REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté *des Sciences et de la technologie*

Département *: Electromécanique*

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MASTER

FILIERE : *Electromécanique*

Spécialité : *Automatique et informatique industrielle*

Réalise Par

- **FETHALLAH Fares**
- **GUIDOUM Tahar**

Intitulé

Commande synergétique et optimale d'un système non linéaire

Soutenu le : ../06/2026

Devant le Jury composé de :

❖ *M. Bouchama Ziyad*	*MCB*	*Examinateur*	*Université - BBA*
❖ *Mme. Tahi Wassila*	*MCB*	*Encadreur*	*Université - BBA*
❖ *Mme. Zehar Djamila*	*MCB*	*Président*	*Université - BBA*

Année Universitaire 2025/2026

REMERCIEMENTS :

AVANT TOUT, JE REMERCIE ALLAH, LE TOUT-PUISSANT, DE M'AVOIR ACCORDÉ LA SANTÉ, LA VOLONTÉ ET LA PATIENCE NÉCESSAIRES POUR MENER À BIEN CE TRAVAIL.

J'ADRESSE MES SINCÈRES REMERCIEMENTS À L'ENSEMBLE DES ENSEIGNANTS DU DÉPARTEMENT D'ÉLECTROTECHNIQUE POUR LA QUALITÉ DE LEUR ENSEIGNEMENT ET LES CONNAISSANCES QU'ILS M'ONT TRANSMISES TOUT AU LONG DE MON PARCOURS UNIVERSITAIRE.

J'EXPRIME ÉGALEMENT MA PROFONDE GRATITUDE À MON ENCADREUR , DJAMILA ZEHAR, POUR SES PRÉCIEUX ENSEIGNEMENTS, SES CONSEILS AVISÉS ET SON SOUTIEN DURANT MES ANNÉES D'ÉTUDES.

MES REMERCIEMENTS S'ADRESSENT AUSSI AUX MEMBRES DU JURY QUI ONT ACCEPTÉ D'ÉVALUER CE MÉMOIRE ET DE CONSACRER LEUR TEMPS À SON EXAMEN.

JE TIENS À REMERCIER CHALEUREUSEMENT MES PARENTS, MES SŒURS ET TOUTE MA FAMILLE POUR LEUR AMOUR, LEURS ENCOURAGEMENTS ET LEUR SOUTIEN MORAL QUI ONT ÉTÉ UNE SOURCE DE MOTIVATION PERMANENTE.

ENFIN, J'ADRESSE MES REMERCIEMENTS À TOUS MES AMIS, COLLÈGUES ET À TOUTES LES PERSONNES QUI ONT CONTRIBUÉ, DE PRÈS OU DE LOIN, À LA RÉALISATION DE CE MÉMOIRE.

DÉDICACES

À MES TRÈS CHERS PARENTS, POUR LEUR AMOUR INCONDITIONNEL, LEURS SACRIFICES, LEURS ENCOURAGEMENTS ET LEUR SOUTIEN CONSTANT TOUT AU LONG DE MON PARCOURS. QUE DIEU LES PROTÈGE ET LES RÉCOMPENSE POUR TOUT CE QU'ILS ONT FAIT POUR MOI.

À MES CHÈRES SŒURS, POUR LEUR AFFECTION, LEUR PRÉSENCE ET LEURS ENCOURAGEMENTS QUI M'ONT TOUJOURS DONNÉ LA FORCE D'AVANCER.

À TOUTE MA FAMILLE, POUR LEUR SOUTIEN MORAL ET LEUR CONFIANCE.

À MON PROFESSEUR, ZIYAD BOUCHAMA, EN TÉMOIGNAGE DE MA GRATITUDE POUR LA QUALITÉ DE SON ENSEIGNEMENT, SES CONSEILS PRÉCIEUX ET LES CONNAISSANCES QU'IL M'A TRANSMISES TOUT AU LONG DE MES ANNÉES D'ÉTUDES.

À TOUS MES AMIS ET À TOUTES LES PERSONNES QUI M'ONT AIDÉ, DE PRÈS OU DE LOIN, À LA RÉALISATION DE CE MÉMOIRE.

JE LEUR EXPRIME MA PROFONDE RECONNAISSANCE ET MES SINCÈRES REMERCIEMENTS.

TAHAR

JE DÉDIER CE MODESTE TRAVAIL :
A MA TRÈS CHÈRE MÈRE
A MON TRÈS CHER FRÈRE
A MA TRÈS CHÈRE FEMME
A MON TRÈS CHER FILLES ISRAA ET LAILA MALAK
A TOUT MA FAMILLE
À MES PROFESSEURS EN PARTICULIER BOUCHAMA ZIYAD, MEDDAD MOUNIR, BESIDHOUM TAREK, SIMHAMED YAMINA, ZAIDI ELYIZID

À MES AMIS ET MES COLLÈGUES
À CEUX QUI M'ONT AIDÉ DE PRÈS OU DE LOIN À RÉALISER CE MODESTE TRAVAIL

FARES

Résume :

Ce mémoire porte sur l'étude et la commande des systèmes non linéaire. L'objectif principal consiste à développer une stratégie de commande performante capable d'assurer la stabilité et

d'améliorer les performances du système étudié.

Pour atteindre cet objectif, la commande synergétique a été adoptée. Afin d'optimiser les paramètres du contrôleur et d'obtenir les meilleures performances possibles, une méthode d'optimisation basée sur les algorithmes génétiques a été employée.
Les résultats obtenus montrent une amélioration notable de la rapidité de réponse, de la précision du suivi des consignes et de la robustesse vis-à-vis des perturbations externes.

Mots clés : stabilité, robustesse, commande synergétique, système non linéaire, optimisation, algorithme génétique

Abstract :

This thesis focuses on the study and control of nonlinear systems. The main objective is to develop a high-performance control strategy capable of ensuring stability and improving the performance of the system under study.

To achieve this objective, synergistic control was adopted. In order to optimize the controller parameters and obtain the best possible performance, an optimization method based on genetic algorithms was employed.

The results obtained show a significant improvement in response time, setpoint tracking accuracy, and robustness to external disturbances.

Keywords : stability, robustness, synergistic control, nonlinear system, optimization, genetic algorithm

ملخص:

تركز هذه الأطروحة على دراسة أنظمة التحكم غير الخطية والتحكم بها. والهدف الرئيسي هو تطوير استراتيجية تحكم عالية الأداء قادرة على ضمان استقرار النظام المدروس وتحسين أدائه.

لتحقيق هذا الهدف، تم اعتماد التحكم التآزري. ولتحسين معلمات وحدة التحكم والحصول على أفضل أداء ممكن، تم استخدام طريقة تحسين تعتمد على الخوارزميات الجينية.

.تُظهر النتائج المُتحصل عليها تحسنًا ملحوظًا في زمن الاستجابة، ودقة تتبع نقطة الضبط، ومقاومة الاضطرابات الخارجية

الكلمات المفتاحية: الاستقرار، المتانة، التحكم التآزري، النظام غير الخطي، التحسين، الخوارزمية الجينية

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE 1

CHAPITRES I : SYSTEME NON LENEAIRE

I.1. Introduction 3

I.2. Limitations des méthodes linéaires 4

I.3. Définition des systèmes non- linéaires 5

I.4. Principales non-linéarités rencontrées dans les systèmes asservis 5

I.5. Classification des non-linéarités 6

I.6. Point d'équilibre d'un système non linéaire 7

I.6.1. Définition mathématique 7

I.6.2. Exemple simple 8

I.7. Plan de phase des systèmes non linéaires 8

I.8. Classification des points singuliers 8

I.8.1. Nœud (Node) 8

I.8.2. Point selle (Saddle) 9

I.8.3. Foyer (Focus ou Spiral) 9

I.8.4. Centre 9

I.9. Exemples des systèmes non linéaires 9

I.9.1. Exemple mécanique 10

I.9.2. Exemple électrique 11

I.10. Conclusion 13

CHAPITRES II : LES ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

II.1. Introduction 15

II.2. Théorie de la commande synergétique 15

II.3. Principe de la synergie 16

II.4. Caractères généraux 17

II.5. Spécificité par domaine d'application 17

II.6. Les caractéristiques fondamentales des systèmes synergétiques 18

II.7 Principes de la commande synergétique 19

II.8 Commande synergétique d'un système dynamique continu 21

II.8.1 Commande synergétique d'un système dynamique discret …..... 23

II.9 Synthèse de la commande synergétique d'un pendule simple …..... 24

II.9.1 Développement de la commande …..... 24

II.10 Conclusion …..... 25

CHAPITRES III : LA COMMANDE SYNERGETIQUE

III.1. Introduction 27

III.2. Algorithme génétique 27

III.3. But de l'algorithme génétique …..... 28

III.4. Terminologie 28

III.5. Conception d'un algorithme génétique 30

III.6. Les opérateurs des algorithmes génétiques 32

III.6.1. Population initiale …..... 32

III.6.2. Codage des éléments d'une population …..... 32

III.6.2.1. Codage binaire …..... 32

III.6.2.2. Codage réel …..... 33

III.6.2.3. Codage alphabétique …..... 33

III.6.2.4. Le codage a base N …..... 33

III.6.3. L'évaluation fitness …..... 34

III.6.4. La Sélection …..... 34

III.6.4.1. Sélection par roulette (RWS : Roulette Wheel Selection) …..... 34

III.6.4.2. Sélection par Tournoi …..... 35

III.6.4.3. Sélection par Elitisme …..... 35

III.6.4.4. Sélection par rang …..... 36

III.6.5. Opérateurs de croisement …..... 36

III.6.5.1. Croisement en un point …..... 36

III.6.5.2. Croisement en deux points …..... 36

III.6.5.3. Croisement uniforme …..... 37

III.6.6. L'opérateur de Mutation …..... 37

III.6.6.1. Mutation en codage binaire 38

III.6.6.2. Mutation en codage réel …..... 38

III.6.7. Les paramètres d'un AG 38

III.7. Applications de l'algorithme génétique …..... 39

III.8. Tests D'arrêt …..... 39

III.9. Les inconvénients des algorithmes génétiques …..... 40

III.10. Conclusion …..... 40

CHAPITRES IV : APPLICATION DE LA COMMANDE PROPOSÉE AU SYSTÈME PONT ROULANT

IV.1. Définition d'un système sous actionné …..... 42

IV.2. Modélisation d'un système sous actionné d'ordre deux …..... 42

IV.3. Application de la commande synergétique sur un système sous actionné …..... 43

IV.3.1 Résultats de simulation …..... 44

IV.4 Application des Algorithmes génétiques à la commande du système Pont Roulant …..... 49

IV.4.1 Objective de la commande …..... 49

IV.4.2 Formulation de l'algorithme génétique pour la commande synergétique …..... 50

IV.4.3 L'Organigramme de l'algorithme génétique généré 52

IV.2.4 Résultats de simulation de l'algorithme génétique 52

IV.3 Conclusion 59

Liste Des Figures

Figure I.1. Principales non-linéarités des systèmes ..……...……..6

Figure I.2. Pendule Simple ...……...…10

Figure I.3. (a) Circuit à diode tunnel ; (b) Caractéristique vR -iR de la diode tunne …..……..…..11

Figure II. 1. Orientation vers un manifold de deux variables x1,x2 ……....16

Figure II. 2. Stratégie de contrôle synergétique ……..…….20

Figure II.3. Représentation graphique de la solution de l'équation fonctionnelle pour de différentes conditions initiales ….……....22

Figure III. 1. les cinq niveaux d'organisation d'un algorithme génétique ……..…..29

Figure III.2. Organigramme d'un AG ….……..…31

Figure III.3. Cycle génétique …….……31

Figure III.4. Structure d'un chromosome en codage binaire …….……32

Figure III.5. Structure d'un chromosome en codage en nombres réels ….…..…….33

Figure III.6. Codage alphabétique ...…….……..33

Figure III.7. Structure d'un chromosome en codage a base (n = 5) ……...…….33

Figure III.8. Exemple de roue avec 3 chromosomes ……..35

Figure III.9. Représentation schématique du croisement en un point ……36

Figure III.10. Représentation schématique du croisement en deux points …….37

Figure III.11. Croisement uniforme ……....37

Figure IV.1. Évolution du signal par rapport à sa référence ……....45

Figure IV.2. Évolution du signal par rapport à sa référence …….45

Figure IV.3. les macros variables ……46

Figure IV.4. le signal de la commande U(t) ……46

Figure IV.5. Évolution du signal par rapport à sa référence ….……47

Figure IV.6. Évolution du signal par rapport à sa référence ……48

Figure IV.7. les macros variables ...……48

Figure IV.8. le signal de la commande U(t) ……49

Figure IV.9. L'organigramme de l'algorithme génétique du Pont Roulant ….……52

Figure IV.10. Évolution du signal par rapport à sa référence ……52

Figure IV.11. Évolution du signal par rapport à sa référence) ……52

Figure IV.12. les macros variables ……54

Figure IV.13. le signal de la commande U(t) ……55

Figure IV.14. Évolution de la fonction fitness (GA) ……..55

Figure IV.15. Évolution du signal par rapport à sa référence ……...….56

Figure IV.16. Évolution du signal par rapport à sa référence ……..……57

Figure IV.17. les macros variables …….……..……..57

Figure IV.18. le signal de la commande U(t) ..……..58

Figure IV.19. Évolution de la fonction fitness ……..……58

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les systèmes non linéaires occupent une place importante dans la théorie moderne de la commande en raison de leur présence dans de nombreuses applications industrielles et robotiques. Contrairement aux systèmes linéaires, leur comportement complexe rend la conception des lois de commande plus difficile et nécessite le développement de méthodes avancées capables de garantir la stabilité et les performances souhaitées. Ainsi, de nombreuses approches ont été proposées au cours des dernières décennies. [2]

Parmi les commandes modernes qui traite Les systèmes non linéaires, on trouve la commande synergétique, c'est une technique de contrôle robuste assez proche de la commande par mode glissant, Cette commande a prouvé son efficacité pour plusieurs types de systèmes non linéaire complexes. [9]

Pour rendre les contrôleurs développés plus performants et optimaux, et afin de satisfaire les exigences de performance des systèmes, plusieurs méthodes d'optimisation méta-heuristiques ont été proposées par les chercheurs [9]. Parmi ces techniques, on trouve l'algorithme génétique, inspiré des mécanismes de l'évolution naturelle et de la sélection génétique. Cette méthode permet de rechercher efficacement les paramètres optimaux.

Le travail de ce mémoire est structuré en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, on a présenté les systèmes non linéaires échappent au principe de superposition et présentent des comportements complexes. Ce chapitre définit leurs principaux types, leurs points d'équilibre et l'analyse par plan de phase. Les exemples du pendule et de la diode tunnel illustrent ces concepts fondamentaux.

Dans le deuxième chapitre, on a décrit la théorie de la commande synergétique, qui impose une dynamique convergente vers une macro-variable. Elle garantit une stabilité globale, robustesse et réduction d'ordre sans linéarisation. Une synthèse théorique de la commande synergétique a été développée pour le système du pendule simple.

Le troisième chapitre, présente le principe de fonctionnement et les techniques d'optimisation par les algorithmes génétiques

Le quatrième chapitre a été consacré à l'application de la commande synergétique ainsi que de sa version basée sur l'algorithme génétique au système du pont roulant. Les simulations ont montré l'efficacité de l'approche proposée en terme de stabilité et robustesse.

CHAPITER I :

Généralités sur les systèmes non linéaires

I.1. Introduction :

Les systèmes non linéaires occupent aujourd'hui une place centrale dans de nombreux domaines scientifiques et technologiques, notamment en automatique, en physique, en biologie, en économie et en ingénierie. Contrairement aux systèmes linéaires, dont le comportement est proportionnel et généralement plus simple à analyser, les systèmes non linéaires se distinguent par des relations complexes entre les variables d'entrée et de sortie. Cette complexité se manifeste souvent par l'apparition de phénomènes spécifiques tels que les bifurcations, le chaos, les oscillations auto-entretenues et une forte sensibilité aux conditions initiales. [1] [2]

Dans la pratique, la majorité des systèmes physiques réels présentent un comportement intrinsèquement non linéaire. Les modèles linéaires ne constituent, dans la plupart des cas, qu'une approximation valable autour d'un point de fonctionnement donné. Lorsque les variations du système deviennent importantes ou que les interactions entre ses composantes deviennent significatives, les effets non linéaires deviennent dominants et nécessitent l'utilisation de méthodes d'analyse avancées. Ainsi, l'étude des systèmes non linéaires permet une représentation plus fidèle des phénomènes réels et une meilleure compréhension de leur dynamique. [1] [2]

D'un point de vue mathématique, un système est qualifié de non linéaire lorsque ses équations différentielles, algébriques ou dynamiques comportent des termes non proportionnels, tels que des produits de variables, des puissances ou des fonctions non linéaires. Cette caractéristique rend leur analyse plus complexe, puisque les principes de superposition et d'homogénéité ne sont plus applicables. Par conséquent, les méthodes classiques utilisées pour l'étude des systèmes linéaires doivent être complétées par des approches spécifiques telles que l'analyse qualitative, la théorie de la stabilité de Lyapunov, la linéarisation locale et les méthodes numériques. [2]

Par ailleurs, l'intérêt croissant pour les systèmes non linéaires s'explique par leur importance dans les applications industrielles modernes, notamment en robotique, dans les systèmes électromécaniques, les procédés industriels et les systèmes de commande avancée. La prise en compte des non-linéarités est alors essentielle pour améliorer la précision de la

modélisation, la robustesse du contrôle et les performances globales des systèmes industriels complexes. [1] [2]

Dans ce contexte, l'étude des systèmes non linéaires constitue un axe fondamental de recherche visant à modéliser, analyser et commander des systèmes dynamiques complexes. Ce mémoire s'inscrit dans cette perspective en mettant l'accent sur l'analyse des comportements dynamiques non linéaires ainsi que sur les méthodes de modélisation et de commande adaptées, afin de proposer des solutions plus réalistes, robustes et performantes face aux contraintes des systèmes réels

I.2. Limitations des méthodes linéaires :

On rappelle les deux définitions usuelles de la linéarité :

- Linéarité "mathématique" : un système satisfait à la linéarité mathématique, si

le principe de superposition s'applique ;

- Linéarité "physique" : un système satisfait à la linéarité physique, s'il est régi par

des équations différentielles linéaires, à coefficients constants et d'ordre fini, c'est-à-dire si sa transmittance est une fraction rationnelle en p ; la transmittance e °F du retard pur est le plus souvent ajoutée à cette définition de la linéarité

Dans la plupart des cas, ces deux définitions se recouvrent, encore que la linéarité physique soit plus restrictive (elle exclut, par exemple, les systèmes régis par des équations aux dérivées partielles linéaires, comme les phénomènes de propagation) ; dans le présent cours, le concept de linéarité concernera la linéarité physique, qui implique, de toutes façons, la linéarité mathématique.

Dans la réalité, aucun système physique n'est linéaire dans l'absolu ; mais de nombreux systèmes le deviennent, moyennant certaines approximations, valables dans un domaine de fonctionnement limité.

L'hypothèse de linéarité apporte une simplification considérable dans l'étude du système : elle permet d'introduire la notion de fonction de transfert, avec ses diverses représentations (réponse fréquentielle, configuration des pôles et des zéros), et ouvre ainsi l'accès a de

nombreuses méthodes, qui constituent un outil extrêmement puissant pour l'analyse et la synthèse des systèmes asservis.

