



Réf:.....

**Mémoire de Fin d'Etudes  
En vue de l'obtention du diplôme:**

**MASTER**

**Filière : Électrotechnique**

**Option : Commande des Systèmes Électriques**

***Thème***

**Commande non linéaire adaptative d'une vitesse  
sans capteur basée sur SDRE pour MSAP**

**Présenté par : ZEBIRI Salma**

**TABET Nadia**

**Devant le jury:**

**Président** Dr Medjmadj S

Université de Bordj Bou Arreridj

**Examineur 1** Dr Reffas A

Université de Bordj Bou Arreridj

**Examineur 1** Dr Sakhara S

Université de Bordj Bou Arreridj

**Rapporteur** Dr Iratni A

Université de Bordj Bou Arreridj



Filière : Électrotechnique  
Option : Command des Systèmes Électriques

# MASTER

## *Thème*

Commande non linéaire adaptative d'une vitesse sans capteur basée sur SDRE pour MSAP

**Présenté par :**

*Etudiant(1).....*

*Zebiri Salma*

*Etudiant(2).....*

*Tabet Nadia*

**Avis favorable du Président du Jury**

*Nom Prénom*

*Signature*

**Année Universitaire 2021/2022**



*Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail*

*A mes chers parents*

*A mes chers frères*

*A tout ma famille*

*A mon encadreur Dr : IRATNI Abdelhamid*

*A tous mes collègues et mes amis partout*

*A tous ceux qui ont sacrifié leur temps pour la*

*science et a tous ceux qui utilisent la science*

*pour le bien*

*Et la prospérité de l'humanité*

*Zebiri salma*



*Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail*

*A mes chers parents*

*A mes chers frères*

*A tout ma famille*

*A mon encadreur Dr : IRATNI Abdelhamid*

*A tous mes collègues et mes amis partout*

*A tous ceux qui ont sacrifié leur temps pour la*

*science et a tous ceux qui utilisent la science*

*pour le bien*

*Et la prospérité de l'humanité*

*Tabet nadia*



## REMERCIEMENTS

*Nous tenons à remercier tout premièrement Dieu le tout puissant pour la volonté, la sante et la patience, qu'il nous a donné durant toutes ces longues années*

*Ainsi, nous tenons également à exprimer nos vifs remerciements à notre encadreur Dr. IRATNI Abdelhamid pour avoir d'abord propose ce thème, pour le suivi continuel tout le long de la réalisation de ce mémoire et qui n'a pas cessé de nous ses conseils*

*Nous tenons à remercier le chef de département d'électromécanique et tous les membres de jury.*

*Nous tenus a remerciés tous les personne qui ont contribué a la réalisation de ce modeste projet de près ou de loin.*

*Zebiri salma / Tabet nadia*

## Résumé

Avec la technologie électrique moderne et le développement rapide de ses techniques, un nombre de ces applications modernes appliquées aux machines synchrones à aimants permanents à vitesse variable pour atteindre des performances mécaniques élevées, car elles ont fait de grands progrès par rapport au passé, et avoir des systèmes de contrôle complexes.

Dans le cadre du développement de hautes performances pour le contrôle des machines synchrones à aimants permanents (MSAP), nous proposons d'appliquer les techniques de contrôle sans capteur au moyen d'un observateur d'état de kalman (FKE) et state dependente Ricatti Equation (SDREF) basés sur la reconstruction de l'état du système à partir de la grandeur de commande  $isq$  et de la grandeur à asservir  $\omega$ .

## ملخص

مع تكنولوجيا الكهرباء الحديثة والتطور السريع لتقنياتها هناك العديد من هذه التطبيقات الحديثة على الماكينات المتزامنة ذات المغناطيس الدائم التي تحتاج الى تغيير السرعة من اجل الوصول الى أداء ميكانيكي عالي، حيث احرزت تقدما كبيرا مقارنة بالماضي باعتبارها ذات أنظمة معقدة التحكم.

في إطار تطوير الأداء العالي الخاص بالتحكم في الماكينات المتزامنة ذات المغناطيس الدائم، نقترح بتطبيق تقنيات التحكم بدون لاقط عن طريق مراقبين (مراقب كالمن-مراقب ستايت دبانذنت) اعتمادا على إعادة بناء حالة النظام انطلاقا من مقدار التحكم (التيار) والمقدار المتتبع (السرعة).

# Sommaire

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
I.1. Introduction.....	4
I.2. Propriété des aimants permanents.....	4
I.3. Différents types des aimants permanents.....	6
I.3.1. Aimants métalliques(ALNICO).....	6
I.3.2. Aimants en ferrite.....	7
I.3.3. Aimants à terre rare.....	7
I.4. Type d'aimants permanents utilisés au niveau des MSAP.....	8
I.5. Présentation de la machine synchrone à aimants permanents.....	9
I.6. Différents types de MSAP.....	10
I.7. Le principe des moteurs à aimants permanents.....	12
I.8. Domaine Applications des MSAP.....	12
I.9. Différentes structures de machines synchrones à aimants permanents.....	13
I.9.1. Structures à flux radial (RFPM).....	13
I.9.2. Structures à aimants déposés en surface.....	14
I.9.3. Structures à aimants encastrés.....	15
I.9.4. Structures à aimants enterrés.....	16
I.9.5. Structures à flux axial (AFPM).....	16
I.10. Classification des MSAP.....	17
I.11.1. Avantages des machines à aimants permanents par rapport aux autres types de machines.....	17
I.11.1.1. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs à courant continu.....	18
I.11.1.2. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs synchrone classique.....	18
I.11.1.3. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs asynchrones.....	18
I.11.2. Les inconvénients.....	19
I.12. Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents.....	19
I.12.1. Les équations électriques.....	20
I.12.2. Les équations mécaniques.....	23
I.12.3. Couple électromagnétique de la MSAP.....	24
I.12.4. Transformation de Park.....	24
I.12.4.1. Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents dans le repère de Park lié au rotor.....	25
I.13.1. Bloc de simulation du MSAP.....	27
I.13.2. Résultats de simulation.....	27
I.13.3. Interprétation des résultats.....	30

I.14. Conclusion .....	30
II.1.Introduction .....	33
II.2.Principe de la commande vectorielle.....	34
II.3. Stratégies de la commande vectorielle.....	35
II.4. Avantages et les inconvénients de la commande vectorielle .....	36
II.5. La commande non linéaire.....	37
II.5.1. Introduction.....	37
II.5.2.Aperçue sur la commande adaptative .....	38
II.5.3. Conception de la commande non-linéaire adaptative par Backstepping .....	38
II.6. Commande vectorielle de type Backstepping.....	39
II.6.1. Introduction.....	39
II.6.2. Principe du Backstepping .....	39
II.7. Filtre de Kalman .....	39
II.8. Commande sans capteur .....	40
II.8.1. Observateurs d'états.....	40
II.8.2. Applications des observateurs .....	40
II.8.2.1. Observateurs utilisés dans les systèmes linéaires .....	41
II.8.2.2. Observateurs utilisés dans les systèmes non-linéaires.....	41
II.9. Classification des observateurs.....	42
II.9.1. Observateurs pour les systèmes linéaires.....	42
II.9.2. Observateurs pour les systèmes non linéaires.....	42
II.9.3. Observateurs d'ordre complet .....	42
II.9.4. Observateurs d'ordre réduit.....	42
II.10.Simulation de la commande non-linéaire de la MSAP .....	43
II.10.1.Schéma de simulation .....	43
II.11.Etude comparative par simulation entre la commande vectorielle et la commande non-linéaire .....	43
II.12. Interprétation des résultats de simulation .....	47
II.12.1.Inversion du sens de rotation .....	47
II.12.2. Robustesse vis à vis la variation paramétrique .....	47
II.13.Simulation de la commande non-linéaire adaptative par backstepping de la MSAP .....	48
II.13.1.Résultat de la simulation.....	48
II.14. Conclusion .....	50
III.1. Introduction .....	52
III.2. Historique .....	52
III.3. Le régulateur non linéaire SDRE .....	53

III.4. Formulation du problème .....	55
III.5. La technique SDRE .....	56
III .5.1.Optimalité, stabilité et robustesse de la méthode SDRE .....	56
III.5.1.1. Optimalité.....	56
III.5.1.1. A. Algorithme de la solution numérique de l’optimalité.....	58
III.5.1.2. Stabilité globale.....	59
III.5.1.3. Robustesse .....	60
III.6. Estimation non linéaire de l'état .....	62
III.7. Filtre non linéaire SDRE .....	64
III.7.1. Forme du coefficient dépendant de l'état (SDC) .....	64
III.7.2. Équations du filtre SDRE .....	65
III.9. Problèmes résolus.....	66
III.9.1. Problème 1 – Solution .....	66
III.9.2. Problème 2 - Solution.....	68
III.10. conclusion.....	69
IV.1.Introduction .....	72
IV.2.Principe du filtre de kalman entendue (FKE).....	72
IV.3.Schéma bloc de la commande .....	73
IV.3.1. Résultats de simulation.....	74
IV.3.2. Interprétation .....	76
IV.4.Commande base sur le filtre de SDRE.....	76
IV.4.1. Schéma bloc de la commande .....	77
IV.4.2. Résultat de simulation .....	78
IV.4.3. interprétation .....	80
IV.5. étude comparative .....	81
IV.6. conclusion .....	81
<b>Conclusion Générale .....</b>	<b>83</b>
<b>Annexe .....</b>	<b>91</b>

## Liste des figures

<b>Figure I.1</b> : Courbe de désaimantation	05
<b>Figure I.2</b> : Courbe de désaimantation B(H) des principaux types d'aimants	06
<b>Figure.I.3</b> : Images d'aimants Alnico	06
<b>Figure I.4</b> : Images d'aimante ferrite	07
<b>Figure I.5</b> : Images d'aimants Terre-Rares	08
<b>Figure.I.6</b> : Courbe de désaimantation des différents aimants	09
<b>Figure I.7:</b> Différents types de rotors d'une MSAP. (a) aimants permanents (1) et pièce Polaire saillante (2), (b) aimants permanents (1) noyés, (c) aimants permanents (1) distribués sur la surface du rotor	10
<b>Figure I.8</b> : Différents types de fixation des aimants permanents [AUB14]	11
<b>Figure I.9</b> : Niveaux énergétiques des différents aimants [AUB14]	11
<b>Figure I.10</b> : Principe de fonctionnement du moteur à aimants permanents.	12
<b>Figure I.11</b> : Vue schématique des machines : (a) à flux radial, (b) à flux axial	13
<b>Figure I.12</b> : Exemple de structures à rotor interne et à rotor externe	14
<b>Figure I.13</b> : Structure à aimants déposés en surface (rotor interne)	15
<b>Figure I.14</b> : Structure à aimants encastrés	15
<b>Figure I.15</b> : Structure à aimants enterrés : (a) avec concentration de flux, (b) classique	16
<b>Figure I.16</b> : Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator	17
<b>Figure I.17</b> : Transformation triphasé à diphasé (Transformation de Concordia)	22
<b>Figure I.18</b> : Transformation de Park	23

<b>Figure I.19:</b> Passage des composantes triphasées aux composantes de Park	<b>25</b>
<b>Figure I.20 :</b> Schéma équivalent de la machine synchrone dans le repère d-q	<b>26</b>
<b>Figure I.21 :</b> schéma bloc de simulation du MSAP alimentée par le réseau	<b>27</b>
<b>Figure I.22 :</b> Fonctionnement à vide de la MSAP ( $C_r=0$ )	<b>29</b>
<b>Figure I.23 :</b> Fonctionnement en charge de la MSAP ( $C_r=20Nm$ à $0.05s$ )	<b>30</b>
<b>Figure II.1 :</b> Schéma fonctionnel de la structure de commande	<b>37</b>
<b>Figure II .2:</b> Schéma bloc d'un observateur	<b>42</b>
<b>Figure II. 3 :</b> Simulation de la commande non-linéaire de la MSAP	<b>44</b>
<b>Figure II.4 :</b> Réponse dynamique et statique de la commande vectorielle et commande non linéaire lors de l'introduction d'un couple de charge de $5 N.m$ à l'instant $t=0.5$	<b>45</b>
<b>Figure II.5 :</b> Réponse dynamique et statique de la commande vectorielle et commande non linéaire lors de l'inversion de sens de rotation	<b>46</b>
<b>Figure II.6:</b> Scenarios de test de robustesse en variation du couple de charge et des paramètres électriques du la MSAP en deux commande	<b>47</b>
<b>Figure II.7:</b> Vitesse de rotation pour les deux types de commande suivant les tests de robustesse vis-à-vis a variation paramétrique	<b>47</b>
<b>Figure II. 8 :</b> Simulation de la Non-linéaire adaptative par backstepping de la commande MSAP	<b>49</b>
<b>FigureII.9 :</b> Comportement dynamique de la MSAP avec estimation de tous les paramètres	<b>51</b>
<b>Figure III.1 :</b> Simulation du système en boucle fermée de l'exercice 2	<b>71</b>
<b>Figure IV.1 :</b> Schéma bloc de la commande vectorielle basé sur filtre de Kalman	<b>75</b>
<b>Figure IV. 2 :</b> Résultats de simulation de la vitesse à vide	<b>76</b>

<b>FigureIV.3</b> : Résultat de simulation en charge	<b>78</b>
<b>FigureIV.4</b> : Schéma bloc de la commande vectorielle basé sur FSDRE	<b>80</b>
<b>Figure IV.5</b> : Résultat de simulation à vide	<b>81</b>
<b>FigureIV.6</b> : Résultat de simulation en charge	<b>82</b>

## Liste des symboles

$(a, b, c)$	Les axes triphasés.
$(d, q)$	Les axes biphasés respectivement directe et en quadrature.
$V_a, V_b, V_c$	Tension instantanées des phases statorique.
$I_a, I_b, I_c$	Courant instantanées des phases statorique.
$I_f$	Courants d'inducteur.
$V_d, V_q$	Tension statorique d'axe direct et en quadratique.
$I_d, I_q$	Courant statorique d'axe direct et en quadratique.
$I_{dref}, I_{qref}$	Courant de référence.
$\Omega_{ref}$	Vitesse angulaire mécanique de référence.
$P$	Nombre de paires de pôles.
$C_e$	Couple électromagnétique.
$C_{eref}$	Couple électromagnétique de référence.
$C_r$	Couple résistant
$f_r$	Coefficient de frottement.
$J$	Moment d'inertie.
$[P]$	Matrice de Park.
$\phi_a, \phi_b, \phi_c$	Flux instantanés produits par les phases statorique.
$L_s$	Inductance propre d'une phase statorique.
$R_s$	Résistance statorique.
$\Omega$	Vitesse de rotation mécanique.
$\omega$	Pulsation de rotation électrique ( $\omega = p\Omega$ ).
$\theta$	L'angle électrique entre les axes triphasé et les axes biphasé.
$\zeta$	Coefficient d'amortissement.
$\Phi_{ref}$	Flux de référence.
$\Omega_{ref}$	Vitesse de référence.
$[X]$	Matrice de vecteur d'état.
$[A]$	Matrice d'évolution d'état du système.
$[B]$	Matrice de système de commande.
$[U]$	Matrice de commande.
$W$	Bruit d'état.

$V$	Bruit de mesure.
$Q$	Matrice de covariance de bruit d'état.
$[R]$	Matrice de covariance de bruit de mesure.
$[P]$	Matrice de covariance de l'erreur.
$\hat{x}$	Vecteur d'état estimé.
$\hat{y}$	Vecteur de sortie estimé.
$K(K)$	Gain de filtre.
$P$	La solution de l'équation de Riccati.
$\beta$	Bruit blanc.
$[F]$	Matrice de linéarisation jacobine.
$T_s$	Temps d'échantillonnage.

## ***Abréviations***

<b>MSAP</b>	<b>M</b> achine <b>S</b> ynchrone à <b>A</b> imant <b>P</b> ermanant.
<b>FKE</b>	<b>F</b> iltre de <b>K</b> alman <b>É</b> tendu.
<b>SDRE</b>	<b>S</b> tate <b>D</b> épendent <b>R</b> iccati <b>E</b> quation
<b>FSDRE</b>	<b>F</b> iltre de <b>S</b> tate <b>D</b> ependente <b>R</b> iccati <b>E</b> quation.
<b>SDC</b>	<b>S</b> tate <b>D</b> ependente <b>C</b> oefficient.
<b>CV</b>	<b>C</b> ommande <b>V</b> ectorielle

### **Introduction générale**

Les moteurs à courant continu ont assuré pendant longtemps le fonctionnement de la plupart d'équipements industriels (robots et machines-outils). Cependant la présence du système balais collecteur a toujours été un grand inconvénient du moteur ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. C'est pour cette raison qu'on a eu intérêt à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écartier cet inconvénient.

Parmi les moteurs à courant alternatif utilisés dans les entraînements à vitesse variable, le moteur synchrone à aimant permanent reste un bon candidat. Son choix devient attractif et concurrent de celui des moteurs asynchrones grâce à l'évolution des aimants permanents

Les machines à aimants permanents ont connu ces dernières années un grand essor. C'est grâce à l'amélioration des qualités des aimants permanents plus précisément à l'aide des terres rares ou à base d'alliage. Cela leur a permis d'être utilisés comme inducteur dans les moteurs synchrones offrant ainsi, par rapport aux autres type de moteur, beaucoup davantage, entre autres, pas de pertes au rotor, une faible inertie et un couple massique élevé, au développement de l'électronique de puissance et à l'évolution des techniques de commande non linéaire.

Dans le premier chapitre, on présentera le principe de fonctionnement et la modélisation d'une machine synchrone à aimants permanents (MSAP). Les modèles proposés sont mis sous forme d'équations d'états pour décrire avec précision le comportement dynamique de la MSAP. Le model adopté est basé sur la transformation de Park. Et par la suite cette modélisation simulée dans l'environnement du logiciel MATLAB/Simulink.

Au niveau du deuxième chapitre, Nous Avons essentiellement étudié les principes des commandes (vectorielles et adaptative) où nous avons appliqué le backstepping sur elle aussi, ainsi que nous avons mentionné les observateurs qu'on a appliquée dans cette commande avec des définitions sur les filtres kalman et SDRE.

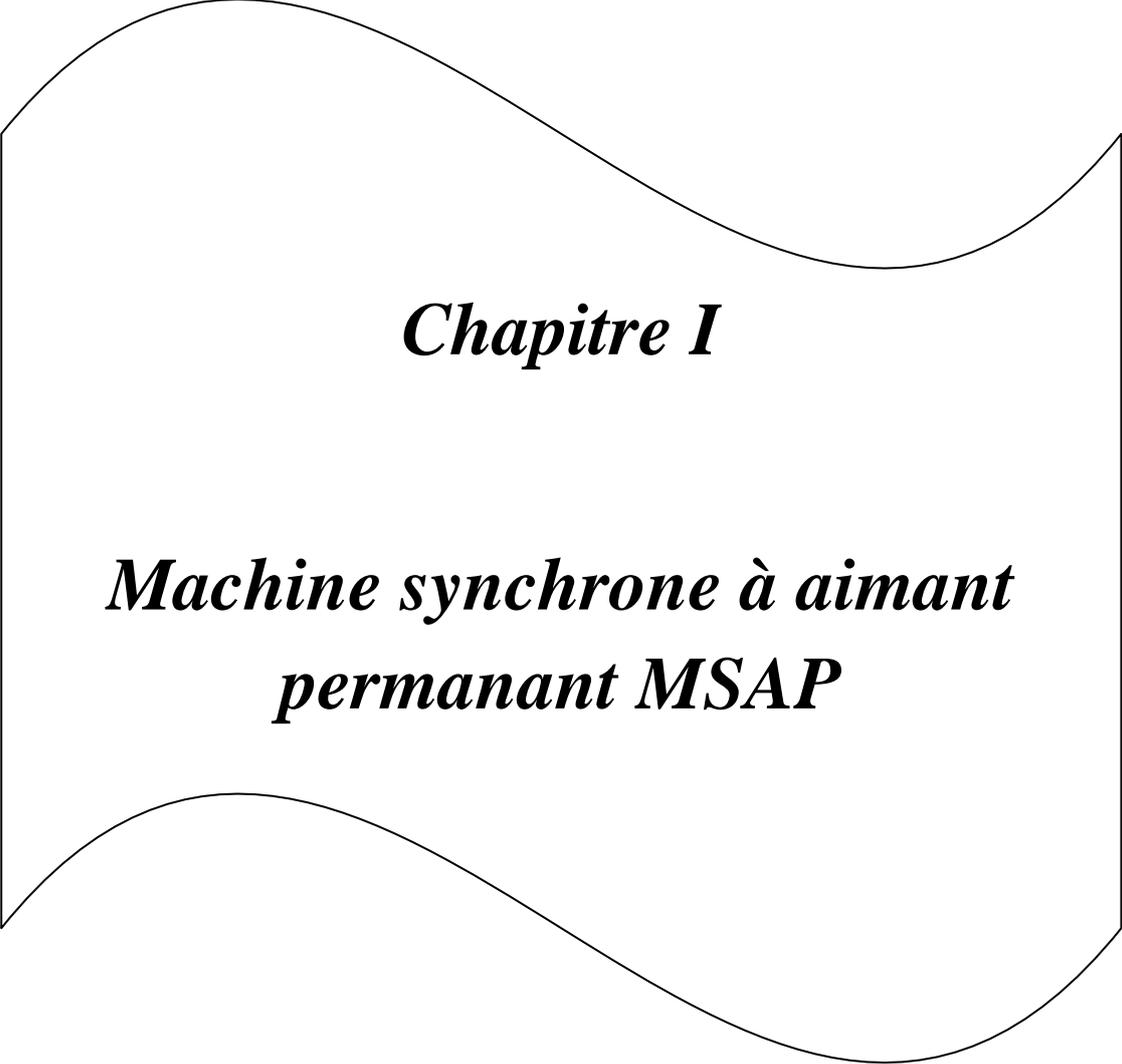
Le troisième chapitre est consacré à traité des méthodologies de conception, d'optimalité, de suboptimalité et des propriétés de la stabilité et de la robustesse de régulateur non linéaire SDRE pour les systèmes affines en commande d'une manière plus systématique. En plus des exemples sont fournis en illustrant l'efficacité de cette méthode.

