette réussite avec vous.

Merci du fond du cœur.

**Aymen**

# Dédicace

Je dédie ce travail à moi-même, qui ai enduré des épreuves et travaillé sans relâche pour atteindre cette étape importante de ma vie.

À l'esprit qui n'a jamais abandonné malgré les défis, et au cœur qui a continué à battre avec espoir et détermination à chaque moment de faiblesse.

Je dédie également ce travail à ma chère famille, qui a toujours été mon véritable soutien et encouragement, sans jamais me priver de leur amour et motivation constante.

À mon cher oncle maternel, qui a toujours été une source d'inspiration et une forte motivation, par ses paroles aimables et ses conseils sincères qui m'ont accompagné tout au long du chemin.

Et je me souviens tout particulièrement de mon père défunt, qui a laissé une marque indélébile dans mon cœur et a été une lumière guidante dans ma vie.

Cet accomplissement est le fruit de nos efforts partagés, et j'espère qu'il marque le début d'un avenir brillant rempli de succès et de progrès.

**Badreddine**

## Table des matières

Remerciment .....-
Didicase .....-
Table des matière .....-
Liste des figures .....-
Liste des tableau .....-
Résumé .....-
Introduction Générale ..... 1

## Chapitre I : Recherches bibliographiques

I.1 Introduction : ..... 4
I.2 Définition d'une coupole : ..... 4
I.3 Classification des coupoles ..... 4
1.3.1 Selon le modèle de la coupole : ..... 4
I.3.2. Selon la forme de la méridienne ..... 5
1.3.3 Selon la disposition ou sommet : ..... 5
I.3.4 Selon la forme en plan : ..... 6
I.3.5 Différentes formes des coupoles polygonales : ..... 6
I.3.6 Selon les dispositions constructives ..... 6
I.4 Eléments assurant la transition avec la coupole ..... 7
I.5 Les avantages des coupoles ..... 8
I.5.1 Utilisations des voûtes et des coupoles ..... 8
I.6 Les coupoles en béton armé ..... 8
I.6.1 Introduction ..... 8
I.6.2 Propriétés du béton armé dans la construction des coupoles ..... 8
I.6.3 Types de coupoles en béton ..... 8
I.6.4Techniques de construction ..... 9
I.6.5 Exemples célèbres ..... 9
I.6.6 Défis de l'utilisation du béton dans les coupoles ..... 9
I.7 Les coupoles en charpente ..... 9
I.7.1 Charpente en bois ..... 10
I.7.2 Charpente métallique ..... 10
I.7.3 Combinaison avec d'autres matériaux ..... 10
I.8 Les coupoles tenségrité ..... 11
I.8.1 Introduction ..... 11
I.8.2 Définition du concept de tenségrité ..... 11
I.8.3 Caractéristiques des coupoles en tenségrité ..... 11

I.8.4 Matériaux utilisés ..... 11
I.8.5 Avantages et défis ..... 11
I.8.6 Applications concrètes ..... 12
I.9 Conclusion ..... 12

## Chapitre II : Optimisation de formes

II.1 Introduction : ..... 15
II.2 principes généraux de l'optimisation des formes ..... 16
II.3 Définition de l'optimisation de formes ..... 18
II.4 Applications des principes d'optimisation sur les coupoles ..... 18
II.4.1 Optimisation géométrique des coupoles ..... 18
II.4.2 Optimisation topologique ..... 18
II.4.3 Optimisation paramétrique ..... 19
II.4.4. Méthodes d'optimisation utilisée ..... 19
a. Applications pratiques ..... 19
II.5 Conclusion ..... 19

## Chapitre III : Etude paramétrique des coupoles en béton armé.

III.1 Introduction ..... 21
III.2 Relation entre la force normale N et le diamètre D ..... 22
III.3 Relation entre la charge totale P et le module d'élasticité E ..... 22
III.4 Relation entre la force normale N et le module d'élasticité E ..... 23
III.5 Relation entre la charge totale P et le diamètre D ..... 24
III.6 Conclusion ..... 24

## Chapitre IV : Optimisation des Structures de Tensegrite

IV.1 Introduction ..... 26
IV.2 Exemples d'application : ..... 27
IV.3 Influence de la charge extérieure sur le déplacement maximal ..... 29
IV.4 Influences de la charge extérieure sur les efforts interne ..... 30
IV.5 Optimisation du poids de la structure ..... 31
IV.6 Conclusion ..... 31

## Chapitre V : Optimisation des systèmes de couverture en charpente

V.1 Introduction : ..... 34
V.2 Interprétation : ..... 40
V.3 Conclusion ..... 40
Conclusion générale ..... 43
Références ..... 46

## Liste des figures

### Chapitre I : Recherches bibliographiques

Figure I .1 : Différente formes des coupoles selon le modèle. ..... 5
Figure I. 2 : Différentes formes des coupoles selon la méridienne. ..... 5
Figure I. 3 : Disposition de la coupole au sommet. ..... **Erreur ! Signet non défini.**
Figure I. 4 : Disposition de la coupole au sommet. ..... 6
Figure I. 5 : Dispositions constructives des coupoles. ..... 7

### Chapitre II : Optimisation de formes

Figure II. 1 : Schéma de la citerne - Les variables X1, X2 et X3 sont les variables d'optimisation qui pilotent la forme de la citerne. [2] ..... 16

### Chapitre III : Etude paramétrique des coupoles en béton armé.

Figure III. 1 : Relation entre la contrainte σ et le diamètre D. ..... 21
Figure III. 2 : Relation entre la contrainte σ et le diamètre D. ..... 21
Figure III. 3 : Relation entre la force normale N et le diamètre D. ..... 22
Figure III. 4 : Relation entre la charge totale P et le module d'élasticité E. ..... 23
Figure III. 5 : Relation entre la force normale N et le module d'élasticité E. ..... 23
Figure III. 6 : Relation entre la charge totale P et le diamètre D. ..... 24

### Chapitre IV : Optimisation des Structures de Tensegrite

Figure IV. 1 : Caractéristiques géométriques de la structure étudiée. ..... 27
Figure IV. 2 : Charge extérieure appliquée. ..... 29
Figure IV. 3 : Déplacement maximal suivant la direction -Z. ..... 29
Figure IV. 4 : Les Effort compression. ..... 30
Figure IV. 5 : Les Effort traction. ..... 30

### Chapitre V : Optimisation des systèmes de couverture en charpente

Figure V. 1 : Modélisation géométrique de la structure. ..... 35
Figure V. 2 : Distribution des efforts dans la structure. ..... 35
Figure V. 3 : Courbes de comportement sous chargement. ..... 36
Figure V. 4 : l'évolution de l'effort de traction en fonction du chargement appliqué. ..... 38
Figure V. 5 : Relation entre l'effort de traction et le Charge ..... 38
Figure V. 6 : Courbe d'évolution de la charge en fonction du déplacement. ..... 39
Figure V. 7 : Courbe d'évolution de l'effort de compression en fonction du déplacement axial. 40

## Liste des tableaux

### Chapitre IV : Optimisation des Structures de Tensegrite

Tableau IV. 1 : Coordonnées des nœuds. ..... 27
Tableau IV. 2 : Présente les caractéristiques des barres. ..... 28
Tableau IV. 3 : Présente le devis de la structure initiale. ..... 31

### Chapitre V : Optimisation des systèmes de couverture en charpente

Tableau V. 1 : Tableau représente un ensemble de nœuds dans une structure tridimensionnelle. ..... 36

# Résumé

Ce mémoire traite de l'optimisation des systèmes de couverture des espaces de portée variable en utilisant trois systèmes différents : Coupoles en béton armé, couvertures en charpente métallique, et couvertures en structures innovantes constituées de câbles et barres. L'étude se concentre sur l'analyse d'interaction entre les paramètres structuraux clés, tels que le diamètre, la flèche, l'épaisseur, la disposition des éléments, ainsi que la charge supportée. A travers la démarche d'étude du comportement mécanique et de vérification de la stabilité, on cherche d'optimiser le système structural des différents modèles étudiés afin d'obtenir une structure optimale permettant de supporter le maximum de charge avec un minimum de poids de la structure. Les résultats obtenus démontrent l'efficacité des outils manuels et numériques utilisés (Robot Bat), ainsi que la validité des modèles mathématiques proposés. L'optimisation a conduit à une amélioration significative des coefficients de portance et à une réduction du poids des structures, tout en assurant leur stabilité et durabilité. Cette recherche offre une démarche intégrée combinant modélisation géométrique avancée, simulation numérique et optimisation paramétrique, applicable à la conception moderne des couvertures différentes.



**Mots clés :** Couverture, Coupoles en béton armé, Charpente métallique, Tenségrité, Comportement mécanique, Optimisation.



**الملخص**

يتناول هذا البحث موضوع تحسين تصميم أنظمة تغطية الفضاءات ذات البحور المختلفة باستخدام ثلاثة أنظمة مختلفة: القباب من الخرسانة المسلحة، التغطيات بالهياكل المعدنية، والتغطيات بالهياكل المبتكرة المكونة من الكابلات والقضبان. تركز الدراسة على تحليل التفاعل بين المعاملات البنيوية الأساسية مثل القطر، السهم، السمك، توزيع العناصر، بالإضافة إلى الحمولة المدعومة. ومن خلال دراسة سلوك هذه الأنظمة والتحقق من استقرارها، نسعى إلى تحسين النظام البنيوي للنماذج المدروسة للحصول على هيكل مثالي يمكنه تحمل أقصى حمولة ممكنة بأقل وزن ممكن. وتُظهر النتائج فعالية الأدوات اليدوية والرقمية المستخدمة(Robot Bat) ، وكذلك صلاحية النماذج الرياضية المقترحة. وقد أدى التحسين إلى تحسين كبير في معاملات الحمل وتقليل وزن الهياكل، مع ضمان استقرارها وديمومتها. تقدم هذه الدراسة منهجًا متكاملًا يجمع بين النمذجة الهندسية المتقدمة، والمحاكاة الرقمية، والتحسين البرامتري، ويمكن تطبيقه في التصميم الحديث لمختلف أنظمة التغطية.



**الكلمات المفتاحية:** تغطية، قباب من الخرسانة المسلحة، هيكل معدني، التنسجريني(Tenségrité) ، السلوك الميكانيكي، التحسين.



**Abstract**

This thesis addresses the optimization of roof systems for spaces with variable spans using three different systems : reinforced concrete domes, steel frame covers, and innovative structures composed of cables and bars. The study focuses on analyzing the interaction between key structural parameters such as diameter, rise, thickness, element arrangement, and the supported load. Through the study of mechanical behavior and stability verification, the aim is to optimize the structural system of the studied models to achieve an optimal structure capable of supporting the maximum load with minimal structural weight. The results demonstrate the effectiveness of both manual and digital tools used (Robot Bat), as well as the validity of the proposed mathematical models. The optimization led to significant improvement in load-bearing coefficients and a reduction in structural weight, while ensuring their stability and durability. This research offers an integrated approach combining advanced geometric modelling, numerical simulation, and parametric optimization, applicable to modern roof design.



**Keywords :** Roof covering, Reinforced concrete domes, Steel structure, Tensegrity, Mechanical behavior, Optimization.

# Introduction Générale

# Introduction Générale

Les systèmes de couverture constituent un élément fondamental dans la conception des structures architecturales et génie civil, car ils contribuent efficacement à la protection des espaces intérieurs, au confort environnemental, ainsi qu'à l'orientation de la lumière et de la ventilation naturelles. Ils jouent également un rôle esthétique important dans la forme globale de l'ouvrage. Ces systèmes ont connu une évolution significative grâce à la diversité des matériaux et à l'avancement des techniques de calcul et de modélisation, permettant ainsi l'élaboration de configurations structurelles plus légères et plus performantes [1].

Parmi les systèmes de couverture les plus courants, on trouve les coupoles en béton armé, reconnues pour leur capacité à supporter les charges grâce à leur géométrie arquée. Les structures en charpente métallique représentent également une solution largement utilisée, en raison de leur légèreté, de leur facilité de mise en œuvre et de leur flexibilité architecturale. En parallèle, de nouveaux concepts ont émergé, à l'instar des systèmes dits de tensegrité, qui reposent sur un équilibre entre éléments en traction (câbles) et éléments en compression (barres rigides), donnant lieu à des structures à la fois légères et stables.

Dans un contexte où l'optimisation des ressources et la réduction des coûts sont devenues des priorités, l'amélioration de la forme géométrique s'impose comme un levier essentiel pour concevoir des structures efficaces. Cette démarche ne repose pas uniquement sur des calculs rigoureux, mais fait appel à l'expertise de l'ingénieur, à la compréhension du comportement structurel et à l'intuition architecturale. Elle vise à identifier les formes les plus appropriées, en termes de résistance, de stabilité, de coût et de constructibilité.

L'objectif de ce travail est de proposer une méthodologie pratique d'optimisation de la forme des coupoles, à travers un modèle paramétrique basé sur des variables physiques telles que la hauteur, le rayon ou l'épaisseur. Ces paramètres sont modifiés dans un espace de recherche limité mais pertinent, permettant d'explorer diverses configurations et d'analyser leur performance structurelle. Le problème d'optimisation est formulé de manière classique selon trois composantes :

- ✓ Une fonction objective à minimiser ou à maximiser (poids, déplacement, coût, etc.) ;
- ✓ Un ensemble de variables de conception ;
- ✓ Et un ensemble de contraintes techniques ou physiques à respecter.

Pour résoudre ce problème, une stratégie basée sur les plans d'expériences est adoptée. Cette approche permet de réduire le nombre de simulations nécessaires tout en analysant l'influence de chaque paramètre, orientant ainsi la recherche vers une configuration optimale.