Cependant, les méthodes linéaires présentent des limitations ; en particulier : -comme on l'a dit précédemment, ces méthodes ne s'appliquent que dans un domaine de fonctionnement limité du système ; il existe des systèmes qu'il est impossible, même de façon approche, de considérer comme linéaires : l'exemple le plus typique en est les asservissements comportant un organe par tout ou rien (relais par exemple).

il existe des phénomènes très importants, dans la théorie et la pratique des systèmes asservis, que les notions linéaires sont incapables de rendre compte ; par exemple : La limitation de la précision par le seuil des différents organes (la théorie linéaire indique une précision infinie lorsque la chaine directe comprend des intégrations) ; Le phénomène de "pompage".

I.3. Définition des systèmes non- linéaires :

Ce sont tous les systèmes qui ne sont pas régis par des équations différentielles linéaires, à coefficients constants et d'ordre fini, à l'exception du retard pur, considéré comme linaire.

Cette définition appelle les remarques suivantes :

- C'est une définition négative, donc extrêmement extensive
- En conséquence, contrairement aux systèmes linéaires, il n'y a pas de théorie d'ensemble des systèmes non linéaires, mais seulement des méthodes d'approche de classes particulières de problèmes non linéaires.

Compte tenu du caractère imprécis de leur définition, l'étude des systèmes non linéaires en général s'avère très délicate. Heureusement, nous nous limiterons à l'étude des systèmes asservis non linéaires : dans ce cas, les non- linéarités les plus fréquemment rencontrées - à n'importe quel étage du système : comparateur, amplificateur, réseau correcteur, actionneur ou processus à asservir - appartiennent à un nombre de types relativement réduit, présentés dans le para- graphe suivant. [8]

I.4. Principales non-linéarités rencontrées dans les systèmes asservis : Les principaux types de non-linéarités sont définis par la donnée de la caractéristique d'amplitude entrée/sortie en régime statique : [8]

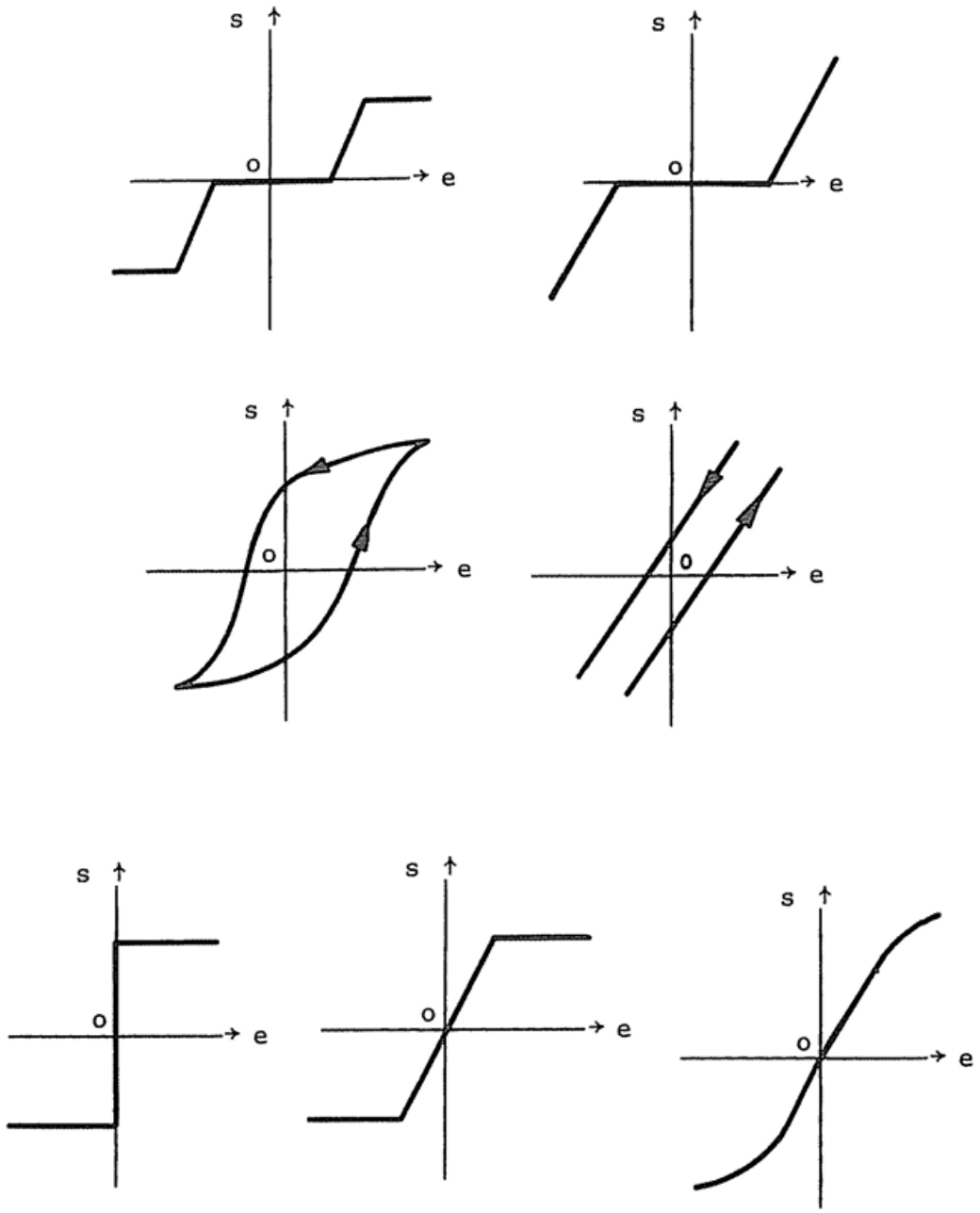


Figure I.1 : Principales non-linéarités des systèmes

I.5. Classification des non-linéarités :

Il existe plusieurs façons de classer les non-linéarités rencontrées dans les systèmes asservis : on peut distinguer :

- Les non-linéarités continues et discontinues (exemple : le tout-ou-rien est discontinu)

- Les non-linéarités avec ou sans mémoire : les non-linéarités avec mémoire
- Possèdent des caractéristiques en forme de boucle, 3 causes de la présence

d'hystérésis (dans ce cas, la valeur de la sortie dépend du sens de variation de l'entrée) .

- Les non-linéarités accidentelles et essentielles ; c'est 13 la distinction la plus

fondamentale pour les systèmes asservis :

- Les non-linéarités accidentelles (ou “parasites”) résultent des limitations des

matériels et des imperfections de la réalisation ; ce sont des défauts, qui ont le plus souvent un effet néfaste sur les performances du système

- Les non-linéarités essentielles résultent au contraire d'une intention délibérée de

l'ingénieur : l'exemple le plus typique est celui des commandes par tout-ou-rien, dont l'idée est tellement différente de celle des asservissements continus qu'on oppose fréquemment les “"asservissements (en principe) linéaires" aux” asservissements par plus ou moins” : ces derniers feront d'ailleurs l'objet d'un chapitre à part de ce cours. [8]

I.6 Point d’équilibre d’un système non linéaire :

Un point d’équilibre (ou point critique) d’un système dynamique non linéaire est une condition où le système reste stable si aucune perturbation n’intervient, c’est-à-dire que toutes les dérivées du système sont nulles à ce point. [1] [2] [5]

I.6.1. Définition mathématique :

Considérons un système non linéaire autonome :

$$\dot{x} = f(x), x \in \mathbb{R}^n \qquad \text{I.1}$$

Où $f(x)$est une fonction vectorielle non linéaire.

Un point d’équilibre $x_e$satisfait :

$$f(x_e) = 0 \qquad \text{I.2}$$

Autrement dit, si le système commence à $x = x_e$, il reste à cet état indéfiniment.

I.6.2. Exemple simple :

Considérons le système scalaire :

$$\dot{x} = x - x^3 \qquad \text{I.3}$$

Pour trouver les points d'équilibre :

$$x - x^3 = 0 \Rightarrow x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = 1,\ x = -1 \qquad \text{I.4}$$

Donc les points d'équilibre sont $x = -1,0,1$

Ces points peuvent ensuite être analysés pour leur stabilité à l'aide de méthodes comme la linéarisation ou la théorie de Lyapunov. [1] [2] [4]

I.7. Plan de phase des systèmes non linéaires :

Le plan de phase est une représentation graphique des trajectoires du système dans l'espace d'état, particulièrement utile pour les systèmes d'ordre deux :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2), \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) \qquad \text{I. 5}$$

Il permet de visualiser :

- L'évolution des trajectoires,
- La stabilité des points d'équilibre,
- Les cycles limites,
- La nature des points singuliers.

Le plan de phase constitue un outil fondamental pour l'analyse qualitative des systèmes dynamiques non linéaires. [7]

I.8. Classification des points singuliers :

La nature d'un point singulier est déterminée par les valeurs propres de la matrice Jacobienne du système linéarisé. [2]

I.8.1. Nœud (Node) :

Le nœud apparaît lorsque les valeurs propres sont réelles et de même signe.

- Valeurs propres négatives → nœud stable
- Valeurs propres positives → nœud instable

Les trajectoires convergent ou divergent sans oscillations. [7]

I.8.2. Point selle (Saddle) :

Le point selle se caractérise par des valeurs propres réelles de signes opposés. Ce point est toujours instable car certaines trajectoires convergent tandis que d'autres divergent. [4]

I.8.3. Foyer (Focus ou Spiral) :

Un foyer est associé à des valeurs propres complexes conjuguées :

$$\lambda = \alpha \pm j\beta \qquad \text{I.6}$$

- Si $\alpha < 0 \rightarrow$ foyer stable
- Si $\alpha > 0 \rightarrow$ foyer instable

Les trajectoires présentent un mouvement spiralé autour du point d'équilibre. [6] [7]

I.8.4. Centre :

Le centre correspond à des valeurs propres purement imaginaires :

$$\lambda = \pm j\beta \qquad \text{I.7}$$

Dans ce cas, les trajectoires sont fermées et périodiques. Le système est stable au sens de Lyapunov mais non asymptotiquement stable. [5] [7]

I.9. Exemples des systèmes non linéaires :

I.9.1. Exemple mécanique :

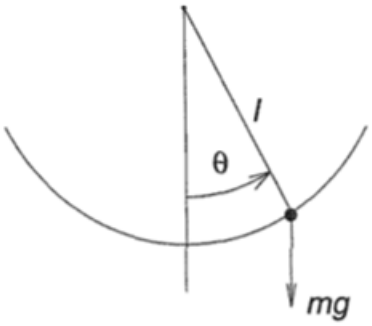


Figure I.2: Pendule Simple

Équations dynamique du pendule. [2]

$$\frac{\partial \mathrm{l}}{\partial \dot{\theta}_{\mathrm{p}}} = \mathrm{m}l^2\dot{\theta}_{\mathrm{p}} \qquad \text{I.8}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial \mathrm{l}}{\partial \dot{\theta}_{\mathrm{p}}}\right) = ml^2\ddot{\theta}_p \qquad \text{I.9}$$

$$\frac{\partial \mathrm{l}}{\partial \theta_{\mathrm{p}}} = -mgl\sin\theta_p \qquad \text{I.10}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial l}{\partial \dot{\theta}_p}\right) - \frac{\partial l}{\partial \theta_p} = ml^2\ddot{\theta}_p + mgl\sin\theta = \tau_{\mathrm{p}} \qquad \text{1.11}$$

$$ml\ddot{\theta} + mg\sin\theta + kl\dot{\theta}\ddot{\theta} = 0 \qquad \text{I.12}$$

$$ml\ddot{\theta} = -mg\sin\theta - kl\dot{\theta} \qquad \text{I.13}$$

Écrire l'équation du mouvement dans la direction tangentielle présente l'avantage de ne pas faire apparaître la tension de la tige, qui est dans la direction normale. On aurait pu obtenir la même équation en écrivant l'équation du moment par rapport au point de pivot. Pour obtenir

un modèle d'état du pendule, prenons les variables d'état $x1 = \theta$ et $x2 = \dot{\theta}$ Alors, les équations d'état sont,:

$$\dot{x}1 = x2 \quad \text{I.14}$$

$$\dot{x}2 = -\frac{g}{l}\sin x1 - \frac{k}{m}x2 \quad \text{I.15}$$

Pour trouver les points d'équilibre, nous posons $x1 = x2 = 0$ et résolvons pour $x1$ et $x2$:

$$x2 = 0 \quad \text{I.16}$$

$$-\frac{g}{l}\sin x1 - \frac{k}{m}x2 = 0 \quad \text{I.17}$$

Alors

$$\dot{x}1 = x2 \quad \text{I.18}$$

$$\dot{x}2 = -\frac{g}{l}\sin x \quad \text{I.19}$$

$$\dot{x} = \mathrm{f}(x) \quad \text{I.20}$$

$$\mathrm{f}(x) = [x1; x2] \quad \text{I.21}$$

$$\mathrm{f}(x) = [x2; -\frac{g}{l}\sin x1] \quad \text{I.22}$$

I.9.2. Exemple électrique :

Considérons le circuit à diode tunnel représenté sur la figure I.2 où la diode tunnel est Caractérisée par $i_R = h(v_R)$ Les éléments de stockage d'énergie dans ce circuit sont les, [2]

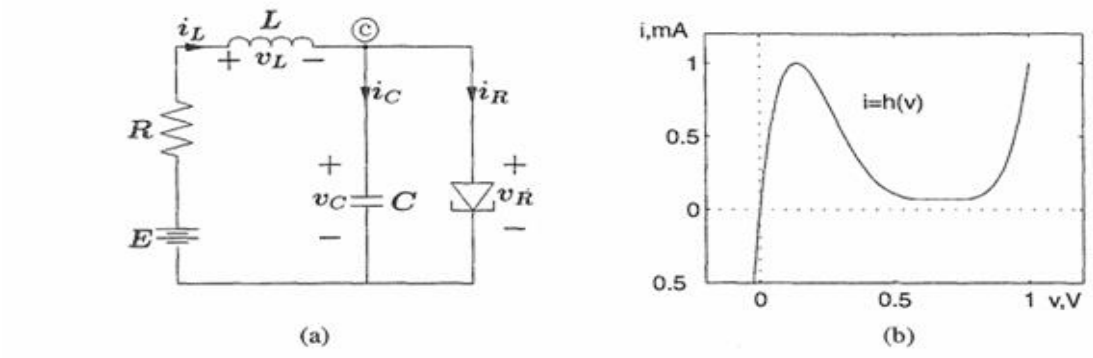


Figure I.2 : (a) Circuit à diode tunnel; (b) Caractéristique v_R -i_R de la diode tunnel

Le condensateur C et l'inductance L. En supposant qu'ils soient linéaires et invariants dans le temps, nous pouvons les modéliser par les équations suivantes :

$$\mathrm{i_c} = \mathrm{i}\,\frac{\mathrm{dv_c}}{\mathrm{dt}} \quad ; \quad v_l = l\,\frac{di_l}{dt} \qquad \text{I.23}$$

Où I et V représentent respectivement le courant traversant un élément et la tension à ses bornes, l'indice spécifiant l'élément. Pour écrire un modèle d'état du système, considérons $x1 = v_c$ et $x2 = i_l$ comme variables d'état et u = E comme entrée constante. Pour écrire l'équation d'état de $x1$, nous devons exprimer i_c en fonction des variables d'état $x1, x2$et de l'entrée u. En utilisant la loi des nœuds de Kirchhoff, nous pouvons écrire une équation telle que la somme algébrique de tous les courants sortant du nœud © est égale à zéro. ,[2]

$$i_c + i_r - i_l = 0 \qquad \text{I.24}$$

$$i_c = -h(x1) + x2 \qquad \text{I.25}$$

De même, nous devons exprimer v_l en fonction des variables d'état $x1, x2$ et de l'entrée u.

En utilisant la loi des mailles de Kirchhoff, nous pouvons écrire une équation qui stipule que la somme algébrique de toutes les tensions aux bornes des éléments de la boucle de gauche est égale à zéro :

$$v_c - E + Ri_l + v_l = 0 \qquad \text{I.26}$$

Ainsi,

$$v_l = -x1 - Rx2 + u \qquad \text{I.27}$$

Nous pouvons maintenant écrire le modèle d'état du circuit comme suit :

$$\dot{x1} = \frac{1}{c}\,[-h(x1) + x2] \qquad \text{I.28}$$

$$\dot{x2} = \frac{1}{l}\,[-x1 + Rx2 + u] \qquad \text{I.29}$$

I.10. Conclusion :

Pour conclure, ce chapitre a offert l'opportunité de détailler les concepts clés liés aux systèmes non linéaires, en soulignant leurs spécificités ainsi que leurs divergences majeures par rapport aux systèmes linéaires. Il a été démontré que les systèmes concrets présentent fréquemment des comportements non linéaires, ce qui rend les techniques linéaires traditionnelles inadéquates dans de nombreux scénarios pratiques.

Nous avons également abordé les principales formes de non-linéarités que l'on trouve dans les systèmes asservis, leur catégorisation, ainsi que le concept de point d'équilibre et l'examen dans le plan de phase. Ces éléments représentent des instruments essentiels pour saisir la dynamique de ces systèmes. Par ailleurs, le classement des points singuliers a rendu possible la démonstration des divers comportements envisageables autour des états d'équilibre.

Pour finir, les cas d'études mécaniques et électriques analysés, comme le pendule simple et le circuit à diode tunnel, ont démontré de manière tangible l'existence des non-linéarités dans les applications pratiques. Par conséquent, ce chapitre fournit les fondements théoriques nécessaires pour traiter dans les chapitres ultérieurs les techniques avancées de modélisation, d'analyse et de contrôle des systèmes non linéaires.

CHAPITER II :

La commande synergétique

II.1 Introduction :

La synergétique, en Grec : « travailler pour un but commun » est un domaine interdisciplinaire de recherche, lancé par Hermann Haken en 1969 Elle s'intéresse aux systèmes matériels et non matériels composés en général d'un ensemble de parties individuelles. La synergétique se base sur la spontanéité, c.-à-d. à l'apparition auto-organisée des nouvelles qualités dans le système. Ces qualités peuvent être structurelles ou fonctionnelle La question de base traitée par la synergétique est : y a-t-il des principes généraux d'auto-organisation, qui sont indépendants des natures des différentes parties d'un système ?

Malgré la grande variété entre les natures de ces différentes parties, qui peuvent être des atomes, des molécules, neurones, ou même des individus dans une société. Cette question Peut avoir une réponse positive en faveur de beaucoup de classe de systèmes, si l'attention est basée sur les échanges qualitatifs sur les échelles macroscopiques, sur les échelles spatiales et temporelles entre ces éléments. Parmi les nombreuses applications des méthodes et des concepts mathématiques de la synergétique, nous nous intéresserons à la théorie de la commande synergétique dans ce travail.

Dans ce chapitre, nous introduisons les principes de la théorie de cette commande et leurs performances vérifiées par simulation en appliquant cette dernière à un système non linéaire. [10]

II.2 Théorie de la commande synergétique :

Certaines méthodes avancées telles que les techniques de linéarisation ou la commande par modes glissants, permettent à des concepteurs d'éviter quelques problèmes de non linéarité, mais la multi-connectivité et la multi-dimensionnalisé restent encore insurmontables. Ceci a obligé les chercheurs à s'orienter vers d'autres techniques plus efficaces entre autres celle synergétique. [12],[9] ,[18]

En effet, la théorie de ce type de commande dit « synergétique » est l'une des nouvelles options prometteuses dans la théorie des commandes modernes et émergentes. Elle ouvre de nouveaux horizons dans la conception efficace de commande des systèmes non linéaires complexes et autres. [12]

Cette nouvelle approche permet la conception analytique des lois de commande qui assurent non seulement la stabilité globale du système en boucle fermée, mais aussi la réduction de son ordre par des décompositions successives.