## *Introduction générale*

---

Au dernier chapitre on utilise une technique modern pour l'estimation des êtas de la MSAP qui basé sur le filtre Kalman et state-Dépendent Riccati Equation, en exposant les résultats d'un ensemble de simulations et d'interprétations. Par la suite, on utilise la commande sans capteur basée sur le filtre présenté dans le troisième chapitre. Notre contribution est alors introduire l'approche de SDRE comme technique d'estimation et de commande pour l'entrainement de la MSAP.

Finalemnt, nous avons terminés par une conclusion générale exposant les résultats obtenus.



***Chapitre I***

***Machine synchrone à aimant  
permanant MSAP***

## **I.1. Introduction**

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile et nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés. Historiquement, le moteur à courant continu (M.C.C) a constitué la seule source électromagnétique de vitesse variable en raison de son facilité de commande. Cependant, la fragilité du système balai collecteur a toujours été un inconvénient de la M.C.C, ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. C'est pour cette raison qu'on a eu intérêt à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écartier cet inconvénient. Parmi les moteurs à courant alternatif utilisés dans les entraînements à vitesse variable, le moteur synchrone à aimant permanent reste un bon candidat. Son choix devient attractif et concurrent de celui des moteurs asynchrones grâce à l'évolution des aimants permanents qu'ils soient à base d'alliage ou à terre rare. Cela leur a permis d'être utilisés comme inducteur dans les moteurs synchrones offrant ainsi, non seulement d'augmenter la densité d'énergie de ces machines, mais aussi de réduire leurs dimensions et leurs pertes par rapport aux autres type de moteur, alors beaucoup davantage, entre autres, une faible inertie et un couple massique élevé aussi. Dans ce chapitre nous présenterons les différents types d'aimant ainsi que les principales structures des machines synchrones à aimant permanent et leur domaine d'application. La modélisation de la MSAP par la transformation de Park, puis nous traiterons l'association convertisseur machine. Une démonstration des résultats de simulation indiquant la validation du modèle utilisé sera aussi présentée[1].

## **I.2. Propriété des aimants permanents**

Le choix des aimants permanents est primordial puisqu'ils interviennent beaucoup dans le couple de la machine. Les aimants permanents sont principalement caractérisés par leurs cycle d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan (B-H) comme le montre la figure (I.1), cette courbe est caractérisée par :

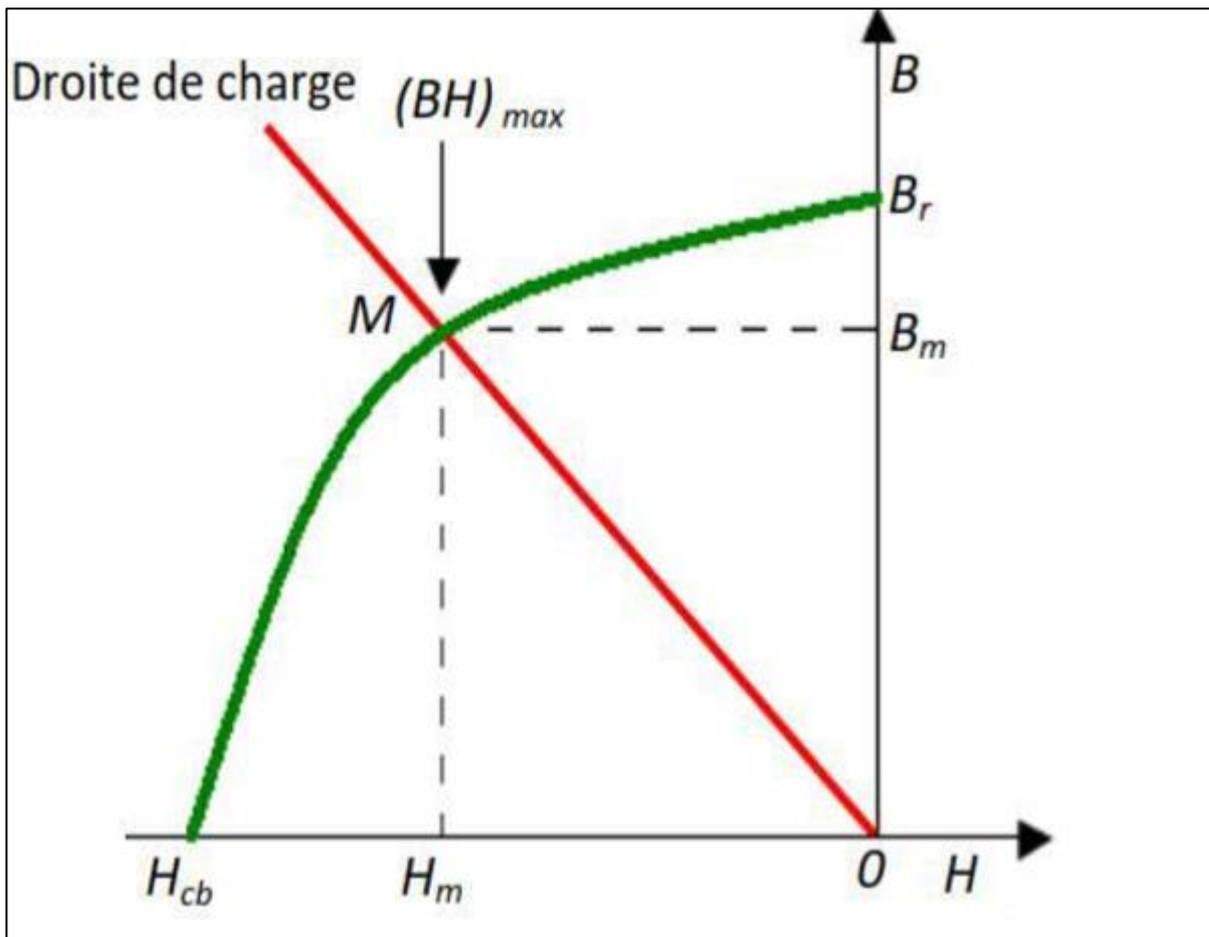


Figure I.1 : Courbe de désaimantation

a- L'induction rémanente ( $B_r$ ), c'est -à-dire l'induction résiduelle au circuit fermé, ce qui signifie une induction de la puissance potentielle de l'aimant.

b- Le champ coercitif ( $H_{cb}$ ), caractérise le champ démagnétisant annulant l'induction, plus sa valeur est élevée plus l'aimant est stable.

c- Produit d'énergie volumique ( $BH_{max}$ ), ce produit est couramment appelé énergie spécifique de l'aimant ; cette énergie caractérise la qualité du matériau.

En effet pour un entrefer donné, le volume est d'autant plus faible, que l'énergie spécifique est élevée[2].

### I.3. Différents types des aimants permanents

Il existe trois types d'aimants permanents utilisés pour l'excitation des machines électriques. Actuellement ceux qu'on trouve sur le marché sont les Alnico, les ferrites et les terres rares. La figure (I.2) illustre ces trois types[3].

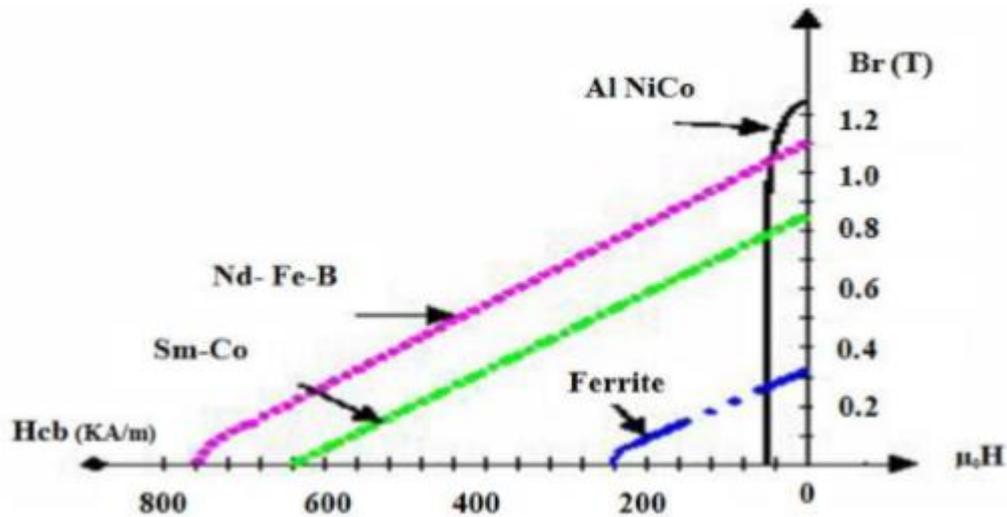


Figure I.2 : Courbe de désaimantation  $B(H)$  des principaux types d'aimants

#### I.3.1. Aimants métalliques(ALNICO)

Les aimants en ALNICO ont un champ rémanent très élevé, mais un champ coercitif très faible, ce qui pose des gros problèmes de démagnétisation. Ces aimants ne peuvent être sortis de leur circuit magnétique, sous peine de les désaimanter. La figure (I.3) montre des images d'aimants ALNICO.



Figure.I.3 : Images d'aimants Alnico

**I.3.2. Aimants en ferrite**

Les aimants en ferrite sont beaucoup plus robustes et relativement peu coûteux. Ils résistent bien à la température. Des images d'aimants ferrites sont présentées dans la figure ci-dessous



**Figure I.4 :** Images d'aimants ferrites

**I.3.3. Aimants à terre rare**

Les aimants Terre-Rares (Nd-Fe-B, Sm-Co) sont très puissants et paraissent très bien appropriés pour les machines électriques. Leur coût encore élevé freine l'extension de ces nouveaux aimants. Néanmoins des solutions intermédiaires apparaissent avec les Plast néodymes. C'est un mélange de néodyme fer bore avec un liant plastique. Cette matière permet de réaliser des pièces moulées, ce qui facilite l'assemblage et diminue le nombre de pièces mécaniques. La figure ci-dessous montre des images d'aimants Terre-Rares.

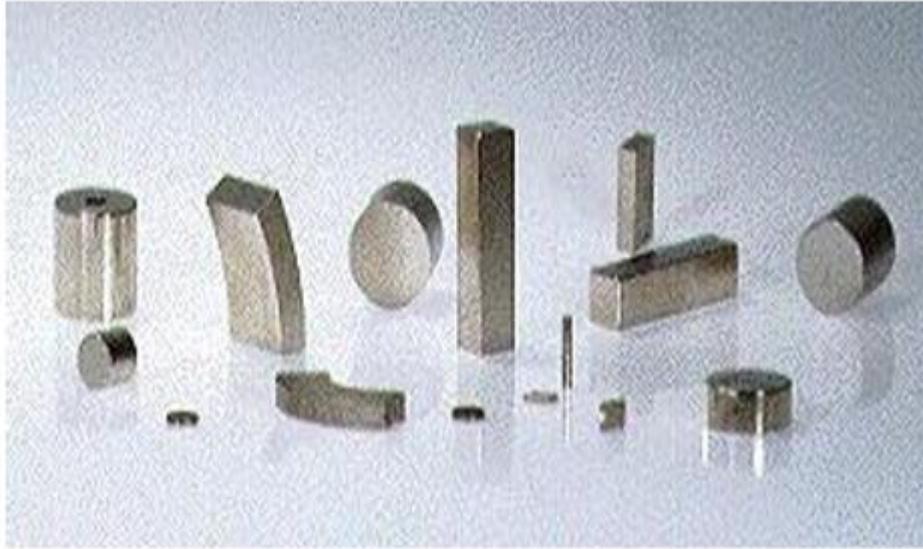


Figure I.5 : Images d'aimants Terre-Rares

#### I.4. Type d'aimants permanents utilisés au niveau des MSAP

Parmi les aimants les plus utilisés, on peut citer les deux types suivants :

- Les aimants permanents "terres rares" ( $\text{SmCO}_5$  et  $\text{Sm}_2\text{C}_{17}$ ),  $\text{NdFeB}$ ,...
- Les aimants à alliages métalliques, ferrites (aimants robustes et peu coûteuses) Alnicos.

On note que les aimants permanents du type terres rares ( $\text{SmCo}$ ,  $\text{NdFeB}$ ) sont les plus utilisés, car ils présentent une induction rémanente ( $B_r$ ) et un champ coercitif  $H_c$  (kA/m) plus élevés.

Ces aimants sont très appréciés par les constructeurs, car ils permettent une réduction importante du poids et de l'encombrement de la machine pour une même puissance, puisque ils possèdent une puissance massique élevée. En effet, la puissance électrique d'une machine à aimants permanents est directement proportionnelle à la densité d'énergie emmagasinée dans les aimants[4].

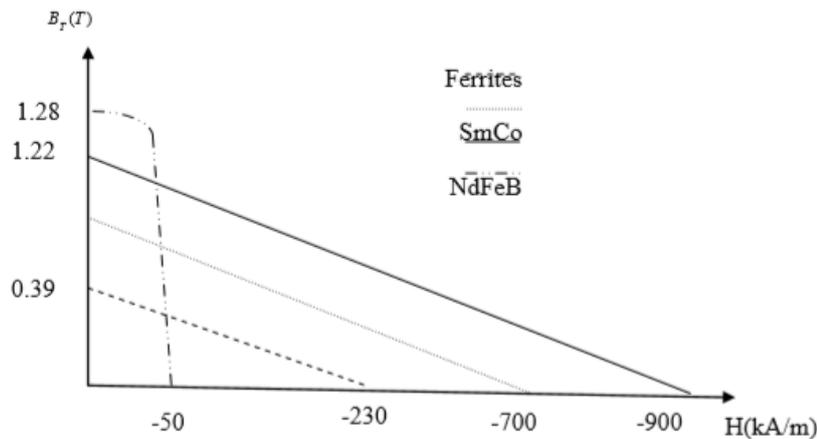


Figure.I.6 : Courbe de désaimantation des différents aimants

## I.5. Présentation de la machine synchrone à aimants permanents

Le terme de machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de rotation du champ tournant du stator. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation. La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ce qui impose le synchronisme entre le champ tournant statorique et le rotor ; d'où le nom de machine synchrone. La vitesse de rotation du champ tournant est proportionnelle au nombre de pôles de la machine et à la pulsation des courants statorique. On note :

$$\omega_r = \frac{\omega}{P}$$

Le stator est une partie fixe où se trouvent les enroulements liés à la source, il est semblable au stator de toutes les machines électriques triphasées. Il est constitué d'un empilage de tôle magnétique qui contient des encoches dans lesquelles sont logés trois enroulements identiques décalés entre eux de  $\frac{2\pi}{3}$

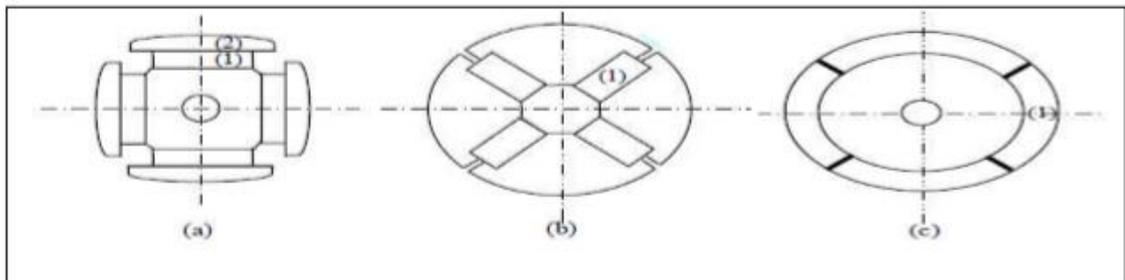
Le rotor est une partie mobile, se compose d'aimants permanents. Les aimants permanents apporte beaucoup de simplicité comme l'élimination des ballais (donc les pertes rotoriques). Cependant, le flux rotorique n'est plus commandable.

Le rotor possède différentes configurations. La figure (I.7) montre trois cas typiques pour un rotor à quatre pôles.

Une configuration du rotor à pôles saillants possédant des pièces polaires servant à la concentration du flux est montrée à la figure (I.7.a). Les aimants permanents sont magnétisés dans le sens radial.

Une autre possibilité consiste à disposer les aimants permanents radialement (aimants noyés dans le rotor). Les aimants sont magnétisés tangentiellement comme le montre la figure (I.7.b).

Enfin la figure (I.7.c) représente le cas où les aimants permanents sont distribués uniformément sur la surface cylindrique du rotor. L'aimantation des aimants est radiale[5].



**Figure I.7:** Différents types de rotors d'une MSAP. (a) aimants permanents (1) et pièce polaire saillante (2), (b) aimants permanents (1) noyés, (c) aimants permanents (1) distribués sur la surface du rotor

## I.6. Différents types de MSAP

Selon le type du rotor on distingue deux grandes catégories de MSAP à savoir :

Machine synchrone avec aimants en surface (MSAS) ou les aimants permanents sont fixés à la surface du rotor. Machine synchrone avec aimants à l'intérieur (MSAI) ou les aimants permanents sont montés à l'intérieur du rotor. Un MSAI a une plus forte résistance mécanique qu'un MSAS, car les aimants de MSAS ont besoin d'être fixés sur la surface du rotor. Par rapport au comportement magnétique, le rotor du MSAS est symétrique tandis que le rotor du MSAI est asymétrique. Ainsi, les inductances statoriques du MSAS ne varient pas avec la position du rotor. Par contre, les inductances du MSAI varient en fonction de la position du rotor ce qui crée une saillance géométrique du rotor. Cette saillance est très utile pour le contrôle du moteur à basse vitesse.

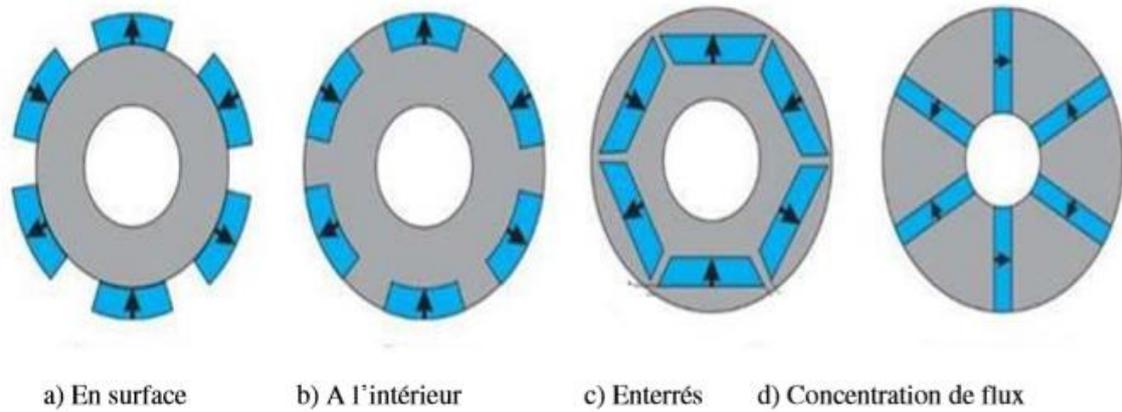


Figure I.8 : Différents types de fixation des aimants permanents [AUB14]

L'apparition de nouveaux types d'aimants permanents, dans les années 80, a permis de rendre les MSAP compétitives par rapport aux autres types de machines électriques. Ces nouveaux aimants, appelés « terres rares », sont composés soit de Samarium-Cobalt (SmCo), soit de Néodyme-Fer-Bore (NdFeB). Ils possèdent une densité d'énergie bien plus importante que les autres types d'aimants (ferrite ou Alnico) les rendant ainsi beaucoup plus performants[6].