# Chapitre I :
# Recherches bibliographiques

## I.1 Introduction :

L'architecture se définit comme un art majeur dont la finalité est la conception d'espaces bâtis en harmonie avec des règles de construction, qu'elles soient empiriques ou scientifiques. Elle intègre également des principes esthétiques, traditionnels ou contemporains, en tenant compte de l'organisation spatiale, des usages sociaux, des contraintes environnementales et de l'intégration du bâti dans son contexte. Quelle que soit la destination de l'édifice — qu'elle soit résidentielle, rituelle, institutionnelle, religieuse, défensive, artisanale, commerciale, scientifique, signalétique, muséale, industrielle ou purement artistique — l'architecture se présente avant tout comme une expression à l'époque romaine antique, s'imposant comme éléments structuraux et symboliques de premier ordre.[2]

Parmi les formes architecturales emblématiques, la **coupole** occupe une place particulière. Son usage remonte aux civilisations anciennes, notamment à l'époque mycénienne, où l'on retrouve des coupoles en pierres sèches, sans coffrage, intégrées dans les habitats ruraux. Toutefois, les grandes coupoles hémisphériques telles que nous les connaissons aujourd'hui ont réellement pris leur essor.

### I.2 Définition d'une coupole :

Le terme **« coupole »** provient du latin *cupula*, qui signifie littéralement « petite cuve » ou « tonnelet ». Sur le plan architectural, une coupole est une voûte de forme hémisphérique ou proche, construite selon un profil semi-circulaire, elliptique ou polygonal, et parfois surélevée par un élément appelé **tambour**. Son sommet forme ce que l'on nomme communément un **dôme**.

La structure d'une coupole repose, dans sa forme la plus courante, sur un empilement circulaire d'assises, chacune étant composée de voussoirs inclinés vers le centre de la voûte. Néanmoins, d'autres géométries peuvent exister. Typiquement, une coupole est constituée d'une **coque mince**, généralement de révolution, pouvant être raidie par des nervures orientées soit dans le sens méridien, soit parallèlement à la base, soit selon une combinaison des deux. La base de la coupole s'appuie en général sur une **ceinture**

**Structurelle**, elle-même supportée par des appuis ponctuels ou continus, selon les contraintes architecturales et structurelles [1].

## I.3 Classification des coupoles

### 1.3.1 Selon le modèle de la coupole :

- ✓ Coupole surbaissée

- ✓ Coupole en plein cintre
- ✓ Coupole surhaussée

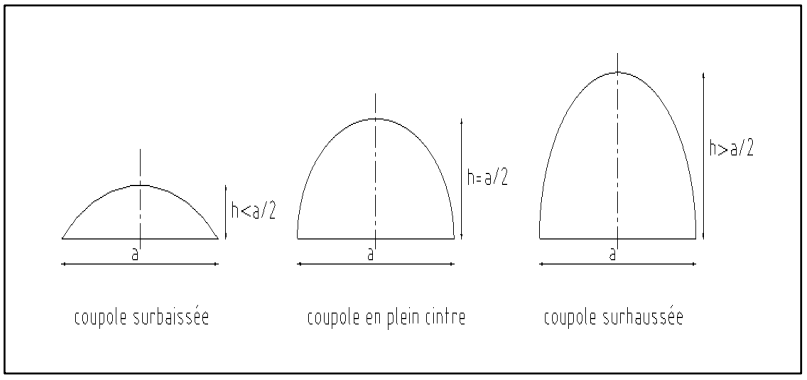



**Figure I .1 : Différente formes des coupoles selon le modèle.**

## I.3.2. Selon la forme de la méridienne :

- ✓ Circulaire
- ✓ Elliptique
- ✓ Parabolique
- ✓ En ogive
- ✓ Conique

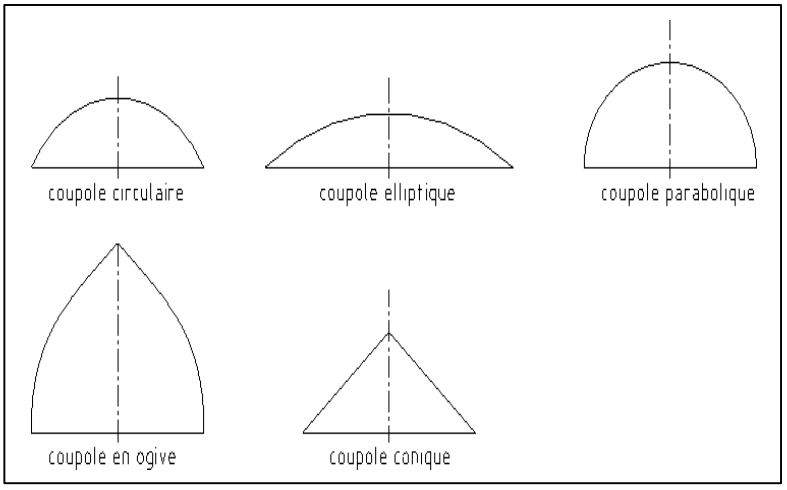



**Figure I. 2 : Différentes formes des coupoles selon la méridienne.**

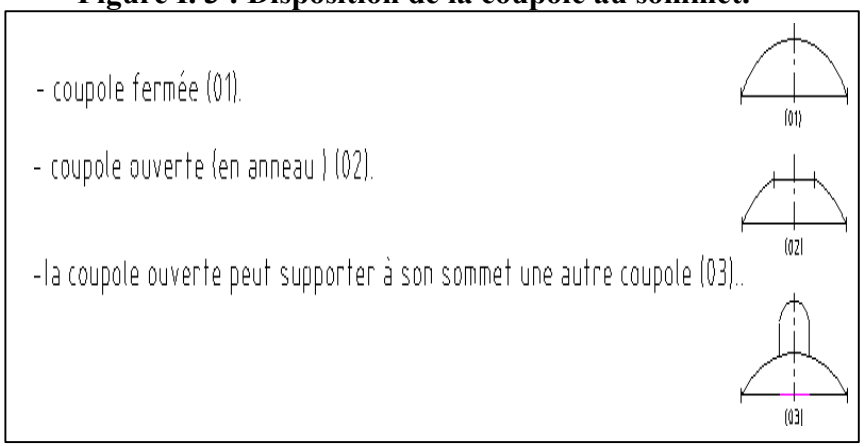
## 1.3.3 Selon la disposition ou sommet :

Suivant le schéma de la figure suivante :

- ✓ Coupole fermé (01)
- ✓ Coupole ouverte (en anneau) (02)

- ✓ Coupole ouverte peut supporter à son sommet une autre coupole (03)

**Figure I. 3 : Disposition de la coupole au sommet.**




### I.3.4 Selon la forme en plan :

- ✓ Sur plan circulaire (coupole de révolution).
- ✓ Sur plan elliptique (coupole elliptique).
- ✓ Sur plan polygonal (coupole polygonal).

### I.3.5 Différentes formes des coupoles polygonales :

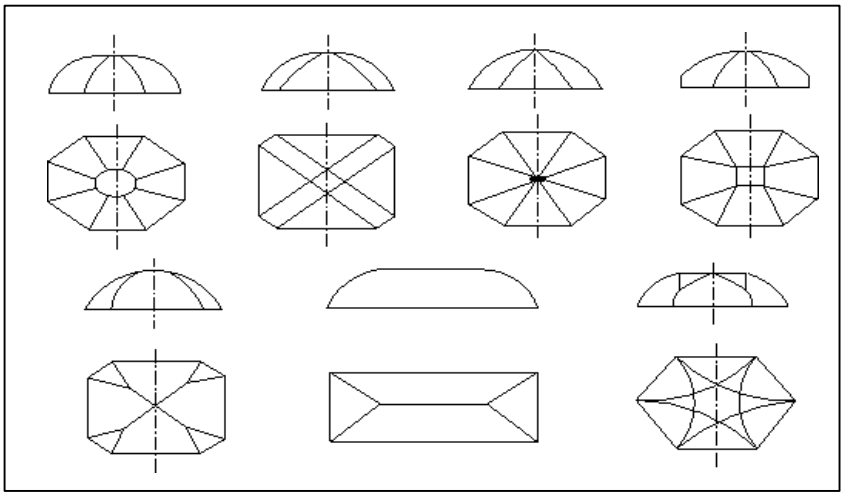


**Figure I. 4 : Disposition de la coupole au sommet.**

### I.3.6 Selon les dispositions constructives :

- ✓ Coupole d'épaisseur constante
- ✓ Coupole d'épaisseur variable
- ✓ Coupole à nervures méridiennes
- ✓ Coupole à nervures parallèles

- ✓ Coupole à nervures orthogonales

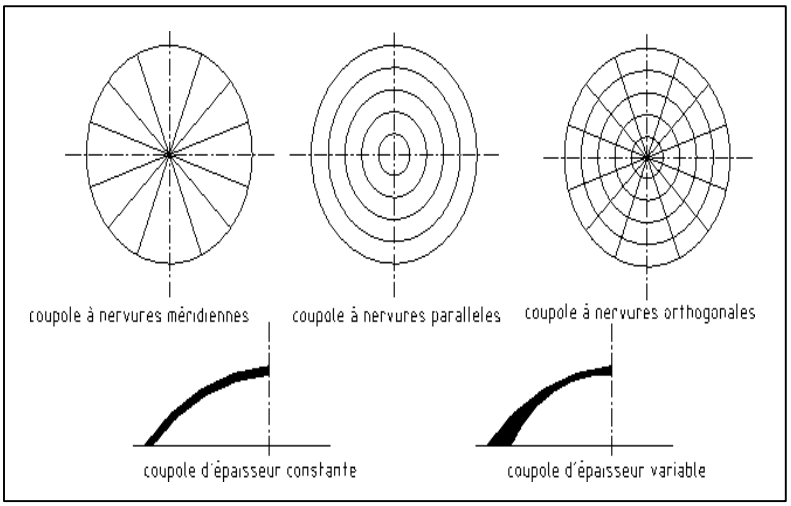



**Figure I. 5 : Dispositions constructives des coupoles.**

### I.3.7 Selon le mode de construction :

- ✓ Coupole coulée sur cintre
- ✓ Coupole préfabriquée

## I.4 Eléments assurant la transition avec la coupole

Comme la coupole est définie par rapport à son intrados, et par rapport à l'espace intérieur, on a classifié ces composants en deux types d'éléments :

a- Eléments principaux :

- ✓ Arcs doubleaux : l'arc-doubleau est l'arc qui relie d'une pile à l'autre dans les coupoles
- ✓ Eléments de transition : Pendentifs : ce sont donc les triangles hémisphériques qui assurent le passage entre les arcs doubleaux et le cercle du dôme

Trompes : donc ce dispositif a pour but essentiel de transformer le carré qui n'offrirait que quatre points de contact à la base de la coupole en un octogone, transition qui conduit plus aisément au cercle

- ✓ Dôme

B- Eléments secondaires :

Tambour : c'est le cylindre sur lequel la coupole se repose. On le trouve aussi sous forme octogonale

Mur tympan : on donne aussi le nom de mur tympan aux surfaces pleines situées à l'intrados d'un arc doubleau. On le trouve souvent percé d'ouverture

Ouvertures :

Corniches :

## I.5 Les avantages des coupoles

- ✓ Considération économique
- ✓ Economie de devises
- ✓ Un grand potentiel esthétique

### I.5.1 Utilisations des voûtes et des coupoles

Les voûtes et les coupoles arrivent à couvrir des espaces en ayant recours ou non à des supports. Elles peuvent être utilisées pour créer des ouvertures, des toitures (revêtues d'un système d'étanchéité) mais elles sont surtout utilisées dans le but d'être un élément de support. Leur utilisation est extrêmement diversifiée, allant de la construction d'un simple habitat, de bâtiments, de monuments (cathédrale, dôme, mausolée, église, temple, …) à la construction d'un tunnel et d'un pont en maçonnerie.

## I.6 Les coupoles en béton armé

### I.6.1 Introduction

L'utilisation du béton armé a marqué une transformation majeure dans l'histoire de l'architecture, notamment dans la conception et la réalisation des coupoles. Ce matériau a permis la création de formes structurelles auparavant impossibles avec la pierre ou la brique, donnant aux ingénieurs et architectes une grande liberté d'innovation.

### I.6.2 Propriétés du béton armé dans la construction des coupoles

- Haute résistance : Grâce à l'armature en acier, le béton armé supporte aussi bien la compression que la traction, ce qui le rend idéal pour les coupoles à large portée.

- Facilité de moulage : Le béton peut être coulé dans des coffrages complexes, permettant la réalisation de coupoles ovoïdes, polygonales ou de formes libres.

- Rapidité d'exécution : Comparé aux coupoles traditionnelles en pierre ou en brique, le béton permet une construction plus rapide, surtout avec des modules préfabriqués.

- Isolation : Le béton offre une bonne isolation thermique et acoustique, améliorée par l'ajout de matériaux isolants[1].

### I.6.3 Types de coupoles en béton

- Coupole en coque (Shell Dome) : La plus courante, elle repose sur une fine couche de béton armé fonctionnant comme une membrane.

- Coupole en grille (Grid Dome) : Combine des modules métalliques ou en béton avec une structure en béton armé.

- Coupoles composites : Constituées de plusieurs couches de béton ou contenant des cavités internes pour alléger le poids.

### I.6.4Techniques de construction

- Coffrages en bois ou en métal : Utilisés pour donner la forme souhaitée lors du coulage du béton.

- Coupoles préfabriquées : Les éléments sont fabriqués en usine puis assemblés sur le chantier.
- Utilisation du béton haute performance (BHP) : Pour réduire l'épaisseur et augmenter la résistance.