Par conséquent, la théorie de la commande synergétique permet aux concepteurs de résoudre efficacement beaucoup de problèmes difficiles de commande, lesquels n'ont toujours pas été résolus par les méthodes classiques connues.

En général, la théorie de la commande synergétique fournit des méthodes pour concevoir des contrôleurs optimaux pour les systèmes dynamiques, lesquelles ont des secteurs d'attraction qui correspondent aux buts de la commande utilisée. La représentation de tels secteurs d'attraction des systèmes dynamiques ou attracteurs, est un des concepts principaux de cette théorie de commande. Un attracteur est une région dans l'espace d'état d'un système dynamique dont laquelle toutes les trajectoires des secteurs voisins de l'espace d'état convergent vers elle comme le montre la figure (II. 1). [9]

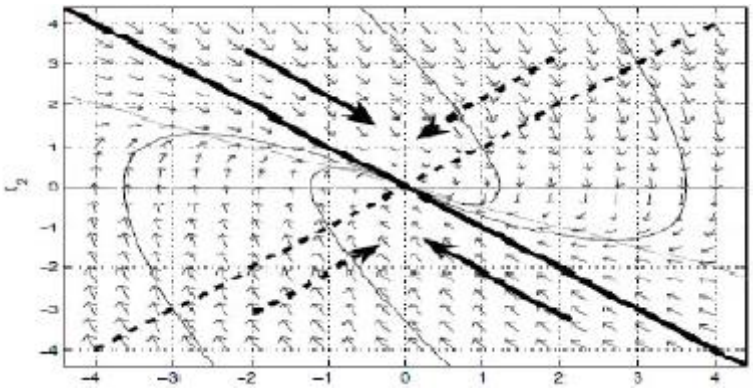


Figure II. 1. Orientation vers un manifold de deux variables x1,x2. [9]

II.3 Principe de la synergie :

La synergie découle du grec : syn (sun) et qui signifie « je travaille ». Cette notion a été introduite par Émile Littré au XIXe dans son Dictionnaire de la langue française (1872-1877) et cela en la présentant comme ne relevant que du domaine de la physiologie, c.à.d, le « Concours d'action, d'effort, entre divers organes, divers muscles, et/ou Association de plusieurs organes pour l'accomplissement d'une fonction donnée ». [12]

Autrement dit, la synergie est un effet positif de complémentarité dans une organisation. Elle est communément considérée de nos jours comme un phénomène par lequel plusieurs facteurs

ou influences agissant ensemble créent un effet plus grand et plus efficace que la somme de tous les effets appliqués en même temps, et/ou créent un effet que chacun d'entre eux n'aurait pas créé isolément.[9]

La synergétique se base sur l'exemption, c.-à-d. à l'apparition de nouvelles propriétés dans le système d'une manière auto-organisée [12].

La question de base traitée par la synergétique est : y a-t-il des principes généraux d'auto-organisation, qui sont indépendants des natures des différentes parties d'un système et cela malgré la grande variété entre les natures de ces différentes parties, qui peuvent être des atomes, des molécules, neurones, ou mêmes des individus dans une société ? Cette question peut avoir une réponse positive en faveur de beaucoup de classe de systèmes, si l'attention est basée sur les échanges qualitatifs sur les échelles macroscopiques, c.-à-d. sur les échelles spatiales et temporelles entre ces éléments [12].

II.4 Caractères généraux :

Il est possible de distinguer quatre (4) types de synergies à savoir :

- **La maintenabilité** : la capacité à corriger et modifier simplement une structure, et même, parfois, la possibilité de modifier celle-ci en cours d'utilisation.
- **La mutualisation** : capacité à identifier une fonction et à l'utiliser dans plusieurs contextes différents.
- **La scalabilité** : capacité à pouvoir évoluer par un changement d'échelle, c'est-à-dire de supporter des volumes plus importants de flux sans remettre en cause la structure sous-jacente.
- **La résilience** : est la capacité à continuer de fonctionner en cas de panne, ou détérioration d'un élément du processus. [12]

II.5 Spécificité par domaine d'application :

- **Physiologie** : La synergie musculaire est une contraction coordonnée de plusieurs muscles destinée à exécuter un mouvement précis.
- **Médecine** : Elle correspond à l'action combinée de plusieurs médicaments en produisant des actions additives, qualifiées de synergiques. Les doses peuvent être différentes des doses de ces médicaments pris individuellement.
- **Economie** : en économie, la notion de synergie est due à l'amélioration de l'organisation d'une nation, ou l'entreprise...etc. Un exemple de synergie connue dans ce cas est celle qui existe entre **Intel** et **Microsoft** (« **Wintel** ») : des microprocesseurs de plus en plus puissants sont associés ou combinés afin d'offrir à l'utilisateur des fonctions plus conviviales.
- **Industrie** : quand un régulateur unique dans un processus donné joue le même rôle que plusieurs régulateurs associés, on parlera d'action synergétique. Par ailleurs, l'opposé de la synergie est l'antagonisme (ou synergie négative), qui est un phénomène dans lequel deux facteurs en combinaison ont un effet moindre que la somme de leurs effets attendus. Les deux effets peuvent également s'annuler (ex : ceux d'un acide et une base) et l'absence de synergie est appelée l'asynergie. [9]

II.6 Caractéristiques fondamentales des systèmes synergétiques :

L'approche synergétique ouvre de nouveaux horizons pour la conception efficace des commandes pour les systèmes non-linéaires. La théorie de commande synergétique basée sur des idées des mathématiques, utilise les possibilités des systèmes ouverts pour l'auto-organisation. La commande synergétique est basée sur la commande dynamique de l'interaction de l'énergie et de l'information dans le système afin d'assurer la fonctionnalité optimale. En introduisant des structures dispersives virtuelles**,** elle induit un mouvement dirigé auto-organisé dans le système. Ce mouvement prend la commande des degrés de liberté du système et mène ce dernier à un état spécifique.

La théorie de commande synergétique fournit un procédé de conception de commande analytique pour les systèmes multi-dimensionnels, multi-connectés, non-linéaires. En conséquence, la théorie de commande synergétique permet aux concepteurs d'énoncer et puis de résoudre efficacement beaucoup de problèmes de commandes, jusqu'ici non résolus par les autres méthodes connues ni même indiqués en raison de leur complexité considérable**.**

Les systèmes synergétiques sont caractérisés par :

- L'échange d'énergie du système avec le milieu qui l'entoure (aussi un échange d'information)
- La relation qui lie tous les systèmes décomposés et qui fonctionnent en synergie d'ou le nom de la commande synergétique.

Il est préférable qu'à partir de ces deux principes fondamentaux de construire des lois de commandes, afin de contrôler n'importe quel système. Ceci tend à construire une nouvelle théorie qui est la 'synergétique control', qui veut dire une connaissance plus profonde sur le principe de l'auto-organisation dans les problèmes de contrôle. Cette approche est basée sur la caractéristique fondamentale de l'auto-organisation des systèmes dissipatifs naturels. Elle s'appuie sur deux principes fondamentaux de la nature qui sont :

- Principe de l'invariance.
- Principe d'expansion et contraction du volume de phase (variables d'état) dans les systèmes dynamiques de nature aléatoire. [15]

II.7 Principes de la commande synergétique :

La commande synergétique est une nouvelle technique de commande non-linéaire qui prend en compte les non-linéarités du système dans la conception de la commande. Une procédure de conception systématique donnant des lois de commande adaptées à l'implémentation numérique est proposée dans Kolesnikov et al..

De plus, la commande synergétique garantit non seulement un fonctionnement à fréquence de commutation constante, mais fournit également une stabilité asymptotique par rapport aux conditions requises de fonctionnement, et la robustesse vis-à-vis de la variation des paramètres du système. [11]

La théorie de la commande synergétique c'est une nouvelle tendance dans le domaine du contrôle, basée sur les principes d'auto-organisation orientée et sur l'utilisation des propriétés dynamiques des systèmes non linéaires. La commande synergétique est une technique de contrôle assez proche de la commande par mode glissant dans le sens où l'on force le système considéré à évoluer avec une dynamique pré-choisie par le concepteur. Elle en diffère dans le

fait que la commande y est toujours continue et utilise une macro-variable qui peut être fonction de deux ou plusieurs variables d'état du système. Récemment cette théorie a été appliquée avec succès dans le domaine des commandes de l'électronique de puissance. Son application à un convertisseur élévateur a été présentée, et quelques aspects pratiques concernant la simulation et le hardware ont été discutés et parmi les applications pratiques réussies figure le chargement de batteries Cette nouvelle approche ne requiert pas la linéarisation du modèle et emploie explicitement un modèle non linéaire pour la synthèse de la commande. [10]

Le concepteur peut choisir les caractéristiques de la macro-variable en fonction des performances et des spécifications de la commande (dépassement, borgnitude du signal de commande, etc ...) qui rendent la conception plus robuste. Par conséquent, la loi de commande ne provoquera pas de phénomènes de broutement comme dans l'approche de la commande par mode glissant. Les paramètres ont été optimisés et la mise en œuvre est facile à réaliser grâce à l'utilisation de variables non mesurables dans la loi de commande. [13]

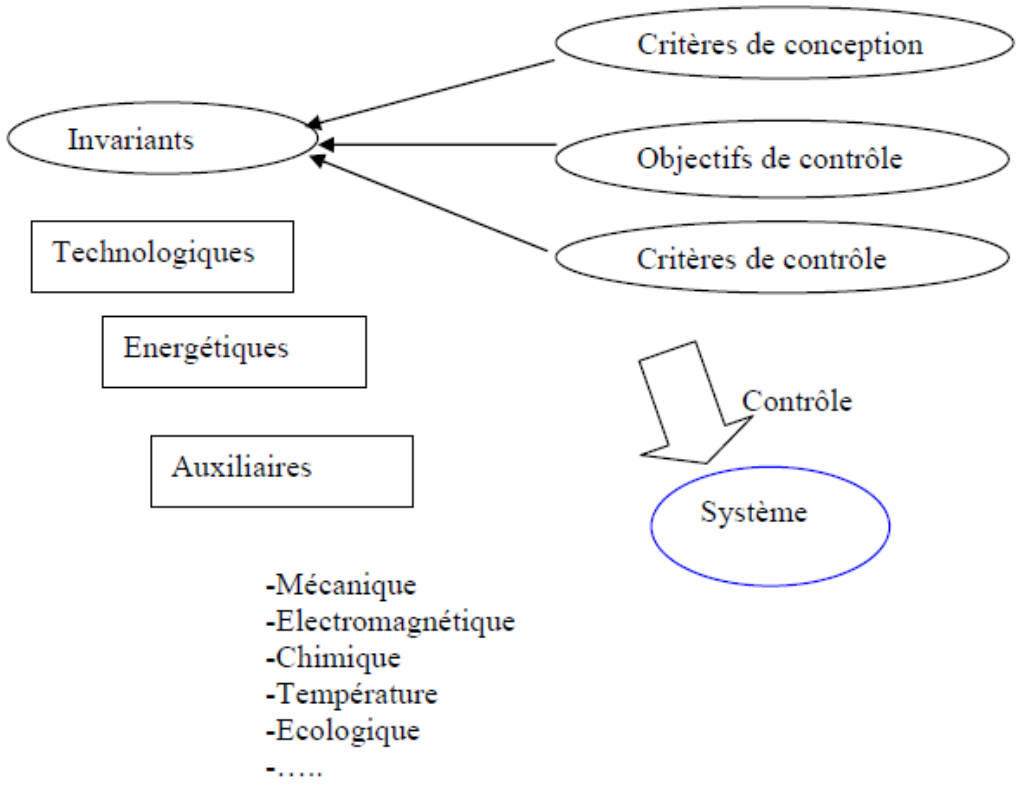


Figure II. 2. Stratégie de contrôle synergétique [17].

II.8 Commande synergétique d'un système dynamique continu :

Considérons le système dynamique non-linéaire SISO de dimension n qui peut être décrit par l'équation non linéaire suivante : [14],[15]

$$f(x,u,t) = \frac{\mathrm{d}x(\mathrm{t})}{dt} \qquad \text{II. 1}$$

Où x représente le vecteur d'état du système et u représente le vecteur de commande. La synthèse du contrôleur synergétique débute par la définition d'une macro-variable par le concepteur, pour satisfaire le cahier des charges et considérer d'éventuelles contraintes de contrôle, qui est donnée par : [11]

$$\psi = \psi(x,t) \qquad \text{II. 2}$$

Où ψ est la macro-variable et $\psi(x,t)$ une fonction définie par l'utilisateur. Chaque macro-variable ψ, présente une nouvelle contrainte sur le système dans l'espace d'état, ainsi son ordre réduit d'une unité, en le forçant à évaluer vers une stabilité globale à l'état désiré.[9]

$$\psi(x,t) = 0 \qquad \text{II. 3}$$

Les caractéristiques de la macro-variable peuvent être choisies par le concepteur, selon les paramètres tels que l'objectif de commande, le temps de réponse, les limitations de la commande, etc.… La macro-variable peut être une combinaison linéaire simple des variables d'état, et elle est forcée d'évoluer d'une façon désirée exprimée par une contrainte choisie par le concepteur comme indiqué en exemple par l'équation suivante : [10]

$$T\dot{\psi} + \psi = 0, \quad T > 0 \qquad \text{II. 4}$$

La solution de l'équation (II.4) donne la fonction suivante :

$$\psi(t) = \psi_0 e^{\,-t/T} \qquad \text{II. 5}$$

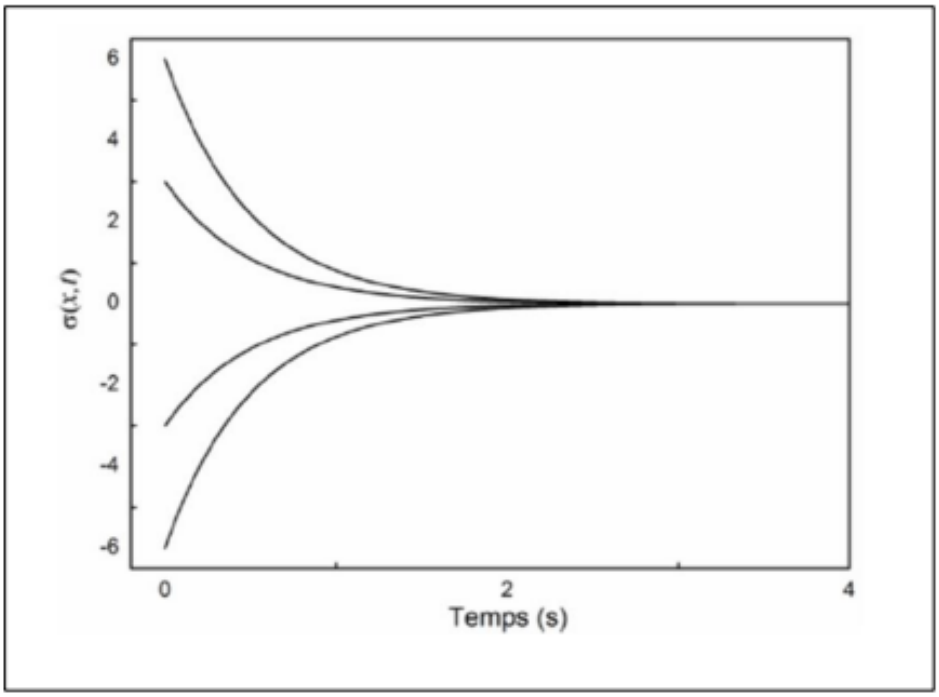


Figure II.3. Représentation graphique de la solution de l'équation fonctionnelle pour de différentes conditions initiales. [10]

Comme le montre la figure II.3, la macro-variable $\psi(t)$ converge vers l'attracteur ou le collecteur (la manifold) $\psi = 0$ pour des conditions initiales différentes de ψ_0,où t représente le temps et T un paramètre de contrôle qui indique la vitesse de convergence du système en boucle fermé vers le domaine indiqué. En tenant compte de la chaîne de la différentiation qui est donnée par : [10]

$$\frac{\mathrm{d}\,\psi(x,\mathrm{t})}{dt} = \frac{\mathrm{d}\,\psi(x,\mathrm{t})}{dx}\frac{\mathrm{d}x}{dt} \qquad \text{II. 6}$$

La substitution de (II.1) et de (II.2) dans (II.4) permet d'écrire :

$$T\frac{\mathrm{d}\,\psi(x,\mathrm{t})}{dt}f(x,u,t) + \psi(x,t) = 0 \qquad \text{II. 7}$$

En résolvant (II.7) pour u, la loi de commande peut être ainsi obtenue :

$$u = g(x,\psi(x,t),T.t) \qquad \text{II. 8}$$

De (II. 8), on peut voir que la commande dépend non seulement des variables d'état du système, mais également de la macro-variable et de la constante de temps choisies *T*. En d'autres termes, le concepteur peut choisir les caractéristiques du contrôleur en choisissant une macro-variable appropriée et une constante de temps spécifique *T*. En synthétisant le contrôleur, chaque domaine présente une nouvelle contrainte sur le domaine de l'espace d'état et réduit l'ordre du

système d'un degré, tout en allant dans la direction de la stabilité globale. Dans la synthèse du contrôleur synergétique montré ci-dessus, il est clair que le contrôleur synergétique agit sur le système non-linéaire et une linéarisation ou une simplification du modèle n'est pas nécessaire comme lors de l'application de la théorie de commande traditionnelle. Par le choix approprié des macro-variables, le concepteur peut obtenir les caractéristiques intéressantes suivantes pour le système final : [16]

- Stabilité globale
- Insensibilité vis-à-vis les paramètres
- Suppression de bruit.

Il est intéressant de noter que la loi de la commande synergétique garantit la stabilité globale sur le domaine choisi. Ceci signifie qu'une fois que l'hypersurface est atteinte le système n'est pas supposé la quitter, même en cas d'assez grandes variations des paramètres. Cette propriété d'invariance aux perturbations est partagée par la technique de commande en mode glissant lors du glissement des trajectoires sur la surface de glissement. Un exemple d'application est donné dans la section suivante afin d'illustrer la simulation de la mise en oeuvre du contrôle synergétique. [16]

II.8.1 Commande synergétique d'un système dynamique discret :

Considérons un système dynamique non linéaire discret d'ordre n décrit comme suit :

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), k) \qquad \text{II. 9}$$

où x(k) représente le vecteur d'état du système, u(k) le vecteur de commande et f est une fonction non linéaire. La synthèse d'un contrôleur synergétique commence par la sélection d'une fonction appelée la macro-variable qui dépend des variables d'état du système.

$$\psi = \psi(x(k), k) \qquad \text{II. 10}$$

L'objectif de commande est de forcer l'état du système à fonctionner sur la variété (manifold) $\psi = 0$. Le concepteur peut sélectionner les caractéristiques de la macro-variable en fonction des performances et des spécifications de commande (dépassement, bornitude du signal de commande, etc ...).

Dans l'approche de commande synergétique, $T\dot{\psi} + \psi = 0$ définit la trajectoire de convergence et sa vitesse au manifold invariant, Wang et al.