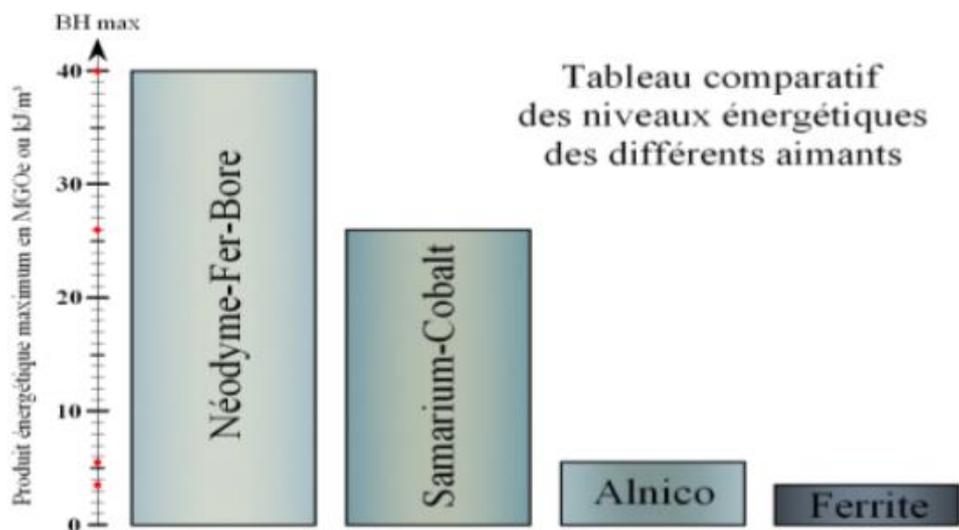
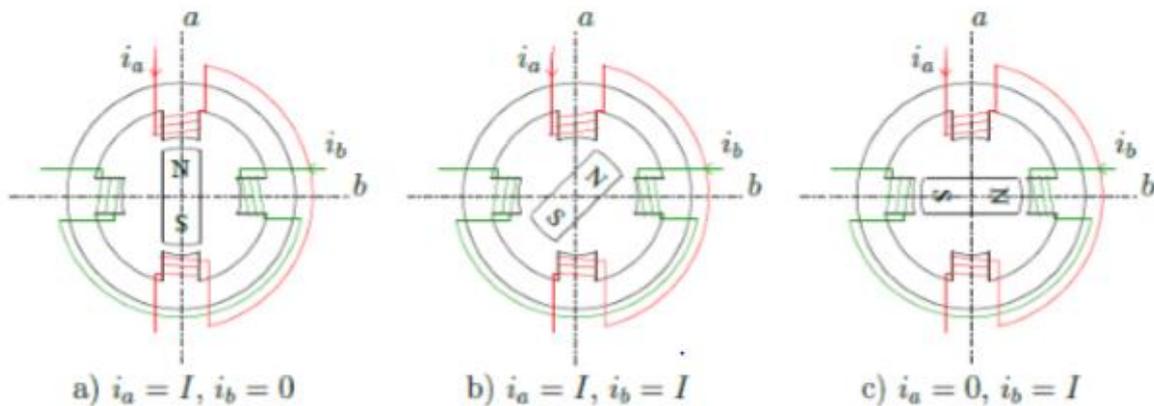


Figure I.9 : Niveaux énergétiques des différents aimants [AUB14]

### I.7. Le principe des moteurs à aimants permanents



**Figure I.10 :** Principe de fonctionnement du moteur à aimants permanents.

Le principe de moteur synchrone à aimant permanent est assez simple. Seules les bobines sont alimentées. Le champ créé par les enroulements oriente le rotor qui est constitué par des aimants. La Figure (I.10) représente un moteur ayant un rotor bipolaire et un stator comportant une paire de pôles. Les phases a et b sont portées par des enroulements opposés. La présence de courants dans les phases oriente le rotor. On définit un “pas” élémentaire  $p$  ( $\theta$ ) comme étant le déplacement angulaire du rotor lorsque l’alimentation est commutée d’une phase à la suivante. Nous obtenons pour cette structure.  $\theta_p = 90^\circ$  Ceci correspond au passage de la Figure (I.10.a) à la Figure (I.10.c). Les demi-pas sont obtenus en alimentant deux phases à la fois (Figure (I.10.b)). De nombreux moteurs sur le marché utilisent ce genre de structure[7].

### I.8. Domaine Applications des MSAP

Le moteur synchrone à aimants permanents est utilisé dans une large gamme de puissance, allant de centaines de Watts (servomoteur) à plusieurs méga Watts (système de propulsion des navires), dans des applications aussi diverse que le positionnement, la synchronisation l’entraînement à vitesse variable, et la traction.

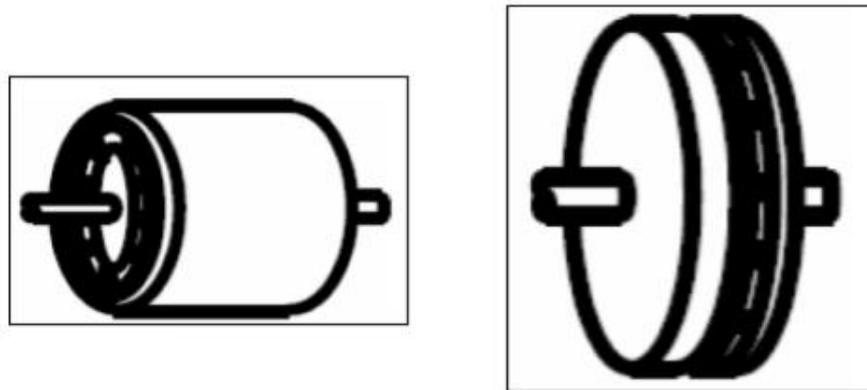
-il fonctionne comme compensateur synchrone.

-il est utilisé pour les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, les compresseurs et les pompes centrifuges, et grâce au développement de l’électronique de puissance, l’association machine à aimants convertisseur de puissance a

trouvé de nombreuses applications dans les domaines très divers tels que la robotique, la technologie de l'espace et dans d'autres applications plus particulières (domestique,...)[8].

### I.9. Différentes structures de machines synchrones à aimants permanents

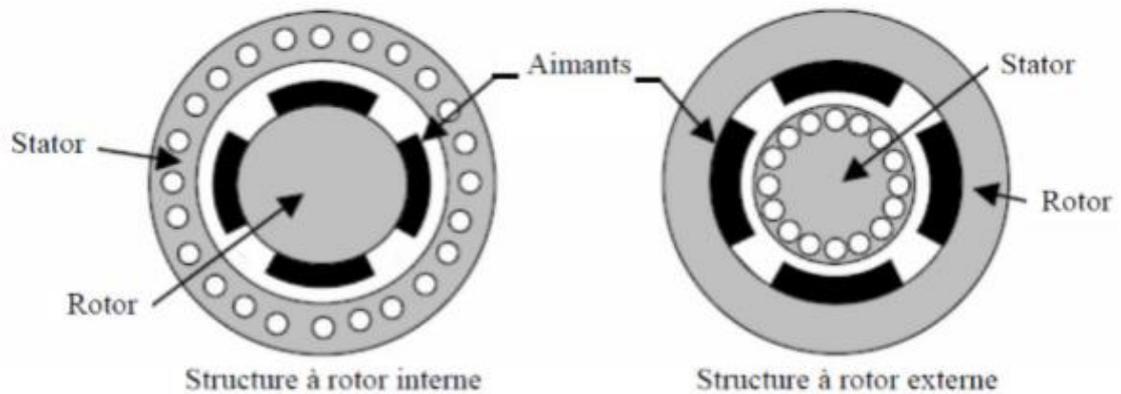
Les structures des machines synchrones à aimants permanents sont classées suivant la disposition des aimants sur le rotor. Leurs différentes configurations incluent les machines à flux radial (RFPM) et à flux axial (AFPM). Celles-ci peuvent être alimentées, soit par des courants sinusoïdaux dans le cas des PMSM ou par des courants en créneaux dans le cas des BDCM. Une vue schématique des deux types de machines à aimants, à flux radial et à flux axial, est donnée par la figure (I.11)[9]



**Figure I.11** : Vue schématique des machines : (a) à flux radial, (b) à flux axial

#### I.9.1. Structures à flux radial (RFPM)

La machine synchrone à flux radial (RFPM) est la machine à aimant la plus conventionnelle. Elle est d'induction classique. Ces structures peuvent se présenter, soit avec un rotor placé à l'intérieur ou à l'extérieur (Figure I.12). Les différents types de rotor de machines à flux radial sont munis d'aimants montés soit en surface, soit encastrés ou enterrés.



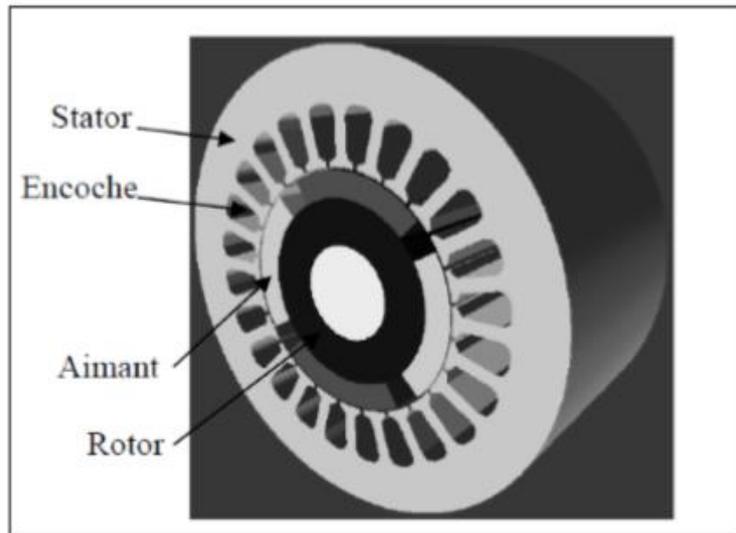
**Figure I.12 :** Exemple de structures à rotor interne et à rotor externe

### I.9.2. Structures à aimants déposés en surface

Elles sont appelées machines à inducteur lisse en raison de leurs aimants disposés au niveau de l'entrefer sur un noyau ferromagnétique lisse (Figure I.13). L'induction  $B_e$  dans l'entrefer est celle des aimants  $B_a$ . Leur aimantation peut être radiale, tangentielle ou combinée. La topologie à rotor interne est généralement la plus utilisée en raison de sa simplicité et son faible coût de réalisation. Cependant elle présente quelques inconvénients. En effet, les aimants permanents sont exposés aux champs de démagnétisation et sont sujets à des forces centrifuges pouvant causer leur détachement du rotor.

La topologie à rotor externe est moins utilisée car plus difficile à réaliser et nécessite plus de volume d'aimant, présente les avantages suivants :

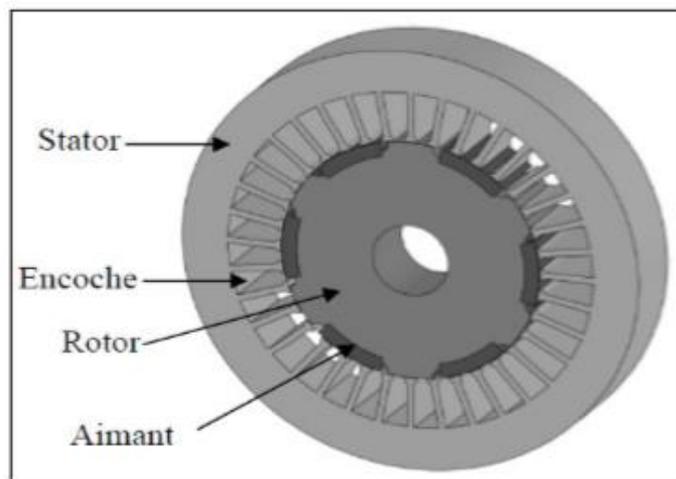
- Un diamètre du rotor, plus grand que pour les machines conventionnelles à flux radial, permettant d'avoir un nombre plus élevé de pôles et un couple plus grand.
- Une meilleure qualité de collage des aimants sur le rotor grâce à la force centrifuge qui pousse les aimants vers l'extérieur, rendant leur détachement presque impossible



**Figure I.13 :** Structure à aimants déposés en surface (rotor interne)

### I.9.3. Structures à aimant encastrés

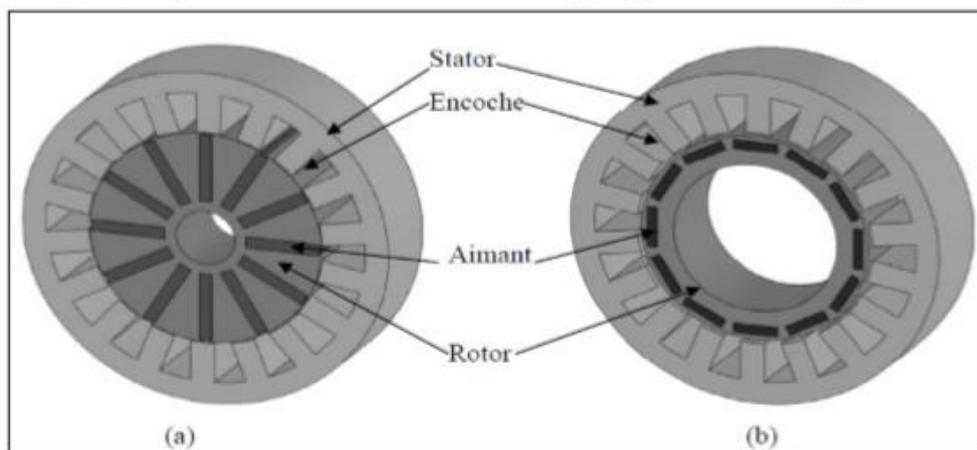
Des aimants de forme simple sont insérés à la surface du rotor, ce qui leur permet d'avoir une bonne tenue mécanique (figure I.6). L'espace entre les aimants est couvert par des dents rotoriques créant une saillance inversée ( $X_d < X_q$ ). Cette saillance produit un couple de réluctance aussi important que le couple d'interaction dû aux aimants permanents.



**Figure I.14 :** Structure à aimants encastrés

#### I.9.4. Structures à aimants enterrés

La structure des inducteurs de ce type de machine est à géométrie complexe. Les aimants sont enterrés à l'intérieur du rotor. La robustesse mécanique de ce type de rotor permet d'atteindre de très grandes vitesses pour des puissances importantes. Deux configurations du rotor peuvent être distinguées (voir Figure I.15), l'une est à concentration de flux et l'autre à structure classique. L'avantage de ces deux configurations réside dans la possibilité de concentrer le flux produit par ces aimants, permettant ainsi d'assurer des niveaux d'inductions élevées dans l'entrefer. De plus, les aimants enterrés sont bien protégés contre la démagnétisation

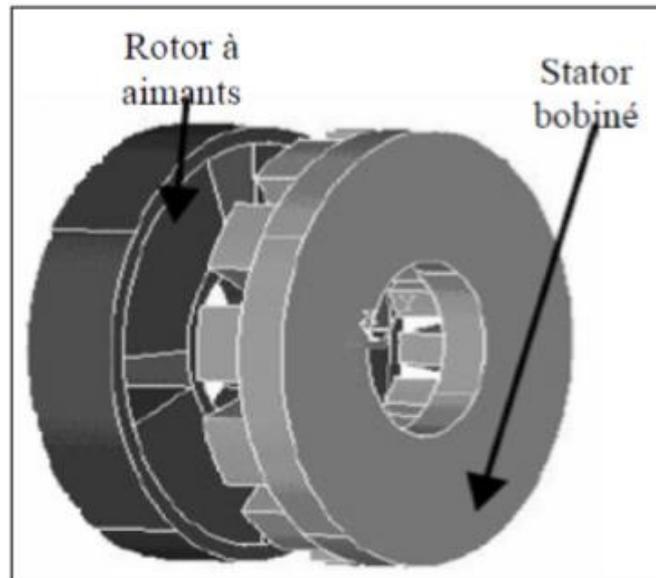


**Figure I.15 :** Structure à aimants enterrés : (a) avec concentration de flux, (b) classique

#### I.9.5. Structures à flux axial (AFPM)

Ces machines dites « discoïdales » ou AFPM représentent une autre solution possible pour les entraînements directs à basse vitesse. Elles comportent un ou plusieurs disques fixes bobinés et un ou plusieurs disques mobiles supportant les aimants permanents. Leur principal avantage est l'optimisation de la surface utile de génération du couple, qui se traduit par une puissance volumique importante. Cependant, leur assemblage est très compliqué, à cause des contraintes mécaniques liées aux poussées axiales. Comparées à la structure à flux radial, ces machines se caractérisent par un plus grand diamètre et une longueur axiale relativement plus courte. Le flux provenant des aimants est axial tandis que le courant est dans la direction radiale. Différentes configurations à flux axial existent: celle à structure simple avec un seul rotor associé à un seul stator (Figure I.8) et celles à double entrefer avec soit, un seul stator inséré entre deux, rotors (Figure 1.16) ou un seul rotor inséré entre deux stators (Figure I.10).

L'exploitation de ces machines dans le domaine de traction (vélo électrique et voiture hybride) est très prometteuse.



**Figure I.16 :** Structure à flux axial simple avec un rotor et un stator

### **I.10. Classification des MSAP**

Ces machines peuvent être classées selon la forme de la force électromotrice (Bose, 2002), (Arroyo, 2006), (Underwood, 2006)) :

- Sinusoïdale
- Trapézoïdale.

En particulier, les machines synchrones à f.e.m sinusoïdales sont classées en deux sous catégories selon la position des aimants :

1. à pôles lisses, où les aimants sont montés à la surface du rotor
2. à pôles saillants, où les aimants sont enterrés dans la masse rotorique[10].

#### **I.11.1. Avantages des machines à aimants permanents par rapport aux autres types de machines**

Un avantage évident de l'utilisation des aimants au niveau de la production du flux est la suppression des pertes par effet joule du système inducteur, on peut montrer dans le cas des

machines classiques que l'importance relative de ces pertes par effet joule par rapport à la puissance utile est d'autant plus élevée que la machine est de taille plus réduite. Un autre avantage de l'excitation par aimants, concerne l'amélioration de la sécurité de fonctionnement certes, les moteurs synchrones à aimants sont intéressants du point de vue puissance, rendement, facteur de puissance et moment d'inertie pour des gammes accessibles à leurs utilisation (coût et fiabilité).

#### **I.11.1.1. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs à courant continu**

Les moteurs synchrones à aimants concurrencent les moteurs à courant continu. En effet les moteurs synchrones à aimants produisent un couple élevé, l'absence du système balais lames du collecteur pour les moteurs à aimants permet de réduire la maintenance et d'éviter les problèmes de limitation pour la vitesse maximale.

#### **I.11.1.2. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs synchrone classique**

Les aimants modernes et en particulier les plus performants, tel que les terres rares ont une perméabilité voisine de celle de l'air.

Ceci conduit à un entrefer équivalent plus important que celui obtenu avec les machines synchrones classiques. Cet avantage offre aux moteurs synchrones à aimants une meilleure stabilité.

D'autre part, le moteur synchrone classique est limité par le volume de son rotor pour les grandes vitesses de rotation, ce qui n'est pas le cas pour un inducteur à aimants. L'autopilotage élimine tout problème de décrochage ou de ralentissement.

#### **I.11.1.3. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs asynchrones**

Les moteurs à aimants présentent les avantages suivants par rapport aux moteurs asynchrones:

- Un faible moment d'inertie, ce qui à pour effet de donner une réponse plus rapide pour un couple donné ;
- Un rendement plus élevé que celui des moteurs asynchrones classiques, en effet les pertes joules rotoriques sont négligeables pour les machines à aimants, tandis que les pertes fer rotoriques d'un moteur asynchrone dépendent du glissement ;
- Le moteur à aimants est avantage par sa rusticité, et il n'a pas besoin de requérir à une source de courant d'excitation, ce qui n'est pas le cas pour le moteur asynchrone ;

Pour les mêmes performances, le moteur est de taille plus réduite, cet avantage permet d'utiliser les machines à aimants là où l'encombrement est limité. Toutefois le moteur asynchrone ne produit pas de couple de détente ce qui est le cas des machines synchrones à aimants.

### **I.11.2. Les inconvénients**

- Dans le moteur synchrone à aimants permanents le commutateur mécanique du moteur à courant continu est remplacé par un commutateur électronique, ce qui a pour effet de rendre le contrôle de ce moteur plus complexe et coûteux que celui d'un moteur à courant continu.
- Un désavantage du moteur synchrone est la présence de pulsations de couple. Selon la méthode de commutation utilisée, le moteur synchrone est plus ou moins sujet à ce phénomène. La commutation sinusoïdale d'un contrôleur complexe et de capteur de courant sophistiqué (coûteux), la commutation trapézoïdale, permet d'utiliser un contrôleur et des capteurs de courant plus simples et moins coûteux (exemple: capteur à effet hall), mais implique la présence de fortes pulsations de couple.
- La présence d'aimants permanents majore le prix des moteurs synchrones, notamment dans le cas de l'utilisation d'aimants de type terre rare, ces aimants présentent de très grandes qualités (champs coercitif, tenue en chaleur, etc.) Par rapport aux aimants « ferrites » mais ont un prix aussi beaucoup plus élevé.
- Le contrôle basé sur une commutation électronique augmente la complexité et donc le prix du contrôleur et du variateur. Cela s'ajoute le coût des capteurs supplémentaires nécessaires à la boucle du courant.
- Risque de désaimantation (irréversible) : limite de température maximale, courant maximum, défluxage impossible dans les machines à courant continu, possible dans les machines synchrones par contrôle de l'angle d'autopilotage.
- Pertes par courants de Foucault dans les aimants[11].

### **I.12. Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents**

- L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche délicate et qui nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés. La modélisation d'un moteur synchrone à aimants permanents est identique à celle d'une machine synchrone classique sauf que l'excitation en courant continu attachée au rotor est remplacée par le flux de l'aimant.

Donc, le modèle est issu du modèle de la machine synchrone classique (Chiasson, 2005)

Dans cette étude, la machine comporte un stator et un rotor de constitution symétrique avec  $p$  paires de pôles. Les enroulements statoriques sont le plus souvent connectés en étoile à neutre isolé. L'excitation rotorique est créée par des aimants permanents au rotor. Afin de simplifier la modélisation de la machine, les hypothèses usuelles données dans la majorité des références sont adoptées comme suit (Bose, 2002), (Arroyo, 2006), (Nahid, 2001), (Lipo, 1996) :

- l'effet d'amortissement au rotor est négligé,
- le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé,
- la répartition des forces magnétomotrices (FMM) est sinusoïdale,
- les couplages capacitifs entre les enroulements sont négligés,
- les phénomènes d'hystérésis et les courants de Foucault sont négligés,
- les irrégularités de l'entrefer dues aux encoches statoriques sont ignorées [12].