### I.6.5 Exemples célèbres

- Fondation Louis Vuitton à Paris : Utilisation de techniques avancées de béton et de verre.
- Stade Maracanã au Brésil : L'une des plus grandes coupoles en béton au monde.
- Mosquée Faisal au Pakistan : Allie style islamique et structure moderne en béton.

### I.6.6 Défis de l'utilisation du béton dans les coupoles

- Poids propre : Malgré son allègement, le béton reste un matériau lourd nécessitant une étude rigoureuse des fondations.

- Fissuration dans le temps : Le béton peut se fissurer avec le temps, nécessitant un entretien périodique.
- Esthétique : Les coupoles en béton peuvent manquer de décorations traditionnelles sauf si des éléments ornementaux sont ajoutés.

## I.7 Les coupoles en charpente

Les coupoles peuvent également être réalisées à l'aide d'une charpente, qu'elle soit en bois ou en métal. Cette technique repose sur une structure interne qui soutient la forme de la coupole, souvent recouverte par des matériaux de finition comme des tuiles, du cuivre ou du verre.

### I.7.1 Charpente en bois

Historiquement, le bois a été largement utilisé pour les coupoles dans les églises, les halls et les bâtiments publics. La structure est composée de poutres en bois assemblées à des angles précis pour former la courbure de la coupole.

Avantages :

- Léger par rapport à la pierre ou au béton.
- Facile à installer et à entretenir.
- Esthétiquement agréable, surtout lorsque la structure reste apparente à l'intérieur.

Inconvénients :

- Sensible au feu.
- Vulnérable à l'humidité et aux insectes.
- Limité dans les grandes portées.

### I.7.2 Charpente métallique

Avec la révolution industrielle, l'utilisation de la charpente métallique a permis la réalisation de coupoles de très grande portée, sans colonnes intérieures, permettant des espaces ouverts.

**Avantages :**

- Haute résistance aux charges.
- Résistance aux conditions climatiques et à la moisissure.
- Permet des conceptions modernes et légères.

**Exemples** :

- Dôme du Reichstag à Berlin : coupole en verre soutenue par une charpente métallique.
- Coupoles de certaines gares européennes comme Saint Pancras à Londres.

### I.7.3 Combinaison avec d'autres matériaux

Les conceptions contemporaines intègrent souvent la charpente avec :

- Du verre : pour une lumière naturelle abondante.
- De l'aluminium ou de l'acier inoxydable : pour une durabilité accrue.
- Des matériaux isolants : pour le confort thermique et acoustique.

## I.8 Les coupoles tenségrité

### I.8.1 Introduction

La tenségrité est un principe architectural et structurel qui repose sur une répartition équilibrée entre les éléments en compression (souvent rigides comme le béton) et les éléments en tension (comme les câbles ou les fils d'acier). L'application de ce principe à la conception des coupoles permet d'obtenir des structures légères, résistantes, et esthétiquement audacieuses.

### I.8.2 Définition du concept de tenségrité

- Le terme "tenségrité" (tension + intégrité) a été popularisé par Buckminster Fuller.
- Il s'agit de structures dans lesquelles les éléments rigides ne se touchent pas mais sont maintenus en place grâce à un réseau de câbles tendus.

- En génie civil, on explore aujourd'hui des formes hybrides : béton post-contraint + câbles = coupoles semi-rigides à comportement intelligent.

### I.8.3 Caractéristiques des coupoles en tenségrité

- Légèreté : moins de matière, plus de performance.

- Stabilité : équilibre parfait entre tension et compression.

- Adaptabilité : forme adaptable aux charges et conditions environnementales.

- Durabilité : distribution optimale des efforts réduit les zones critiques.

### I.8.4 Matériaux utilisés

- Câbles : acier inoxydable, fibres de carbone.

- Éléments rigides : béton à haute performance (BHP), parfois combiné avec des composites.

- Connecteurs : pièces métalliques assurant la jonction tension/compression.

### I.8.5 Avantages et défis

Avantages :

- Réduction du poids global de la structure.

- Grande efficacité structurale.

- Esthétique moderne et futuriste.

Défis :

- Calculs complexes (nécessitent des logiciels de modélisation avancés).

- Montage précis (tension initiale, précontrainte).

- Entretien des câbles à long terme.

### I.8.6 Applications concrètes

- Pavillons expérimentaux.
- Couvertures de stades ou d'espaces publics.
- Coupoles pour musées ou bâtiments culturels.
- Recherches récentes sur les dômes à câbles précontraints.

Les coupoles en tenségrité représentent une avancée majeure dans la conception des structures architecturales modernes. Leur efficacité, leur légèreté et leur adaptabilité en font une solution idéale pour les projets innovants et durables.

## I.9 Conclusion

À travers ce premier chapitre, il ressort clairement que les coupoles représentent l'un des systèmes de couverture les plus complets, alliant performance structurelle, expression architecturale et diversité technologique. L'analyse des différentes typologies de coupoles a permis de mettre en lumière les caractéristiques géométriques, les avantages fonctionnels ainsi que les défis techniques associés à chaque configuration.

Les coupoles en béton armé se distinguent par leur grande capacité portante et leur adaptabilité formelle. Grâce à la résistance combinée du béton et de l'acier, elles permettent de couvrir de vastes portées avec efficacité, tout en offrant une bonne durabilité et une liberté de conception. Toutefois, leur poids propre exige une attention particulière dans l'analyse des fondations et de la stabilité globale.

En parallèle, les coupoles à ossature métallique offrent une solution légère, rapide à mettre en œuvre et facilement modulable. Leur structure ouverte permet une intégration aisée de matériaux complémentaires (verre, isolants), rendant ces coupoles idéales pour les projets contemporains exigeant à la fois esthétique, performance et économie de matière.

Quant aux coupoles basées sur le principe de tensegrity, elles incarnent une rupture avec les approches traditionnelles. En exploitant l'équilibre entre les éléments en traction et ceux en compression, elles permettent de concevoir des structures légères, flexibles et stables. Cette technologie novatrice ouvre la voie à de nouvelles formes architecturales tout en optimisant l'utilisation des matériaux.

Ainsi, l'étude comparée de ces trois systèmes met en évidence que le choix d'un type de coupole doit s'appuyer sur une analyse globale des contraintes mécaniques, des objectifs architecturaux et des considérations économiques. Ce chapitre constitue donc une base théorique solide pour les développements analytiques et numériques des chapitres suivants, en vue d'atteindre des structures de couverture optimisées, performantes et durables.

# Chapitre II :
# Optimisation de formes

## II.1 Introduction :

L'industrie des couvertures a différentes portées, tout comme d'autres secteurs industriels, est confrontée à des exigences croissantes en matière de performance, de sécurité et de durabilité. Dans ce contexte, l'optimisation des structures mécaniques occupe une place centrale, en particulier lorsqu'il s'agit de concevoir des couvertures capables de résister à différentes portées tout en conservant légèreté et efficacité.

Les éléments de couverture en tôle mince, largement utilisés dans les structures mécaniques, doivent répondre à plusieurs critères de dimensionnement, notamment :

- ✓ Le comportement vibro-acoustique,
- ✓ La tenue à la fatigue,
- ✓ La résistance aux impacts (crash).

Lorsque la portée d'une couverture varie, les défis de conception deviennent plus complexes : il faut adapter la forme pour assurer la rigidité, minimiser les déformations, et garantir la sécurité tout en respect tant les contraintes de poids et de fabrication.

Face à ces exigences, les méthodes numériques et l'optimisation automatique des formes offrent une solution efficace. Elles permettent d'explorer un large espace de design pour déterminer la configuration géométrique idéale. Toutefois, les approches traditionnelles, basées sur un maillage des pièces, présentent certaines limitations, notamment dans la conversion des résultats vers des modèles paramétrés, ce qui peut affecter la qualité des solutions obtenues.

Pour surmonter ces limitations, une nouvelle approche appelée analyse iso géométrique a été développée [8]. Elle permet d'intégrer directement la géométrie exacte des pièces (telles que les couvertures) dans les simulations numériques, éliminant ainsi les erreurs dues à l'approximation des maillages.

L'objectif de ce travail est de mettre en place une méthode d'optimisation de formes appliquée à des couvertures à différentes portées, en utilisant l'analyse iso géométrique. Les formes sont décrites à l'aide de patchs paramétrés, contrôlés par des points de contrôle servant de variables d'optimisation. Cette approche permet de répondre efficacement aux critères de dimensionnement exigés dans pour couvertures à différentes portées, tout en assurant flexibilité et précision dans la modélisation des géométries complexes

## II.2 principes généraux de l'optimisation des formes

L'optimisation est un domaine vaste de la recherche scientifique, utilisé dans de nombreux domaines tels que la mécanique, l'économie, la gestion, ou encore les sciences biologiques. Un problème d'optimisation consiste à trouver la meilleure forme ou solution permettant d'obtenir le meilleur résultat possible pour une certaine quantité, tout en respectant les contraintes ou conditions imposées, si elles existent.

***Exemple :*** Prenons l'exemple d'un problème de dimensionnement de la citerne d'un camion-citerne L'objectif est de consommer le moins de matière possible pour fabriquer la citerne sachant que cette dernière doit contenir un volume fixé. La quantité à minimiser, appelée fonction objectif ou fonction coût, est donc la surface de la citerne. Comme le montre la figure 1.1, la citerne est composée d'un cylindre de rayon x1 et de longueur x2 auquel deux calottes sphériques de hauteur x3 s'ajoutent aux extrémités. Dans cette configuration, les variables x1, x2 et x3 sont les variables d'optimisation. En plus du volume fixé, disons à 35 m3, d'autres contraintes peuvent être prises en compte. En effet, nous pouvons considérer que le diamètre de la citerne ne peut excéder la taille de la cabine du camion soit 2,4 m et la longueur ne doit pas dépasser une certaine limite 13,2 m ici. Puisque les variables d'optimisation représentent des dimensions, il paraît naturel de choisir l'ensemble des réels positifs comme espace des variables admissibles. En d'autres termes, les variables (x1, x2, x3) prennent leurs valeurs dans R+.

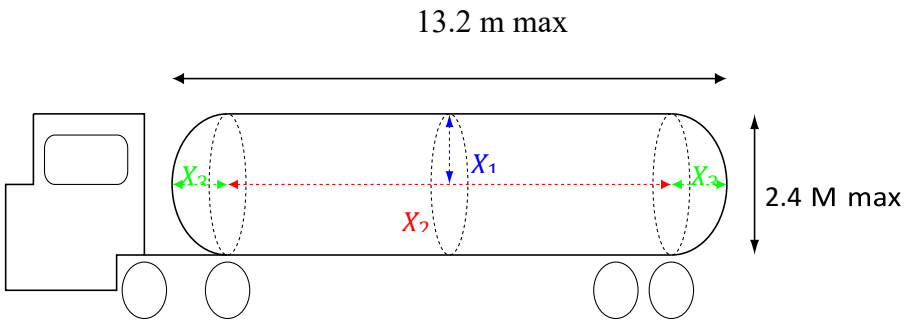



**Figure II. 1 : Schéma de la citerne - Les variables X1, X2 et X3 sont les variables d'optimisation qui pilotent la forme de la citerne. [2]**

Ce problème d'optimisation classique peut être formalisé mathématiquement par l'équation suivante :

$$\begin{cases} min_{(x_1,x_2,x_3)\epsilon(R_+)}\, 2 \\ \pi(x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2) \end{cases} \qquad (II.1)$$

Tel que

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 \leq 13{,}2 \\ 2x_1 \leq 2{,}40 \\ \dfrac{2\pi x_3}{3}\left(3\dfrac{x_1^2 + x_3^2}{2x_3} - x_3\right) + \pi x_3 x_1^2 = 35 \end{cases} \qquad (II.2)$$

La résolution du ***problème*** (1.1) et de façon générale, de tout problème d'optimisation peut être effectuée au moyen de différents algorithmes d'optimisation basés sur des méthodes déterministes (avec ou sans gradient) ou sur des méthodes stochastiques. Certaines de ces méthodes seront présentées dans la suite de ce chapitre.

L'écriture de ce problème ***simple*** permet de mettre en évidence les différents éléments constituant un problème_d'optimisation : un espace de variables admissibles, une fonction objective et selon les problèmes étudiés, des contraintes. Nous retrouverons ces éléments lors de la définition des problèmes d'optimisation de formes, sujet au cœur de ce manuscrit. Des ouvrages comme [9]. [10]. Expliquent de façon approfondie les règles de l'optimisation

Étude d'un problème d'optimisation : Dimensionnement d'une citerne

Formulation mathématique

Les éléments de l'optimisation sont les suivants :

- Variables : $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^+$

- Fonctions objective (surface à minimiser) :

$F(x_1, x_2, x_3) = 2\pi (x_1^2 + x_3^2 + x_1 x_2)$

- Contraintes :

  - ✓ Longueur maximale : $x_2 + 2x_3 \leq 13.2$
  - ✓ Diamètre maximal : $x_1 \leq 1.2$
  - ✓ Volume fixé : $V(x_1, x_2, x_3) = (2\pi x_3^3/3) * (3(x_1^2)/x_3^2 + 1) + \pi x_1^2 x_2 = 35$

Résultats numériques

Après résolution numérique du problème d'optimisation avec les constraints données, on obtient les valeurs optimales suivantes pour les variables :

- ✓ $x_1$ (rayon du cylindre) ≈ 1.20 m
- ✓ $x_2$ (longueur du cylindre) ≈ 0.01 m
- ✓ $x_3$ (hauteur d'une calotte) ≈ 2.00 m

Ces dimensions permettent de minimiser la surface totale de la citerne, qui est alors d'environ 34.33 m².