Considérons la période d'échantillonnage T_s , la contrepartie discrète est dérivée comme suit :

$$T\left[\frac{\psi(k+1) - \psi(k)}{T_s}\right] + \psi(k) \qquad \text{II. 11}$$

où T est un paramètre de conception qui spécifie la vitesse de convergence au manifolds. L'équation (II. 11) peut être réécrite comme : [13]

$$\left(\frac{T}{T_s - T}\right)\frac{T}{T_s}\psi(k+1) + \psi(k) = 0 \qquad \text{II. 12}$$

II.9 Synthèse de la commande synergétique d'un pendule simple :

II.9.1 Développement de la commande :

On considère l'exemple illustré à la figure I.1 du chapitre 1,

Le comportement dynamique du pendule est représenté par le modèle d'état suivant:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{g}{l}\sin(x_1) + \dfrac{1}{m\,l^2}u \end{cases} \qquad \text{II. 13}$$

Choisissons la macro-variable suivante :

$$\psi = \lambda e + \dot{e} \qquad \text{II. 14}$$

$$\dot{\psi} = \lambda\dot{e} + \ddot{e} \qquad \text{II. 15}$$

Soit e l'erreur entre la position angulaire réelle $x_1 = \theta$ et la position de référence $x_{1d} = \theta_d$, comme suit :

$$e = x_1 - x_{1d} \qquad \text{II. 16}$$

En dérivant l'équation (II. 16), on obtient :

$$\dot{e} = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 - \dot{x}_{1d} \qquad \text{II. 17}$$

$$\ddot{e} = \dot{x_2} - \ddot{x}_{1d} = f + g.u - \ddot{x}_{1d} \qquad \text{II. 18}$$

D'après l'équation (II.4)
On a :

$$\dot{\psi} = -\frac{\psi}{T} \qquad \text{II. 19}$$

Avec $T > 0$

$$-\frac{\psi}{T} = \lambda\dot{e} + \ddot{e} \qquad \text{II. 20}$$

$$-\frac{\psi}{T} = \lambda(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + f + g.u - \ddot{x}_{1d} \qquad \text{II. 21}$$

$$u = \frac{-\frac{\psi}{T} - \lambda(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) - f + \ddot{x}_{1d}}{g} \qquad \text{II. 22}$$

II.10 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté la théorie de la commande synergétique, ainsi que ses principes et ses principales caractéristiques.

Cette méthode de commande se distingue par sa robustesse, sa simplicité de mise en œuvre et sa capacité à réduire l'ordre du système.

Parmi les stratégies de commande robuste modernes, telles que la commande par mode glissant ou la commande infinie ∞, la commande synergétique apparaît comme l'une des plus faciles à réaliser en pratique. Afin d'illustrer son efficacité.

Enfin, l'application de cette commande à un système dynamique, notamment le pendule simple, a permis d'illustrer son efficacité et sa pertinence dans la pratique.

CHAPITER III :

Les algorithmes génétiques

III.1. Introduction :

L'optimisation des systèmes non linéaires représente un problème complexe à cause des fortes interactions et des non-linéarités présentes dans le système. L'algorithme génétique offre une méthode robuste basée sur les principes de sélection naturelle et d'évolution biologique pour rechercher la solution optimale. Cette technique permet d'ajuster efficacement les paramètres de commande tout en évitant les minima locaux. Grâce à sa capacité d'exploration globale, l'algorithme génétique est devenu un outil puissant dans la commande des systèmes non linéaires. [22]

Les algorithmes génétiques vu qu'ils présentent des qualités intéressantes pour la résolution de divers problèmes. Ils sont basés sur la théorie de l'évolution des espèces dans leur milieu naturel, soit une transposition artificielle des concepts basiques de la génétique et des lois de survie énoncées par Charles Darwin : les individus les plus adaptés survivent et se reproduisent. Selon Darwin, les mécanismes à l'origine de l'évolution naturelle des êtres vivants reposent sur la compétition qui sélectionne les individus les plus adaptés à l'environnement actuel au détriment des autres. L'hypothèse de la théorie de Darwin, compte tenu des connaissances actuelles de la génétique, montre que ces mécanismes ne sont pas toujours justifiés. Ces mêmes mécanismes seront utilisés dans l'implémentation de l'algorithme génétique.

L'application des algorithmes génétiques aux problèmes d'optimisation a été formalisée par Goldberg en 1989. Ensuite ils se sont vite imposés (comme méthodes d'optimisation globale), en permettant l'optimisation des problèmes très variés. Particulièrement, ces méthodes permettent de traiter des problèmes dont la taille est considérable, ou encore des problèmes non décrits de manière explicite. Leur vaste champ d'action, leur implantation généralement aisée sont certainement à l'origine de leur succès. [22]

III.2. Algorithme génétique :

Les AG sont des algorithmes d'exploration fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Ils utilisent à la fois les principes de la survie des structures les mieux adaptées et les échanges d'information pseudo-aléatoires, pour former un algorithme d'exploration qui possède certaines des caractéristiques de l'exploration humaine. A chaque génération, un nouvel ensemble de créatures artificielles (des chaînes de caractères) est créé en utilisant des parties des meilleurs éléments de la génération précédente ; ainsi que des parties innovatrices. Ils exploitent efficacement l'information obtenue précédemment pour spéculer

sur la position de nouveaux points à exploiter, avec l'espoir d'améliorer les performances.

Les AG sont été développées par John Holland (Holland 1975), ses collègues et ses étudiants à l'université du Michigan. Leurs recherches avaient deux objectifs principaux :

- Mettre en évidence et expliquer rigoureusement les processus d'adaptation des systèmes naturels,
- Concevoir des systèmes artificiels (en l'occurrence des logiciels) qui possèdent les propriétés importantes des systèmes naturels. Cette approche a débouché sur des découvertes importantes à la fois dans les sciences des systèmes naturels et dans celles des systèmes artificiels. La robustesse des systèmes artificiels est capitale à plus d'un titre. Si les systèmes artificiels peuvent être rendus plus robustes, les modifications coûteuses peuvent être réduites ou même éliminés.

Si des niveaux d'adaptation supérieurs peuvent être atteints, les systèmes existants peuvent remplir leur fonction mieux et plus longtemps. [19]

III.3. But de l'algorithme génétique :

Les AG ont deux objectifs principaux :

- Expliciter les théories sur les adaptations des systèmes naturels.
- Résoudre des problèmes dont les AG sont particulièrement adaptées. Les AG présentent à la fois robustesse et adaptation. C'est à dire qu'ils ont la capacité d'évoluer (fitness) dans le but d'une recherche satisfaisante. Mais ils sont aussi capables d'être attirés par des solutions et d'y rester. [21]

III.4. Terminologie :

Avant d'aborder comment fonctionnent les AGs, nous devons également définir la terminologie employée : [25]

Chromosome : En biologie, il est dé.ni comme le porteur de l'information génétique nécessaire à la construction et au fonctionnement d'un organisme. Dans le cadre des AG, il correspond à un élément représentant une solution possible d'un problème donné.

Gène : En biologie, il représente une partie du chromosome, chaque chromosome est constitué d'un certain nombre de gènes. Pour un AG, chaque chromosome est divisé en un ensemble d'unités le constituant appelé gènes.

Génotype : Dans les systèmes naturels, l'ensemble du "matériel" génétique est appelé le génotype. Dans les AG, l'ensemble des chaînes est appelé structure. Phénotype : Dans les systèmes naturels, l'organisme formé par l'interaction de l'ensemble du "matériel" génétique avec son environnement est appelé phénotype. Dans les AG, les structures décodées forment un ensemble de paramètres donnés, ou solutions ou bien points de l'espace des solutions.

Allèle : Dans les systèmes naturels, l'allèle est une composante du gène. Les allèles sont les déférentes valeurs que peuvent prendre les gènes. Dans les AG, l'allèle est également Appelé valeur caractéristique.

Locus : Le locus est la position d'un gène dans le chromosome.

Individu : En biologie un individu est une forme qui est le produit de l'activité des gènes. Pour un AG, il est réduit à un chromosome et on l'appelle donc chromosome ou individu pour désigner un même objet.

Population : Dans un système naturel, une population est simplement un ensemble d'individus. Par analogie, elle se définit comme l'ensemble des chromosomes. Elle est aussi Appelée une génération.

Parents : Dans un système naturel, les individus peuvent se reproduire en créant de nouveaux individus formant une nouvelle génération an d'assurer la continuité de la vie. Dans le cadre d'un AG, les parents correspondent aux individus pouvant s'imposer pour Donner naissance à de nouveaux individus descendants an de former une nouvelle génération. [25]

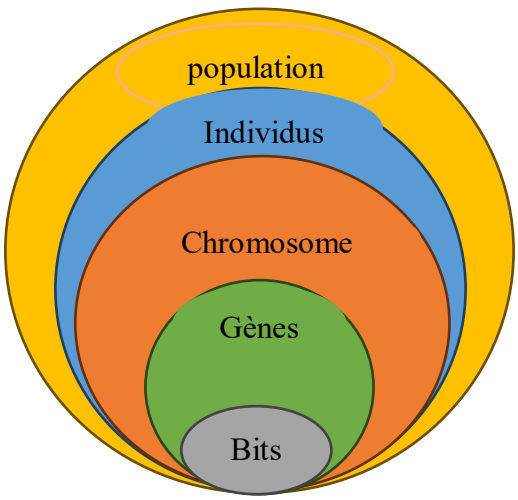


Figure III. 1. les cinq niveaux d'organisation d'un algorithme génétique. [19]

III.5. Conception d'un algorithme génétique :

La simplicité de mise en œuvre ainsi que l'efficacité des algorithmes génétiques (AGs) constituent deux des caractéristiques les plus importantes de cette méthode d'optimisation inspirée des mécanismes de l'évolution naturelle.

La mise en œuvre d'un algorithme génétique nécessite tout d'abord une représentation génétique adéquate du problème, c'est-à-dire un codage approprié des solutions sous forme de chromosomes.

Cette étape permet d'associer à chaque solution possible une structure de données exploitable par l'algorithme, et elle intervient généralement après la modélisation mathématique du système étudié.

La qualité du codage influence directement les performances de l'algorithme et sa capacité à converger vers une solution optimale. Ensuite, il est nécessaire de générer une population initiale suffisamment diversifiée afin de couvrir l'espace de recherche et d'éviter une convergence prématurée vers des solutions locales. Chaque individu de cette population est ensuite évalué grâce à une fonction d'adaptation (fitness) qui mesure la qualité ou la performance de la solution représentée par le chromosome. Après l'évaluation, un mécanisme de sélection est appliqué afin de choisir les meilleurs individus qui participeront à la reproduction. Les opérateurs génétiques, notamment le croisement et la mutation, jouent alors un rôle essentiel dans l'exploration de l'espace de recherche : le croisement permet de combiner les caractéristiques de deux parents pour créer de nouveaux individus, tandis que la mutation introduit des modifications aléatoires afin de maintenir la diversité génétique de la population. Enfin, le bon fonctionnement de l'algorithme dépend également du choix des paramètres principaux tels que la taille de la population, le nombre maximal de générations, les probabilités de croisement et de mutation ainsi que le critère d'arrêt utilisé pour interrompre le processus d'optimisation. [22]

Ce fonctionnement peut être illustré plus en détails par l'organigramme général de figure (III.2)

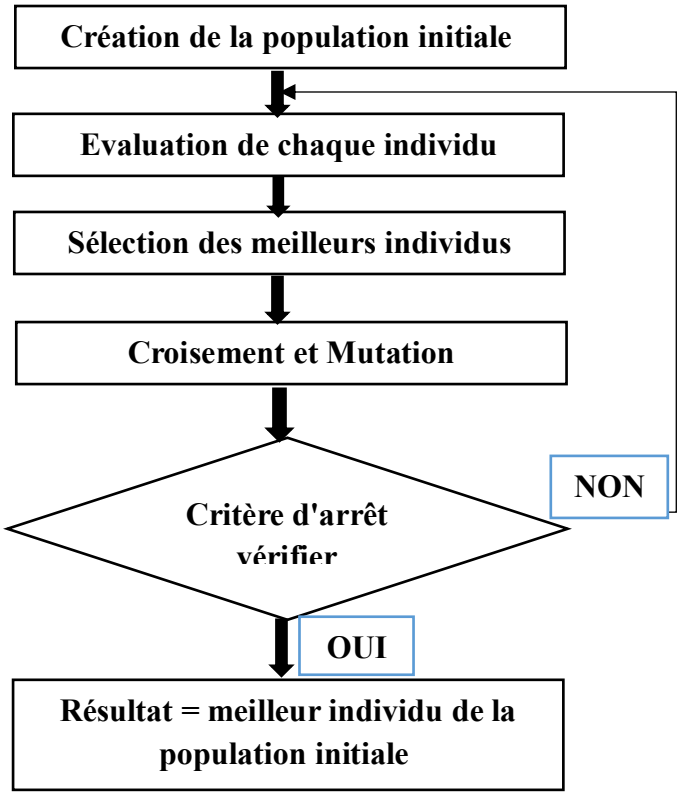


Figure III.2. Organigramme d'un AG. [19]

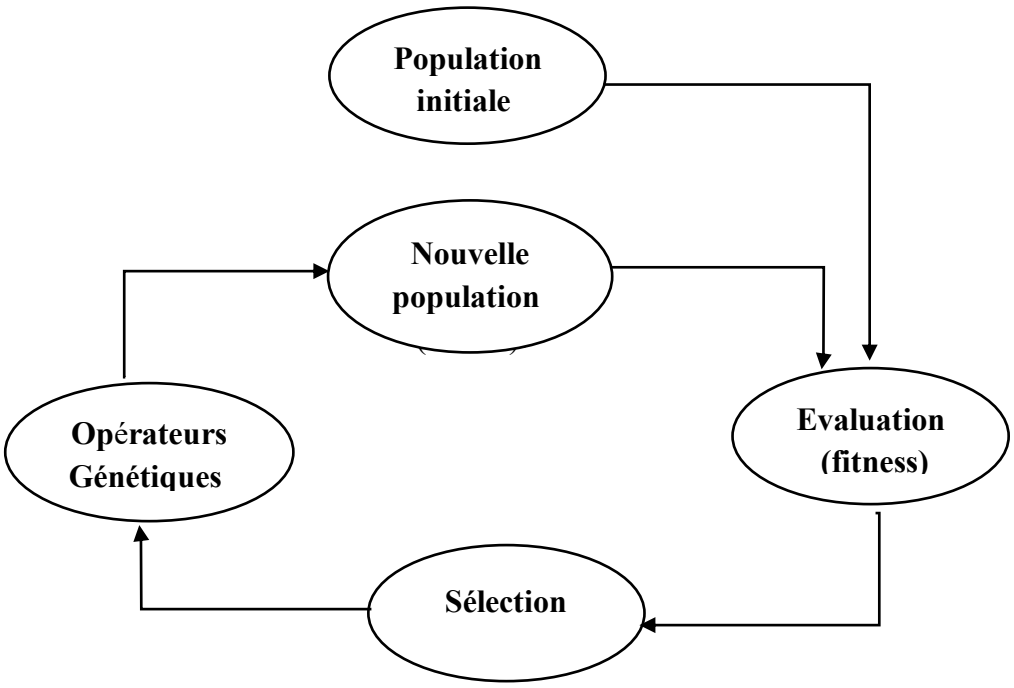


Figure III.3. Cycle génétique [22]

III.6. Les opérateurs des algorithmes génétiques :

III.6.1. Population initiale :

L'AG démarre avec une population composée de *N* individus dans le codage retenu. Le choix des individus conditionne fortement la rapidité de l'algorithme. Si la position de l'optimum dans l'espace de recherche est totalement inconnue, il est intéressant que la population soit répartie sur tout l'espace de recherche. Si par contre des informations à priori sur le problème sont disponibles, il paraît évident de générer les individus dans un espace particulier afin d'accélérer la convergence. Disposant d'une population initiale souvent non homogène, la diversité de la population doit être entretenue aux cours des générations afin d'explorer le plus largement possible l'espace de recherche. C'est le rôle des opérateurs de croisement et de mutation. [20]

III.6.2. Codage des éléments d'une population :

Le codage est une modélisation d'une solution d'un problème donné sous forme d'une séquence de caractères appelée chromosome où chaque caractère, dit aussi gène, représente une variable ou une partie du problème. La tâche principale consiste à choisir le contenu des gènes
qui facilite la description du problème et respecte ses contraintes La littérature définit quatre types de codage : binaire, réel, alphabétique et a base *N.* [20] [22]

III.6.2.1. Codage binaire :

Le codage binaire est le premier a être utilise dans les algorithmes génétiques, car c'est le plus simple à mettre en œuvre avec un alphabet réduit a deux éléments {0. 1}, rajouter a ca l'existence de fondements théoriques "théorie des schémas " et la facilite de mise en œuvre des opérateurs génétiques. [20]

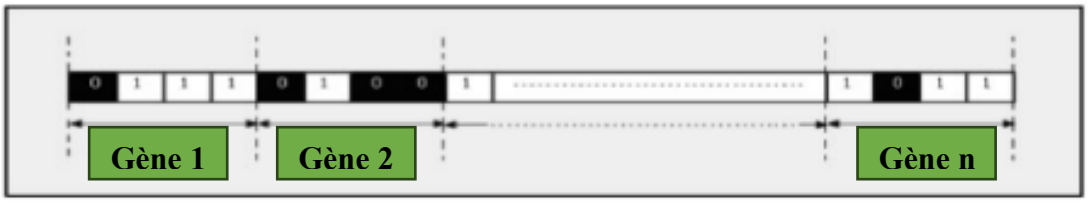


Figure III.4. Structure d'un chromosome en codage binaire. [20]

III.6.2.2. codage réel :

Contrairement au codage binaire, un gène est représenté par une suite de nombres entiers ou de nombres réels. Ce type de codage peut être utile notamment dans
le cas où l'on recherche le maximum d'une fonction réelle.

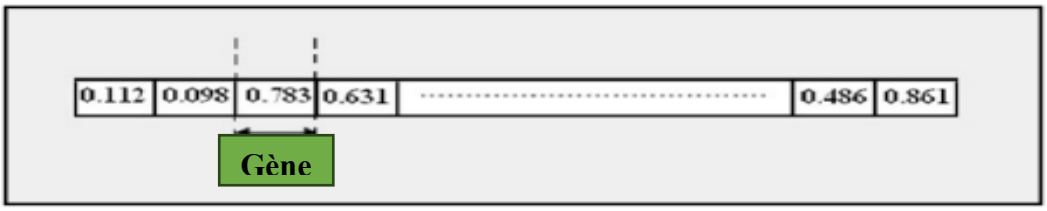


Figure III.5. Structure d'un chromosome en codage en nombres réels. [20]

III.6.2.3. Codage alphabétique

L'individu est représenté comme une suite de chaine de caractère A,G,T,C.



Figure III.6. Codage alphabétique. [19]

III.6.2.4. Le codage a base N

Un autre inconvénient majeur du codage binaire est présent : que se passe-t-il si les gènes correspondent a un ensemble discret de valeurs dont le cardinal n'est pas une puissance de 2 ? Il sera possible que des combinaisons binaires ne correspondant pas a un codage valide puissent apparaitre. Pour surmonter ce problème, d'autres chercheurs ont inventé un nouveau codage appelé codage a base N ou un chromosome est essentiellement constitue d'un ensemble d'éléments qui sont des chiffres exprimes dans une base de numération N en permettant de représenter N valeurs discrètes.