### I.12.1. Les équations électriques

Les équations triphasés des tensions statoriques s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} \quad (I.1)$$

Où  $[u_a, u_b, u_c]^t$  sont les tensions des phases statoriques,  $R_s$  est la résistance statorique,  $[i_a, i_b, i_c]^t$  sont les courants des phases statoriques et  $[\Psi_a, \Psi_b, \Psi_c]^t$  sont les flux totaux statoriques qui sont exprimés par :

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = [L_{ss}] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{af} \\ \Psi_{bf} \\ \Psi_{cf} \end{bmatrix} \quad (I.2)$$

Où

$$\begin{bmatrix} \Psi_{af} \\ \Psi_{bf} \\ \Psi_{cf} \end{bmatrix} = \Psi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (I.3)$$

Où,  $\Psi_f$  l'amplitude du flux produit par les aimants permanents.

Dans le cas général, c'est-à-dire, les machines à pôles saillants (sans amortisseurs), la matrice  $[L_{ss}]$  se compose de termes variables et de termes constants. Elle peut écrire :

$$[L_{ss}] = [L_{so}] + [L_{su}] \quad (I.4)$$

Avec

$$[L_{so}] = \begin{bmatrix} L_{so} & M_{so} & M_{so} \\ M_{so} & L_{so} & M_{so} \\ M_{so} & M_{so} & L_{so} \end{bmatrix}$$

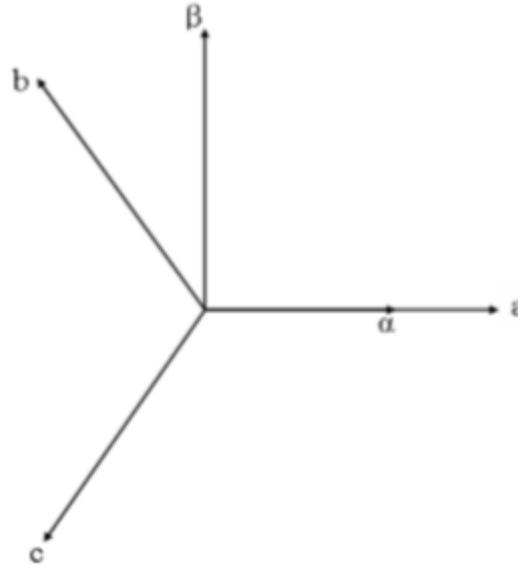
Et

$$[L_{su}] = L_{su} \begin{bmatrix} \cos(2\theta_e) & \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta_e) \\ \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta_e) & \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Où  $L_{so}$ ,  $L_{su}$  et  $M_{so}$  sont les inductances propres et mutuelle respectivement. Elles sont constantes.

Afin de modéliser les machines triphasés, la transformation de Park est couramment utilisée pour obtenir l'expression des variables dans un repère tournant (d-q). Cette transformation rend les équations dynamiques des machines à courant alternatif plus simples, ce qui facilite leur étude et leur analyse. Cette méthode se décompose en deux étapes :

1. Transformation Triphasé-Diphasé (dans un repère fixe) (Concordia),
2. Transformation Repère fixe-Repère tournant (Park).



**Figure I.17 :** Transformation triphasé à diphasé (Transformation de Concordia)

Appliquant la première transformation (Concordia T32) :

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} = T_{32}^t \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}, \quad T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{I.5})$$

Où  $X$  peut être une variable réelle comme la tension, le courant et le flux, on obtient :

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{I.6})$$

La deuxième étape est l'application de la transformation de Park  $P$  au système d'équation

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P(-\theta_e) \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{I.7})$$

$$P(\theta_e) = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & -\sin \theta_e \\ \sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{I.8})$$

Ou

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_q \\ \Psi_d \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} \Psi_q \\ \Psi_d \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

Dans les machines synchrones à répartition sinusoïdale des conducteurs,  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  sont des fonctions linéaires des courants  $i_d$  et  $i_q$ :

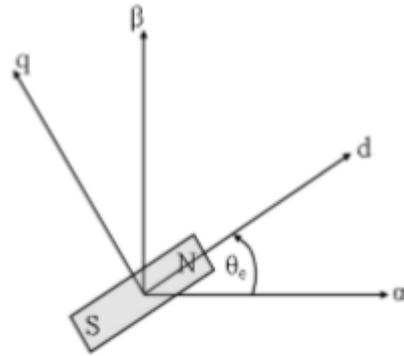


Figure I.18 : Transformation de Park

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi_f \quad (\text{I.10})$$

Et

$$\Psi_q = L_q i_q \quad (\text{I.11})$$

De l'équation (I.10) et de l'équation (I.11), l'équation suivante est obtenue :

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + PL_d & \omega L_q \\ -\omega L_d & R_s + PL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \Psi_f \end{bmatrix} \quad (\text{I.12})$$

### 1.12.2. Les équations mécaniques

La position électrique du rotor, c'est-à-dire  $\theta_e$  est l'angle électrique désignant la position du rotor par rapport au stator, est calculée de :

$$\frac{d\theta_e}{dt} = \omega \quad (\text{I.13})$$

L'équation de la vitesse du rotor est :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + \int \Omega = C_e - C_l \quad (\text{I.14})$$

Et  $\omega = p\Omega$  où  $\omega$  est la vitesse (angulaire) électrique,  $p$  est le nombre de paires de pôles,  $\Omega$  est la vitesse angulaire du rotor, cet est le couple électromagnétique  $C_l$  est le couple de charge,  $J$  est le moment d'inertie total, cela veut dire l'inertie de la machine synchrone plus celle de la charge,  $f$  est le coefficient de frottement visqueux.

### I.12.3. Couple électromagnétique de la MSAP

D'une façon générale, le couple électromagnétique délivré par la machine, obtenu à partir de la dérivée de l'énergie mécanique par rapport à la position électrique du rotor, est donné par l'expression suivante :

$$C_{em} = \frac{1}{2} N_p \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} [i_s]^T \frac{d[L_{ss}]}{d\theta_r} [i_s] + [i_s]^T \frac{d[\phi_{sf}]}{d\theta_r} \quad (I.15)$$

En faisant apparaître les grandeurs statoriques et rotoriques dans l'équation (I.10) et après simplification, on aboutit à la formule du couple électromagnétique suivante :

$$C_{em} = \frac{1}{2} N_p \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} i_s^T \frac{d[L_{ss}]}{d\theta_r} [i_s] + [i_s]^T \frac{d[L_{sf}]}{d\theta_r} i_f \quad (I.16)$$

Dans ce qui suit nous allons développer l'expression du couple électromagnétique dans un repère lié au rotor[13].

### I.12.4. Transformation de Park

Les équations obtenues dans le repère (a, b, c) sont fortement non-linéaires et couplées. Elles sont fonctions de la position du rotor  $\theta$ . Ceci fait apparaître des difficultés pour la résolution du système. Pour simplifier ce problème, la plupart des travaux dans la littérature font appel à l'utilisation de la transformation de Park. Cette transformation, appliquée aux variables réelles (tensions, courants et flux), permet d'obtenir des variables fictives appelées les composantes (d-q) ou de Park. Ceci peut être interprété comme étant une substitution des enroulements des phases du système réel (a, b, c) en enroulements orthogonaux d'axes (d, q) tournant à une vitesse  $\omega$  par rapport au stator. Ce changement de repère rend les équations dynamiques de la machine plus simples ce qui facilite leur étude et leur analyse[14].

Le passage aux composantes de Park est donné par une matrice de rotation :

$$[X_{\alpha,\beta}] = [P(\theta)][X_{d,q}] \quad (I.17)$$

Avec :

$$[P(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Le produit des deux transformations (Concordia et rotation) est souvent appelé la transformation de Park; donc le passage des composantes triphasées aux composantes de Park se fait suivant le schéma représenté par la figure (I .19)

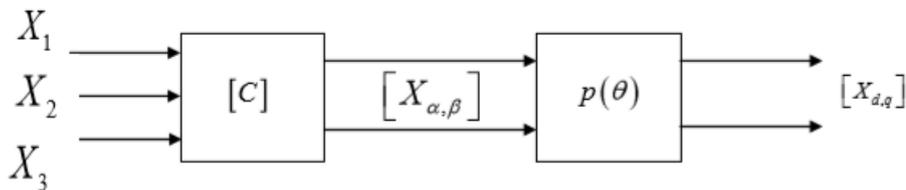
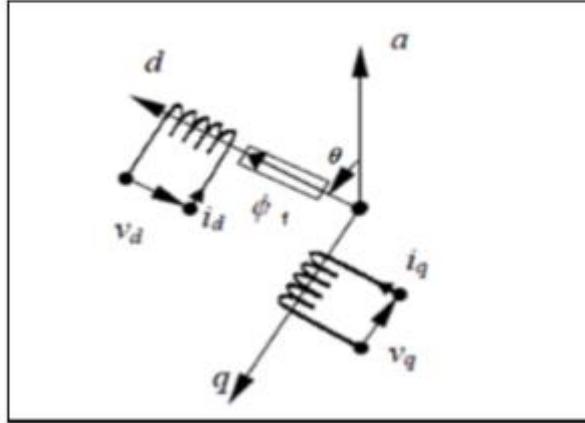


Figure I.19 : Passage des composantes triphasées aux composantes de Park

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^d \\ X^q \end{bmatrix} \quad (I.18)$$

#### I.12.4.1. Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents dans le repère de Park lié au rotor

On peut représenter l'aimant par un inducteur alimenté par une source de courant. Cet enroulement constitue un modèle élémentaire des aimants permanents qui seront remplacés par une source de courant constant if comme le montre la figure (I.20).



**Figure I.20 :** Schéma équivalent de la machine synchrone dans le repère d-q.

En faisant l'hypothèse que toutes les grandeurs homopolaires sont nulles, le passage du système d'équations (II-1) à l'équation dans le repère (d, q) lié au rotor figure II-3, se fait en utilisant les relations suivantes :

$$[V_{a,b,c}]^t = [C][P(\theta)][V_{dq}]^t \quad (I.19)$$

$$[I_{a,b,c}]^t = [C][P(\theta)][I_{dq}]^t \quad (I.20)$$

$$[\varphi_{a,b,c}]^t = [C][P(\theta)][P(\theta)][\varphi_{a,b,c}]^t \quad (I.21)$$

En reportant ces transformations dans le système d'équations (II-1), on obtient :

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -P\omega_r L_q \\ P\omega_r L_d & R_s + L_{qs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P\omega_r \varphi_f \end{bmatrix} \quad (I.22)$$

L'équation donnant le couple électromagnétique en fonction de la vitesse  $\omega_r$  est la suivante :

$$J \frac{dy}{dx} = C_{em} - C_r - C_f \quad (I.23)$$

Avec :  $C_f = f_r - \omega_r$

Le couple électromagnétique est donnée par :

$$C_{em} = \frac{3}{2}P [\varphi_d i_{qs} - \varphi_q i_{ds}] = P[(L_d - L_q)i_{ds} + \varphi_f]i_{qs} \quad (I.24)$$

Pour une machine synchrone à aimants permanents et à pôles lisses ( $L_d = L_q$ ) :

$$C_{em} = \frac{3}{2}P\varphi_f i_{qs} = K_T i_{qs} \quad (I.25)$$

Avec :  $K_T = \frac{3}{2}P\varphi_f$  est le coefficient associé à l'aimant

### I.13.1. Bloc de simulation du MSAP

La simulation a été effectuée par le logiciel Simulink sous MATLAB, la structure en schéma-bloc de cette simulation est présentée par la figure suivante :

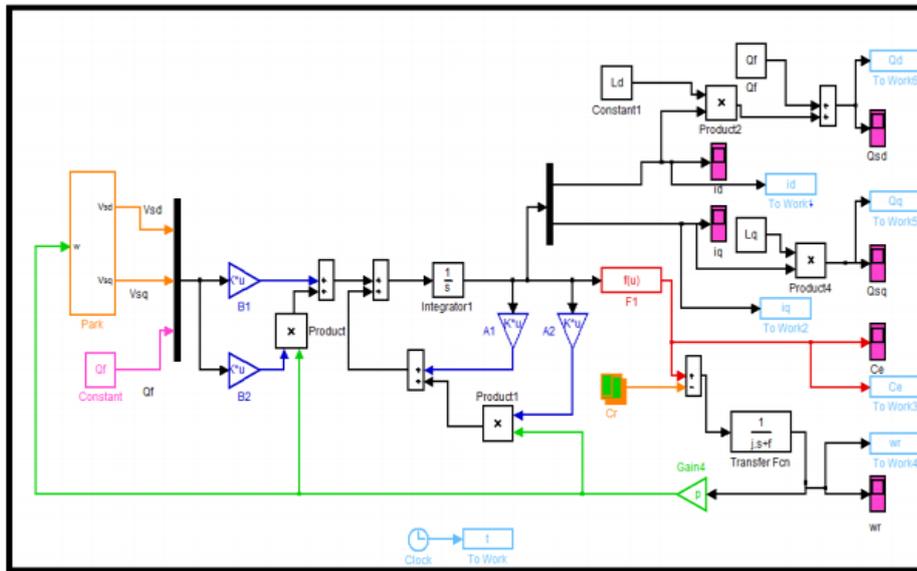


Figure I.21 : schéma bloc de simulation du MSAP alimentée par le réseau

### I.13.2. Résultats de simulation

Nous avons simulé le modèle d'une machine synchrone à aimants permanents dont les paramètres sont indiqués au niveau de l'annexe. En première étape, on va simuler numériquement le fonctionnement de la machine synchrone à aimant permanent (MSAP) alimentée directement par le réseau standard 220/380V, 50Hz et sans l'application de la perturbation ( $Cr = 0$ ), en deuxième étape on applique à la MSAP un couple résistant de  $Cr = 20N.M$  à  $t = 0:05s$

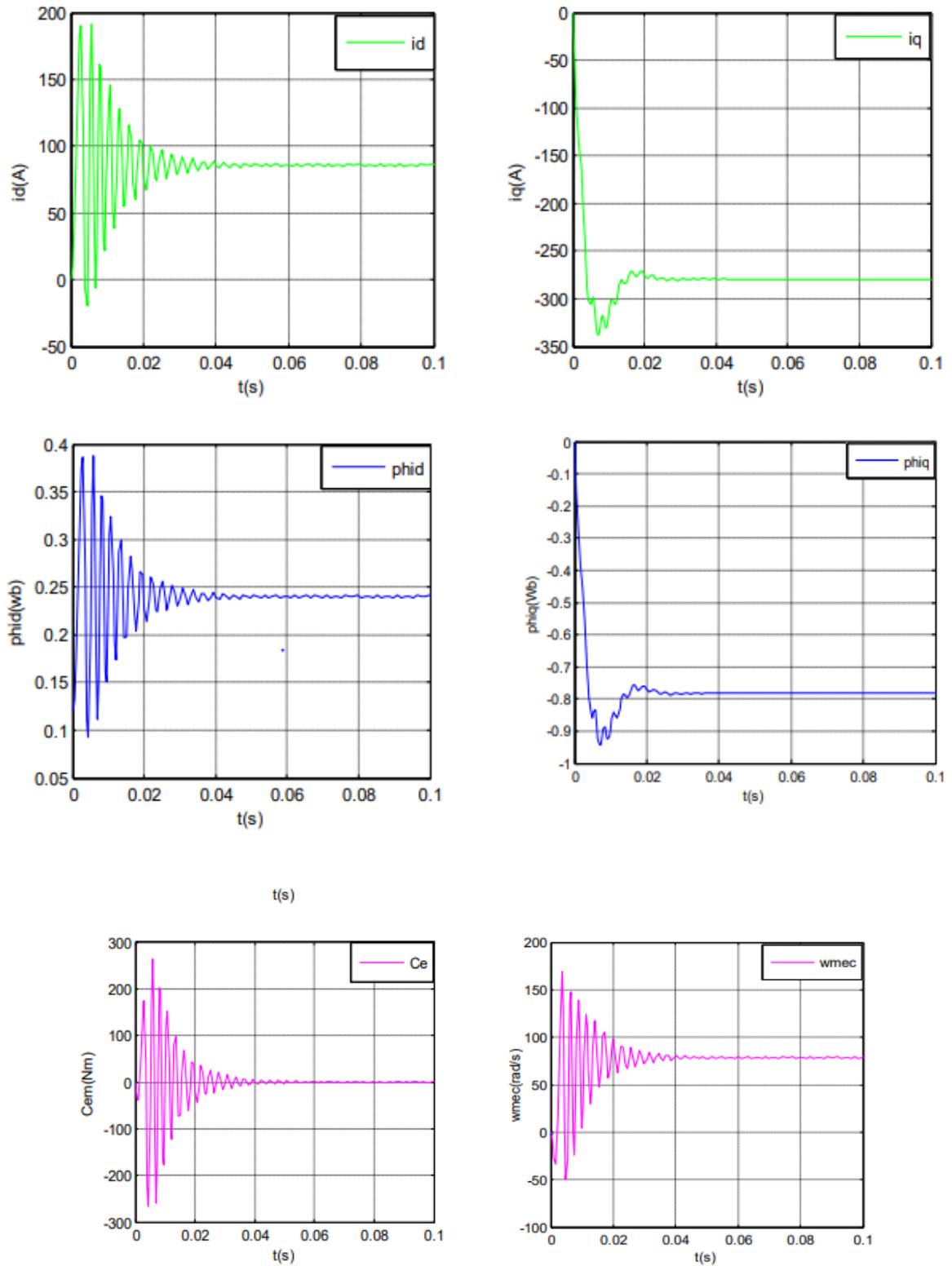


Figure I.22 : Fonctionnement à vide de la MSAP ( $C_r=0$ )

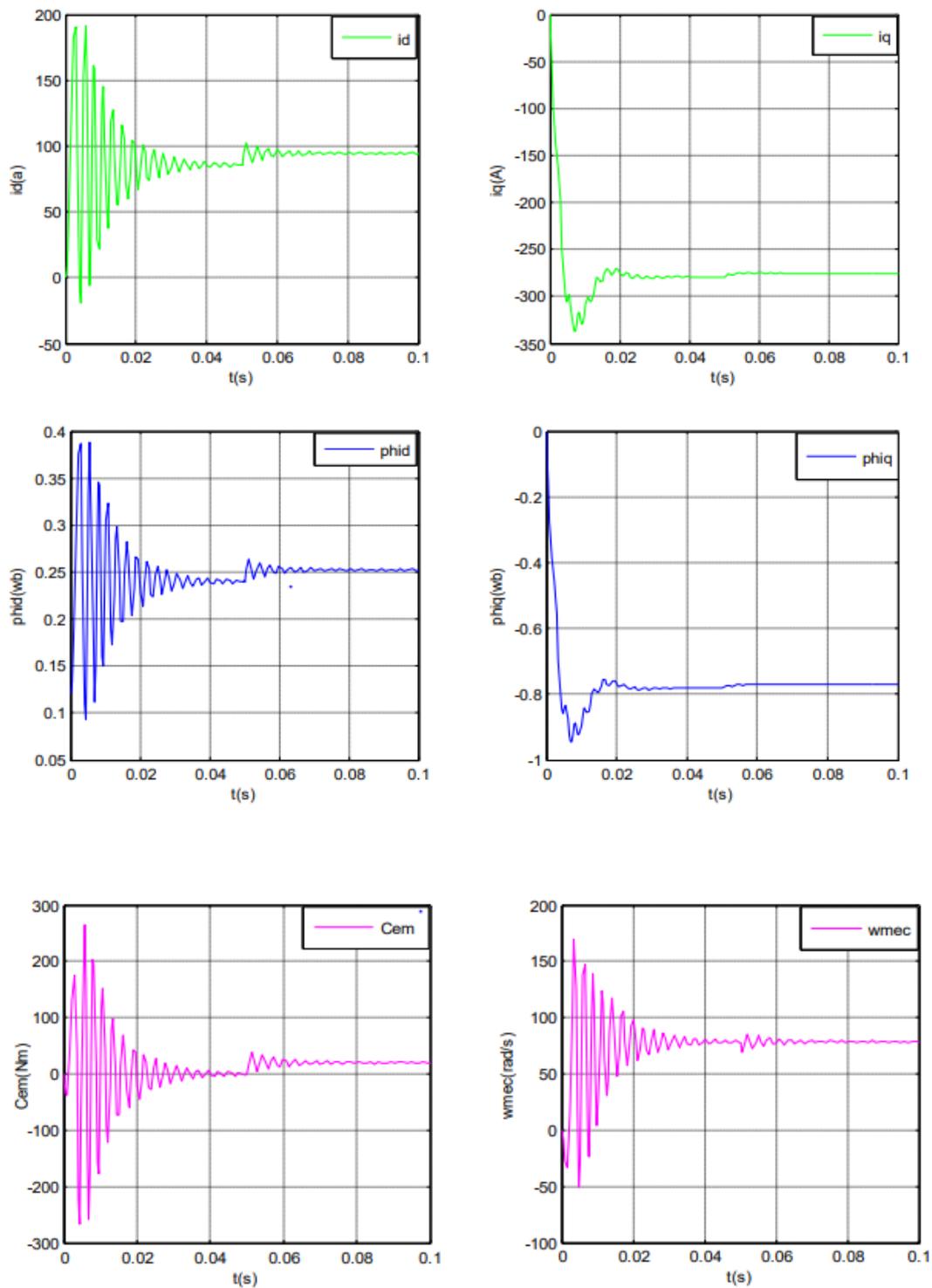


Figure I.23 : Fonctionnement en charge de la MSAP ( $C_r=20\text{Nm}$  à  $0.05\text{s}$ )

### I.13.3. Interprétation des résultats

#### ✓ Fonctionnement à vide

Les figures (I.22) montrent le comportement du MSAP lors d'un démarrage à vide. On remarque que la vitesse prend des pics très importants au début puis se stabilise à la vitesse de synchronisme (valeur nominale de  $78,6 \text{ rad/sec}$ ). Ces pics sont dus à l'absence d'enroulements d'amortissements pour la stabilisation de la vitesse au point de synchronisme. Après un régime transitoire de  $0,04 \text{ sec}$ , le couple ramène le rotor à la vitesse du synchronisme où il se stabilise au voisinage de zéro puisque il n'y a pas de charge et les frottements sont négligés. Au démarrage, les courants direct et en quadrature  $I_d$  et  $I_q$  sont caractérisés par des pics très importants qui, après le régime transitoire, tendent vers leurs valeurs nominales ( $I_d = 86A, I_q = -280A$ ). Ces pics s'expliquent par une faible f.c.e.m liée à la valeur de la vitesse au démarrage.