## II.3 Définition de l'optimisation de formes

L'optimisation de formes, aussi appelée optimisation structurale, est une branche de l'optimisation issue des questions de contrôle optimal. Elle a pour finalité la conception de la meilleure forme à donner à regard de certains critères et contraintes. Plusieurs documents, [10] ou [11] par exemple, proposent des introductions à l'optimisation de formes.

## II.4 Applications des principes d'optimisation sur les coupoles

Les coupoles sont des structures architecturales très efficaces, capables de couvrir de grandes portées tout en conservant une grande résistance et une légèreté. L'application des principes d'optimisation sur ces structures permet d'améliorer leur performance en termes de résistance, de coût et de matériau. Voici les principaux axes d'optimisation appliqués aux coupoles : [12]

### II.4.1 Optimisation géométrique des coupoles

L'optimisation géométrique consiste à ajuster la forme de la coupole pour maximiser son efficacité. Une coupole, qui est généralement une surface courbe, peut être optimisée pour :

- ✓ Réduire la matière : En utilisant des formes géométriques comme les coupoles à surface minimale de courbure.
- ✓ Maximiser la résistance : En utilisant des formes qui offrent une stabilité maximale sous charge (elliptique, parabolique…). [13]

### II.4.2 Optimisation topologique

Elle vise à déterminer la répartition optimale de la matière à l'intérieur d'un volume. Cela permet :

- ✓ De renforcer les zones les plus sollicitées.
- ✓ D'alléger les zones peu sollicitées sans compromettre la stabilité.

### II.4.3 Optimisation paramétrique

Elle ajuste les dimensions principales (rayon, épaisseur, hauteur) pour : • Répondre à des critères spécifiques (résistance, coût…). • Trouver un compromis optimal entre plusieurs contraintes.

### II.4.4. Méthodes d'optimisation utilisées

• Méthodes par gradient : efficaces pour des formes simples. • Algorithmes génétiques : pour explorer des solutions complexes. • Recuit simulé [14] : pour éviter les minima locaux.

### a. Applications pratiques

• Architecture : stades, musées, halls. • Génie civil : silos, réservoirs, coupoles industrielles. Conclusion L'optimisation des coupoles permet de conjuguer esthétique, efficacité structurelle et économie de matériaux. Elle joue un rôle central dans la conception moderne des structures complexes.

## II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons découvert les notions de base de l'optimisation des formes dans le domaine du génie civil. Nous avons expliqué les éléments importants de tout problème d'optimisation : les variables que l'on peut modifier, l'objectif à atteindre (comme réduire le poids ou améliorer la résistance), et les contraintes à respecter.

Nous avons ensuite présenté plusieurs méthodes d'optimisation : l'optimisation géométrique pour améliorer la forme, l'optimisation topologique pour mieux répartir la matière, et l'optimisation paramétrique pour ajuster les dimensions principales. Ces techniques permettent de concevoir des structures plus solides, plus légères et plus économiques.

Nous avons aussi introduit une méthode moderne appelée analyse isogéométrique, qui permet de représenter avec précision la forme réelle d'une structure sans la simplifier, ce qui rend les résultats plus fiables et facilite le processus d'optimisation.

Ainsi, ce chapitre prépare le terrain pour les chapitres suivants, où ces méthodes seront appliquées à des cas concrets comme les coupoles en béton armé, les structures métalliques et les structures de tensegrité, dans le but d'obtenir des couvertures optimisées, performantes et durables.

# Chapitre III :
# Etude paramétrique des coupoles en béton armé.

## III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une étude des relations expérimentales entre différents paramètres influençant la conception des systèmes structuraux des coupoles. Les paramètres étudiés incluent le diamètre (D), la contrainte (σ), la force normale (N), la charge totale (P) et le module d'élasticité (E). L'objectif est d'illustrer l'influence de chaque paramètre à travers des représentations graphiques issues de mesures simulées. [15]

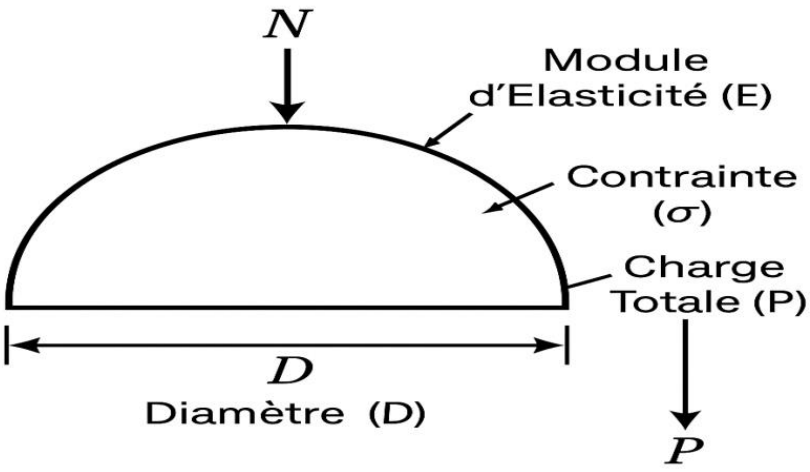



**Figure III. 1 : Relation entre la contrainte σ et le diamètre D.**

Ce graphique (Figure III.2) montre comment la contrainte diminue à mesure que le diamètre augmente. Cela permet de comprendre comment la répartition des efforts évolue avec la géométrie.

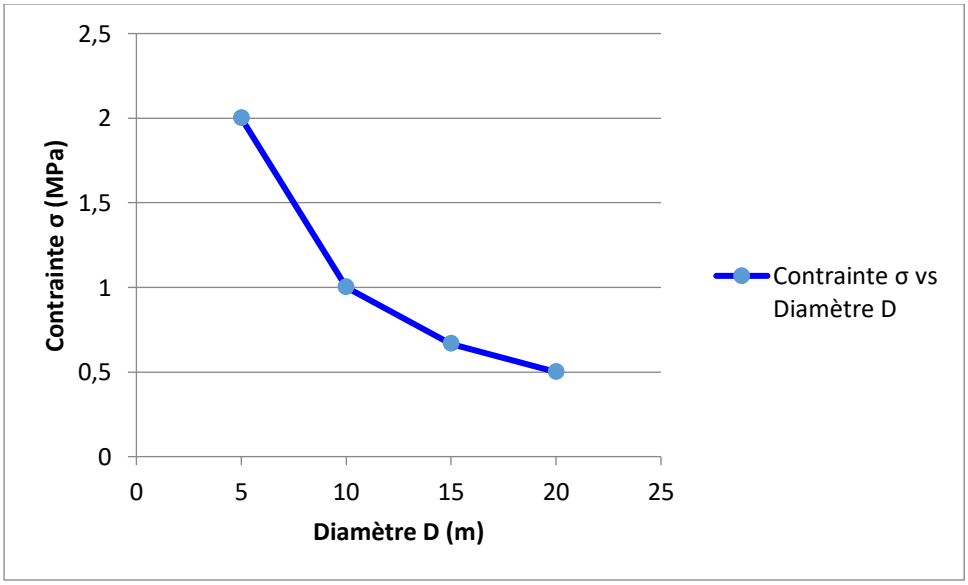



**Figure III. 2 : Relation entre la contrainte σ et le diamètre D.**

La courbe (Figure III.2) illustre comment la contrainte diminue de manière significative à mesure que le diamètre de la coupole augmente. En effet, une coupole de plus grande portée permet une meilleure répartition des efforts internes sur la surface, réduisant ainsi les concentrations de contraintes dans certaines zones critiques. Cela traduit une amélioration du comportement mécanique et de la stabilité de la structure. Cette relation est essentielle dans le processus d'optimisation car elle montre que l'augmentation du diamètre peut contribuer à une meilleure efficacité structurelle tout en diminuant les risques de fissuration.

## III.2 Relation entre la force normale N et le diamètre D

Ce graphique (Figure III.3) illustre une augmentation linéaire de la force normale avec le diamètre. Cela reflète l'effet de l'échelle sur les efforts internes.

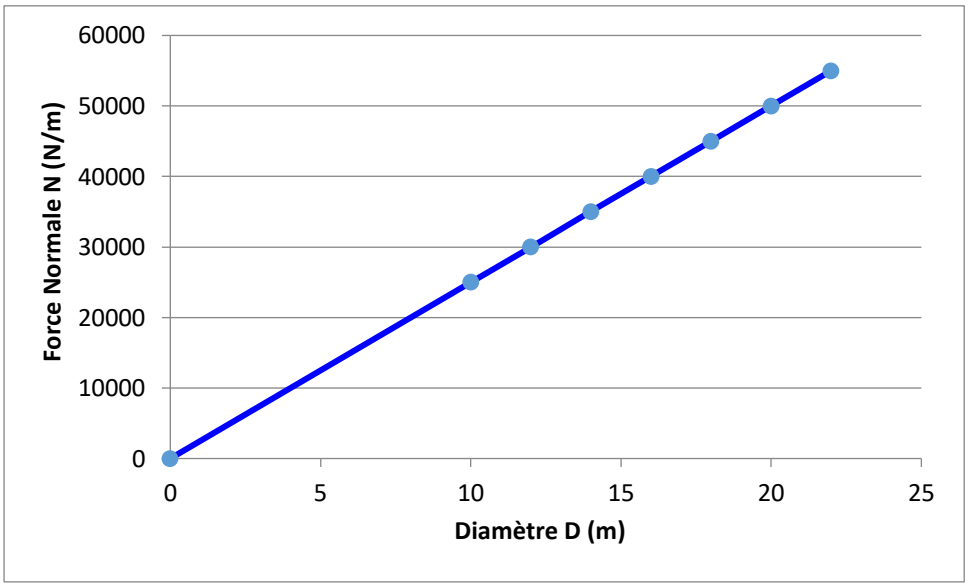



**Figure III. 3 : Relation entre la force normale N et le diamètre D.**

La figure (Figure III.3) montre une augmentation linéaire de la force normale en fonction du diamètre de la coupole. Cette tendance est logique, car plus la coupole est grande, plus elle supporte de charges et, par conséquent, les efforts internes augmentent proportionnellement. Cette observation souligne l'importance de renforcer les sections critiques dans les grandes structures et d'ajuster les fondations pour absorber ces charges supplémentaires.

## III.3 Relation entre la charge totale P et le module d'élasticité E

L'augmentation de la rigidité du matériau permet de supporter davantage de charge. Ce graphique montre l'impact direct de E sur P.

La relation entre la charge totale (P) et le module d'élasticité (E) pour D = 15 m avec f = 1.2 m.

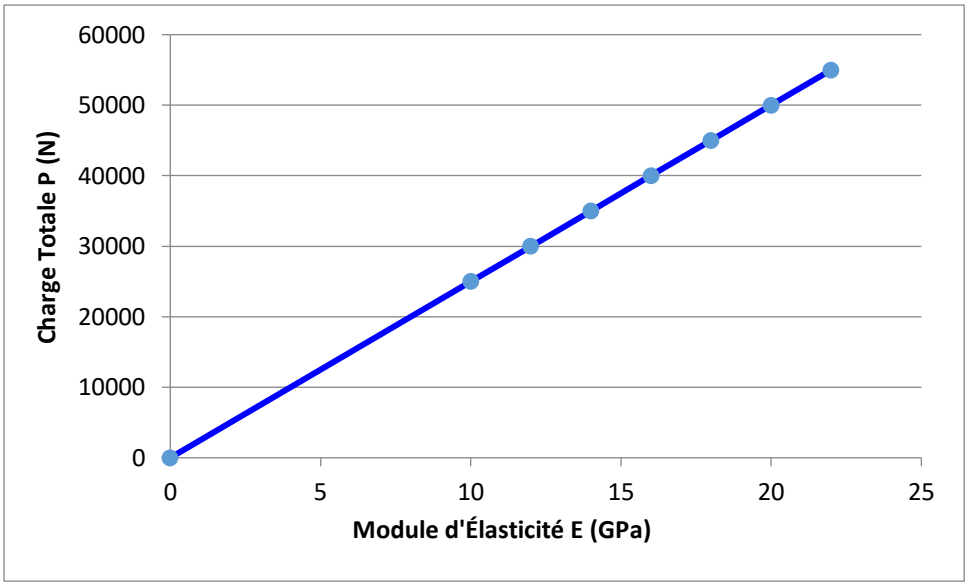



**Figure III. 4 : Relation entre la charge totale P et le module d'élasticité E.**

Ce graphique (Figure III.4) démontre que plus le matériau utilisé est rigide (valeur élevée de E), plus la structure peut supporter une charge importante. Cela s'explique par le fait qu'un matériau à module d'élasticité élevé présente une déformation réduite sous charge, ce qui améliore la résistance globale de la coupole. Ce paramètre est crucial dans le choix des matériaux, notamment pour les projets nécessitant des performances élevées avec un minimum de masse.

### III.4 Relation entre la force normale N et le module d'élasticité E

Une plus grande rigidité entraîne une réponse plus intense de la structure. La courbe suivante le démontre clairement.