Figure III.7. Structure d'un chromosome en codage a base (n = 5). [20]

III.6.3. L'évaluation fitness :

L'opérateur d'évaluation n'est pas anodin. Il est utilisé par l'opérateur de sélection pour faire son choix des individus à conserver. Ainsi, pour mesurer les performances de chaque individu qui correspond à une solution donnée du problème à résoudre, on introduit une fonction d'évaluation. Elle permet de quantifier la capacité d'un individu à survivre en lui affectant un poids couramment appelé fitness. La force de chaque chromosome de la population est calculée afin que les plus forts soient retenus (étape de sélection) puis modifiés (croisement et mutation). La complexité de la fonction d'évaluation dépend essentiellement du problème et de ses contraintes. [22]

Ces deux derniers éléments, codage et évaluation, sont les seuls éléments
Spécifique au problème à résoudre. Une fois qu'ils sont fixés, l'algorithme génétique que l'on appliquera sera toujours le même. [20]

III.6.4. La Sélection :

L'opérateur de sélection est chargé de " favoriser" les meilleurs individus. Plus formellement, l'opérateur de sélection va générer à partir de la population courante une nouvelle population par copie des individus choisis de la population courante. La copie des chaînes s'effectue en fonction des valeurs de la fonction d'adaptation. Ce procédé permet de donner aux meilleures chaînes, une probabilité élevée de contribuer à la génération suivante. Cet opérateur est bien entendu une version artificielle de la sélection naturelle, la survie darwinienne des chaînes les plus adaptées.

Nous citons quelques méthodes utilisées pour la sélection des individus, qui vont se reproduire:

- Sélection par roulette (RWS : Roulette Wheel Selection).
- Sélection par Elitisme.
- Sélection par Rang.
- Sélection par Tournoi. [21]

III.6.4.1. Sélection par roulette (RWS : Roulette Wheel Selection) :

La sélection proportionnelle à l'adaptation introduite par Holland est la plus connue.
Elle consiste à attribuer à chaque chromosome i une probabilité de sélection définie par :

$$P_s(i) = \frac{f_{ad}(i)}{\sum_{j=1}^{N} f_{ad}(j)} \qquad \text{III. 1}$$

Ou : - f_{ad} désigne la fonction d'adaptation d'un chromosomes i.

- N est la taille de la population.

Ensuite, les parents sont choisis à l'aide de la roue de loterie pour laquelle chaque chromosome ou individu occupe une section dans la roue proportionnelle à sa fonction d'adaptation.

Cette sélection, basée uniquement sur la performance, présente l'inconvénient de favoriser la prolifération de "super-individus" et de faire disparaître de nombreux génotypes dans la population. Ce qui cause une convergence prématurée de l'algorithme et de diminuer la diversité des individus. [19]

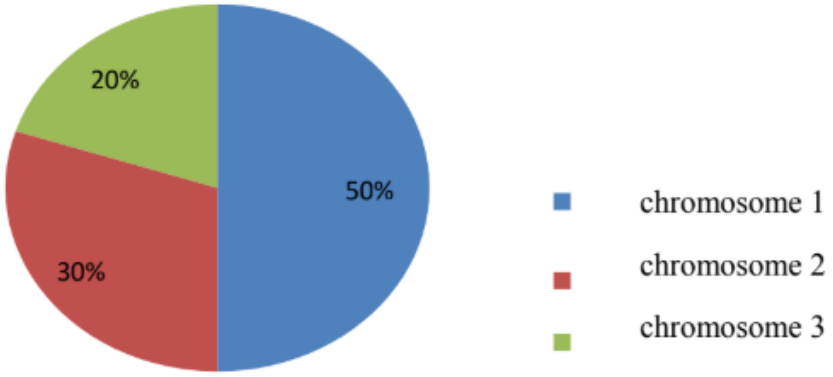


Figure III.8. Exemple de roue avec 3 chromosomes. [19]

III.6.4.2. Sélection par Tournoi :

Elle consiste à choisir aléatoirement deux ou plusieurs individus et à sélectionner le plus fort. ce processus est répété plusieurs fois jusqu'à l'obtention de N individus. L'avantage d'une telle sélection est d'éviter qu'un individu très fort soit sélectionné plusieurs fois. [20]

III.6.4.3. Sélection par Elitisme :

Les individus sont tries selon leur fonction d'adaptation, seule la moitié supérieure de la population correspondant aux meilleurs composants est sélectionnée, nous avons constatés que la pression de sélection est trop forte, il est important de maintenir une diversité de gènes pour

les utilise dans la population suivante et avoir des populations nouvelles quant on les combine. [21]

III.6.4.4. Sélection par rang :

Cette méthode consiste à ranger d'abord les individus selon un ordre (croissant ou décroissant de leurs performances) puis à attribuer (à l'aide d'une procédure) une probabilité de sélection en fonction de rang. Cette probabilité est proportionnelle à la performance. [25]

III.6.5. Opérateurs de croisement :

L'opérateur de croisement est un opérateur génétique qui permet à deux chromosomes parents de donner deux chromosomes enfants. Cet opérateur se produit selon une probabilité P_c fixée par l'utilisateur selon le problème à optimiser. A travers cette reproduction les chromosomes enfants héritent parties de patrimoine génétique de leurs parents. L'opérateur de croisement permet de créer de nouvelles séquences de gènes pour les chromosomes enfants à partir d'une base de configuration des séquences héritées des chromosomes parents.

Il existe plusieurs opérateurs de croisement qui dépendent essentiellement du type du codage et de la nature du problème à traiter. Pour le **codage binaire**, nous distinguons plusieurs opérateurs de croisement tels que le croisement à un point, le croisement multipoints. [25]

III.6.5.1. Croisement en un point :

Pour chaque couple, on choisit au hasard un point de croisement (figure III.9). Le croisement s'effectue directement au niveau binaire, et non au niveau des gènes. Un croisement peut être coupé au milieu d'un gène. [21]

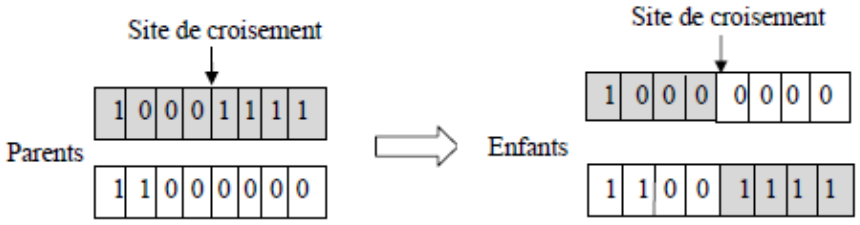


Figure III.9. Représentation schématique du croisement en un point.

III.6.5.2. Croisement en deux points :

On choisit au hasard deux points de croisements successifs. (figure III.10). Par la suite, nous avons utilisé cet opérateur car il est généralement considéré comme plus efficace que le précédent. [21]

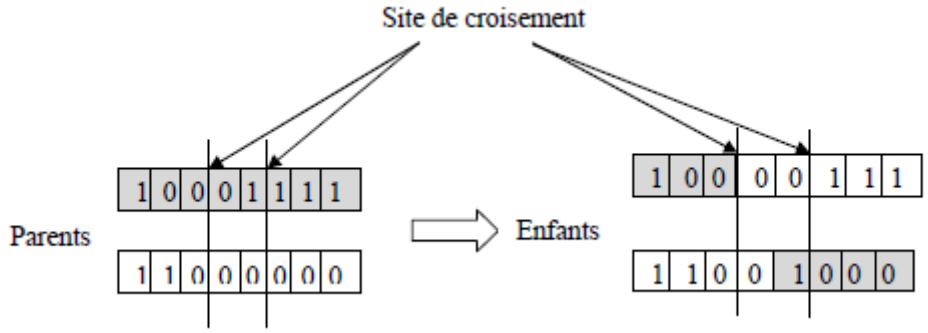


Figure III.10. Représentation schématique du croisement en deux points.

III.6.5.3. Croisement uniforme :

La mise en .œuvre de ce procédé est fort simple, elle consiste à définir de manière aléatoire un "Masque", c'est-à-dire une chaîne de bits de même longueur que les chromosomes des parents sur lesquels il sera appliqué. Ce masque est destiné à savoir, pour chaque locus, de quel parent le premier enfant Ch1 devra hériter du gène s'y trouvant ; si l'un des locus de masque présente un 000, l'enfant héritera le gène s'y trouvant du parent Pr1, s.il présente un 010 il en héritera du parent Pr2. La création du deuxième enfant Ch2 se fait de manière symétrique. Le schéma représentant le croisement uniforme est donné dans la (figure III.11). [24]

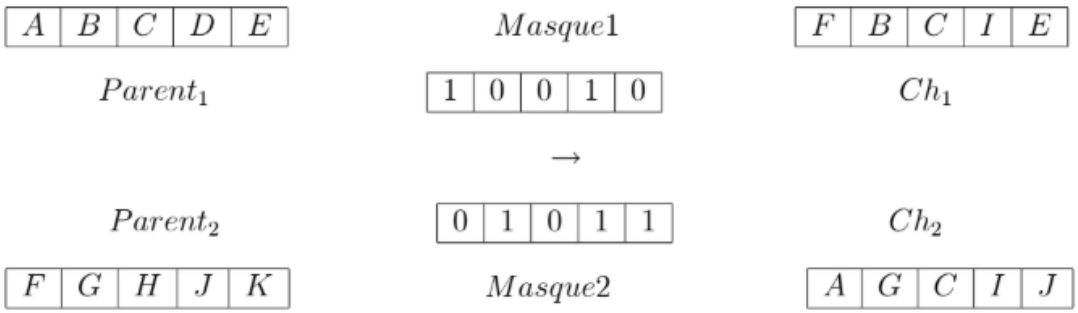


Figure III.11. Croisement uniforme

III.6.6. L'opérateur de Mutation :

Apres le croisement, un opérateur de mutation, est un opérateur qui agit sur la population des enfants, son rôle est de garantir une diversité dans la population générée en introduisant de nouveaux gènes au patrimoine génétique de la population et ce avec une probabilité Pm souvent très faible. Généralement, L'opérateur de mutation modifie de manière complètement aléatoire les caractéristiques d'un ou plusieurs individus de la population des enfants. [22]

III.6.6.1. Mutation en codage binaire

Dans un algorithme génétique simple, la mutation en codage binaire est la modification aléatoire occasionnelle (de faible probabilité) de la valeur d'un caractère de la chaîne. [22]

III.6.6.2. Mutation en codage réel

Pour le codage réel, les opérateurs de mutation les plus connus et les plus utilisés sont les suivants : [22]

- L'opérateur **d'inversion simple** : consiste à choisir aléatoirement deux points de Coupure et inverser les positions des bits situés au milieu.
- L'opérateur **d'insertion** : consiste à sélectionner au hasard un bit et une position dans le chromosome à muter, puis à insérer le bit en question dans la position choisie.
- L'opérateur **d'échange réciproque** : cet opérateur permet la sélection de deux bits et les inter changés. L'utilisation de probabilités ne signifie pas que la méthode n'est qu'une exploration aléatoire. Les AG utilisent des choix aléatoires comme des outils pour guider l'exploration à travers les régions de l'espace de recherche, avec une amélioration probable.

III.6.7. Les paramètres d'un AG

Les opérateurs d'un AG sont guidés par un certain nombre de paramètres fixés à l'avance. La valeur de ces paramètres a une grande influence sur la réussite ou non d'un AG. Les principaux sont : [23]

A. La taille de la population

Si la taille est très élevée, le temps de calcul peut s'avérer très important, par contre s'il est trop petit, l'algorithme peut converger rapidement vers une mauvaise solution.

B. Le nombre de générations

Le nombre de générations est un paramètre qui permet d'éviter de s'enliser dans une convergence partielle et permet d'arrêter l'AG lorsque le nombre maximal est atteint. Il est préférable qu'il soit assez grand afin de mieux visualiser la convergence de la solution.

C. La probabilité de croisement

La probabilité dépend généralement de la fonction de performance. Plus elle est élevée, plus la population subira des changements importants. En général, cette probabilité est comprise entre 0.5 et 0.9.

D. La probabilité de mutation

Cette probabilité est généralement faible puisqu'un taux élevé risquerait de conduire l'AG vers une solution non optimale. [23]

III.7. Applications de l'algorithme génétique :

Les applications des AG sont multiples :

- Optimisation des fonctions non linéaires complexes et discontinues où les méthodes classiques deviennent difficiles à appliquer.
- Réglage et optimisation des paramètres des contrôleurs des systèmes non linéaires afin d'améliorer la stabilité et les performances dynamiques.
- Commande des systèmes sous-actionnés tels que le pendule inversé, les systèmes crane et les robots mobiles.
- optimisation de fonctions numériques difficiles (discontinues…)
- optimisation d'emplois du temps, optimisation de design, contrôle de système industriel apprentissage des réseaux de neurones etc.
- Les AG peuvent être utilisées pour contrôler un système évoluant dans le temps (chaîne de production, centrale nucléaire…) car la population peut s'adapter à des conditions changeantes. [21]

III.8. Tests D'arrêt

Le critère d'arrêt indique que la solution est suffisamment proche de l'optimum. Plusieurs critères d'arrêt de l'algorithme sont possibles.

On peut arrêter l'algorithme après un nombre suffisant de générations pour que l'espace de recherche soit convenablement exploré. Ce critère peut s'avérer coûteux en temps de calcul si le nombre d'individus à traiter dans chaque population est important.

On arrête l'algorithme lorsque l'on estime que la population n'évolue pas assez rapidement. On peut supposer qu'on est suffisamment proche de l'optimum.

Il est à noter qu'aucune certitude concernant la bonne convergence de l'algorithme n'est assurée. Comme dans toute procédure d'optimisation l'arrêt est arbitraire, il nous faut donc exécuter plusieurs fois l'algorithme et de procéder à une analyse statistique des résultats. La solution obtenue « en un temps fini » constitue qu'une approximation de l'optimum. [24]

III.9. Les inconvénients des algorithmes génétiques :

- Nécessite beaucoup de temps de calcul.
- Ils sont le plus souvent difficiles à mettre en œuvre.
- Impossible d'être assuré que la solution trouvée est la meilleure.
- Problème de convergence vers un optimum local, si celui-ci est le plus majoritaire. [24]

III.10.Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons vu la méthode des algorithmes génétiques et les différents opérateurs génétiques. L'algorithme génétique correspondant à des méthodes d'optimisation, leur processus permet d'atteindre en théorie une bonne solution qui est la solution (optimale) en se basant sur le principe de l'évolution humaine.

Le calcul pour obtenir une nouvelle génération avec les algorithmes génétiques se décompose couramment en quatre parties : la sélection, le croisement, la mutation et la reproduction. A la fin de l'algorithme, une meilleure solution est engendrée.

CHAPITER IV :

Application de la commande proposée au système : « pont roulant »

IV.1. Définition d'un système sous actionné :

Un système mécanique est dit sous-actionné s'il admet moins d'actionneurs que de degrés de liberté, Cette restriction empêche une linéarisation par bouclage statique de la dynamique complète du système.[26]

IV.2. Modélisation d'un système sous actionné d'ordre deux :

Les équations différentielles décrivant la dynamique d'un système mécanique sont obtenues par l'application de l'équation d'Euler-Lagrange suivante :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial l}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial l}{\partial q} = F(q)\,u \qquad \text{IV.1}$$

Où u est le vecteur des forces externes et F(q) =(f_1(q) ; _ _ _ ; f m(q)) est la matrice correspondante, qui répartit les forces sur le système.

L'écriture de la formule précédente sous une forme vectorielle donne :

$$M(q)\ddot{q} + c(q,\dot{q})q + G(q) = F(q)\,u \qquad \text{IV.2}$$

Où M(q) est la matrice d'inertie et C (q ; $\dot{q}$) est une matrice composée des éléments c i j ; tel que

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \Gamma_{kj}^{i}(q)\,\dot{q}_k \qquad \text{IV.3}$$

C (q ; $\dot{q}$) $\dot{q}$ contient deux types d'éléments. Ceux qui font intervenir les produits $\dot{q}$i $\dot{q}$j pour i =j sont appelés forces centrifuges. Ceux qui correspondent aux indices i ≠ j sont les forces de Coriolis. Le vecteur G(q) représente les forces de gravité. Une propriété intéressante des systèmes mécaniques est que la matrice S_0= $\dot{M}$(q) - 2C (q ; $\dot{q}$) est antisymétrique. Cette propriété est utilisée par exemple pour démontrer la passivité de ces systèmes.[26]

Supposons par exemple que ( ) (F q = 0 ; u T) . Alors, les (n-m) premières équations de (IV.1) peuvent chacune être exprimées par des équations différentielles du second ordre de la forme :

$$\varphi(q,\dot{q},\ddot{q}) = 0 \qquad \text{IV.4}$$

Cette égalité contient les forces de Coriolis, centrifuge et de gravité. La forme générale des équations dynamiques des systèmes sous-actionnés peut être donnée par l'équation (IV.1)

Le vecteur de configuration est : q= $(q_1.q_2) \in R^{(n-m)} * R^m$

Où : $q_1 \; et \; q_2$ sont les vecteurs de configuration respectivement sous-actionnée et actionnée après répartition de la matrice d'inertie les dynamiques du système prennent la forme :

$$M_{11}(q)\ddot{q}_1 + M_{12}(q)\ddot{q}_2 + C_1(q,\dot{q}) + G_1(q) = 0 \qquad \text{IV.5}$$

$$M_{21}(q)\ddot{q}_1 + M_{22}(q)\ddot{q}_2 + C_2(q,\dot{q}) + G_2(q) = u \qquad \text{IV.6}$$

Tel que : $M\ i\ j\ (i,j \in \{1,2\})$: sont les éléments de la matrice d'inertie M

$c_1, i \in \{1,2\}$sont les éléments de la matrice C

G_i , $i \in \{1,2\}$ sont les éléments du vecteur G

IV.3. Application de la commande synergétique sur un système sous actionné :

Le système sous actionné, sur lequel on va appliquer la commande synergétique est le pont roulant (Crane), ce dernier est décomposé en deux sous-systèmes, selon la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = b_1 u + f_1 + d \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = b_2 u + f_2 + d \end{cases} \qquad \text{IV.7}$$

Tels que : ,f_1, f_2, b_1 et b_2 Sont des fonctions non linéaires données par :

$$f_1 = \frac{(-l*m*g*\sin x_3*\cos x_3)+(m1*l^2*\sin x_3*x_4^2)}{l} * b_1 \qquad \text{IV.8}$$

$$f_2 = \frac{(m+M)*g-(m*l*\cos x_3*x_4^2)*\sin x_3}{l} * b_1 \qquad \text{IV.9}$$

$$b_1 = \frac{1}{M+(m*(\sin x_3)\wedge 2)} \qquad \text{IV.10}$$

$$b_2 = -\frac{\cos x_3}{l} * b_1 \qquad \text{IV.11}$$

Où $x_1 = x$ c'est le déplacement du chariot et$x_3 = \theta$ c'est l'angle du pendule, g =9.8 m/s^2 l'accélération dû à la gravité, M la masse du chariot, m et L sont respectivement la masse et la longueur du pendule et U c'est le signal de commande.[26]