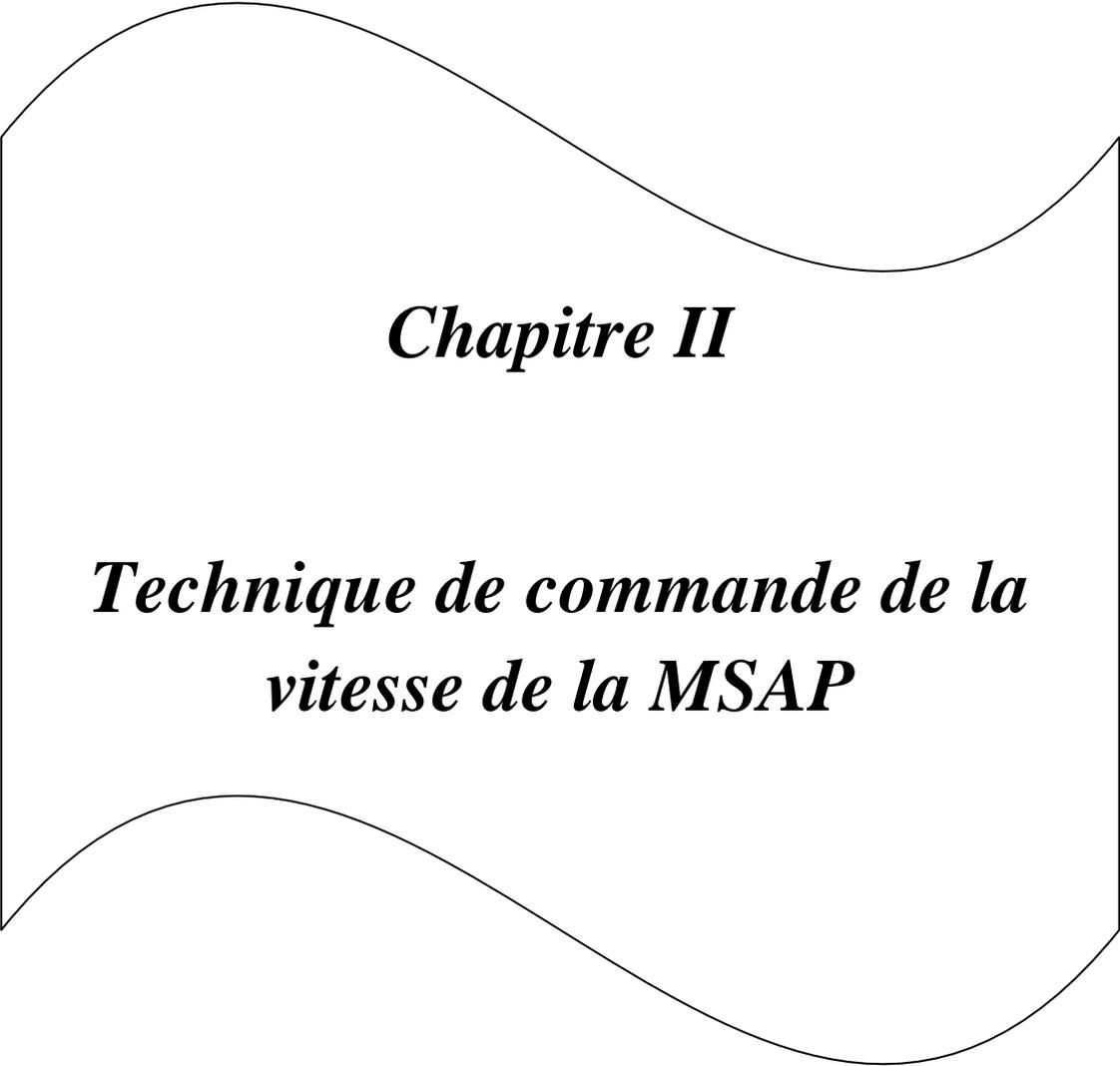
#### ✓ Fonctionnement en charge

Les figures (I.23) montrent le comportement du MSAP lors de l'application d'une charge de  $20 \text{ Nm}$ . On voit que la vitesse prend des pics plus importants que précédemment, mais se stabilise toujours au synchronisme malgré l'application de la charge. A noter que la valeur du couple en charge est un peu plus élevée par rapport à celle du régime à vide. Cela est tout à fait vrai car, pour toute machine électrique, ces valeurs ne sont pas proportionnelles aux charges appliquées

### I.14. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté des généralités sur la machine synchrone à aimant permanent, les caractéristiques et les différents types des aimants permanents, qui constituent un élément fondamental pour ce type de machine, les différentes structures des aimants sur le rotor, les avantages et les inconvénients de chaque configuration et en fin les domaines d'applications de la MSAP sont abordés . Par la suite on a présenté le modèle dynamique triphasé de la machine synchrone à aimants permanents et on a prouvé que cette approche implique l'obtention d'un ensemble d'équations différentielles non linéaires à coefficients variantes dans le temps, difficile à étudier. On a montré qu'à l'aide de la transformation de Park, le modèle devient linéaire, plus simple et facile à étudier. Le modèle de la machine simulée a été établi en passant du système réel triphasé vers un système biphasé linéaire de PARK. Cette simulation nous a permis essentiellement de retrouver les résultats classiques du MSAP.

On peut conclure que les résultats obtenus par voie de simulation nous donnent une vision assez claire sur le comportement et les caractéristiques électrique de la machine synchrone à aimant permanents.



## ***Chapitre II***

### ***Technique de commande de la vitesse de la MSAP***

## **II.1.Introduction**

Les différentes applications industrielles des variateurs synchrones du couple, de la vitesse et/ou de la position exigent des cahiers des charges extrêmement sévères. Par conséquent, leurs performances statiques et dynamiques doivent être très élevées, ce qui conduit à une sophistication et une robustesse de leur commande. Un bon fonctionnement de la commande nécessite une excellente information provenant du processus à contrôler. Cette information peut parvenir des capteurs mécaniques (vitesse de rotation, position angulaire) qui sont des éléments coûteux et fragiles et qui demandent un traitement spécifique des signaux physiques captés. De plus, ils manifestent une sensibilité aux interférences extérieures et exigent une maintenance très coûteuse. D'un autre côté, certaines grandeurs internes d'une machine ne sont pas mesurables directement (flux, couple résistant). Une recherche de la simplicité de conception et de la robustesse devient l'un des critères les plus importants dans de nombreuses applications. Plusieurs stratégies ont été proposées dans la littérature pour atteindre ce but. Une grande partie des méthodes proposées est basée sur des observateurs qui dépendent du modèle de la machine synchrone et des f.e.m. C'est pour cette raison que ces techniques échouent à se substituer aux capteurs de position dans le domaine des basses vitesses. D'autres recherches reposent sur l'estimation de la position du rotor à partir des grandeurs électriques statoriques du moteur tels que les courants ou les tensions de phases et aussi aux saillances de la machine. Puisque ces saillances sont, en général, dues à la saturation (créée par le flux principal) ou à la variation de l'entrefer, des informations sur la position du flux principal ou du rotor peuvent être obtenues. Si elles se basent sur l'alimentation fondamentale de la machine, ces techniques échouent également à basse vitesse et à l'arrêt. La troisième partie des méthodes proposées est celle qui se base sur l'estimation de la position des saillances via une excitation supplémentaire à haute fréquence indépendante de l'alimentation fondamentale de la machine. Ces techniques promettent de donner de meilleurs résultats dans le domaine des basses vitesses y compris à l'arrêt [15]

Dans ce chapitre, on va présenter les différentes techniques basées sur la théorie de la commande non linéaire et la commande linéaire. Ces commandes sont appliquées au moteur synchrone à aimants permanents, entraînant une charge mécanique à deux masses [16].

Comme on a déjà mentionné la commande non-linéaire basée sur la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties qui maîtrise très bien la non-linéarité et maintient ses performances dans une grande plage d'opération longtemps et aussi que les paramètres de la

MSAP ne change pas. Un grand nombre de recherches ont été destinés aux développements des méthodologies adaptatives non linéaires combinant la technique de linéarisation avec les méthodes adaptatives. La plupart des méthodes sont destinées au cas où les paramètres incertains rentrent d'une façon linéaire dans le modèle. [21]

Cependant parmi les travaux récents, la technique du backstepping (commande stabilisante non linéaire) est apparue comme une autre alternative. Elle s'applique aux systèmes non linéaires. Le backstepping n'oblige pas le système à devenir linéaire. L'idée fondamentale du backstepping est de synthétiser la loi de commande d'une manière récursive. Certaines composantes du vecteur d'état sont considérées comme des commandes virtuelles et des lois de commande intermédiaires sont élaborées. On se propose donc dans ce chapitre de faire la synthèse d'une loi de commande non linéaire pour l'estimation des paramètres du moteur synchrone à aimants permanents. Les paramètres incertains sont principalement la résistance statorique (qui dépend de la température), les inductances (qui dépendent du niveau de saturation) et le couple de charge (qui est difficilement quantifiables) en utilisant la technique du backstepping et dont le problème de stabilité est pris en compte par la fonction de Lyapunov [22].

## **II.2.Principe de la commande vectorielle**

La commande de la machine synchrone requiert le contrôle du couple, et du flux. Cependant, la formule du couple électromagnétique est complexe, elle ne ressemble pas à celle d'une machine à courant continu où le découplage naturelle entre le réglage du flux et celui du couple rend sa commande aisée. C'est pourquoi, la commande vectorielle n'a été introduite qu'au début des années70, grâce aux avancées technologiques de l'électronique de puissance et de signal. Elle nécessite des calculs de la transformée de Park, évaluation de fonctions trigonométriques, des intégrations, des régulations, ce qui demande une technologie assez puissante [19].

Quel que soit le but de la commande (régulation de couple, de vitesse ou de position), le contrôle du couple du moteur est nécessaire. Celui-ci, dépendant des deux courants  $I_d$  et  $I_q$ , on laisse un degré de liberté. Cette liberté peut être exploitée afin de satisfaire un critère d'optimisation selon l'application. L'objectif principal de la commande vectorielle des MSAP est donc de contrôler le couple de manière optimale selon un critère choisi. Le critère choisi correspond souvent à la minimisation des pertes Joule à couple donné. Mais ce critère demande la solution d'un problème d'optimisation qui impose le contrôle simultané des courants  $I_d$  et  $I_q$

. Pour simplifier la commande, nous fixons souvent le courant de manière que le couple soit proportionnel à dans une plage de vitesse donnée. Dans les machines à rotor lisse ( $L_d = L_q$ ), où le couple ne dépend que de la composante en quadrature, la valeur optimale du courant direct est évidemment zéro ( $I_d = 0$ ), mais pour la machine synchrone à pôles saillants elle peut être fixée à une valeur qui correspond au couple maximal à courant maximal [17], [18].

### II.3. Stratégies de la commande vectorielle

Le système présenté par la figure II.6, régit le fonctionnement du MSAP et sa charge mécanique. La commande vectorielle est la solution la plus utilisée pour contrôler et commander séparément les variables du MSAP et sa charge à entraîner. Cette technique de commande, donne une meilleure dynamique sur le couple et fait une commande semblable à celle des machines à courant continu, en posant le courant, et régler les vitesses et les positions du système par la composante. Le schéma donné dans la figure, représente la structure complète de la commande vectorielle du MSAP entraînant une charge à inertie variable (multi-masses) [16].

L'équation du couple est donné par ;

$$C_{em} = p(L_d - L_q)I_d I_q + \Phi_{sf} I_q \quad (\text{II.1})$$

Le modèle décrit par les équations précédentes (II.1, II.2) montre que la MSAP est un système multi-variable, non linéaire et fortement couplé. Cette stratégie de commande permet de simplifier la commande du couple par la linéarisation de la relation entre le couple et le courant. Si le courant est maintenu nul, physiquement le flux de réaction d'induit est en quadrature avec le flux rotorique produit par les aimants permanents :  $\Phi_d = \Phi_{sf}$

L'expression du couple est donnée par la relation :

$$C_{em} = p\Phi_{sf} I_q \quad (\text{II.2})$$

Comme le flux est constant, le couple électromagnétique est directement proportionnel au courant. Donc :

$$C_{em} = K I_q \quad (\text{II.3})$$

Avec  $K = p\phi_{sf}$  (II.4)

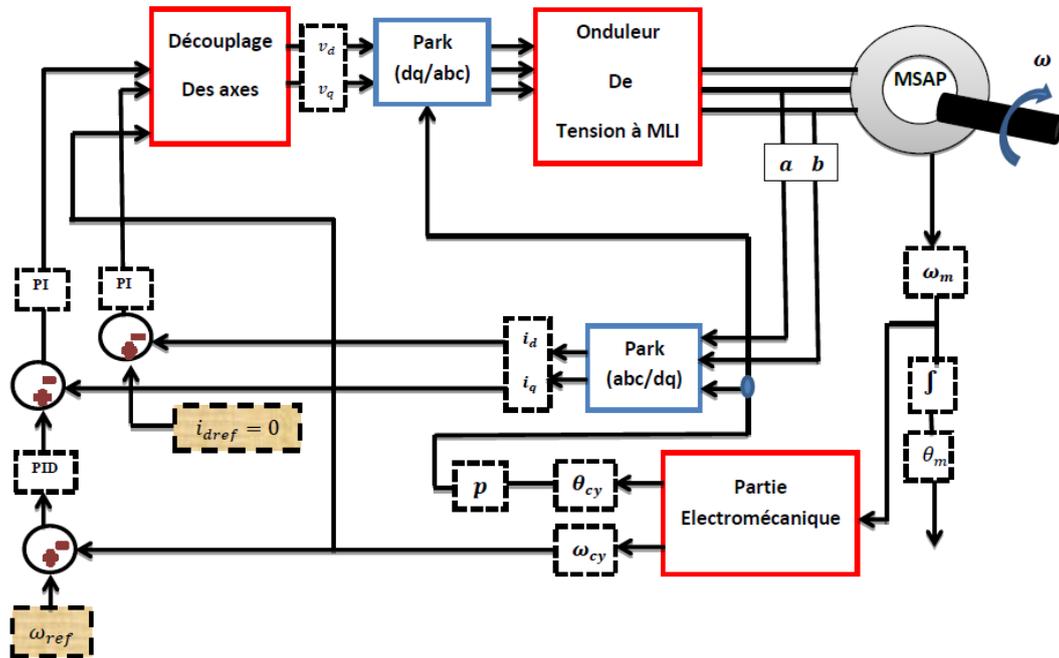


Figure II.1 : Schéma fonctionnel de la structure de commande

## II.4. Avantages et les inconvénients de la commande vectorielle

### ➤ Avantages

- ✓ Elle est basée sur le modèle transitoire (traiter les régimes transitoires, ce que ne permettait pas de faire la commande classique)
- ✓ Elle est précise et rapide.
- ✓ Il y a un contrôle du couple à l'arrêt.
- ✓ Le contrôle des grandeurs se fait en amplitude et en phase.

### ➤ Inconvénients

Le contrôle vectoriel par orientation du flux rotorique présente un certain nombre d'inconvénients

- ✓ Très cher (encodeur incrémental ou estimateur de vitesse, DSP.).
- ✓ Faible robustesse aux variations paramétriques et en particulier à celles de la constante de temps rotorique.

- ✓ Nécessité d'un modulateur pour la commande rapprochée de l'onduleur qui provoque des retards, surtout à basse fréquence de modulation (grande puissance).
- ✓ Ces retards sont responsables d'une augmentation du temps de réponse en couple, ce qui pénalise les variateurs utilisés en traction.
- ✓ Présence de transformations de coordonnées dépendant d'un angle estimé.
- ✓ la vitesse de rotation intervient explicitement dans l'algorithme de commande. Quand on ne mesure pas cette vitesse (variateur sans capteur de vitesse), les erreurs sur l'estimée de cette vitesse dégradent les performances du variateur.

## **II.5. La commande non linéaire**

### **II.5.1. Introduction**

La commande non linéaire permet d'envisager des variateurs de vitesse à courant alternatif très compétitifs et aussi performants que les variateurs à courant continu. La commande non linéaire, par le biais de la linéarisation entrée – sortie permet de décomposer le modèle du moteur en deux sous-systèmes linéaires mono- variables indépendants. Le comportement de chaque sous système est défini par un choix optimal des pôles dans le plan complexe. Ce choix permet d'avoir des coefficients de réglage conduisant à un courant supérieur au courant max.

La solution de limitation du courant par saturation rend la contre réaction du contrôle inactive durant les régimes transitoires importants. Plusieurs méthodes ont été proposées pour résoudre ce problème.

La technique de limitation du courant par poursuite d'une trajectoire de vitesse à accélération constante présente des avantages incontestables que nous analysons dans ce travail [19] [20]

Comme on a déjà mentionné la commande non-linéaire basée sur la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties qui maîtrise très bien la non-linéarité et maintient ses performances dans une grande plage d'opération longtemps et aussi que les paramètres de la MSAP ne change pas. Un grand nombre de recherches ont été destinés aux développements des méthodologies à adaptatives non linéaires combinant la technique de linéarisation avec les méthodes adaptatives. La plupart des méthodes sont destinées au cas où les paramètres incertains rentrent d'une façon linéaire dans le modèle [21].

### II.5.2. Aperçu sur la commande adaptative

L'origine de la commande adaptative remonte aux années 1950, Elle est définie comme une commande permettant au régulateur de s'adapter de lui-même aux changements du processus. En conséquence, l'objectif de la commande adaptative est l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande, afin de maintenir de façon identique un certain niveau de performances, quand les paramètres du procédé à commander varient dans le temps. Un système adaptatif peut s'envisager comme une structure à deux boucles, une boucle principale classique qui prend en compte toutes les variations des signaux d'entrée et de sortie et secondaire qui réagit aux variations des paramètres du processus, c'est elle qui rend le système adaptatif, [23].

Les différentes méthodes de commande se différencient par la structure choisie pour réaliser la mise à jour en temps réel des paramètres du régulateur en fonction des variations du processus à commander.

### II.5.3. Conception de la commande non-linéaire adaptative par Backstepping

Afin d'illustrer le principe de la méthode de Backstepping, on considère le cas de système non linéaire de la forme :

$$\dot{X}_1 = f(x_2) - x_2 \quad (\text{II.5})$$

$$\dot{X}_2 = u \quad (\text{II.6})$$

Où :

$[x_1 \ x_2]$  : Le vecteur d'état,

U : est l'entrée de commande.

Et  $f(0) = 0$ , alors son origine ( $x_1 = 0, x_2 = 0$ ) est un point d'équilibre du système défini par(II.5).

La commande par Backstepping est développée ci-dessous :

Premièrement, on définit pour la sortie une trajectoire désirée, on introduit alors l'erreur de poursuite suivant :

$$\varepsilon = x_{1d} - x_1 \quad (\text{II.7})$$

Sa dérivée s'écrit

$$\dot{\varepsilon} = \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 = \dot{x}_{1d} - f(x_1) - x_2 \quad (\text{II.8})$$

Où les deux sont associées à la fonction de *Lyapunov* candidate suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} \varepsilon^2 \quad (\text{II.9})$$

La dérivée de la fonction de *Lyapunov* s'écrit :

$$\dot{V}_1 = \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_1 (\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1) \quad (\text{II.10})$$

L'état  $x$  est ensuite utilisé comme commande intermédiaire afin de garantir la stabilité de (II.9). On définit pour cela une commande virtuelle :

$$x_{2a} = a_1 \varepsilon_1 \pm \dot{X}_{1d} - f(x_1) \quad (\text{II.11})$$

## II.6. Commande vectorielle de type Backstepping

### II.6.1. Introduction

La technique de backstepping a été développée au début des années 90 (Kokotovic, 1992). L'arrivée de la commande par backstepping a donné un nouveau souffle à la commande des systèmes non linéaires, qui malgré les grands progrès réalisés, il manquait des approches générales. Cette technique est une méthode systématique récursive de synthèse de lois de commande non linéaires qui utilise le principe de stabilité de Lyapunov et qui peut s'appliquer à un grand nombre de systèmes non linéaires.

### II.6.2. Principe du Backstepping

L'idée de base de la commande de type Backstepping est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous-systèmes d'ordre un en cascade stable au sens de Lyapunov, ce qui leur confère des qualités de robustesse et une stabilité globale asymptotique. En d'autres termes, c'est une méthode multi-étages. À chaque étape du processus, une commande virtuelle est ainsi générée pour assurer la convergence du système vers son état d'équilibre.

Cela peut être atteint à partir des fonctions de Lyapunov qui assurent pas à pas la stabilisation de chaque étape de synthèse.

Dans ce qui suit, nous introduisons une commande basée sur la technique de backstepping pour la MSAPPL afin de réaliser une commande sans capteur. L'objectif de cette commande est de permettre d'une part, l'asservissement de vitesse selon la trajectoire de référence définie par le benchmark "Commande sans capteur mécanique" (figure 2.4) et d'autre part de contraindre le courant  $i_d$  à 0.