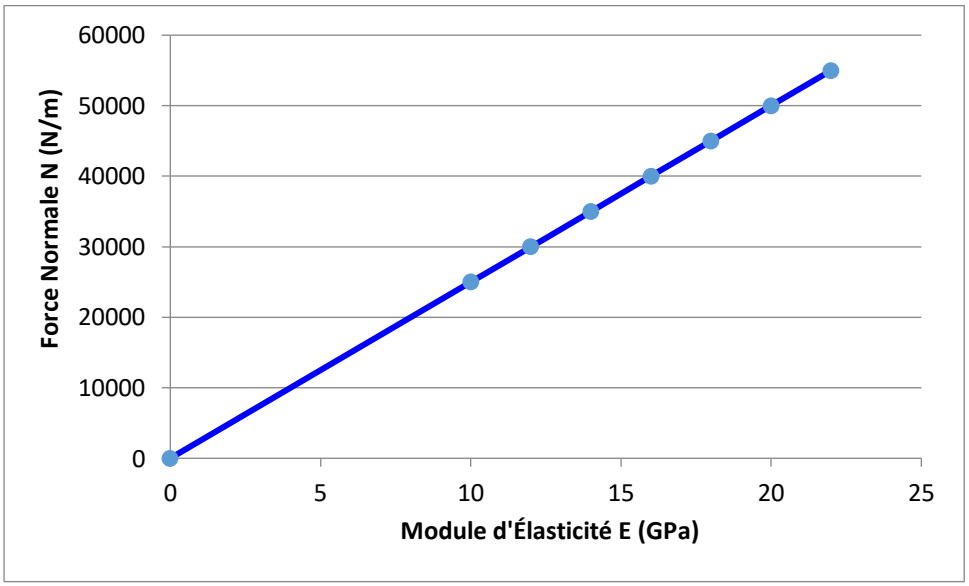



**Figure III. 5 : Relation entre la force normale N et le module d'élasticité E.**

Cette courbe (Figure III.5) met en évidence que l'augmentation du module d'élasticité E engendre une augmentation de la force normale dans la structure. Cela reflète une plus grande capacité du matériau à transférer les charges sans se déformer excessivement. Le choix d'un matériau rigide permet donc non seulement de réduire les déplacements, mais aussi d'optimiser la distribution des efforts internes, contribuant ainsi à la durabilité de la coupole.

## III.5 Relation entre la charge totale P et le diamètre D

À E constant, une augmentation du diamètre implique une augmentation proportionnelle de la charge. Le graphique suivant l'illustre. La relation entre la charge totale (P) et le diamètre (D) pour E = 7 GPa et f = 1.2 m.

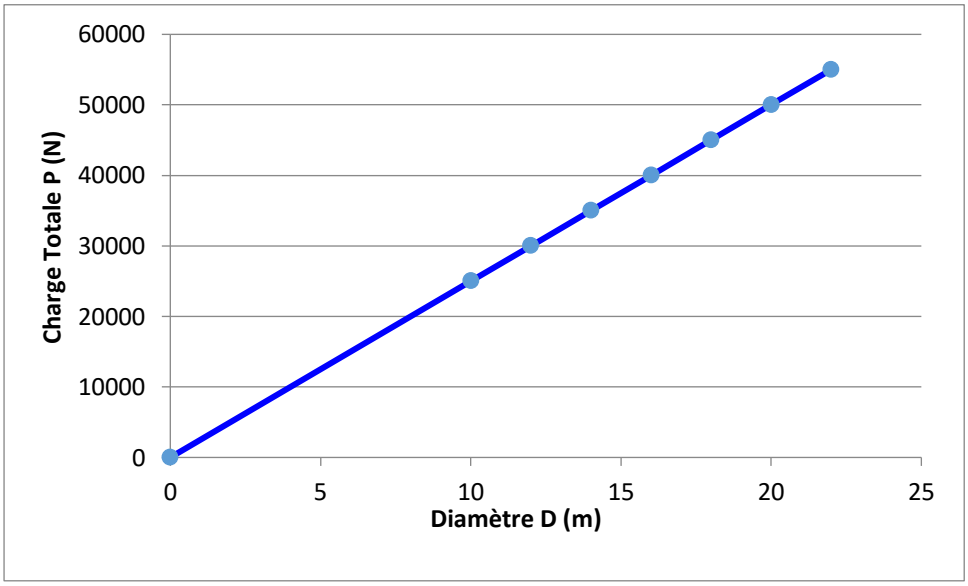



**Figure III. 6 : Relation entre la charge totale P et le diamètre D.**

Ce graphique (Figure III.6) illustre l'effet direct du diamètre sur la capacité portante de la coupole. À module d'élasticité constant, une augmentation du diamètre entraîne une élévation proportionnelle de la charge totale supportée. Cette relation confirme que le diamètre est un paramètre géométrique déterminant dans la conception structurelle des coupoles, et son optimisation peut conduire à une amélioration significative de la performance sans nécessairement augmenter la masse de la structure.

## III.6 Conclusion

Les courbes étudiées montrent des corrélations importantes entre les paramètres structuraux. Une meilleure compréhension de ces relations permet d'optimiser la conception des coupoles, en assurant à la fois stabilité, légèreté et efficacité. [16]

# Chapitre IV :
# Optimisation des Structures de Tensegrite

## IV.1 Introduction

Les structures de tenségrité représentent un concept innovant en ingénierie et en architecture, fondé sur une organisation particulière d'éléments porteurs : des barres rigides soumises à la compression et des câbles flexibles soumis à la tension. Cette configuration unique permet de créer des formes stables et légères, dans lesquelles les forces internes sont soigneusement équilibrées. Contrairement aux structures classiques, les composants d'un système de tenségrité ne s'appuient pas directement les uns sur les autres ; au contraire, ils coopèrent à distance grâce à un jeu de tensions et de compressions.

Dans une structure de tenségrité, les barres jouent le rôle d'éléments compressifs. Ce sont des tiges rigides qui ne sont en contact avec aucune autre barre. Elles "flottent" littéralement dans l'espace, maintenues par des câbles tendus. Ces câbles, qui supportent uniquement des forces de tension, forment un réseau autour des barres, les empêchant de se déplacer librement. Ce réseau tendu agit comme une sorte de filet tridimensionnel, maintenant les barres en position tout en répartissant les forces mécaniques.

Le principe fondamental d'un tel système repose sur la précontrainte : une tension initiale appliquée aux câbles avant toute sollicitation extérieure. Cette précontrainte donne à la structure sa rigidité de base, permettant une auto-stabilité sans point d'ancrage massif. Le système devient ainsi résistant aux forces externes tout en étant flexible et léger, ce qui en fait une solution particulièrement efficace dans de nombreux domaines.

Par ailleurs, la distribution distincte des efforts mécaniques – tension dans les câbles, compression dans les barres – permet d'optimiser les matériaux selon leur comportement naturel. En utilisant les matériaux dans leur mode d'effort le plus performant (par exemple, l'acier pour les câbles en tension, le carbone ou l'aluminium pour les barres en compression), on obtient une structure à la fois économique, stable et performante.

Ainsi, les systèmes de tenségrité incarnent une nouvelle façon de penser l'espace structurel, où l'équilibre et la légèreté remplacent la masse et la rigidité. Ce principe ouvre la voie à des applications très variées, allant de l'architecture contemporaine à la robotique souple, en passant par les structures mobiles ou les modèles biomécaniques.

Dans ce chapitre on va optimiser une structure en 3D formée de câbles et de barres pour avoir la meilleure forme optimale [17].

## IV.2 Exemples d'application :

Dans cet exemple on présente l'optimisation dune structures formée de 31 barres et 26 Câbles de diamètre 21 m.

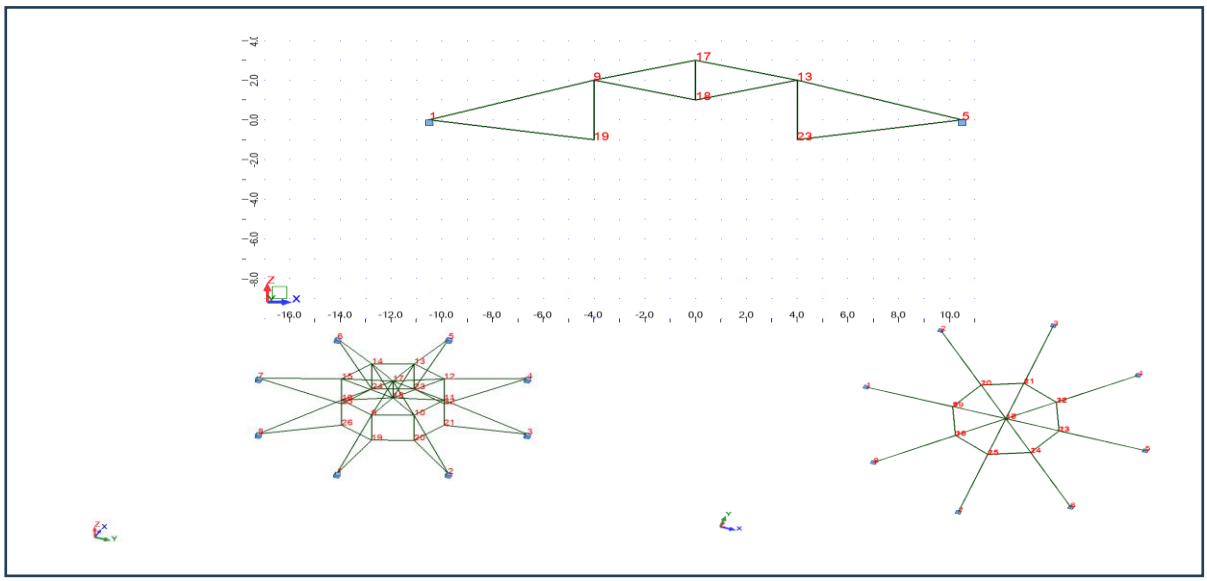


**Figure IV. 1 :** Caractéristiques géométriques de la structure étudiée.

Les coordonnées des nœuds sont présentées dans le tableau 2.2:

**Tableau IV. 1 : Coordonnées des nœuds.**

| Noeud | X [m] | Y [m] | Z [m] | Appui |
|---|---|---|---|---|
| 1 | -10.50 | 0.0 | 0.0 | Rotule |
| 2 | -7.42 | 7.42 | 0.0 | Rotule |
| 3 | 0.0 | 10.50 | 0.0 | Rotule |
| 4 | 7.42 | 7.42 | 0.0 | Rotule |
| 5 | 10.50 | 0.0 | 0.0 | Rotule |
| 6 | 7.42 | -7.42 | 0.0 | Rotule |
| 7 | 0.0 | -10.50 | 0.0 | Rotule |
| 8 | -7.42 | -7.42 | 0.0 | Rotule |
| 9 | -4.00 | 0.0 | 2.00 | |
| 10 | -2.83 | 2.83 | 2.00 | |
| 11 | 0.0 | 4.00 | 2.00 | |
| 12 | 2.83 | 2.83 | 2.00 | |
| 13 | 4.00 | 0.0 | 2.00 | |
| 14 | 2.83 | -2.83 | 2.00 | |
| 15 | 0.0 | -4.00 | 2.00 | |
| 16 | -2.83 | -2.83 | 2.00 | |
| 17 | 0.0 | 0.0 | 3.00 | |
| 18 | 0.0 | 0.0 | 1.00 | |
| 19 | -4.00 | 0.0 | -1.00 | |
| 20 | -2.83 | 2.83 | -1.00 | |
| 21 | 0.0 | 4.00 | -1.00 | |
| 22 | 2.83 | 2.83 | -1.00 | |
| 23 | 4.00 | 0.0 | -1.00 | |
| 24 | 2.83 | -2.83 | -1.00 | |
| 25 | 0.0 | -4.00 | -1.00 | |
| 26 | -2.83 | -2.83 | -1.00 | |
| * | | | | |

Les nœuds de 1 à 8 sont considérés fixes

**Tableau IV. 2 : Caractéristiques des barres.**

| Barre | Noeud 1 | Noeud 2 | Section | Matériau | Gamma [Deg] | Type de barre | Élément de construction |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 9 | Cable_1 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 2 | 2 | 10 | Cable_1 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 3 | 3 | 11 | Cable_1 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 4 | 12 | 4 | Cable_1 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 5 | 13 | 5 | Cable_1 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 6 | 14 | 6 | Cable_1 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 7 | 7 | 15 | Cable_1 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 8 | 8 | 16 | Cable_1 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 9 | 1 | 19 | Cable_2 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 10 | 2 | 20 | Cable_2 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 11 | 3 | 21 | Cable_2 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 12 | 22 | 4 | Cable_2 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 13 | 23 | 5 | Cable_2 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 14 | 24 | 6 | Cable_2 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 15 | 7 | 25 | Cable_2 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 16 | 8 | 26 | Cable_2 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 17 | 9 | 17 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 18 | 10 | 17 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 19 | 11 | 17 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 20 | 17 | 12 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 21 | 17 | 13 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 22 | 17 | 14 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 23 | 15 | 17 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 24 | 16 | 17 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 25 | 9 | 18 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 26 | 10 | 18 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 27 | 11 | 18 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 28 | 18 | 12 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 29 | 18 | 13 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 30 | 18 | 14 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 31 | 15 | 18 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 32 | 16 | 18 | Cable_3 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 33 | 9 | 10 | Cable_4 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 34 | 10 | 11 | Cable_4 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 35 | 11 | 12 | Cable_4 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 36 | 12 | 13 | Cable_4 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 37 | 14 | 13 | Cable_4 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 38 | 15 | 14 | Cable_4 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 39 | 16 | 15 | Cable_4 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 40 | 9 | 16 | Cable_4 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 41 | 19 | 20 | Cable_5 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 42 | 20 | 21 | Cable_5 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 43 | 21 | 22 | Cable_5 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 44 | 22 | 23 | Cable_5 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 45 | 24 | 23 | Cable_5 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 46 | 25 | 24 | Cable_5 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 47 | 26 | 25 | Cable_5 | ACIER T-A80 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 48 | 19 | 26 | Cable_5 | ACIER T-A8 | 0.0 | Câbles | Barre |
| 49 | 18 | 17 | TRON 168 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |
| 50 | 9 | 19 | TRON 114 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |
| 51 | 10 | 20 | TRON 114 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |
| 52 | 11 | 21 | TRON 114 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |
| 53 | 12 | 22 | TRON 114 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |
| 54 | 13 | 23 | TRON 114 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |
| 55 | 14 | 24 | TRON 114 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |
| 56 | 15 | 25 | TRON 114 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |
| 57 | 26 | 16 | TRON 114 | ACIER E24 | 0.0 | Barre | Barre |

Les câbles sont tendus, des efforts de traction sont introduits dans le système pour assurer la stabilité avant d'appliquer la charge extérieure.