D'après cette représentation, on peut déduire trois macro-variables Ψ_1 , $\Psi_2$et Ψ_3 données par :

$$\begin{cases}\psi_1 = \lambda_1 e_1 + \dot{e}_1 = \lambda_1 e_1 + e_2 \\ \psi_2 = \lambda_2 e_3 + \dot{e}_3 = \lambda_2 e_3 + e_4 \\ \psi_3 = \psi_1 + \lambda_3 \psi_2 \end{cases} \quad \text{IV. 12}$$

Tels que :

$$\begin{cases} e1 = x_1 - x_{1d} \\ e2 = x_2 - \dot{x}_{1d} \\ e3 = x_3 - x_{3d} \\ e4 = x_4 - \dot{x}_{3d} \end{cases} \quad \text{IV.13}$$

x_1 et $x_2$des signaux de référence

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 - \dot{x}_{1d} \\ \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} = f_1 + g_1 - \ddot{x}_{1d} \\ \dot{e}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} = x_4 - \dot{x}_{3d} \\ \dot{e}_4 = \dot{x}_4 - \ddot{x}_{3d} = f_2 + g_2 - \ddot{x}_{3d} \end{cases} \quad \text{IV.14}$$

D'après l'équation (II.4) On peut faire sortir l'expression de la commande U

On a :

$$\dot{\psi} = -\frac{\psi}{T} = \dot{\psi}_3 \quad \text{IV.15}$$

$$\Longrightarrow \dot{\psi} = \dot{\psi}_1 + \lambda_3 \dot{\psi}_2 \quad \text{IV.16}$$

$$=\dot{\psi} = \dot{\psi}_3 = \lambda_1 \dot{e}_1 + \dot{e}_2 + \lambda_3(\lambda_2 \dot{e}_3 + \dot{e}_4) \quad \text{IV.17}$$

$$\dot{\psi} = [\lambda_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) + f_1 + g_1 u + d - \ddot{x}_{1d}] + \lambda_3[\lambda_2(x_4 - \dot{x}_{3d}) + f_2 + g_2 u - \ddot{x}_{3d}] = -\frac{\psi}{\mathrm{T}}$$

IV.18

$$\dot{\psi} = (\lambda_1 x_2 - \lambda_1 \dot{x}_{1d} + f_1 + g_1 u + d - \ddot{x}_{1d}) + (\lambda_3 \lambda_2 x_4 - \lambda_3 \lambda_2 \dot{x}_{3d} + \lambda_3 f_2 + \lambda_3 g_2 u - \lambda_3 \ddot{x}_{3d}) = -\frac{\psi}{\mathrm{T}} \quad \text{IV.19}$$

$$u = -\left[\frac{\psi}{\mathrm{T}} + \lambda(x_2 - \dot{x}_{1d}) + (f_1 + d - \ddot{x}_{1d}) + \lambda_3 \lambda_2 (x_4 - \dot{x}_{3d}) + \lambda_3 (f_2 + d - \ddot{x}_{3d})\right] * \frac{1}{g_1 + \lambda_1 g_2}$$

IV.20

IV.3.1 Résultats de simulation pour la commande synergétique :

Les paramètres du système pont roulant sont donnés par : M=2 ; m=0.1 ; L=0.25 ; g=9.81 ;

A- Cas sans perturbation : les conditions initiales sont données par : x= [0.5 ;0 ;$\frac{\pi}{6}$;0]

$x_d =$ [3 ; 0 ; 0 ; 0] .

Les constants de la commande sont donnés par : λ_1= 0.25 ; λ_2 = 6 ; λ_3 = 1.5 ; T = 0.5

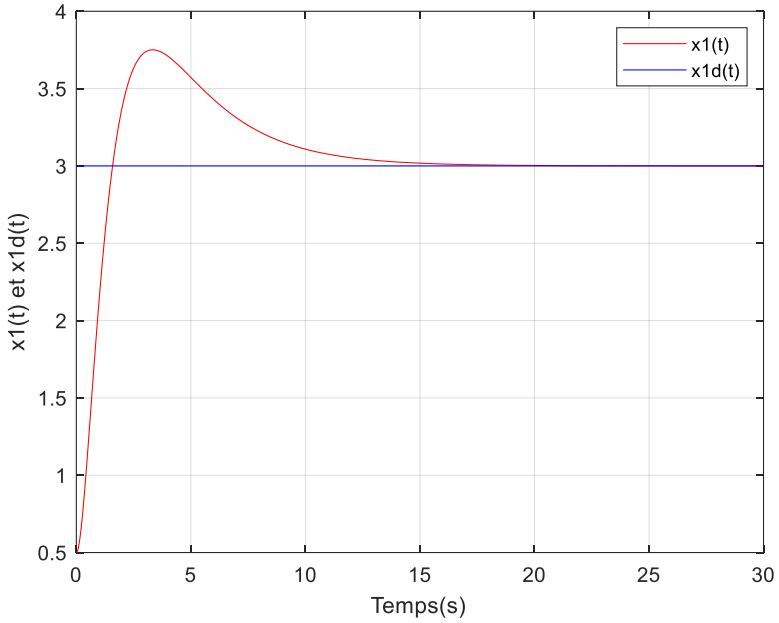


Figure IV.1 : Évolution du signal $x_1(t)$ par rapport à sa référence $x_{1d}(t)$

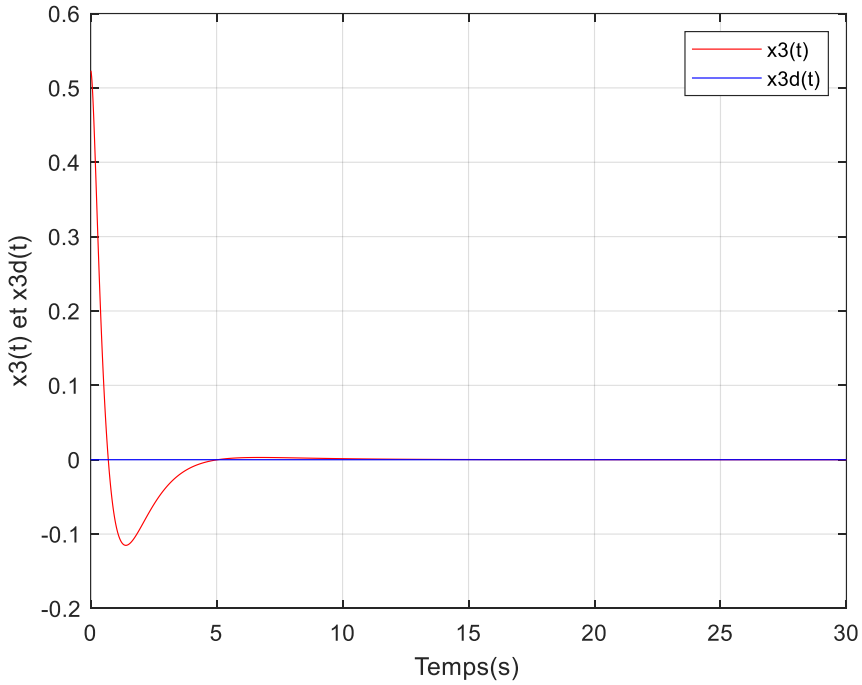


Figure IV.2 : Évolution du signal $x_3(t)$par rapport à sa référence $x_{3d}(t)$

D'après les figures IV.1 et IV.2 Les résultats numériques montrent que les variables d'état convergent vers leurs valeurs de référence avec un bon temps de réponse

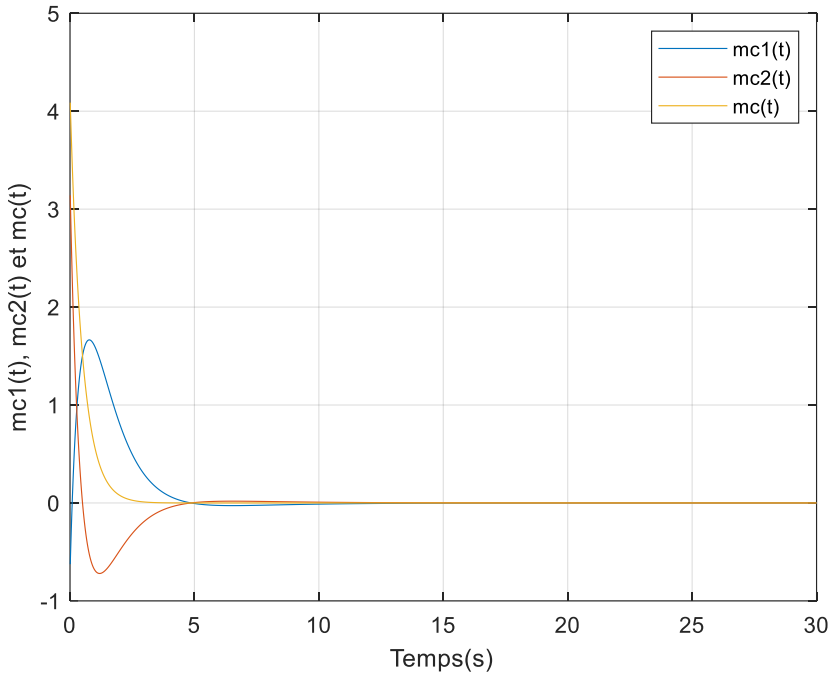


Figure IV.3 : les macros variables ψ_1 , ψ_2 et ψ

Les macro-variables ψ_1, ψ_2 et ψ convergent vers zéro après une phase transitoire de courte durée. Cette évolution confirme la stabilité du système ainsi que l'efficacité de la loi de commande,appliquée

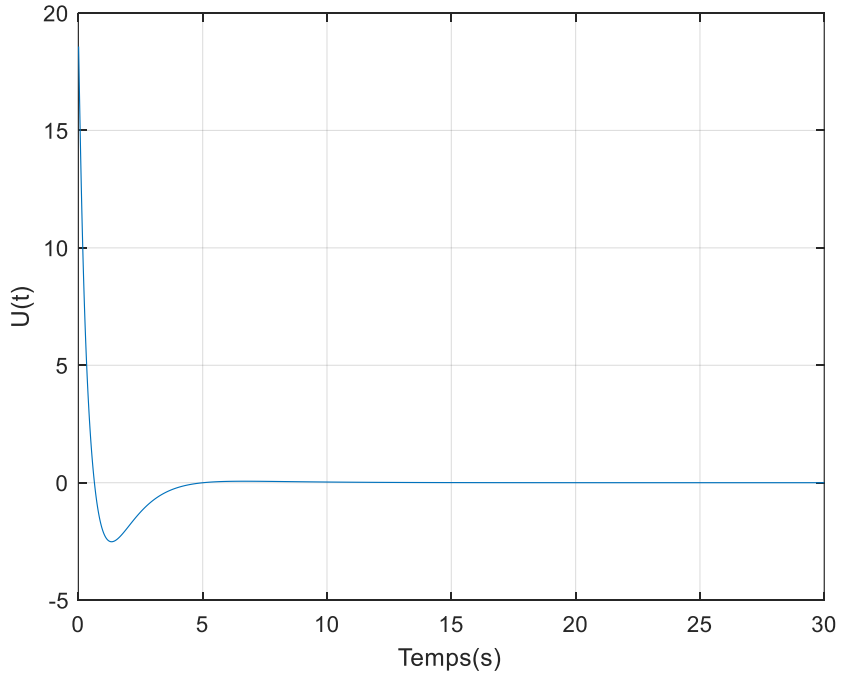


Figure IV.4 : le signal de la commande U(t)

D'après la figure IV.4 on peut voir que le signal de la commande est lisse et montre une décroissance exponentielle initiale suivie d'une phase de stabilisation asymptotique.

B-Cas Avec Perturbation : : les conditions initiales sont données par : x= [0.5 ;0 ;$\frac{\pi}{6}$;0] , $x_d = [3\,;0\,;0\,;0\,]$.

Dans cette simulation on a appliqué une perturbation externe d(t) durant l'intervalle [10s-12s] et une incertitude paramétrique Δm , tels que d(t) =0.01sin(t) , $m_{incertain} = m + \Delta m$

Les constants de la commande sont donnés par : λ_1 = 0.25 ; λ_2 = 6 ; λ_3 = 1.5 ; T = 0.5

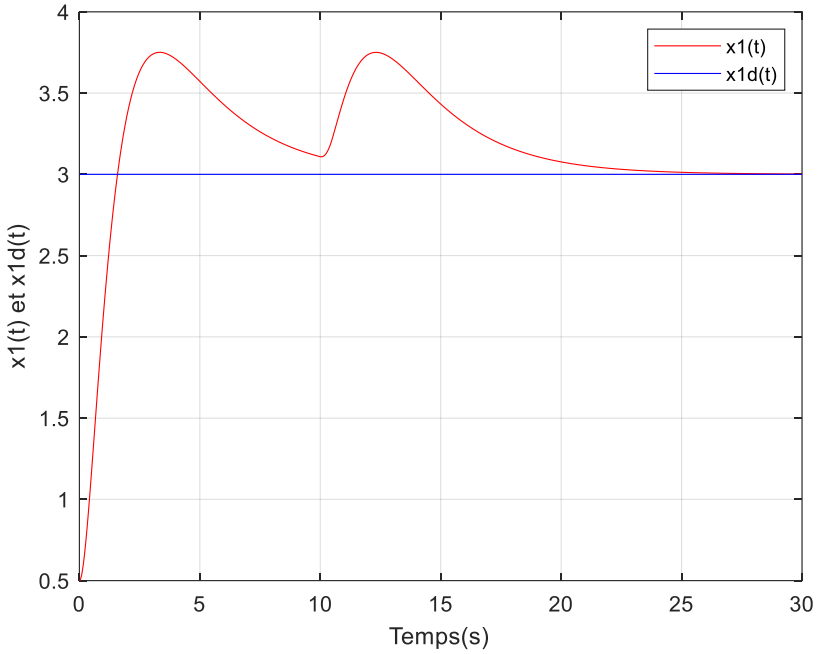


Figure IV.5 : Évolution du signal $x_1(t)$ par rapport à sa référence $x_{1d}(t)$

On observe une phase transitoire initiale avec un léger dépassement avant la convergence vers la consigne à t ≈ 8 s, Après avoir appliqué la perturbation et l'incertitude paramétrique le système réagit efficacement, démontrant une capacité de régulation robuste avec un bon retour à l'équilibre .

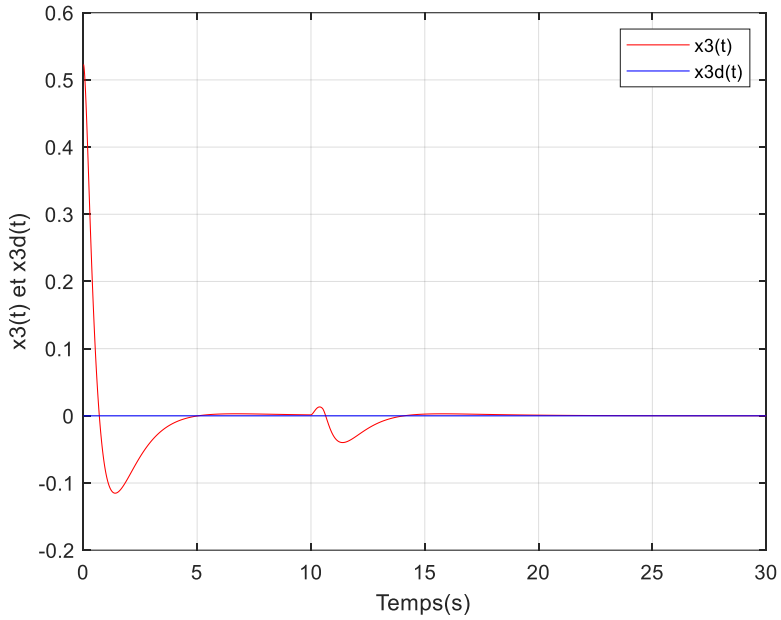


Figure IV.6 : Évolution du signal $x_3(t)$ par rapport à sa référence $x_{3d}(t)$

Dans la figure (IV.6) Le système présente un comportement oscillatoire amorti au démarrage, stabilisant la variable x=3s à sa valeur de référence nulle. La perturbation appliquée est rapidement compensée, illustrant la stabilité asymptotique de la loi de commande choisie

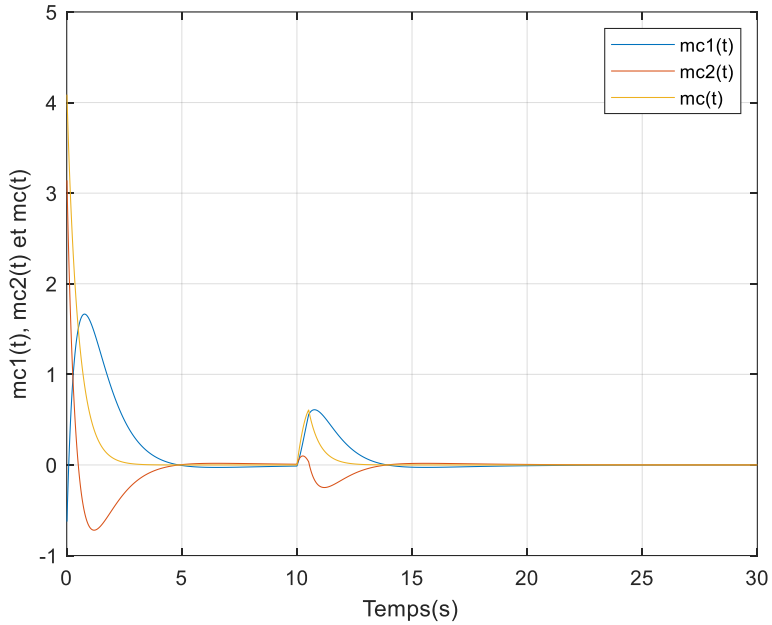


Figure IV.7 : les macros variables ψ_1 ,ψ_2 et ψ

Les courbes de la figure (IV.7) montrent l'adaptation en temps réel des paramètres du modèle. On note une convergence rapide vers des valeurs stationnaires après le régime transitoire initial. La réactivation de l'adaptation à t = 10 s confirme la réactivité du mécanisme d'estimation face aux variations de la dynamique du système.

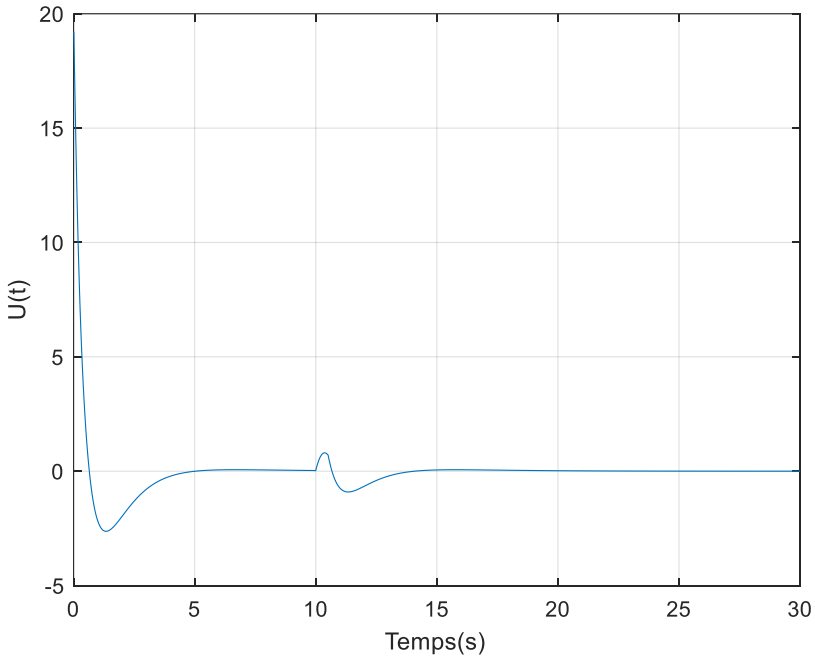


Figure IV.8 : le signal de la commande U(t)

Dans la figure Le signal U(t) présente une amplitude initiale importante nécessaire pour amorcer la convergence, suivie d'une stabilisation à une valeur quasi nulle en régime permanent. L'action correctrice à t = 10 s reste modérée et sans saturation, ce qui témoigne d'une commande à la fois efficace et énergétiquement efficiente.