## II.7. Filtre de Kalman

Une des méthodes utilisées pour l'estimation du flux rotorique ou de la vitesse de la machine synchrone est le filtre de Kalman étendu [24],[25], [26], [27] observateur non linéaire en boucle fermée dont la matrice de gain est variable. À chaque pas de calcul, le filtre de Kalman prédit les nouvelles valeurs des variables d'état de la machine synchrone (courant statoriques, flux rotorique et vitesse). Cette prédiction est effectuée soit en minimisant les effets de bruit et les erreurs de modélisation des paramètres ou des variables d'état soit par un algorithme génétique

[28] [29] . Les bruits sont supposés blancs, Gaussiens et non corrélés avec les états estimés. Pour estimer la vitesse en appliquant le filtre de Kalman nous rencontrons plusieurs limitations.

- Dans la pratique, les bruits dans un système onduleur - machine sont colorés, c'est pourquoi la minimisation des erreurs ne peut être garantie [28].
- L'observateur basé sur le filtre de Kalman ne résout pas le problème d'estimation de flux ou de vitesse rotorique dans les basses vitesses ou à l'arrêt [28].
- Cette méthode étant basée sur le même modèle d'observateurs de flux, elle reste sensible aux variations des paramètres [28].
- L'algorithme du filtre de Kalman est un algorithme récursif et demande des calculs de matrices inverses, ce qui augmente énormément le temps de calcul [28].

## **II.8. Commande sans capteur**

### **II.8.1. Observateurs d'états**

Pour réduire le coût des capteurs, des développements d'estimateurs et d'observateurs ont été réalisés à partir d'équations mathématiques du moteur synchrone à aimants permanents. Nous les utilisons, parce qu'ils sont moins sensibles à la variation paramétriques et les grandeurs estimées, comme la vitesse et la position, sont très précises. Ceci permet d'augmenter les performances dynamiques et statiques du MSAP associée à sa commande. On peut citer quelques travaux réalisés dans le domaine de l'estimation et de l'observation. La régulation de la vitesse et des courants pour un MSAP via la technique non linéaire adaptative backstepping [30][31] ,commande direct du couple du MSAP à double alimentation, la régulation des courants et de la vitesse sont réalisées par deux contrôleurs (proportionnel intégral et mode de glissant)[32] estimation de la vitesse et de position du MSAP à surface permanente par un observateur auto-adaptait du flux (SAO) [33];commande prédictive en courant du MSAP et estimation du couple électromagnétique et du flux lors de l'application de transformations de Concordia (système triphasé en système biphasé) d'après Florent Morel [34] [35].

### **II.8.2. Applications des observateurs**

Dans le domaine de l'observation et de l'estimation, il existe plusieurs types d'observateurs. Leurs utilisations dépendent de la nature du système utilisé. D'après leurs fonctions, les observateurs sont classés en deux modes :

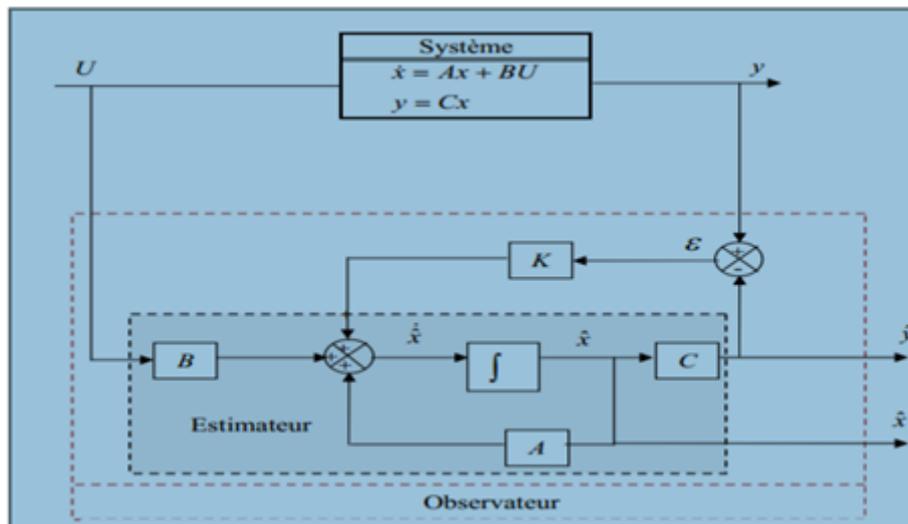
**II.8.2.1. Observateurs utilisés dans les systèmes linéaires**

On trouve dans ce type, l'observateur de LUENBERGER et l'observateur à filtre de KALMEN, qui sont basés sur la matrice [A]. Cette dernière est invariante et linéaire avec le temps.

**II.8.2.2. Observateurs utilisés dans les systèmes non-linéaires**

On trouve plusieurs types dans ce domaine, on peut citer :

- Les observateurs à mode de glissement.
- Les observateurs basés sur la méthode de LYAPOUNOV.
- Les observateurs à structure variable...etc.



**Figure II .2:** Schéma bloc d'un observateur.

Les différentes grandeurs mentionnées sur la figure ci-dessus, représentent respectivement :

- Un vecteur d'entrée  $U$  du système réel et de l'observateur,
- Un vecteur d'état  $x$  constitué des grandeurs à observer,
- Un vecteur de sortie  $y$  dont les composantes sont mesurables (tensions, courants). La mise en équation de l'observateur conduit à la forme suivante : (2)

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + K\epsilon \tag{II.11}$$

$$\hat{y} = C\hat{X} \tag{II.12}$$

Le principe de construction d'un observateur consiste donc à corriger la dynamique de l'estimation dans l'équation (II.12) en tenant compte de l'écart entre la sortie réelle et la sortie reconstruite.

## **II.9. Classification des observateurs**

Il existe de nombreuses techniques d'observation. Elles diffèrent en fonction de la nature du système considéré (linéaire ou non linéaire), de l'environnement considéré (déterministe ou stochastique) et enfin de la dimension du vecteur d'état à estimer (complet ou réduit). En fonction de la nature du système considéré, ces observateurs peuvent être classés en deux grandes catégories [36], [37].

### **II.9.1. Observateurs pour les systèmes linéaires**

Ce sont les observateurs dont la construction du gain est basée sur une matrice "A " du système qui est linéaire et invariant dans le temps. L'observateur de Luenberger et le filtre de Kalman se basent sur cette approche.

### **II.9.2. Observateurs pour les systèmes non linéaires**

Les systèmes peuvent être non linéaires, dans ce cas, des observateurs ont été développés pour pallier cette difficulté. On peut citer par exemple :

- des observateurs où les gains de correction sont calculés à partir d'une analyse par la méthode de Lyapunov.
- des observateurs à structure variables (modes glissants).
- des observateurs à grand gain.

### **II.9.3. Observateurs d'ordre complet**

Les observateurs d'ordre complet (4 pour la machine symétrique) qui donnent les informations sur les quatre variables d'état. Ce type d'observateurs nécessite un temps d'exécution relativement long.

### **II.9.4. Observateurs d'ordre réduit**

Les observateurs d'ordre réduit (2 pour la machine symétrique) obtenus en ne considérant que les équations décrivant les modes non mesurables, qui donnent des informations sur les deux variables d'état. Ce type d'observateurs nécessite moins de temps de calcul que ceux d'ordre complet.

En fin, en fonction de l'environnement considéré, deux grandes familles d'observateurs se distinguent :

- Observateurs de type déterministes,
- Observateurs de type stochastiques.

## II.10.Simulation de la commande non-linéaire de la MSAP

### II.10.1.Schéma de simulation

Nous avons établi une commande de linéarisation E/S par retour d'état non linéaire pour la MSAP alimentée en tension conformément en schéma bloc de la figureIV.1.

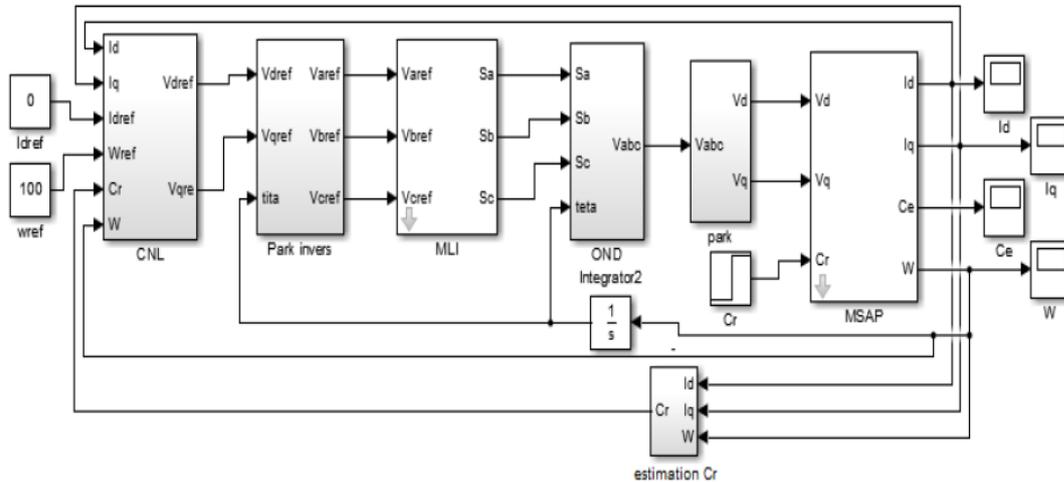
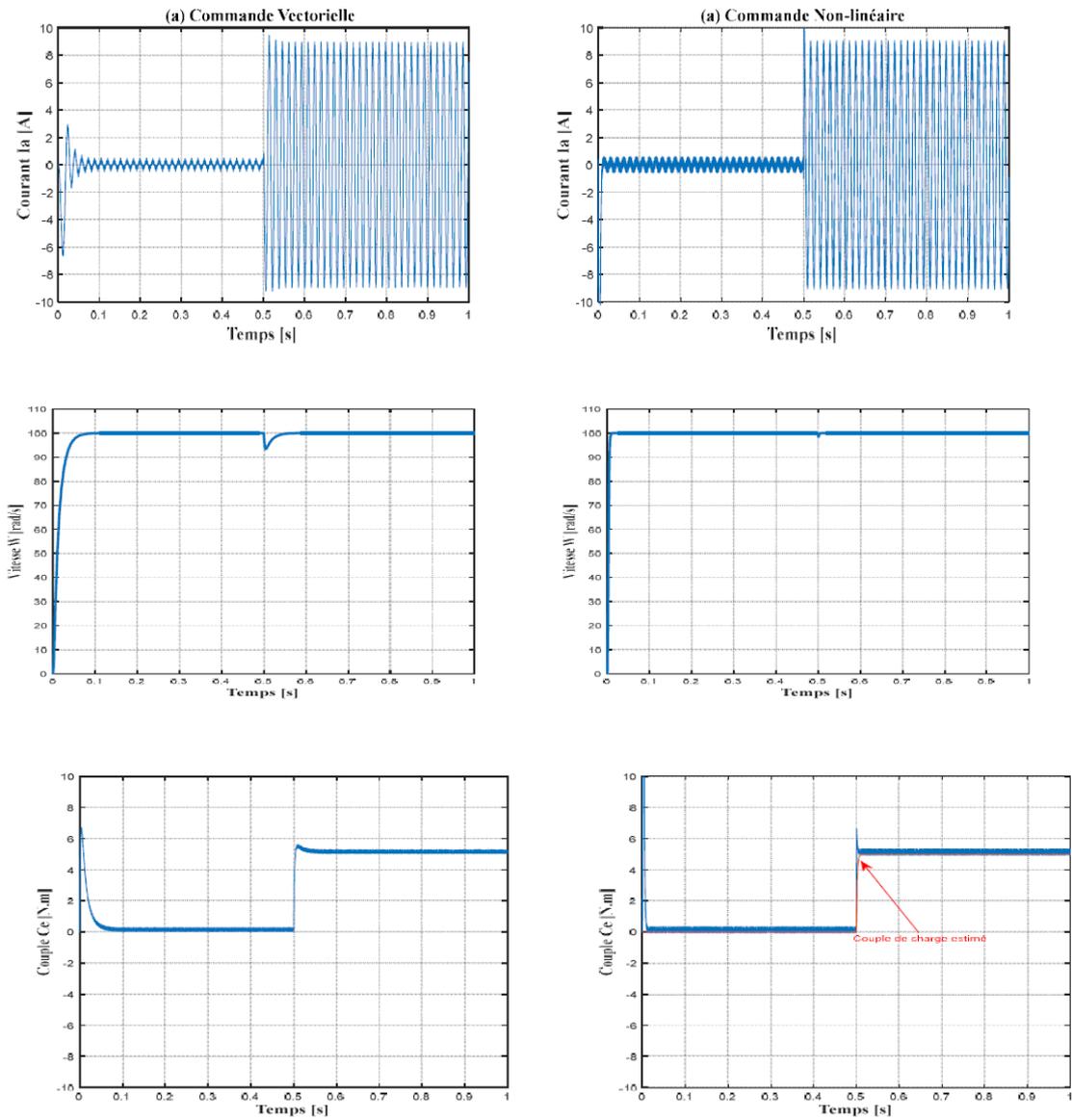


Figure II. 3 : Simulation de la commande non-linéaire de la MSAP

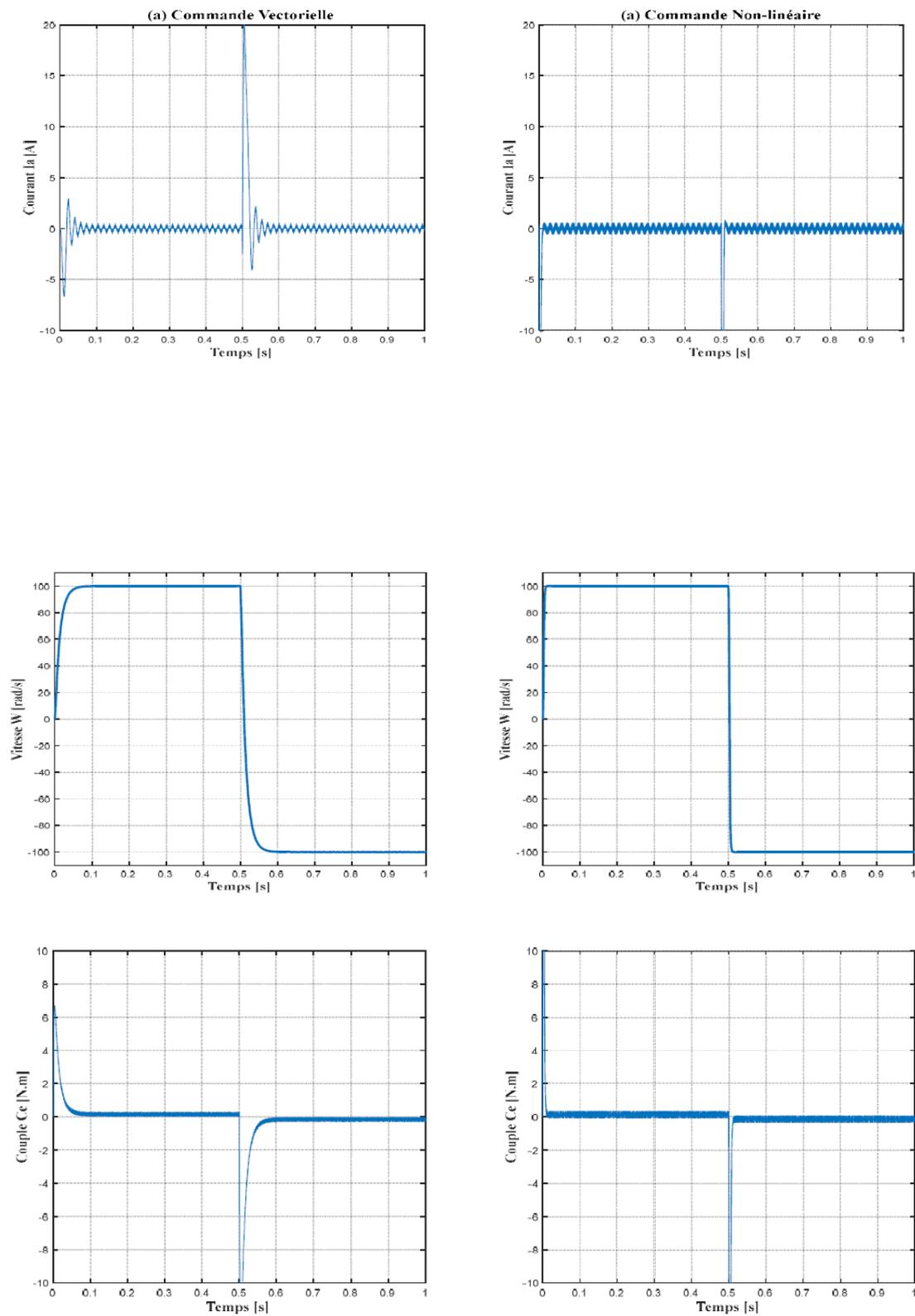
## II.11.Etude comparative par simulation entre la commande vectorielle et la commande non-linéaire

Afin d'illustrer les performances statiques et dynamiques des deux types de commande vectorielle et non-linéaire, on a simulé les régimes transitoires suivants :

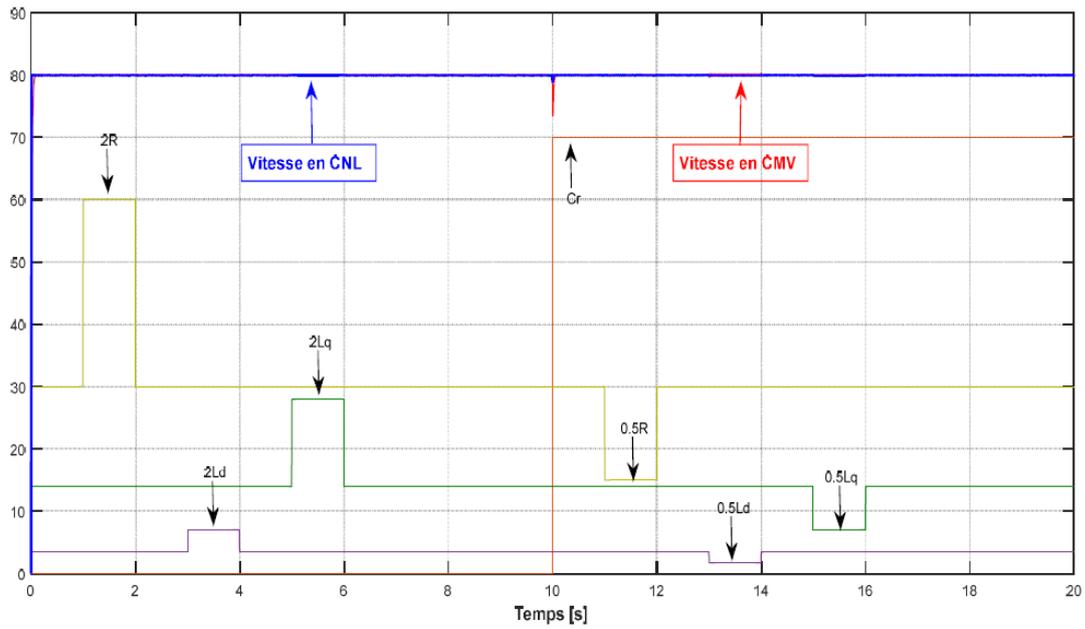
Un démarrage à vide et en charge suit teste d'inversion de sens de rotation, en fin Robustesse vis à vis la variation paramétrique électriques du la MSAP en deux commande



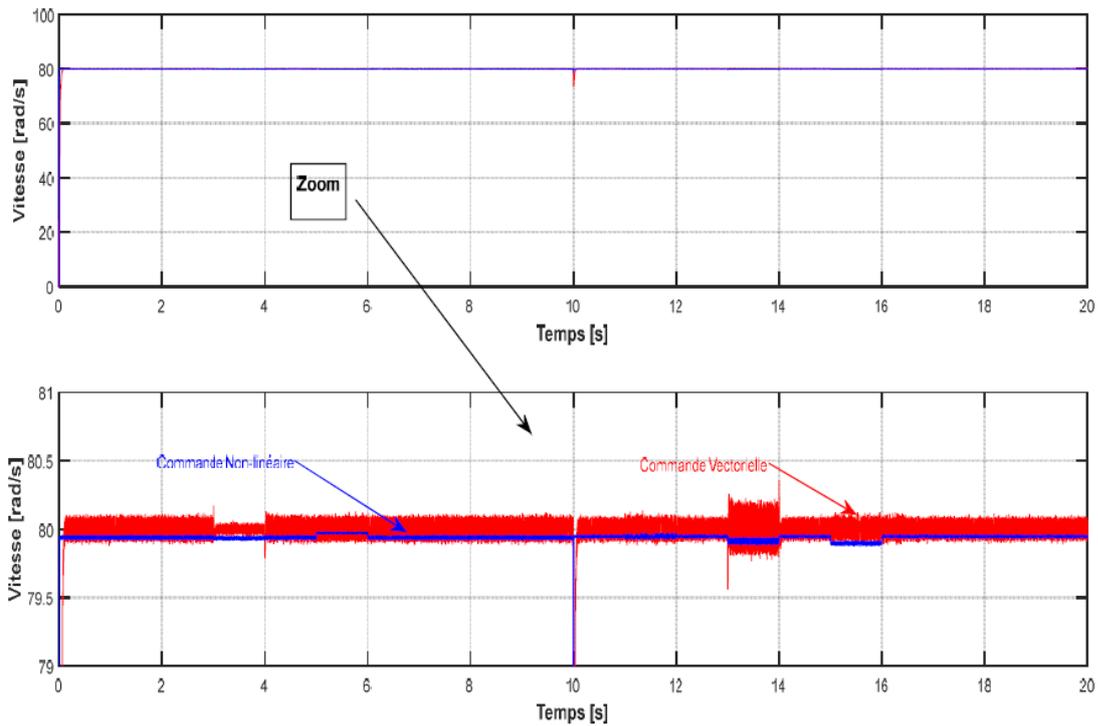
**Figure II.4 :** Réponse dynamique et statique de la commande vectorielle et commande non linéaire lors de l'introduction d'un couple de charge de 5 N.m à l'instant  $t=0.5$



**Figure II.5 :** Réponse dynamique et statique de la commande vectorielle et commande non linéaire lors de l'inversion de sens de rotation.