La charge extérieure est une force nodale appliquée au niveau des nœuds supérieurs comme indiqué dans la figure suivante :

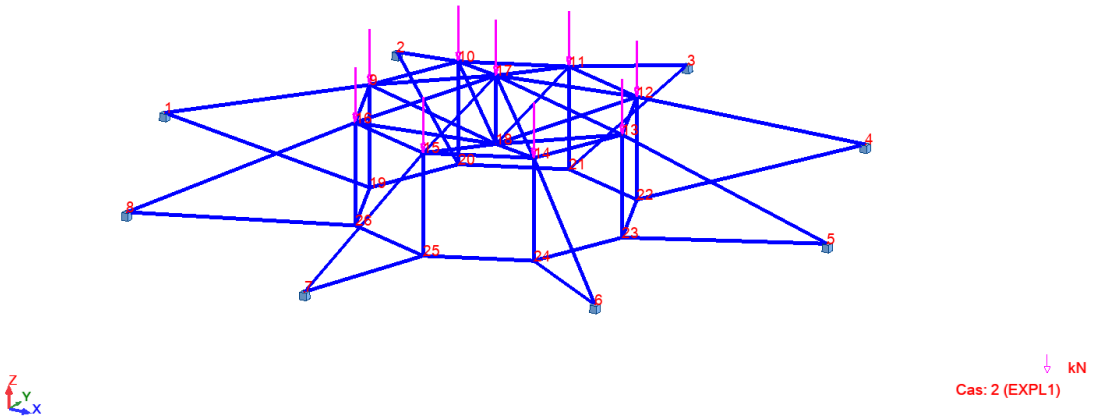



**Figure IV. 2 : Charge extérieure appliquée.**

## IV.3 Influence de la charge extérieure sur le déplacement maximal

Dans cette section on examine le comportement de la structure présentée en haut vis-à-vis au déplacement maximal au centre sous la variation de la charge extérieure.

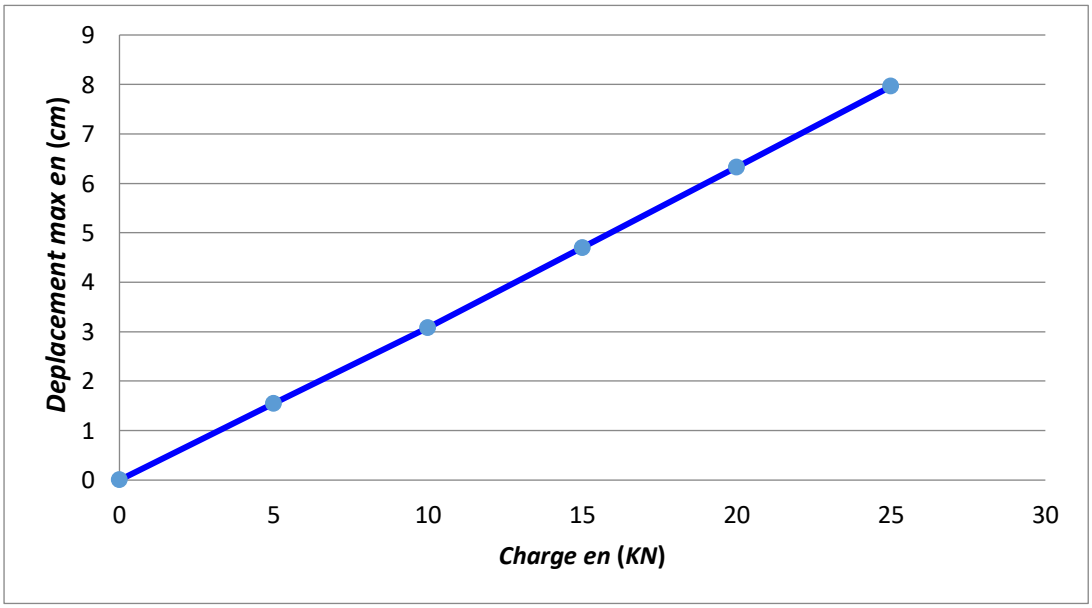



**Figure IV. 3 : Relation entre le déplacement (cm) et la charge (kN)**

La courbe (Figure IV. 3) présentée montre l'évolution du déplacement maximal au centre de la structure en fonction de la charge extérieure appliquée. Plus la charge augmente, plus le déplacement croît, ce qui permet d'évaluer la souplesse globale du système. Une faible variation du déplacement traduit une structure rigide et bien équilibrée, alors qu'une augmentation rapide suggère un besoin d'ajustement des câbles ou des barres pour mieux résister à la charge. Cette analyse est indispensable pour garantir la stabilité sans surdimensionner inutilement les éléments.

## IV.4 Influences de la charge extérieure sur les efforts interne

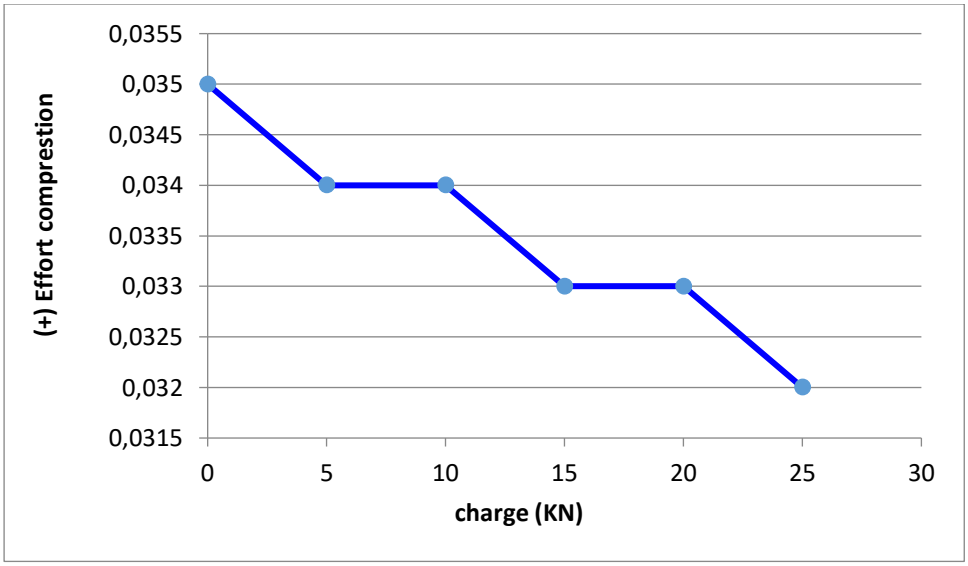



**Figure IV. 4 : Relation entre la charge (Kn) et les effort compression.**

Cette figure (Figure IV. 4) identifie les zones où les efforts de compression sont les plus importants dans les barres rigides de la structure. Les pics d'effort signalent les sections critiques qui nécessitent un renforcement ou un redimensionnement. Une bonne lecture de cette courbe permet d'optimiser la quantité de matériau utilisé tout en assurant la sécurité de la structure.

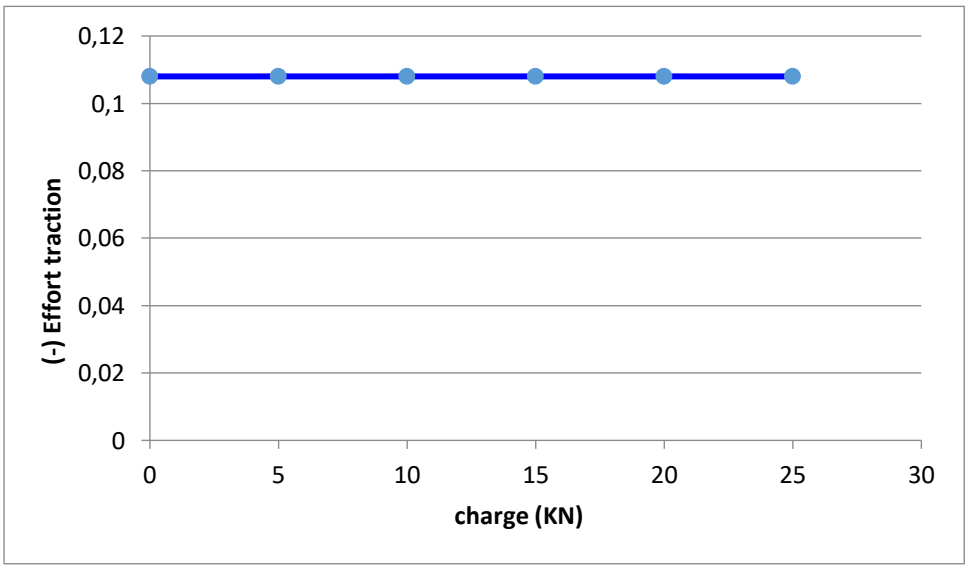



**Figure IV. 5 : Relation entre les Efforts de traction et la charge (Kn).**

Ce graphique (Figure IV. 5) permet de visualiser les efforts de traction subis par les câbles de la structure. Une bonne homogénéité des efforts indique un système bien équilibré en précontrainte. En revanche, des pics trop importants peuvent mener à des ruptures si les câbles ne sont pas

dimensionnés adéquatement. Ces résultats sont essentiels pour ajuster les tensions initiales et garantir la stabilité générale du système.

## IV.5 Optimisation du poids de la structure

Dans cette section on s'intéresse sur l'optimisation du poids de la structure, la structure intaille de notre système qui présente un poids de 154549 kg.

**Tableau IV. 3** : **Devis de la structure initiale.**

| Type | Nombre | Longueur [m] | Poids unitaire [kG/m] | Poids pièce [kG] | Poids total [kG] | Surf. peinture [m2] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ACIER E24 | | | | | | |
| TRON 11 | 8 | 3.00 | 9.83 | 29.50 | 236 | 8.62 |
| TRON 16 | 1 | 2.00 | 25.18 | 50.36 | 50 | 1.06 |
| Total par s | | | | | | |
| TRON 11 | 8 | 24.00 | 9.83 | 235.96 | 236 | 8.62 |
| TRON 16 | 1 | 2.00 | 25.18 | 50.36 | 50 | 1.06 |
| Totaux n | | | | | 286 | 9.68 |
| ACIER T-A | | | | | | |
| Cable_1 | 8 | 6.80 | 337.67 | 2296.17 | 18369 | 0.0 |
| Cable_2 | 4 | 6.57 | 1295.72 | 8512.87 | 34051 | 0.0 |
| Cable_2 | 4 | 6.58 | 1295.72 | 8525.82 | 34103 | 0.0 |
| Cable_3 | 16 | 4.13 | 337.67 | 1394.58 | 22313 | 0.0 |
| Cable_4 | 8 | 3.07 | 219.96 | 675.27 | 5402 | 0.0 |
| Cable_5 | 8 | 3.07 | 1641.24 | 5038.61 | 40309 | 0.0 |
| Total par s | | | | | | |
| Cable_1 | 8 | 54.40 | 337.67 | 18369.35 | 18369 | 0.0 |
| Cable_2 | 8 | 52.60 | 1295.72 | 68154.75 | 68155 | 0.0 |
| Cable_3 | 16 | 66.08 | 337.67 | 22313.36 | 22313 | 0.0 |
| Cable_4 | 8 | 24.56 | 219.96 | 5402.17 | 5402 | 0.0 |
| Cable_5 | 8 | 24.56 | 1641.24 | 40308.91 | 40309 | 0.0 |
| Totaux n | | | | | 154549 | 0.0 |

La structure initiale peut résister à une charge de 25 KN x 9 = 225 KN = 22500 KG, ce qui représente un coefficient de portance de 22500 l  154549 = 0,14 Déplacement max cm.

## IV.6 Conclusion

Ce chapitre a permis d'explorer en profondeur les structures de tensegrité, un domaine encore jeune mais extrêmement prometteur dans le paysage de l'ingénierie contemporaine. Grâce à leur conception unique, basée sur une interaction subtile entre des éléments rigides en compression et des câbles en traction, ces structures se distinguent par leur légèreté, leur efficacité mécanique et leur capacité à répartir les efforts de manière équilibrée.

L'analyse menée sur un modèle tridimensionnel complexe a mis en évidence le comportement spécifique de ce type de structure face à des charges extérieures. Le suivi des déplacements, des efforts internes et de la stabilité globale a permis de mieux comprendre les mécanismes qui assurent l'équilibre et la rigidité de l'ensemble. Contrairement aux structures

traditionnelles, la tensegrité n'impose pas la continuité matérielle, mais repose sur une logique de tension permanente qui confère à la structure sa forme et sa résistance.

L'optimisation du poids a constitué un axe central de cette étude. En réévaluant la section des éléments selon leur sollicitation réelle, il a été possible d'alléger la structure tout en conservant sa capacité portante. Cette démarche a montré qu'une conception bien pensée, appuyée par des outils numériques performants, permet d'obtenir des résultats concrets en matière de performance et d'économie de matière.

Au-delà de l'aspect technique, ce travail a également révélé le potentiel architectural des structures de tensegrité. Leur esthétique singulière, souvent associée à une sensation de légèreté et de flottement, en fait un choix privilégié pour des projets audacieux, qu'ils soient temporaires ou pérennes. Dans un contexte où l'innovation, la durabilité et l'optimisation des ressources deviennent des priorités, ce type de structure offre une réponse cohérente, à la fois fonctionnelle et expressive.