IV.4 . Application de l'algorithmes génétique à la commande du système Pont Roulant

IV.4.1. Objective de la commande

La commande synergétique consiste à ajuster simultanément plusieurs paramètres de contrôle (par exemple les gains proportionnels, dérivatifs ou intégratifs dans un contrôleur combiné) afin de :

- Maintenir la stabilité de pendule du Pont Roulant.
- Suivre une trajectoire souhaitée pour le Pont Roulant.

- Minimiser la consommation d'énergie ou l'effort de contrôle

L'optimisation de ces gains peut être donnée comme un problème d'optimisation non linéaire multi-objectif :

$$minJ(K) = \int_0^T [w1(x(t) - x_d(t))^2 + w2(\theta(t) - \theta_d(t))^2 + w3u(t)^2]dt \quad \text{IV.21}$$

Où :

- $K = [K_1, K_2, K_3, K_4]$ Est le vecteur des gains à optimiser
- $u(t)$ Est la commande appliquée au Pont Roulant
- $w1, w2, w3$ Sont les pondérations des différents critères

IV.4.2. Formulation de l'algorithme génétique pour la commande synergétique

Dans la formulation d'un AG, on doit prendre en compte les points suivants :

- Choisir l'individu (solution) : vecteur de gains $K = [K_1, K_2, K_3, K_4]$
- Choisir le nombre de Populations : ensemble de N vecteurs de gains
- Formulation de la fonction coût : combinaison de l'erreur de poursuite et de l'énergie de commande
- Respecter les contraintes : limites supérieures et inférieures sur les gains pour éviter une commande excessive.

a- La Population

$$Population = \{Ki \in Rn \mid i = 1, \dots, Np\} \quad \text{IV.22}$$

Tels que :

- Np : taille de la population
- n : nombre de gains à optimiser

b- L'Évaluation de fitness

$$fitness(Ki) = J(Ki) \quad \text{IV.23}$$

Plus le coût est faible, plus le fitness est faible.

c- La Sélection

- Méthodes courantes utilisé : **roulette wheel**, **tournoi**
- Choisir les meilleurs Ki pour reproduction.

d- Le Crossover (recombinaison)

Pour deux parents Ki, Kj :

$$Enfant = \alpha Ki + (1-\alpha)Kj, \quad \alpha \in [0,1] \qquad \text{IV.24}$$

e- La Mutation

Chaque gain peut subir une mutation aléatoire :

$$K_{i,k}^{new} = K_{i,k} + \delta, \ \delta \sim U(-\delta max, \delta max) \qquad \text{IV.25}$$

IV.4.3 L'Organigramme de l'algorithme génétique généré :

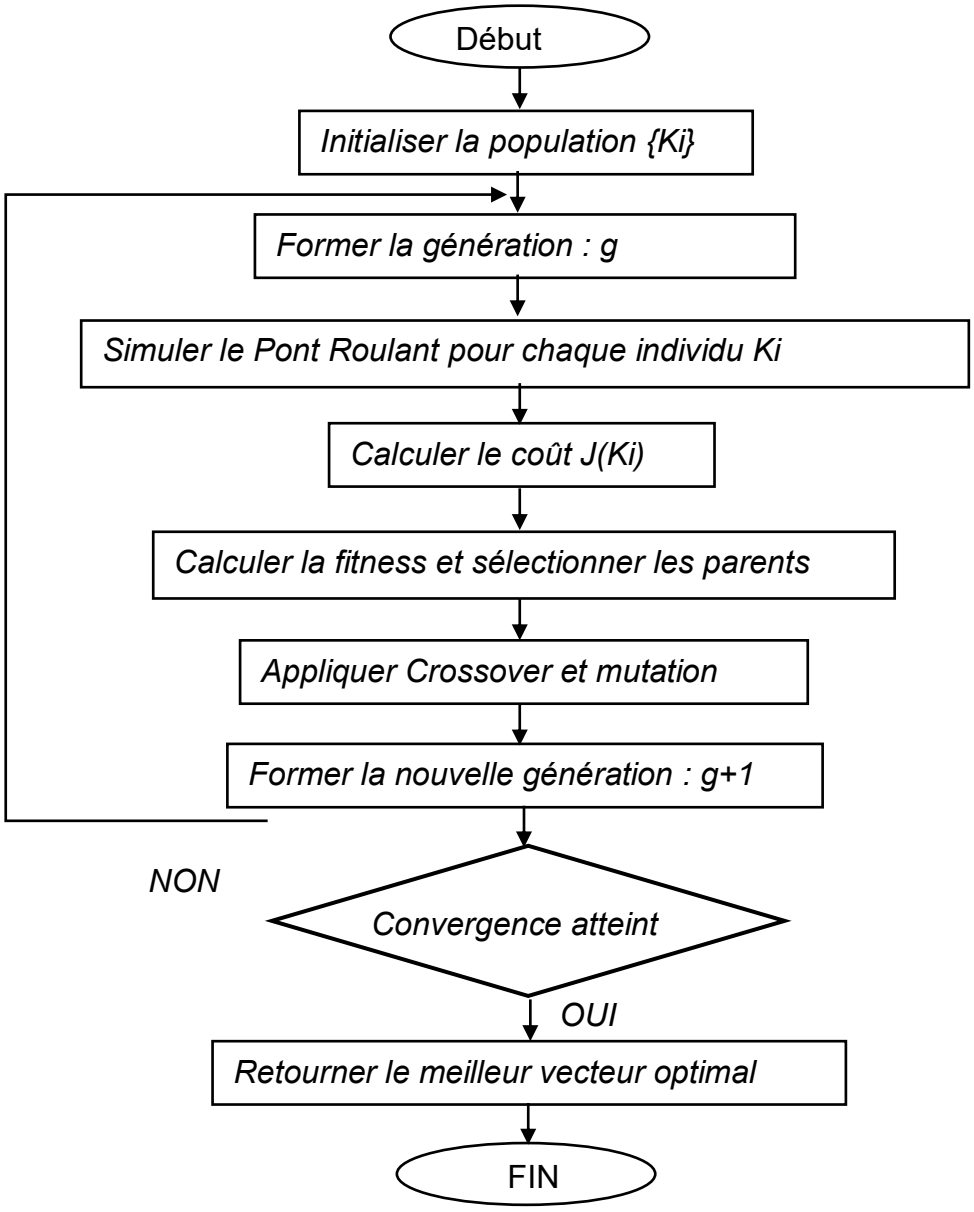


Figure IV.9: L'organigramme de l'algorithme génétique du Pont Roulant

IV.2.4. Résultats de simulation de l'algorithme génétique

A- Cas sans perturbation :

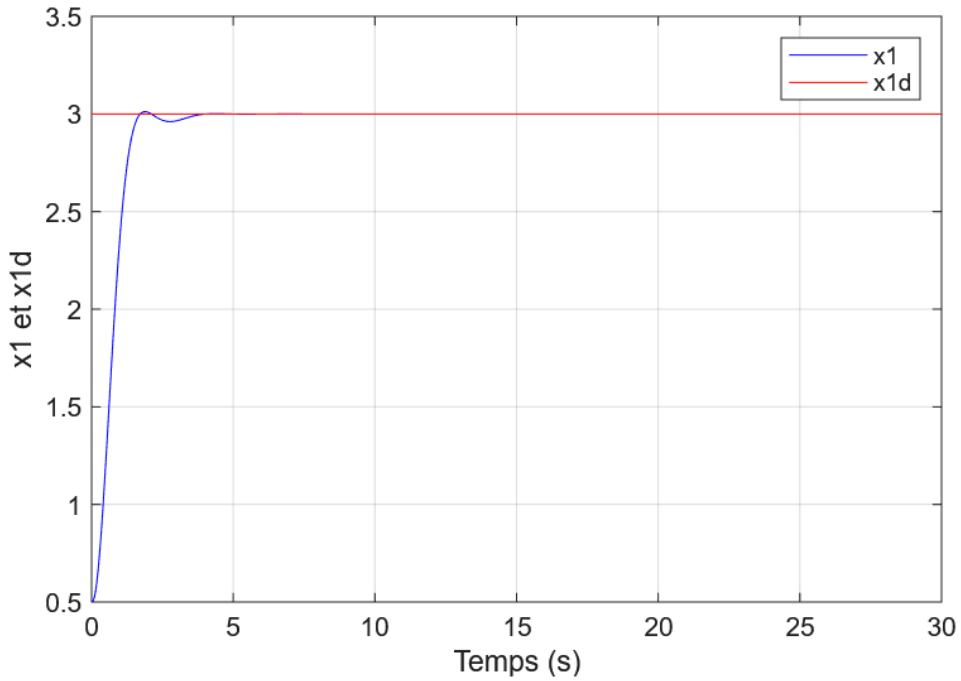


Figure IV.10 : Évolution du signal $x_1(t)$ par rapport à sa référence $x_{1d}(t$

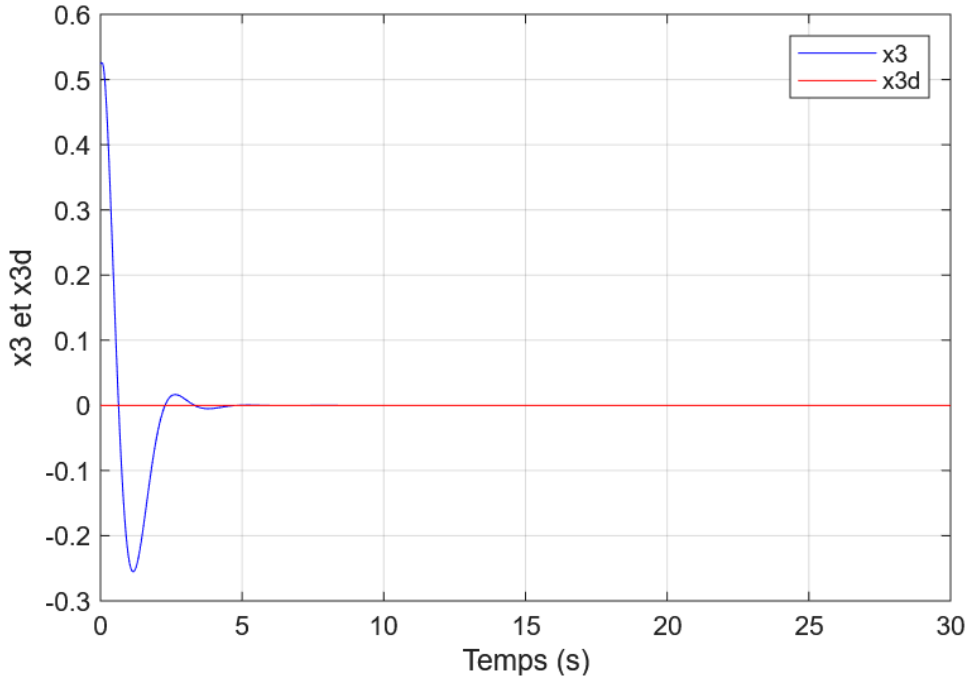


Figure IV.11 : Évolution du signal $x_3(t)$ par rapport à sa référence $x_{3d}(t)$

Les deux figures (IV.10) et (IV.11) montrent une bonne performance du système de commande. La première courbe indique que la sortie$x_1(t)$ suit rapidement la consigne $x_{1d}(t)$ avec un faible dépassement et un temps de stabilisation très courte par rapport a la commande synergétique, et avec une bonne précision de suivi. La deuxième figure montre que l'angle $x_3(t)$ converge rapidement vers la valeur désirée $x_{3d}(t)$avec de petites oscillations amorties, ce qui confirme la stabilité et l'efficacité du contrôleur appliqué au système

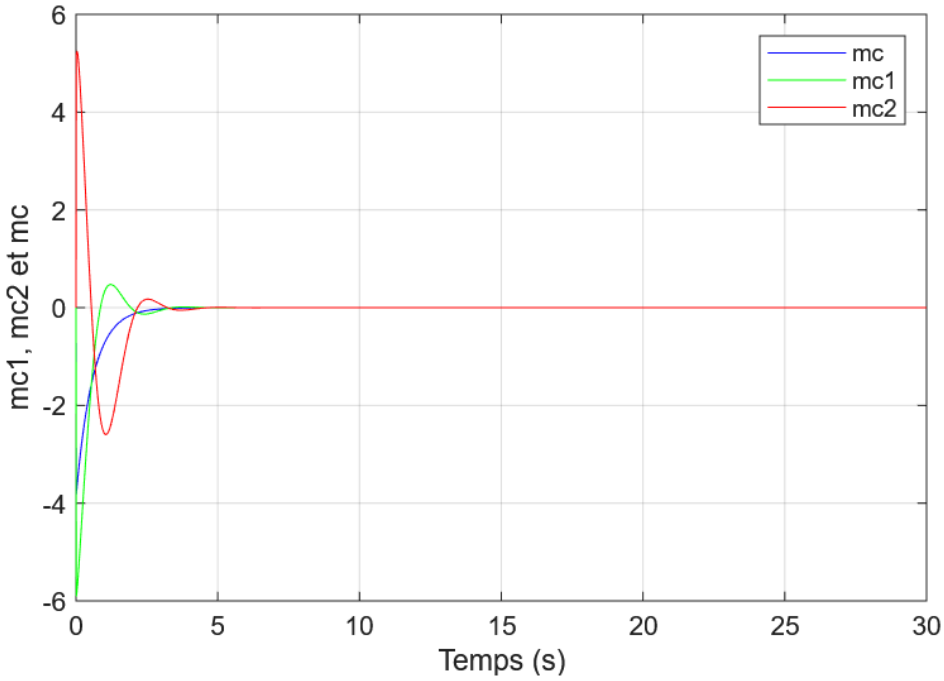


Figure IV.12 : les macros variables Ψ_1 , Ψ_2 et Ψ

Dans la figure (IV.12) On observe des variations au début de la réponse avec quelques oscillations transitoires, puis les trois signaux convergent rapidement vers zéro après quelques secondes

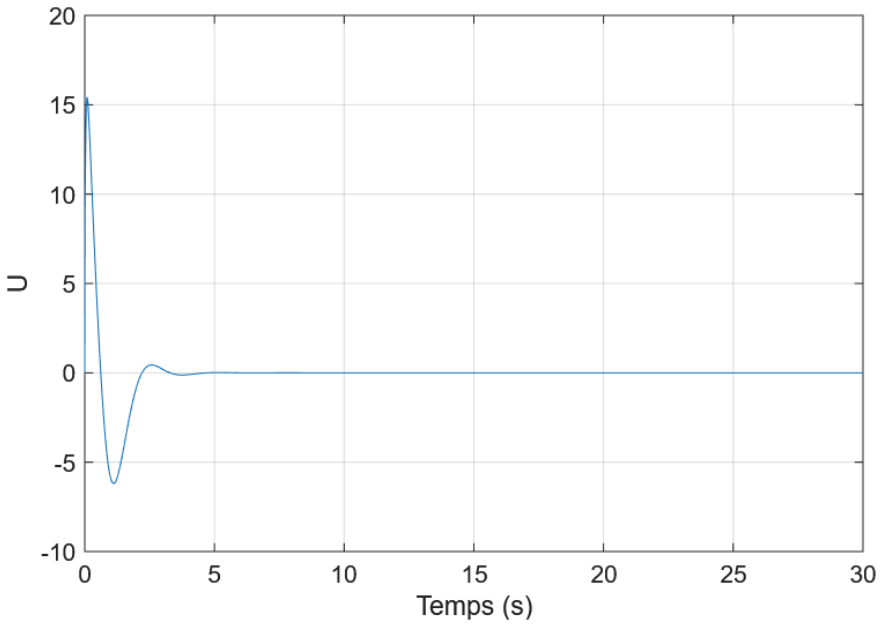


Figure IV.13 : le signal de la commande U(t)

D'après la figure IV.13 on peut voir que la Commande est robuste tout en et bien optimisée sur le plan énergétique assurant un amortissement rapide et efficace des oscillations

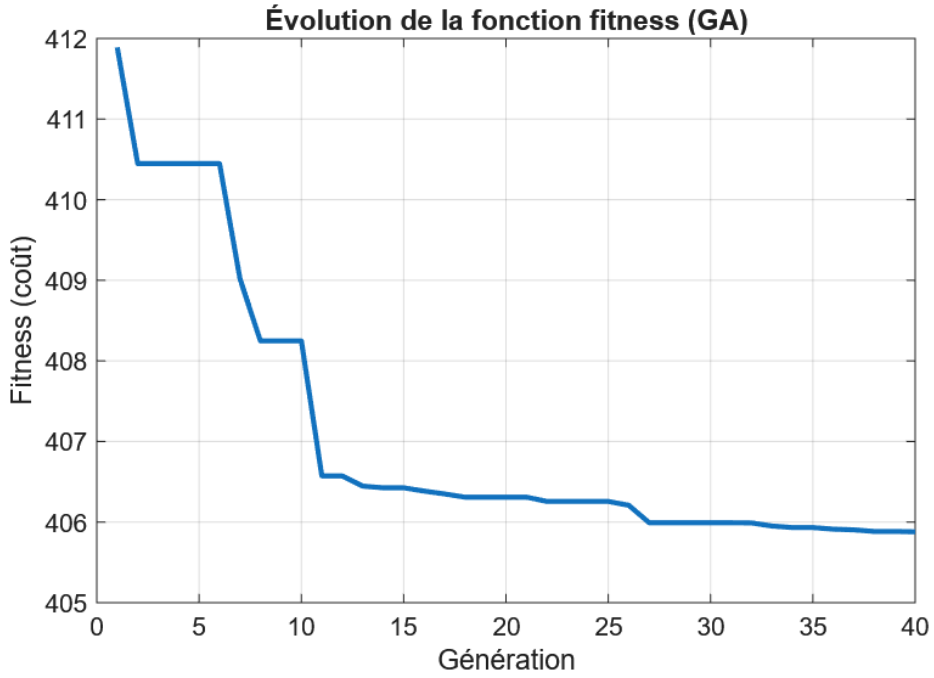


Figure IV.14 : Évolution de la fonction fitness (GA)

Convergence de la fonction fitness (coût) par Algorithme Génétique.

Le graphique de la figure (IV.14) illustre l'évolution du coût au fil des générations. On observe une phase de minimisation rapide et par paliers durant les 11 premières générations, où le coût chute de (411.9) à moins de (407) . Au-delà de la 12ème génération, l'algorithme entre dans une phase d'affinement plus lente, montrant une stabilisation asymptotique autour de (405.9). Ce profil en escalier est caractéristique de la convergence globale du l'algorithme génétique vers une solution optimale stable en 40 générations.