**Figure II.6:** Scenarios de test de robustesse en variation du couple de charge et des paramètres électriques du la MSAP en deux commande.



**Figure II.7:** Vitesse de rotation pour les deux types de commande suivant les tests de robustesse vis-à-vis a variation paramétrique

## II.12. Interprétation des résultats de simulation

La figure II.4 montre les résultats de simulation obtenus avec un démarrage a vide, suivi d'une application de charge nominale a l'instant  $t=0.5s$ . Dans cet ordre, elles sont présentées les réponses du courant, du couple et de la vitesse. On remarque que l'allure de la vitesse a l'instant de l'application de la charge présente une chute rejetée rapidement, puis se stabilise a sa grandeur de référence 100rd/s en commande vectorielle et que la vitesse toujours tient sa référence sans dépassement en commande non-linéaire (100rd/s). On remarque également que le temps de réponse est rapide dans le cas non-linéaire.

On peut noter que l'estimation de ce couple est satisfaisante. Le couple estime suit sa référence lors de la variation brusque de la charge

### II.12.1. Inversion du sens de rotation

Afin de tester la robustesse des deux types de commande vis a vis a une variation importante de la référence de la vitesse, on introduit un changement de consigne de vitesse de 100rad/s a -100rad/s.

On constate d'après la Figure II.5 que le couple électromagnétique et le courant de phase statorique marquent des pics lors de l'inversion du sens de rotation pour les deux techniques de commande, puis se stabilisent en régime permanent.

Dans ce cas de test est d'après les résultats obtenues on remarque que la vitesse toujours tient sa référence sans dépassement avec un temps de réponse rapide en commande non-linéaire par rapport à l'autre [38].

### II.12.2. Robustesse vis à vis la variation paramétrique

Dans cette partie, nous étudions la robustesse de la commande (commande vectorielle et commande non-linéaire) vis-à-vis la variation des paramètres électriques du la MSAP.

L'analyse de la robustesse des deux commandes est explorée vis-à-vis la variation de résistance (R) et des inductances ( $L_d, L_q$ ) de la MSAP, selon les tests de robustesse présentes par résistance (R) et des inductances ( $L_d, L_q$ ) de la MSAP, selon les tests de robustesse présentes par la figure II.6.

On constate d'après les résultats présents par la figure II.7 la sensibilité de la commande vectorielle face à la déviation paramétrique du moteur par rapport à la commande non-linéaire.

Les résultats obtenus montrent la robustesse de la commande non linéaire vis-à-vis des variations paramétriques de la machine.

### II.13.Simulation de la commande non-linéaire adaptative par backstepping de la MSAP

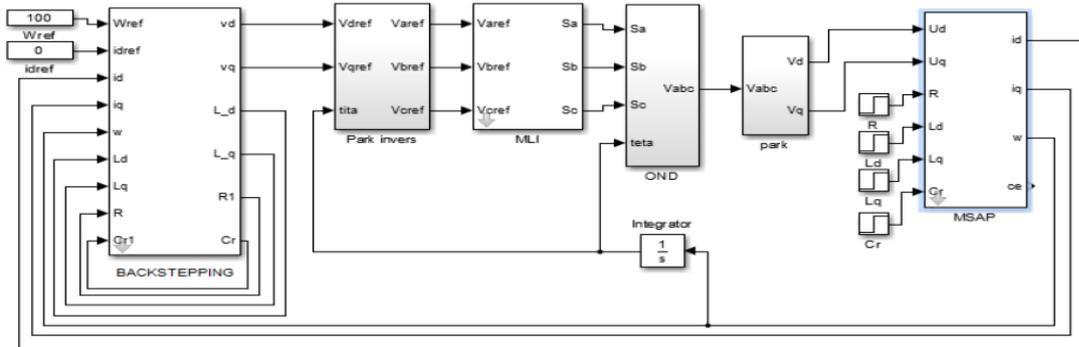
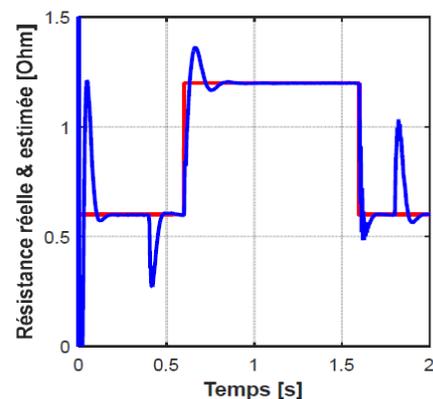
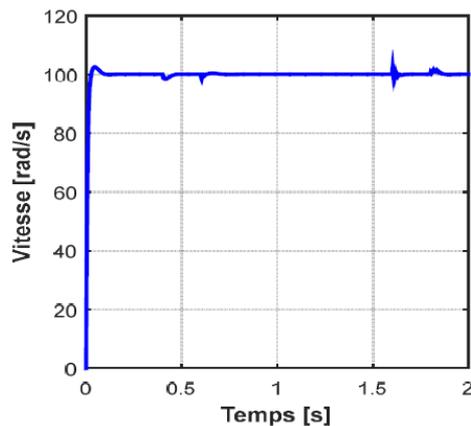


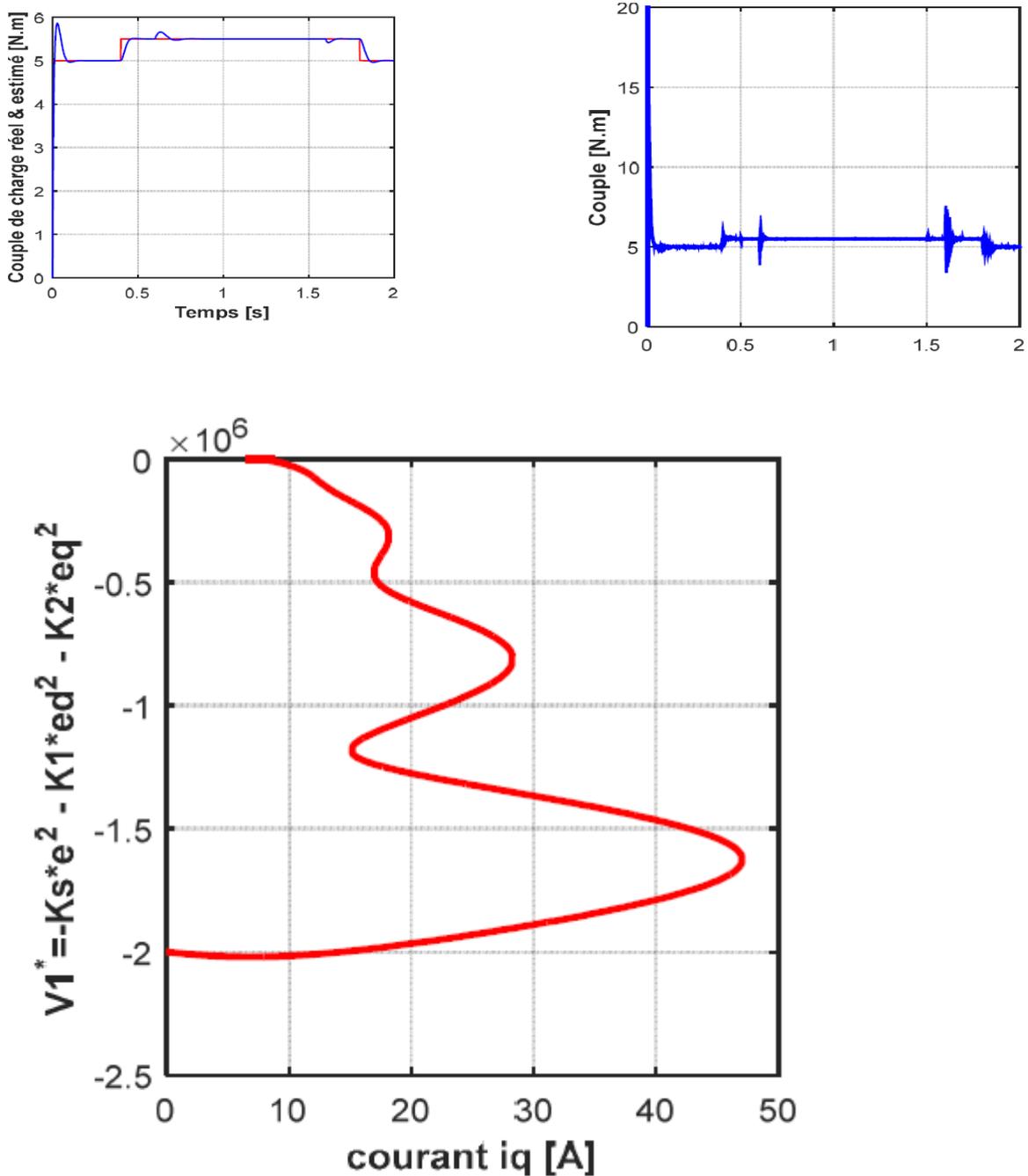
Figure II. 8 : Simulation de la Non-linéaire adaptative par backstepping de la commande MSAP

#### II.13.1.Résultat de la simulation

Pour illustrer l'efficacité et les performances de cette commande, on présente les résultats de simulations par les figures II.9.

Partant du modèle mathématique obtenu précédemment, les courbes montrent la robustesse de la commande vis-à-vis de la variation du couple de charge, de la résistance (100%) et de l'inductance (100%) et montre l'efficacité de la commande lors de la variation de tous les paramètres, la vitesse converge vers sa référence et le découplage de courants est maintenu.





**Figure II.9 :** Comportement dynamique de la MSAP avec estimation de tous les paramètres.

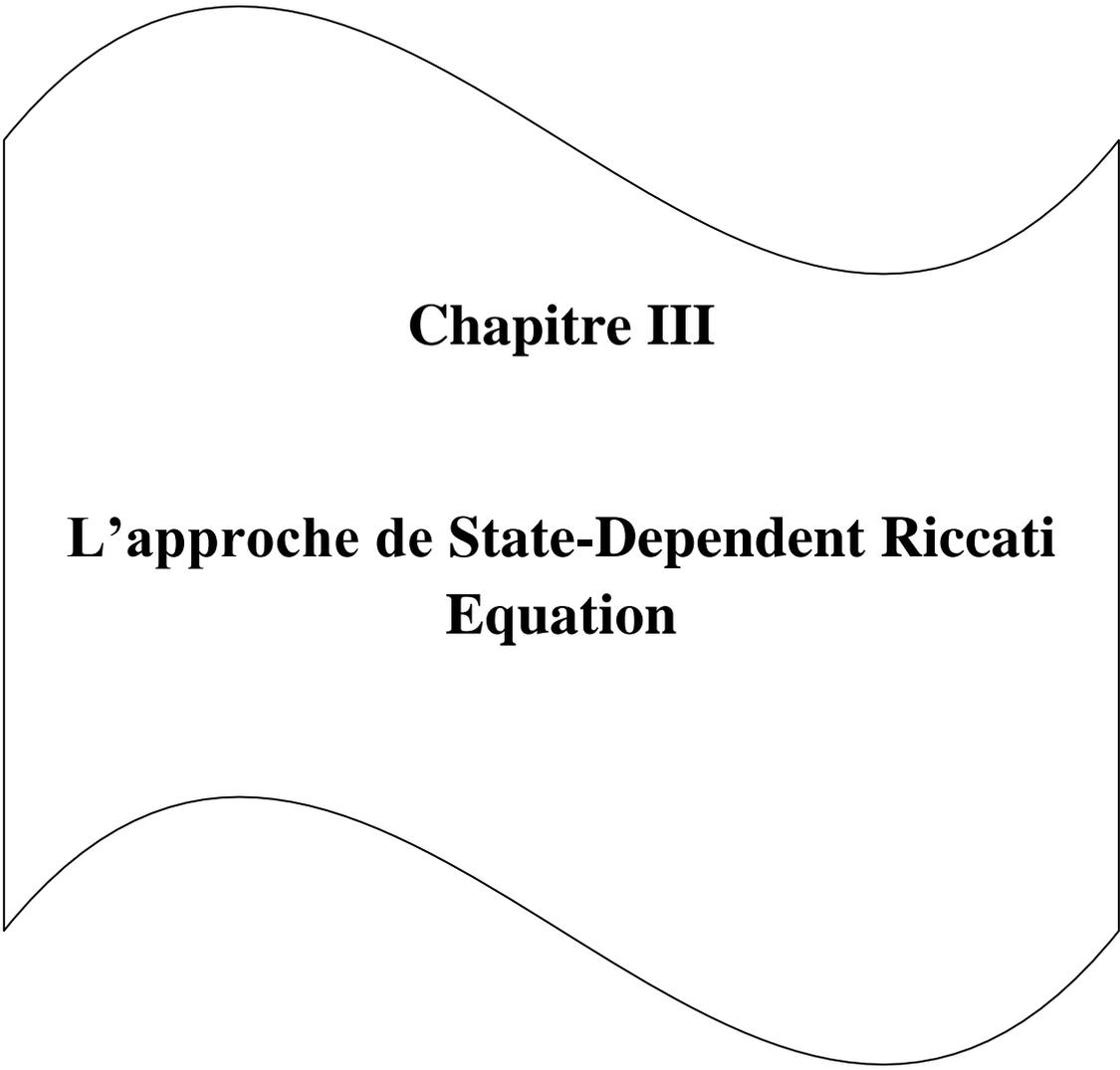
D'après les résultats précédents on voit clairement que la commande par backstepping non linéaire est plus performante pour le démarrage et le rejet des perturbations de la machine. Elle montre une meilleure robustesse lors des variations paramétriques.

Comme  $i_d$  est maintenu à zéro, le couple électromagnétique et d'où la vitesse, deviennent directement proportionnelles à  $i_q$ . Alors, la stabilité de la fonction Lyapunov est vérifiée en traçant  $\dot{V}_2$  en fonction de  $i_q$  qui assure la stabilité du système.

## **II.14. Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présentée les deux commandes, vectorielle et non linéaire au sens entrées sorties appliquée au modèle de la MSAP qui forme un système non linéaire, cette technique est basée sur l'idée de transformer un système non-linéaire en un système linéaire puis lui appliquer le retour d'état.

Les résultats de simulation obtenus montrent la robustesse de la commande non-linéaire vis-à-vis des variations brusques de la vitesse de rotation, des variations de charge et de variation des paramètres de la MSAP. la commande non-linéaire permet d'obtenir des résultats très satisfaisants et de très bonnes performances dynamiques du système. On a essayé d'apporter le plus grand soin au développement de cette technique, en adoptant une procédure de régulation et d'estimation des paramètres. Les résultats de simulation obtenus montrent la robustesse de cette technique en termes de quantité de calcul, sa convergence globale, sa conception constructive et sa validité pour une classe de systèmes non linéaires.



## **Chapitre III**

### **L'approche de State-Dependent Riccati Equation**

### III.1. Introduction

La théorie du régulateur linéaire quadratique (LQR) a été appliquée avec succès à une variété d'applications au cours de ces dernières décennies, mais elle est pratiquement limitée à des systèmes linéaires ou linéarisés, ce qui limite son utilité.

L'équation de Riccati dépendante de l'état (SDRE) est la base d'une technique de commande de feedback suboptimalité d'un problème de régulateur quadratique non linéaire (NQR). Il s'agit d'une extension de l'équation de Riccati utilisée pour la commande de feedback de problèmes linéaires, avec l'addition de non-linéarités dans la dynamique de l'état du système résultant en un gain dépendant de l'état.

La méthode de l'équation de Riccati dépendante de l'état (SDRE) est une technique développée pour la commande des systèmes dynamiques non linéaires. En utilisant une forme particulière de la dynamique du système. Cette approche permet au concepteur d'utiliser des méthodes de commande optimale linéaire comme la méthode LQR et la technique de design  $H_\infty$  pour la synthèse de systèmes de commande non linéaire. La technologie de commande SDRE a de vastes applications dans la conception des systèmes de commande de vol avancés, et aussi dans de nombreuses applications de commande des processus

Ce chapitre traite des méthodologies de conception, optimalité, stabilité des propriétés et de la robustesse de régulation non linéaire SDRE pour les systèmes affines à l'entrée d'une manière plus systématique comme traitée par Cloutier, D'Souza et Mracek, et trait aussi l'estimation cette technique. Des exemples fournis illustrent l'efficacité de la technique SDRE[39].

### III.2. Historique

Que ce soit pour une équation ou une inégalité, qu'elle soit algébrique, différentielle ou bien encore aux différences, le qualificatif de Riccati signifie qu'en plus d'un terme constant et linéaire, il existe un terme quadratique en les variables dans ces objets mathématiques. Ce nom a été choisi en l'honneur

du Comte Jacopo Francesco Riccati (1676–1754), qui fut le premier à proposer l'étude de deux formes restreintes d'une telle équation dans une lettre datée de 1720 [Bit1991], destinée à Giovanni Riccati (1675–1751) :

$$\dot{x}(t) = \alpha x^2 + \beta t^m \quad (\text{III.1})$$

$$\dot{x} = \alpha x^2(t) + \beta t + \gamma t^2 \quad (\text{III.2})$$

Ces formes particulières ont été résolues partiellement par Riccati grâce à des techniques de séparation des variables et de réduction de l'ordre. Une large contribution à ce travail fut apportée par la famille Bernoulli. Par des échanges de lettres, Nicolas III Bernoulli (1695–1726) encouragea Riccati à publier ses résultats dans l'article [Ric1724] ; Daniel Bernoulli (1700–1782), avec l'aide de Christian Goldbach (1690–1764) et de son frère Nicolas I Bernoulli (1687–1759) publia en réponse l'article [Ber1724b], où en particulier il propose la solution déguisée par une anagramme célèbre (indiqué ci-dessus), qui jusqu'à présent reste incompréhensible ! Ce sont les premiers à proposer une intégration par quadrature pour les équations de la forme[40].

$$\dot{x}(t) = q_0(t) + q_1(t)x(t) + q_3(t)x^2(t) \quad (\text{III.3})$$

### III.3. Le régulateur non linéaire SDRE

Considérons le problème du régulateur non linéaire autonome, à horizon infini, pour minimiser l'indice de performance

$$j = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x^T Q(x) x + u^T R(x) u dt \quad (\text{III.4})$$

Par rapport à l'état  $x$  et au contrôle  $u$  soumis à les contraintes non-linéaires  $\mathcal{C}^1$

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u \mathcal{C}^1 \quad (\text{III.5})$$

Où  $Q(x) \geq 0$  et  $R(x) \geq 0$  pour tout  $x$  où :

- Condition 1.  $f(x)$  est une fonction continue différentiable de  $x, i, e, f(x) \in \mathcal{C}^1$
- Condition 2.  $f(x) = 0$

L'approche SDRE pour l'obtention d'un sous-optimal, solution sous-optimale et localement asymptotiquement stabilisante du problème (III.4) et (III.5) est la suivante :

- 1) Utiliser le paramétrage direct pour amener les dynamiques non linéaires à coefficient dépendant de l'état (SDC) sous forme :

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (III.6)$$

Où

$$f(x) = A(x)x \text{ et } B(x) = g(x) \quad (III.7)$$

Dans le cas multi variable, il est bien connu que si  $f(x) \in C^1$ , il y a un nombre infini de façons de factoriser  $f(x)$  en  $A(x)x$  .et que  $A(x)$  peut-être paramètre comme  $A(x, \alpha)$  où  $\alpha$  est le vecteur de paramètres de conception libres. Afin d'obtenir une solution valide de la SDRE, la paire  $\{A(x, \alpha), B(x)\}$  doit être ponctuellement stabilisé au sens linéaire pour tous les  $x$  du domaine de l'intérêt.

2) Résoudre l'équation de Riccati dépendante de l'état

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (III.8)$$

Pour obtenir  $P(x) \geq 0$  .

3) Construire l'équation du contrôleur de rétroaction non linéaire :

$$u = -R(x)^{-1}B(x)^T P(x)x \quad (III.9)$$

Afin d'effectuer le suivi des commandes, le contrôleur SDRE peut être mis en œuvre comme un servomécanisme intégré, comme cela a été démontré dans. Ceci est réalisé comme suit. Tout d'abord, l'état  $x$  est décomposé comme :

$$x = \begin{bmatrix} x_T \\ x_N \end{bmatrix} \quad (III.10)$$

Où l'on souhaite que la composante vectorielle de  $x_T$  poursuivre une Commande de référence  $r_c$ . Le vecteur d'état  $x$  est leu augmenté de  $x_I$ , les états entiers de  $x_T$  :

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x_I \\ x_T \\ x_N \end{bmatrix} \quad (III.11)$$

Le système augmenté est donné par :

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}(\tilde{x}, \alpha)\tilde{x} + \tilde{B}(\tilde{x})u \quad (III.12)$$

Où

$$\tilde{A}(\tilde{x}, \alpha) = \begin{bmatrix} 0 & I: 0 \\ 0 & A(x, \alpha) \end{bmatrix} \tilde{B}(\tilde{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ B(x) \end{bmatrix}$$

Et le contrôleur intégral SDRE est donné par

$$u = -\tilde{R}(\tilde{x})^{-1} \tilde{B}(\tilde{x})^T \tilde{P}(\tilde{x}) \begin{bmatrix} x_I - \int r_c dt \\ x_T - r_c \\ x_N \end{bmatrix}$$

Pour que le SDRE ait une solution, la condition de détectabilité de la ligne de point doit être satisfaite. Ceci est accompli en pénalisant les états intégraux les éléments diagonaux non nuls correspondants de  $\bar{Q}(\tilde{x})$  [41].