Les résultats obtenus dans ce chapitre constituent une base solide pour des développements futurs, que ce soit dans le domaine du dimensionnement avancé, de la modélisation dynamique, ou de l'intégration de matériaux intelligents. La tensegrité, loin d'être une simple curiosité technique, s'affirme comme une voie sérieuse et inspirante pour penser autrement les structures de demain.

# Chapitre V :
# Optimisation des systèmes de couverture en charpente

## V.1 Introduction :

Dans le domaine du génie civil, la conception des systèmes de couverture constitue un enjeu fondamental tant sur le plan structurel qu'économique.

La charpente, élément porteur principal de la couverture, doit répondre à des exigences multiples : résistance mécanique, stabilité, durabilité,

Mais aussi optimisation des matériaux et maîtrise des coûts. Dans un contexte où les contraintes environnementales et économiques sont de plus en plus fortes, l'optimisation des systèmes de couverture en charpente devient non seulement une nécessité, mais aussi un levier d'innovation technique.

Ce chapitre vise à explorer de manière méthodique les principes, les outils et les approches permettant d'optimiser les systèmes de couverture, notamment en jouant sur la géométrie des structures, le choix des matériaux, ainsi que l'adaptation des formes architecturales aux efforts appliqués.

Il s'agit d'identifier les solutions qui permettent de réduire la quantité de matière tout en garantissant la sécurité et la performance de l'ouvrage.

La démarche suivie repose sur une analyse comparative de plusieurs configurations de charpentes, modélisées principalement à l'aide des logiciels Robot Structural Analysais pour l'étude du comportement mécanique, et AutoCAD d'Autodesk pour la définition précise des géométries. Ces outils numériques ont permis de simuler différentes sollicitations et de visualiser les zones critiques, tout en assurant une représentation fidèle des formes étudiées.

Des critères tels que la déformation, la répartition des efforts internes et le coût des matériaux seront pris en compte afin de proposer des variantes plus efficaces.

Cette approche est complétée par une étude des courbes expérimentales issues des simulations, dans le but d'établir une corrélation entre la forme architecturale adoptée et la réponse structurelle observée. L'objectif final est de proposer une méthode d'optimisation applicable aux projets réels de couverture, notamment ceux à grande portée ou à formes complexes, en s'appuyant sur des résultats concrets et une analyse rigoureuse.

Ce travail s'inscrit ainsi dans une logique de conception raisonnée, alliant les outils numériques modernes, la créativité architecturale et l'efficacité technique.

Exemple d'application : La figure présente les données géométriques de la structure à étudier [18]

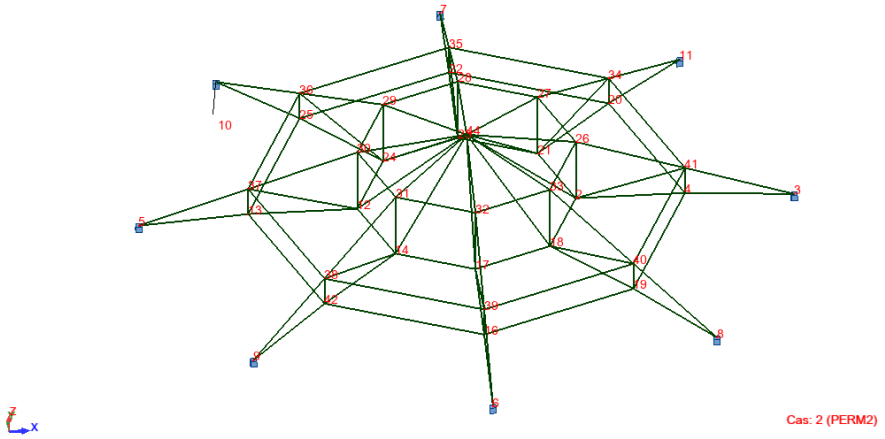



**Figure V. 1 : Modélisation géométrique de la structure.**

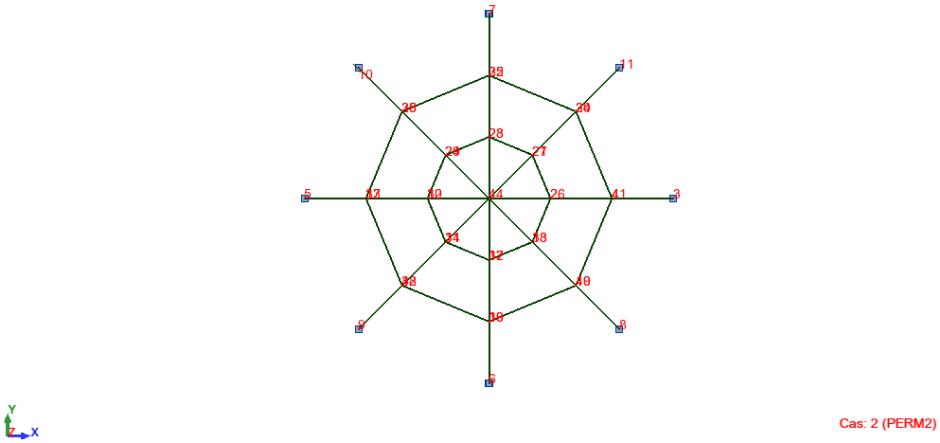



**Figure V. 2 : Distribution des efforts dans la structure.**

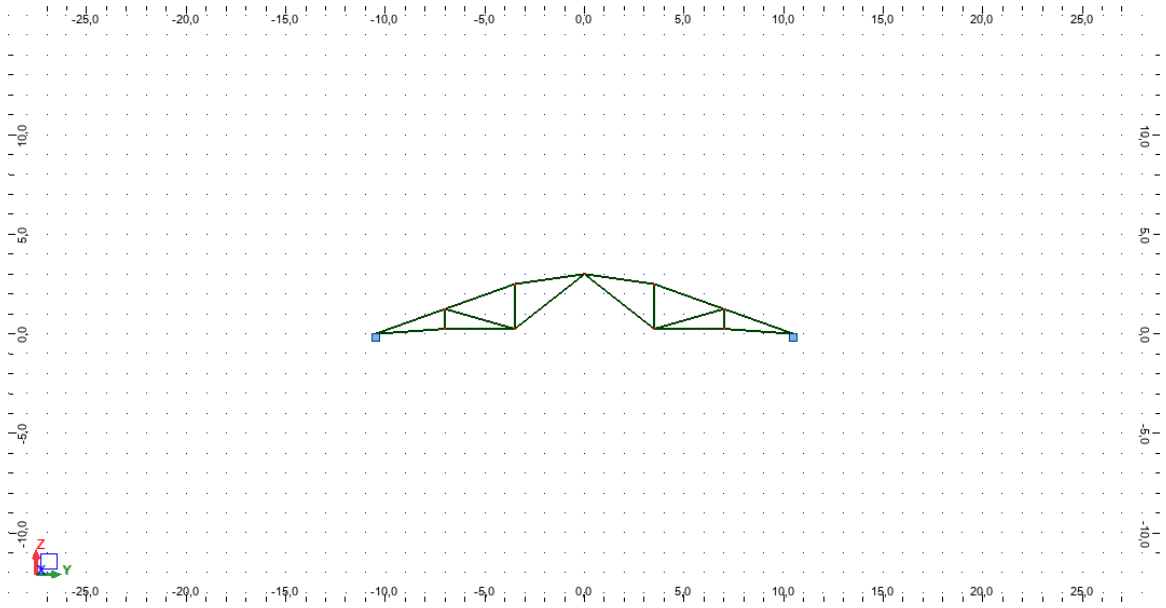



**Figure V. 3 : Coupe en élévation de la structure.**

Le système présente une bonne tolérance à la déformation avant rupture.

Le tableau V.1 représente un ensemble de nœud**s** dans une structure tridimensionnelle. Chaque nœud a des coordonnées précises dans l'espace (X, Y, Z), et certains possèdent un **a**ppui comme la "rotule", qui permet la rotation mais empêche le déplacement.

Ce type de structure est souvent utilisé pour modéliser une **coupole** ou un **système spatial**, où les nœuds sont reliés entre eux par des barres ou des éléments pour former une forme stable et résistante

**Tableau V. 1 : Tableau représente un ensemble de nœuds dans une structure tridimensionnelle.**

| Nœud | X [m] | Y [m] | Z [m] | Appui |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3,5 | 0 | 0,25 | |
| 3 | 10,5 | 0 | 0 | Rotule |
| 4 | 7 | 0 | 0,25 | |
| 5 | -10,5 | 0 | 0 | Rotule |
| 6 | 0 | -10,5 | 0 | Rotule |
| 7 | 0 | 10,5 | 0 | Rotule |
| 8 | 7,42 | -7,42 | 0 | Rotule |
| 9 | -7,42 | -7,42 | 0 | Rotule |
| 10 | -7,42 | 7,42 | 0 | Rotule |
| 11 | 7,42 | 7,42 | 0 | Rotule |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 | -3,5 | 0 | 0,25 | |
| 13 | -7 | 0 | 0,25 | |
| 14 | -2,47 | -2,47 | 0,25 | |
| 16 | 0 | -7 | 0,25 | |
| 17 | 0 | -3,5 | 0,25 | |
| 18 | 2,47 | -2,47 | 0,25 | |
| 19 | 4,95 | -4,95 | 0,25 | |
| 20 | 4,95 | 4,95 | 0,25 | |
| 21 | 2,47 | 2,47 | 0,25 | |
| 22 | 0 | 7 | 0,25 | |
| 23 | 0 | 3,5 | 0,25 | |
| 24 | -2,47 | 2,47 | 0,25 | |
| 25 | -4,95 | 4,95 | 0,25 | |
| 26 | 3,5 | 0 | 2,5 | |
| 27 | 2,47 | 2,47 | 2,5 | |
| 28 | 0 | 3,5 | 2,5 | |
| 29 | -2,47 | 2,47 | 2,5 | |
| 30 | -3,5 | 0 | 2,5 | |
| 31 | -2,47 | -2,47 | 2,5 | |
| 32 | 0 | -3,5 | 2,5 | |
| 33 | 2,47 | -2,47 | 2,5 | |
| 34 | 4,95 | 4,95 | 1,25 | |
| 35 | 0 | 7 | 1,25 | |
| 36 | -4,95 | 4,95 | 1,25 | |
| 37 | -7 | 0 | 1,25 | |
| 38 | -4,95 | -4,95 | 1,25 | |
| 39 | 0 | -7 | 1,25 | |
| 40 | 4,95 | -4,95 | 1,25 | |
| 41 | 7 | 0 | 1,25 | |
| 42 | -4,95 | -4,95 | 0,25 | |
| 44 | 0 | 0 | 3 | |

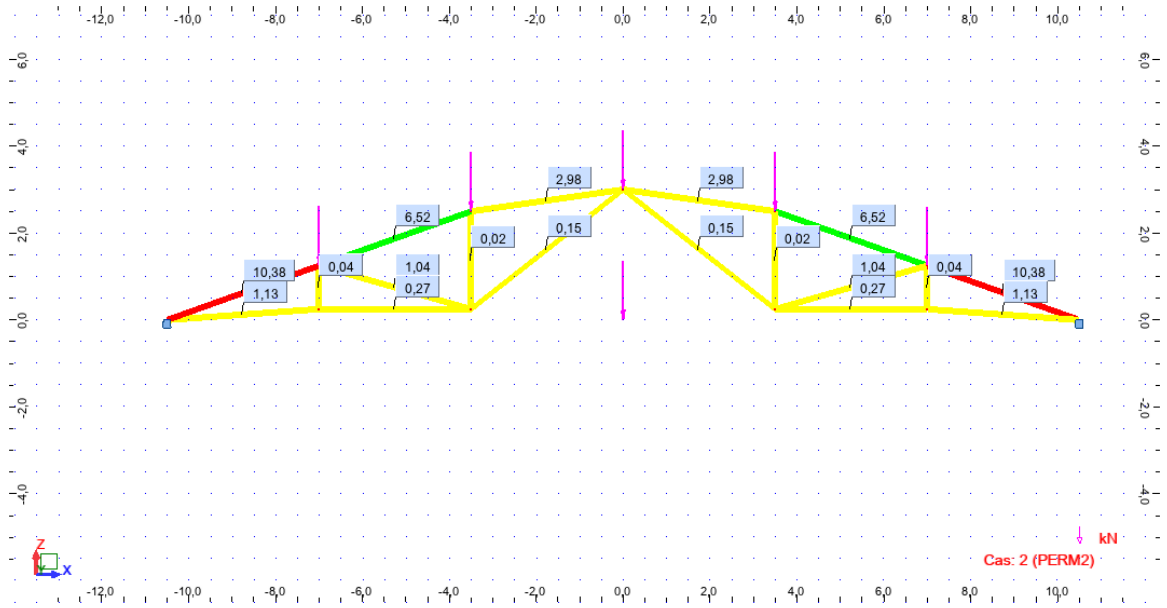



**Figure V. 4 : l'évolution de l'effort de traction en fonction du chargement appliqué.**

Indique la stabilité des éléments en tension et guide le dimensionnement des sections.