B- Cas avec perturbation :

Les conditions initiales :

La perturbation externe appliquée durant l'intervalle [10s-12s]est elle est exprimée par : $d(t) = 0.01 * sin(t)$,

L'incertitude paramétrique est modélisée comme une variation de la masse du pendule du système de pont roulant. Elle est exprimée par : $m_{incertain} = m + \Delta m$

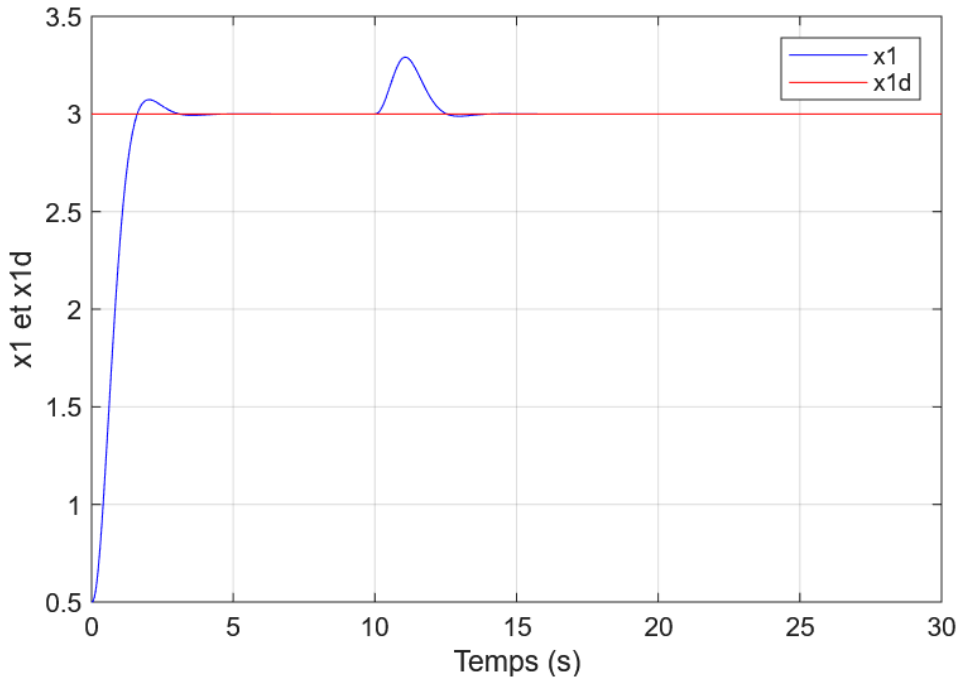


Figure IV.15 : Évolution du signal $x_1(t)$ par rapport à sa référence $x_{1d}(t)$

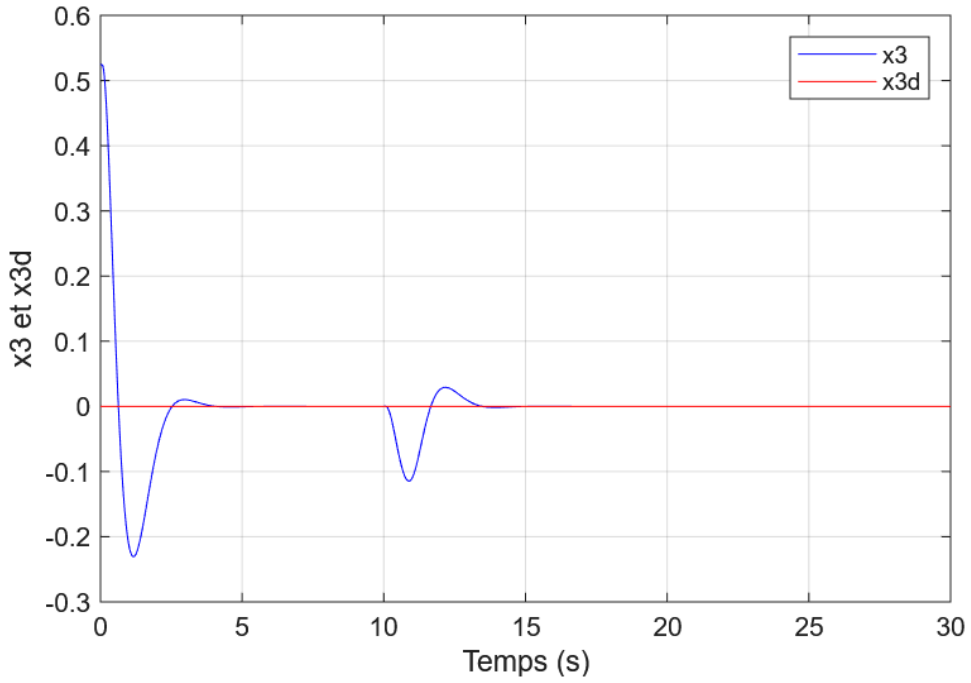


Figure IV.16 : Évolution du signal $x_3(t)$ par rapport à sa référence $x_{3d}(t)$

D'après les figures IV.15 et IV.16on peut dire que la loi de commande appliquée est

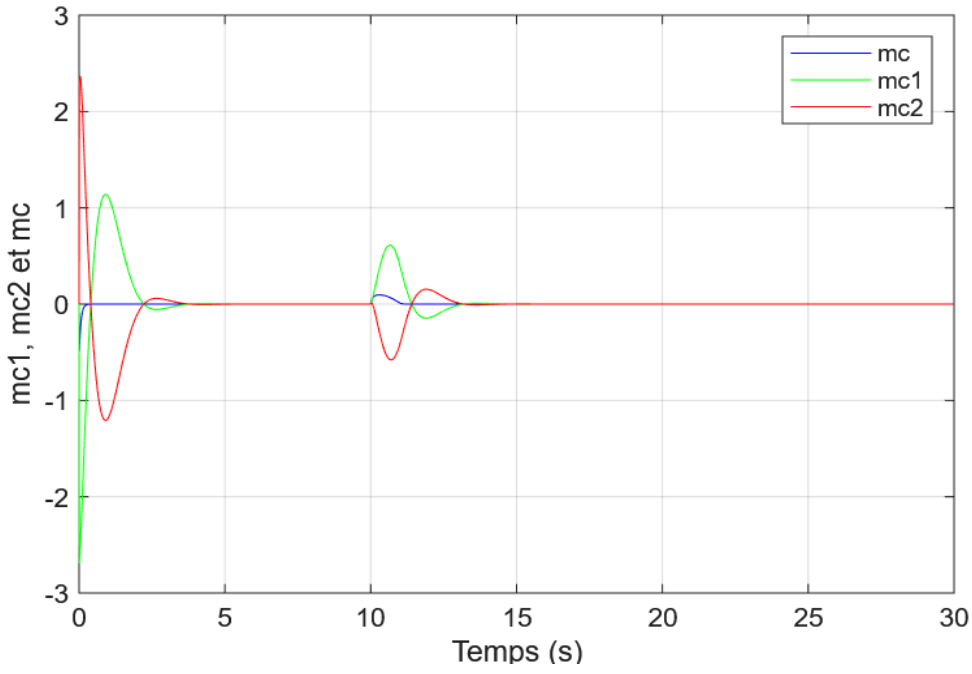


Figure IV.17 : les macros variables ψ_1 , ψ_2 et ψ

performante. Elle assure non seulement une stabilité rapide et précise avec une erreur statique nulle en régime permanent, mais elle fait également preuve d'une excellente robustesse grâce à sa capacité à rejeter efficacement les perturbations externes.

D'après la figure IV.17 on voit que les macro variables sont stable et convergent rapidement vers zéro même après avoir appliqué la perturbation et l'incertitude paramétrique

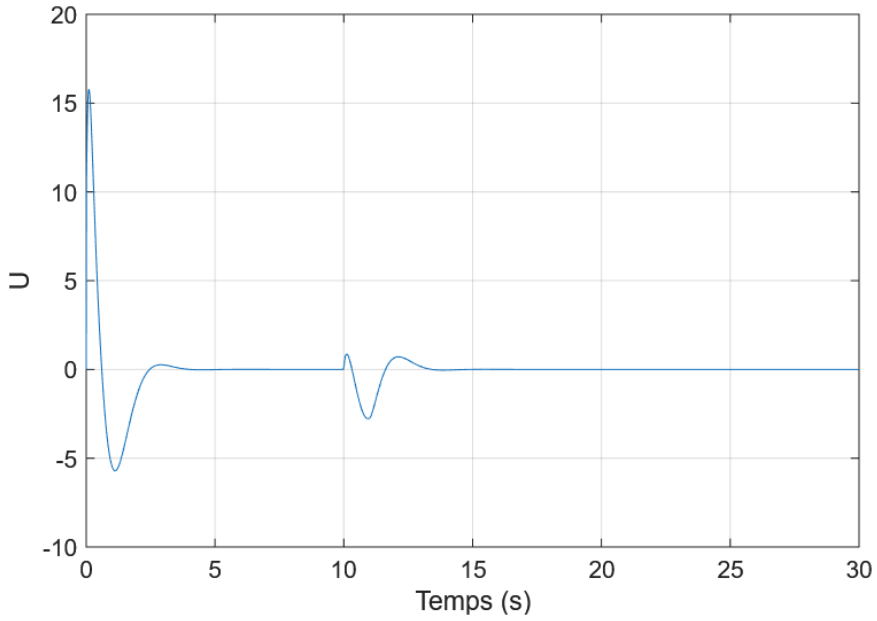


Figure IV.18 : le signal de la commande U(t)

La figure IV.18 montre la capacité à rejeter promptement la perturbation injectée à t = 10s et à ramener le signal à sa valeur d'équilibre U = 0 en un temps très court (≈ 4s) confirme la robustesse et le dynamisme du régulateur choisi.

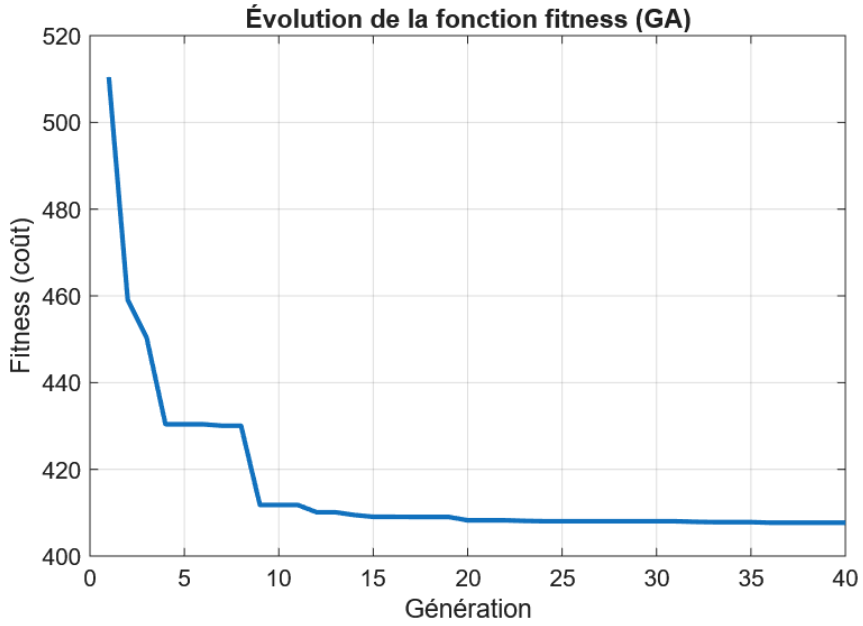


Figure IV.19 : Évolution de la fonction fitness

La figure IV.19 montre l'évolution de la fonction fitness (coût) de l'algorithme génétique en fonction du nombre de générations. On observe une diminution rapide du coût durant les premières générations, passant d'environ 510 à 430, ce qui indique une amélioration importante des solutions trouvées. Ensuite, la décroissance devient plus lente jusqu'à la stabilisation autour de la valeur 408 à partir de la 20e génération. Cette convergence prouve l'efficacité de l'algorithme génétique à optimiser la fonction objective et à atteindre une solution quasi optimale avec une bonne stabilité.

IV.5.Conclusion:

Dans ce chapitre nous avons présenté le système du pont roulant appartenant a la classe des systèmes sous actionnés d'ordre deux, ainsi que sa modélisation et sa représentation d'état , puis nous avons appliquée la commande synergétique au système, pour les deux cas sans et avec perturbations. Dans la deuxième partie, on a introduit la méthode des algorithmes génétique.et.l'application.au.même.système.

Dans le cadre de notre étude, cette méthode d'optimisation est utilisée pour déterminer les gains optimaux du contrôleur synergétique du système pont roulant, tout en évitant les méthodes classiques.de.calcul.

Les résultats de simulation montrent que l'utilisation des Algorithmes Génétiques pour l'optimisation des paramètres de la commande synergétique permet d'améliorer considérablement les performances du système. Grâce au principe de sélection et d'évolution des meilleures solutions, le système devient plus stable, plus précis et présente une meilleure réponse dynamique par rapport aux résultats obtenus avec la commande synergétique utilisée seule.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce travail de recherche était consacré au développement et à l'application d'une stratégie de commande robuste dédiée aux systèmes non linéaires, offrant ainsi une alternative performante aux approches de commande conventionnelles.

Cette étude se base sur trois contributions principals, en commençant par des fondements théoriques où nous avons exposé les concepts essentiels liés aux systèmes non linéaires, tout en mettant en évidence leurs spécificités, ainsi que leurs limites face aux correcteurs linéaires, et en présentant les outils d'analyse qualitative indispensables tels que l'étude des points d'équilibre et le plan de phase, puis en poursuivant.

Avec la synthèse de la commande synergétique, au cours de laquelle nous avons conçu une loi de commande, dont l'efficacité s'est traduite par une amélioration de la robustesse du système, vis-à-vis des incertitudes paramétriques et des perturbations extérieures, tout en simplifiant l'architecture du contrôleur, cette approche ayant été validée sur le système du pont roulant, confirmant ainsi la pertinence de la méthode.

Enfin en intégrant une étape d'optimisation par algorithme génétique afin d'améliorer encore les performances en couplant cette commande à une technique méta-heuristique permettant un réglage plus efficace des paramètres. L'algorithme génétique a ainsi été exploité pour ajuster de manière optimale les paramètres du contrôleur synergétique appliqué à un système sous-actionné complexe (un pont roulant).

Les résultats des simulations numériques valident l'efficacité de la double approche (commande synergétique et optimisation), traduisant une nette amélioration de la stabilité du système, tant en régime transitoire qu'en régime permanent et garantissant un excellent rejet des perturbations.

Pour prolonger cette étude, plusieurs axes de recherche prometteurs peuvent être envisagés :

- Évaluer et adapter l'optimisation en confrontant le système à l'action simultanée de multiples perturbations combinées, afin de se rapprocher des conditions industrielles réelles.
- Estimation d'état : Intégrer un observateur d'état pour les configurations où certaines variables internes du système ne sont pas directement mesurables.

Bibliographie

[1] A. M. Lyapunov, Le problème général de la stabilité du mouvement. Londres, Royaume-Uni : Taylor & Francis, 1992.

[2] H. K. Khalil, Systèmes non linéaires, 3e éd. Upper Saddle River, NJ, États-Unis : Prentice Hall, 2002.

[3] J. J. E. Slotine et W. Li, Commande non linéaire appliquée. Englewood Cliffs, NJ, États-Unis : Prentice Hall, 1991.

[4] S. Sastry, Systèmes non linéaires : analyse, stabilité et commande. New York, NY, États-Unis : Springer, 1999.

[5] M. Vidyasagar, Analyse des systèmes non linéaires, 2e éd. Philadelphie, PA, États-Unis : SIAM, 2002.

[6] H. Nijmeijer et A. J. van der Schaft, Systèmes de commande dynamiques non linéaires. New York, NY, États-Unis : Springer, 1990.

[7] K. J. Åström et R. M. Murray, Systèmes à rétroaction : une introduction pour les scientifiques et les ingénieurs. Princeton, NJ, États-Unis : Princeton University Press, 2008.

[8] P. Siarry, Automatique de base. Paris, France : Ellipses, 1993.

[9] Mebarki Ilyas et Bendjebel Hamza, Commande robuste et optimale d'un système sous-actionné, Université mohamed El bachir El Ibrahimi – Bordj Bou Arréridj, 25 juin 2022

[10] BOUCHAMA Ziyad, Stabilisateurs Synergétiques des Systèmes de Puissance, thèse doctorat en sciences, Université Ferhat Abbas – Setif, 12 december 2013.

[11] BENABIDA Farid et FITAH Lahcen , Commande synergétique et modélisation floue de type takagi-Sugeno appliquées aux systèmes hyper chaotiques, Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi – Bordj, 2021/2022.

[12] YAHI ABDENOUR, contribution à la commande robuste synergétique et à structures variables floue d'un moteur asynchrone à cage, Université houari boumediene – Alger, 20 juin 2011.

[13] BOUKHALFA Abdelouaheb, Contribution à la commande adaptative floue pour les systèmes non linéaires discrets incertains, thèse doctorat en sciences, Université Ferhat Abbas – Setif, 02 mai 2019.

[14] E. Santi, A. Monti, Donghong. Li, K. Proddutur, Roger A. Dougal, Synergetic Control for DC-DC Boost Converter: Implementation Options, in Proc of the IEEE IEEE Transactions on Industry Applications, Volume 39, Issue 6, 2003, pages 1803-1813, University of South Carolina.

[15] LARIBI Malika, Commandes robustes à structures variables et synergétique dun moteur asynchrone, Ecole nationale polytechnique – El-Harrach, Alger, Février 2008.

[16] NETTARI Yakoub, Commandes robustes et intelligentes des convertisseurs DC-DC, mémoire de magister en electrotechnique, Université Ferhat Abbas – Setif, 30 october 2014.

[17] Ould Sass Mohamed, Commande synergétique d'un moteur asynchrone, mémoire de magister en electronique, Ecle Nationale Polytechnique – Alger, 02 mars 2008.

[18] A. Kolesnikov, G. Veselov, A. Monti, et al., "Synergetic Synthesis of DC-DC Bwst Convener Controllers: Theoly and Experimental Analysis", in Proc of the IEEE AppliedPowerElectronics2002,Dallas,pp.409415,Texas,2002.

[19] KEDDI Tarek et MEGHAIRI Zakaria, Optimisation de la commande vectorielle par algorithme génétique, Université kasdi merbah – ouargla ,09 juillet 2019

[20] Belbouab Amina et Kerfa Hanene, Optimisation des problemes de transports par les algorithmes génétique, Université mohamed El bachir El Ibrahimi– Bordj Bou Arréridj, october 2021

[21] MALLEK Farida et YAHI Zahia, Application des algorithmes génétiques pour l'optimisation des contrôleurs d'unsystème non linéaire, Université Mouloud Mammeri – Tizi-Ouzou,18 september 2014.

[22] Naima ZERARI, les algorithmes génétiques en maintenance, Université el hadj lakhdar – batna , 2006.

[23] ALAIN GIRARD, exploration d'un algorithme génétique et d'un arbre de décision à des fins de catégorisation, Université Québec à Trois-Rivières, avril 2007.

[24] EL KAIHEL Ali, Optimisation du seuil de détection CFAR dans un clutter de mer K distribué en utilisant les AGs, Université Mohamed Khider – Biskra , juin 2014.

[25] MEHIDID Fadila, Algorithme Génétique, Univesité Abdelhamid Ibn Badis – Mostaganem ,19 juin 2013.

[26] H.Mebarki ,I.bendjbel , commande robuste et optimale d'un système sous-actionné ,Mémoire de Master ,Dép Électromecanique, Université Bordj Bou Arreridj ,Algérie,2022