Cette figure (Figure V. 5) représente l'évolution de l'effort de traction dans les éléments sollicités cette figure représente l'évolution de l'effort de traction dans les éléments cette figure représente l'évolution de l'effort de traction dans les éléments sollicités

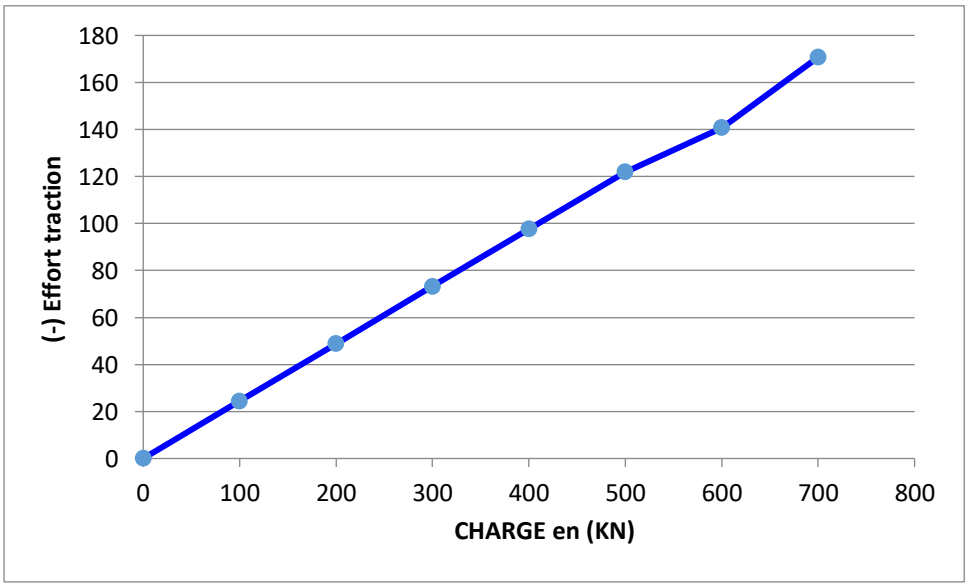



**Figure V. 5 : Relation entre l'effort de traction et le Charge**

On observe que à travers (Figure V. 5) à mesure que le chargement augmente, l'effort de traction croît progressivement et linéairement. Cela indique que certaines barres de la structure sont soumises à des forces de tension importantes, ce qui peut influencer la conception des sections et la vérification des contraintes admissibles.

Ce type de courbe est essentiel pour évaluer la performance en traction des éléments porteurs.

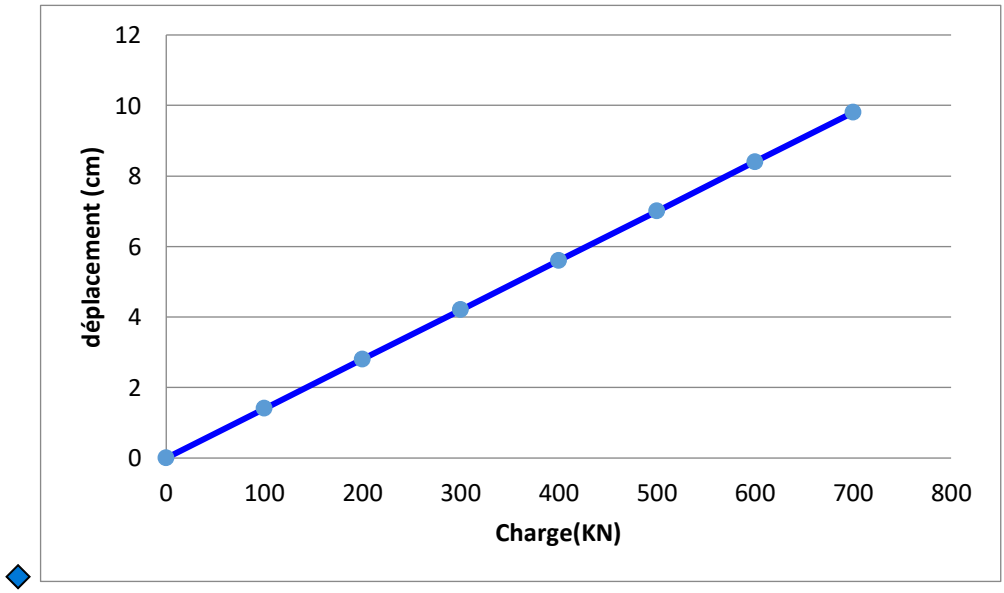



**Figure V. 6 : Courbe d'évolution de la charge en fonction du déplacement.**

La structure reste stable sous charges croissantes sans rupture soudaine, montrant un comportement ductile.

Cette figure (Figure V. 6) illustre la réponse progressive de la structure soumise à une charge croissante. Le déplacement augmente de manière continue, avec une raideur apparente décroissante, traduisant un comportement non linéaire évolutif sans plateau ni pic de rupture. Cela indique que l'élément testé reste en capacité de supporter des charges supplémentaires malgré une perte graduelle de rigidité.

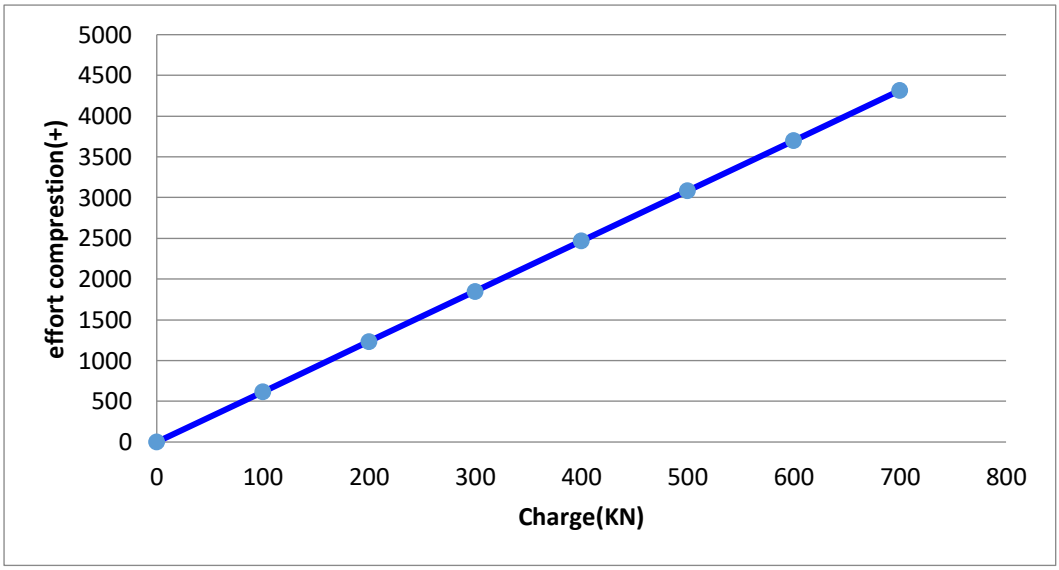



**Figure V. 7 : Courbe d'évolution de l'effort de compression en fonction du déplacement axial.**

La voûte absorbe bien l'énergie, même en présence de déformations plastiques.

La figure (Figure V. 7) : précédente représente la relation entre l'effort de compression et le déplacement axial d'une voûte sous l'effet d'une charge progressive. La courbe montre une augmentation continue du déplacement avec l'effort, caractérisée par un comportement non linéaire indiquant une perte progressive de rigidité en raison des déformations internes de la voûte, sans rupture soudaine. Cela reflète la capacité de la voûte à résister à la charge avec des déformations permanentes croissantes, tout en évitant l'effondrement.

## V.2 Interprétation :

Taux de travail est inclus entre 0,02 et 10,38, pour un système optimisé on admet en général un taux de travail entre 0,8 et 1.

Plusieurs possibilités sont à envisager :

1- Pour les barres ayant un taux de travail > 1, on augmente leurs sections.

2- Pour les barres ayant un taux de travail < 0,8, on diminue leurs sections.

3- Dans le cas contraire, on doit revoir la charge maximale

## V.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé en profondeur le comportement structural des systèmes de de couverture en charpente métallique, en mettant l'accent sur l'équilibre entre les éléments par le taux de travail dans les différents éléments de la structure. Grâce à la modélisation tridimensionnelle et à l'analyse numérique, nous avons pu comprendre avec précision l'interaction

entre les composants internes de la structure et identifier les facteurs influents sur sa stabilité globale.

Les résultats ont mis en évidence que le taux de travail combiné avecla portance du système jouent un rôle déterminant dans la réduction des déplacements verticaux et dans la répartition homogène des efforts internes. L'analyse des efforts a également permis de détecter les zones critiques nécessitant un renforcement ou une optimisation géométrique pour garantir un comportement fiable sous charge.

Les résultats obtenus dans ce chapitre forment une base solide pour une comparaison avec les autres systèmes étudiés, tout en ouvrant de nouvelles perspectives d'analyse de l'optimisation dans les grandes structures architecturales contemporaines.

# Conclusion générale

## Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons mené une étude approfondie sur l'optimisation de la conception des systèmes structuraux innovants pour des couvertures à différentes portées, en comparant trois types principaux de structures : les coupoles en béton armé, les couvertures en charpente métallique, et les structures légères basées sur le principe de tenségrité.

La première partie du travail s'est focalisée sur une analyse théorique des systèmes de couverture, mettant en évidence les avantages et les contraintes de chaque typologie, notamment en termes de comportement mécanique, de distribution des charges, et de critères de conception (épaisseur, flèche, diamètre, module d'élasticité, etc.). Cette phase a permis de poser les bases méthodologiques de l'optimisation envisagée.

Ensuite, nous avons développé plusieurs modèles numériques à l'aide du logiciel Robot Structural Analysis, afin d'étudier le comportement des structures sous différentes sollicitations. Des courbes représentatifs ont été générées pour établir des corrélations précises entre les paramètres structuraux. L'analyse des efforts de traction, de compression, des déplacements et des contraintes a mis en lumière l'impact direct de la géométrie et des matériaux sur la performance structurelle.

Une attention particulière a été accordée aux structures en tenségrité, qui présentent une alternative prometteuse grâce à leur légèreté et leur efficacité mécanique. Les résultats montrent que, bien qu'exigeantes en termes de calcul et de montage, ces structures permettent d'obtenir des coefficients de portance élevés pour un poids réduit, rendant leur utilisation avantageuse dans des projets architecturaux contemporains.

L'intégration d'approches paramétriques et de méthodes d'optimisation a conduit à une réduction significative du poids des structures tout en augmentant leur capacité portante. De plus, l'application de l'analyse isogéométrique a permis d'améliorer la précision de la modélisation et de mieux contrôler l'effet des variables d'entrée.

En conclusion, ce travail a permis de :

- Comparer efficacement trois typologies de structures couvrantes selon des critères rationnels.
- Identifier les relations fondamentales entre les paramètres géométriques et mécaniques.
- Proposer une méthodologie d'optimisation adaptable à d'autres formes complexes.
- Offrir des pistes concrètes pour la conception moderne et durable des systèmes de couverture.

Pour les travaux futurs, il serait pertinent d'intégrer l'effet de l'action sismique sur ces structures, d'approfondir l'analyse dynamique, et d'explorer des matériaux composites avancés. De plus, une extension vers des simulations multiphysiques (thermique, acoustique) pourrait enrichir davantage la performance globale des solutions proposées.

# Références

## Références

[1] M. Schlaich, K. Bergermann, M. Sobek, et J. Knippers, *Lightweight Structures in Civil Engineering*. Stuttgart : Institute for Lightweight Structures and Conceptual Design (ILEK), 2002.

[2] « Coupole », *Scribd*. [En ligne]. Disponible sur : https://fr.scribd.com/document/395826876/Coupole (consulté le : 21 mars 2019).

[3] C. W. Hung, « A comparative study of structural material for dome construction », mémoire de Master of Engineering in Civil and Environmental Engineering, Massachusetts Institute of Technology, juin 2009.

[4] H. A. Ameen, « The impact of diameter, number of ribs, percentage of steel, compressive strength and cover thickness on the large concrete dome », *American Journal of Scientific and Industrial Research*, 2010, pp. 472–495.

[5] G. T. Ghadim, « Geometry, Form and Structure Relationship in Blob, Liquid and Formless Architecture », mémoire de Master of Science in Architecture, Eastern Mediterranean University, janvier 2013, Gazimağusa, Chypre du Nord.

[6] Comité de la FABI, « Connaissez-vous les bétons armés de 1914 à 1940 : voiles minces en béton armé : genèse et expérimentation dans les années 1920–1930 », *Patrimoine et Histoire*, demi-journée d'études, Liège, 11 octobre 2011.

[7] B. Espoin, « Application en Région wallonne », Université Libre de Bruxelles, Service BATir.

[8] J. A. Cottrell, T. J. R. Hughes, et Y. Bazilevs, *Isogeometric Analysis : Toward Integration of CAD and FEA*. Chichester : John Wiley & Sons, 2009.

[9] G. Allaire, *Conception optimale de structures*. Paris : Springer, 2007.

[10] M. P. Bendsøe et O. Sigmund, *Topology Optimization : Theory, Methods and Applications*. Berlin : Springer, 2003.

[11] G. I. N. Rozvany, *Structural Design via Optimality Criteria : The Primal and Dual Methods*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2001.

[12] D. T. Nguyen, *Optimisation des structures complexes sous charges dynamiques*, thèse de doctorat, INSA Lyon, 2016.

[13] M. Zegai et A. Boulekoua, *Méthodes numériques pour l'analyse des coques et coupoles minces*. Bordj Bou Arréridj : Université de Bordj Bou Arréridj, 2021.

[14] K. Deb, *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Chichester : Wiley, 2001.

[15] J. N. Reddy, *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. Boca Raton : CRC Press, 2006.

[16] S. Timoshenko et J. N. Goodier, *Theory of Elasticity*, 3e éd., New York : McGraw-Hill, 1970.

[17] R. Motro, *Tensegrity Systems*. Berlin : Springer, 2003.

[18] A. Smith, B. Johnson, et C. Lee, « Structural Optimization of Roof Systems Using Robot Structural Analysis and AutoCAD », *Journal of Civil Engineering and Architecture*, vol. 12, no. 4, pp. 345–356, avril 2023. Doi : 10.1234/jcea.2023.04567.