### III.4. Formulation du problème

Considérons le problème de régulation (stabilisation) optimale déterministe, non linéaire et à horizon infini. Où le système est observable en état complet, autonome, non linéaire dans l'état et affine dans l'entrée, représenté sous la forme :

$$\dot{x}(x) = f(x) + B(x)u(t) \quad (\text{III.13})$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée, et  $t \in [0, \infty]$ , avec  $C^1(\mathbb{R}^n)$  fonctions  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ : et  $B: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$  et  $g(x) \neq 0 \forall x$ . Sans perte de généralité, l'origine  $x = 0$  est supposée être un point d'équilibre, tel que  $f(0) = 0$ . Dans ce contexte, la minimisation du critère de performance en temps infini

$$J(x_0, u(t)) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(x)u(t)\} dt \quad (\text{III.14})$$

Est considérée, qui est non quadratique en  $x$  mais quadratique en  $u$ . Les matrices de pondération d'état et d'entrée sont supposées dépendantes de l'état de sorte que :  $Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $R: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$

Ces paramètres de conception satisfont  $Q(x) \geq 0$  et  $R(x) > 0$  pour tout  $x$ . Dans les conditions spécifiées, une loi de commande

$$u(x) = K(x) = -K(x)x, \quad K(0) = 0 \quad (\text{III.15})$$

Où  $K(x) \in C^1(\mathbb{R}^n)$  on cherche alors celle qui va (approximativement) minimiser le coût (2) sous réserve de la contrainte différentielle non linéaire entrée-affine d'entrée-affine (1) tout en régulant le système vers l'origine origine  $\forall x$ , telle que  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ . Ce problème constitue la base de la méthode SDRE pour les systèmes non linéaires pour la régulation non linéaire[42].

### **III.5. La technique SDRE**

L'approche SDRE pour obtenir une solution sous-optimale du problème (III.13) et (III.4)

est la suivante :

1. utilisent le paramétrage direct pour amener la dynamique non dynamique non linéaire au SDC.
2. Résoudre l'équation de Riccati dépendant de l'état (SDRE)[45].

$$A^T(x)P + PA(x) - PB(x)R^{-1}(x)B^T(x)P + Q(x) = 0 \quad (\text{III.16})$$

Pour obtenir  $p \geq 0$ . Noter que  $P$  est une fonction de  $x$ .

3. Construire le contrôleur à rétroaction non-linéaire via.

$$u = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x \quad (\text{III.17})$$

### **III .5.1.Optimalité, stabilité et robustesse de la méthode SDRE**

#### **III.5.1.1. Optimalité**

Pour aborder la question de l'optimalité de la méthode SDRE, nous tournons vers les conditions nécessaires à l'optimalité du régulateur non linéaire. Puisque l'indice de performance (III.4) est convexe, tout point stationnaire sera au moins un optimum local. Ici, on suppose que le paramétrage du SDC pour tous les  $x$  de sorte que  $P(x)$  existe pour satellisable et détectable pour tous les  $x$ .

Les conditions nécessaires pour le problème (III.12) et (III.13) sont

$$H_u = 0 \quad \dot{\lambda} = -H_x \dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.18})$$

Où l'hamiltonienne est donné par :

$$H = \frac{1}{2}x^T Q(x)x + \frac{1}{2}u^T R(x)u + \lambda^T [f(x) + g(x)u] \quad (\text{III.19})$$

En utilisant les équations (III.17) et (III.19), nous avons

$$H_u = R(x) + g^T(x)\lambda \quad (\text{III.20})$$

$$= R(x)[-R^{-1}(x)g^T(x)P(x)x] + g^T(x)\lambda \quad (\text{III.21})$$

$$= g^T(x)[\lambda - P(x)x] \quad (\text{III.22})$$

Ainsi  $H_u = 0$  si

$$\lambda = P(x)x \quad (\text{III.23})$$

Ceci conduit au théorème suivant

Théorème :

Supposons que le paramétrage SDC  $A(x)$  est à la fois stabilisable et détectable et que  $\lambda$  est défini comme étant  $\lambda = P(x)x$ . Alors la condition nécessaire pour

Avec  $\lambda = P(x)x$ , nous passons aux conditions nécessaires impliquant  $\dot{\lambda}$ . En abandonnant l'argument  $x$  pour des raisons de simplicité, nous avons que

$$\dot{\lambda} = -Qx - \frac{1}{2} \text{vec}\{x^T Q_x x\} - \frac{1}{2} \text{vec}\{u^T R_x u\} - (f_x^T + \text{vec}\{u^T g_{x_i}^T\})\lambda \quad (\text{III.24})$$

En différentiant l'équation (3.23) par rapport au temps, on obtient.

$$\dot{\lambda} = \dot{P}x + P\dot{x} \quad (\text{III.25})$$

En utilisant les équations (III.6), (III.24) et (III.25) nous avons

$$\begin{aligned} \dot{P}x + P\dot{x} - PBR^{-1}B^T Px = & -Qx - \frac{1}{2} \text{vec}\{x^T Q_x x\} - \frac{1}{2} \text{vec}\{u^T R_x u\} - \text{vec}\{x^T A_{x_i}^T\}Px - \\ & A^T Px - \text{vec}\{u^T B_{x_i}^T\}Px \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

Réarrangement des termes

$$\dot{P}x + \frac{1}{2} \text{vec}\{x^T Q_x x\} - \frac{1}{2} \text{vec}\{u^T R_x u\} + \text{vec}\{x^T A_{x_i}^T\}Px + \text{vec}\{u^T B_{x_i}^T\}Px + [A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q]x = 0 \quad (\text{III.27})$$

En utilisant (III.16) et (III.17) en (III.27) nous avons

$$\dot{P}x + \frac{1}{2} \text{vec}\{x^T Q_x x\} + \frac{1}{2} \text{vec}\{u^T R_x u\} + \text{vec}\{x^T A_{x_i}^T\}Px + \text{vec}\{u^T B_{x_i}^T\}Px \quad (\text{III.28})$$

Que l'on appelle le critère d'optimalité SDRE. Chaque fois que ce critère est satisfait, la solution en boucle fermée est au moins un optimum local et peut être l'optimum global[43].

### III.5.1.1. A. Algorithme de la solution numérique de l'optimalité

Nous avons donc développé et mis en œuvre une approche de la solution numérique du SDRE au problème du régulateur non linéaire optimal basée sur les résultats. L'auteur propose deux façons possibles pour avoir la condition nécessaire d'optimalité du SDRE. La première consiste à assumer le paramètre vectoriel de la factorisation SDC une fonction explicite du temps, l'autre façon est d'assumer une fonction explicite du vecteur d'état  $x$ . Ils ont alors décrit un algorithme pour résoudre basée sur  $\alpha = a(t)t$ , ce qui implique :

#### Procédure 1 :

1. Choisir  $\alpha(0)$
2. résoudre la SDRE pour  $P(x, \alpha)$
3. différencier la SDRE par rapport au  $x_i$  et  $\alpha_i$  pour obtenir des équations de Lyapunov pour  $P_{x_i}$  et  $P_{\alpha_i}$
4. résoudre ces équations de Lyapunov
5. substituer les solutions  $P_{x_i}$  et  $P_{\alpha_i}$  dans la condition nécessaire d'optimalité et la résoudre algébriquement pour obtenir
6. intégrer sur un pas de temps, et revenir à l'étape 2 ci-dessus jusqu'à ce que  $\dot{\alpha}(t)$  diverge
7. ajuster de façon itérative  $\alpha(0)$  jusqu'à ce que  $\dot{\alpha}(t) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow 0$

Nous proposons aussi une autre procédure similaire à la solution ci-dessus, mais sur la base de la combinaison des deux hypothèses, c'est-à-dire  $\alpha = \alpha(x, t)$  chaque pas de temps nous laissons chaque  $\alpha_i$  être exprimé comme un polynôme (d'ordre désiré fixe) en  $x$  avec des coefficients constants inconnus (sur un pas de temps)  $\alpha_{il}$ . La méthode proposée est alors la suivante :

### Procédure 2 :

1. empiler les  $\alpha_{il}$  dans un nouveau vecteur inconnu  $\theta$
2. choisir  $\theta_0$  ( $\theta_0 = [0 \dots 0]^T$  peut être un bon choix)
3. résoudre la SDRE pour  $P(x, \theta)$
4. suivre l'étape 3 dans la procédure 1 en substituant  $\theta_i$  pour  $\alpha_i$
5. différencier les expressions de l'étape 4 ci-dessus par rapport à  $x_i$  et  $\theta_i$  pour obtenir des équations de Lyapunov pour  $P_{x_i \theta_i}$ ,  $P_{\theta_i^2}$  ((la partielle de P par rapport à  $\theta_i$  deux fois)
6. utiliser les informations provenant de l'étape précédente pour former le gradient de notre condition nécessaire d'optimalité simplifiée par rapport au vecteur du paramètre inconnu  $\theta$
7. utiliser une procédure itérative pour trouver la racine comme la méthode de Newton, pour calculer la valeur suivante de  $\theta$  (note: nous ne pouvons pas avoir besoin de l'étape précédente si l'on choisit une autre méthode qui ne nécessite pas de gradients)
8. retourner à l'étape 3 et itérer jusqu'à la convergence du  $\theta$
9. utiliser les valeurs obtenues de  $P$  et  $\alpha$  pour former le système en boucle fermée
10. intégrer au pas de temps suivant et répéter, en utilisant la dernière valeur de  $\theta$  comme nouvelle estimation initiale dans l'étape 2.

Notez qu'en utilisant cette procédure, nous avons converti notre problème de commande optimale en un problème d'optimisation des paramètres à résoudre à chaque pas de temps. Il est également à noter que cette procédure permet effectivement à  $\alpha$  d'être une fonction du temps et du vecteur d'état, car il est possible d'obtenir un vecteur  $\theta$  variant dans le temps. Une telle méthode a au moins un avantage par rapport à la procédure 1, qui consiste en ce que nous avons une bonne supposition initiale de  $\theta$ , puisque toute valeur de  $\theta$  avec des zéros ou des uns dans les parties des coefficients constants comprend une paramétrisation valide [39].

### III.5.1.2. Stabilité globale

#### Théorème 2 :

Supposons que  $Q(x)$  est choisie suffisamment grande ( $\lambda_{\min}\{Q\}$  suffisamment grande) et/ou que  $R(x)$  est choisie suffisamment petite ( $\lambda_{\max}\{Q\}$  suffisamment petite) de sorte que  $\dot{P} - Q - PgR^{-1}g^TP < 0$  pour tout  $x$ . Alors, si une paramétrisation SDC du système non linéaire est fortement contrôlable et fortement observable, la solution en boucle fermée est globalement asymptotiquement stable

### Preuve :

Soit  $V(x) = x^TP(x)x$  est la fonction de Lyapunov candidate, où  $P(x)$  est la solution de l'équation de Riccati dépendante de l'état (III.8)  $V(x) > 0$  puisque  $P(x) > 0$  en raison de l'observabilité du paramétrage SDC  $A(x)$ . Maintenant, en utilisant les équations (III.6), (III.8), (III.9), et que  $g(x) = B(x)$  on aura :

$$\begin{aligned}\dot{V} &= x^T\dot{P}x + x^TP\dot{x} + \dot{x}^TPx \\ &= x^T\dot{P}x + x^TP(Ax - gR^{-1}g^TPx) + (Ax - gR^{-1}g^{-1}g^TPx)^TPx \quad (III.29) \\ &= x^T(\dot{P} + PA - PgR^{-1}g^TP + A^TP - PgR^{-1}g^TP)x \\ &= x^T(\dot{P} - Q - PgR^{-1}g^TP)x\end{aligned}$$

Par conséquent  $\dot{V} < 0$  basée sur la sélection supposée de  $Q$  et  $R$ . Si  $A(x)$  est une paramétrisation fortement contrôlable et fortement observable, il existe une matrice constante  $\bar{P} > 0$  telle que  $V(x) = x^TP(x)x \geq x^T\bar{P}x$  ce qui implique que  $V(x) \rightarrow \infty$  lorsque  $\|x\| \rightarrow \infty$  par conséquent, l'équilibre à l'origine est globalement asymptotiquement stable

On peut se demander s'il existe un ensemble non vide de  $Q$  et  $R$  qui garantit que  $\dot{P} - Q - PgR^{-1}g^TP < 0$  pour tout  $x$ . La réponse est oui et une méthode pour garantir la sélection d'une telle  $Q$  et  $R$  [45].

#### III.5.1.3. Robustesse

La technique du SDRE produit un système en boucle fermée qui est robuste aux variations des paramètres et/ou des non-linéarités non modélisées. Soit les symboles  $\langle \{.,.\} \rangle$ ,  $\langle .,.\rangle$ , et

$\| \cdot \|_{2,W}$  désignent l'angle entre deux vecteurs, le produit intérieur, et la norme pondérée du 2, respectivement. Nous avons ce qui suit

**Théorème :**

Soit le système non linéaire actuel donné par

$$\dot{x} = f(x) + \beta(x)c(x) + [g(x) + k(x)] \quad (\text{III.30})$$

Où le scalaire  $\beta(x) > 0$ . Supposons que  $Q(x)$  est choisie suffisamment grande de sorte que  $\dot{p} - Q_0$  pour tout  $x$ . Alors si la paramétrisation SDC est fortement contrôlable et fortement observable, la solution en boucle fermée basée sur la dynamique modélisée

$$\dot{x} = f(x) = g(x)u \quad (\text{III.31})$$

Est globalement asymptotiquement stable si :

$$\beta(x) \leq \frac{\|g^T(x)P(x)\|_{2,R^{-1}}^2}{2\langle P(x)x, C(x)x \rangle} \forall x \text{ si } \langle P(x)x, C(x)x \rangle > 0 \quad (\text{III.32})$$

Où

$$\beta(x) < \infty \forall x \text{ si } \langle P(x)x, C(x)x \rangle \leq 0$$

Telle que la condition suivante aux deux cas est vérifiée

$$\angle \{k^T P x, R^{-1} g^T P x\} \leq 90^\circ$$

Où  $C(x)$  est la paramétrisation SDC du  $c(x)$ , c.-à-d.

$$C(x) = C(x)x \quad (\text{III.33})$$

**Preuve :**

Soit  $V(x) = x^T P(x)x$  est la fonction de Lyapunov candidate, où  $P(x)$  est la solution de l'équation de Riccati dépendante de l'état  $V(x) > 0$  et est radialement non bornée en raison des hypothèses sur la paramétrisation SDC  $A(x)$ . En utilisant les équations (III.7), (III.8), (III.9), (III.30) et (III.33), nous avons :

$$\dot{V} = x^T \dot{P}x + x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x \quad (\text{III.34})$$

$$= x^T \dot{P}x + x^T P [f - (g + k)R^{-1}g^T P x + \beta c] + [f - (g + k)R^{-1}g^T P x + \beta c]^T P x \quad (\text{III.35})$$

$$= x^T (\dot{P} + PA - P g R^{-1} g^T P + A^T P - P g R^{-1} g^T P) x + x^T (\beta C^T P + \beta P C - P k R^{-1} g^T P - P g R^{-1} k^T P) x \quad (\text{III.36})$$

$$x^T (\dot{P} - Q - P + \beta g R^{-1} g^T P) x + \beta x^T (C^T P + P C) x - 2x^T P k R^{-1} g^T P x \quad (\text{III.37})$$

Nous savons par hypothèse que  $\dot{P} - Q < 0$  et que  $P g R^{-1} g^T P > 0$ . Si  $\{k^T P x, R^{-1} g^T P x\} \leq 90^\circ$

$2x^T P k R^{-1} g^T P x \geq 0$ . Maintenant nous devons seulement garantir que

$x^T P g R^{-1} P x - \beta x^T (C^T P + P C) x > 0$ , on a:

$$0 \leq x^T P g R^{-1} P x - \beta x^T (C^T P + P C) x \quad \Leftrightarrow$$

$$0 \leq \|g^T(x)P(x)x\|_{2,R^{-1}}^2 - 2\beta(x) \langle P(x)x, C(x)x \rangle \quad \Leftrightarrow$$

$$\beta(x) \leq \frac{\|g^T(x)P(x)x\|_{2,R^{-1}}^2}{2\langle P(x)x, C(x)x \rangle} \quad \text{Si } \langle P(x)x, C(x)x \rangle > 0 \quad (\text{III.38})$$

Il est intéressant d'observer que la magnitude de la non-linéarité non modélisée  $K(x)$  n'a pas d'effet sur la stabilité. Ce qui importe est plutôt combien  $k^T(x)$  tourne le vecteur  $P(x)x$ , ce qui correspond à combien  $K(x)$  est en train de changer la direction dans laquelle la commande est appliquée [43].

### III.6. Estimation non linéaire de l'état

De façon analogue aux méthodes linéaires, Mracek, Cloutier et D'souza ont également développé une théorie pour un estimateur d'état non linéaire. En utilisant la formulation duale du problème du régulateur quadratique non linéaire.

En supposant que notre mesure est une fonction non linéaire de  $x$  telle que

$$y = g(x) \quad (\text{III.39})$$

Nous devons former une mesure de coefficient dépendant de l'état

$$y = C(x)x \quad (\text{III.40})$$

Pour le problème d'estimation optimale, nous utiliserons une fonction de coût de la forme

$$J = \frac{1}{2} E \left[ \int_{t_0}^{\infty} [(x - \hat{x})^T \Gamma^T W^{-1} \Gamma (x - \hat{x}) + ((y - C\hat{x})^T V^{-1} (y - C\hat{x}))] dt \right] \quad (\text{III.41})$$

Soumise aux contraintes différentielles non linéaires

$$\dot{x} = A(x)x + \Gamma w \quad (\text{III.42})$$

$$y = C(x)x + v \quad (\text{III.43})$$

Où  $W = E[w^T w]$ , la variance du bruit du processus, et  $V = E[v^T v]$ , la variance du bruit de mesure.

Associés à la forme de mesure SDC, nous avons les définitions suivantes :

Définition:  $A(x)$  et  $C(x)$  forment une paramétrisation observable du système non linéaire si la paire  $\{C(x); A(x)\}$  est observable pour tous les  $x$ .

Définition :  $A(x)$  est une paramétrisation contrôlable du système non linéaire si la paire  $\{A(x); \Gamma\}$ , est contrôlable pour tous les  $x$ .

Définition :  $A(x)$  et  $C(x)$  forment une paramétrisation détectable du système non linéaire si la paire  $\{C(x); A(x)\}$  est détectable pour tous les  $x$ .

Définition:  $A(x)$  est une paramétrisation stabilisable du système non linéaire si la paire  $\{A(x); \Gamma\}$  est stabilisable pour tous les  $x$ .

En utilisant le dual du problème du régulateur, l'estimateur non linéaire est donné par

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = A(\hat{x})\hat{x} + K_f(y_m - \hat{y}) \quad \text{III.44}$$

Où

$$\hat{y} = C(\hat{x})\hat{x} \quad (\text{III.45})$$

$$K_f = Y(x)C^T(\hat{x})V^{-1} \quad (\text{III.46})$$

Et  $Y(x)$  est la solution semi-définie positive de

$$A(\hat{x})Y(x) + Y(x)A^T(\hat{x}) - Y(x)C^T(\hat{x})V^{-1}C(\hat{x})Y(x) + \Gamma^T W \Gamma = 0 \quad (\text{III.47})$$

L'estimateur ne sera pas optimal à moins qu'une paramétrisation dépendant du temps et satisfaisant à la condition d'optimalité ne soit utilisée. Toutefois, le fait de ne pas exiger l'optimalité peut encore donner lieu à un estimateur suffisant[44].

### III.7. Filtre non linéaire SDRE

Les techniques d'équations Riccati dépendantes de l'état (SDRE) sont utilisées comme des méthodes de conception de contrôle et de filtrage basées sur factorisation du coefficient dépendant de l'état (SDC). Le problème de régulateur non linéaire à horizon infini non linéaire à horizon infini est présenté comme une généralisation du problème de régulateur quadratique linéaire à horizon infini où toutes les matrices de coefficients du système dépendent de l'état. Lorsque ces matrices de coefficients sont constantes, le problème du régulateur non linéaire s'effondre avec le problème du régulateur linéaire et la méthode de contrôle SDRE s'effondre avec le régulateur linéaire en régime permanent. La contrepartie de filtrage de l'algorithme de contrôle SDRE est obtenu en prenant le système dual du régulateur linéaire en régime permanent. Ensuite et en permettant aux matrices de coefficients du système dual de dépendre de l'état. Le système dual du régulateur linéaire en régime permanent est l'observateur Kalman continu en régime permanent, qui en l'absence de contrôle, se réduit au filtre de Kalman continu en régime permanent.

#### III.7.1. Forme du coefficient dépendant de l'état (SDC)

Considérons le système non linéaire :

$$\dot{x} = f(x, u) + Tw \quad (\text{III .48})$$

$$y = h(x, u) + v \quad (\text{III .49})$$

$w$  et  $v$  sont des bruits blancs avec  $Q$  et  $R$  respectivement des matrices de covariance. Il existe un nombre infini de façons de transformer ce système non linéaire en une forme SDC.

Système non linéaire en une forme SDC comme :

$$\dot{x} = F(x, u)x + Tw \quad (\text{III .50})$$

$$y = H(x, u)x + v \quad (\text{III .51})$$

Où

$$f(x, u) = F(x, u)x \quad h(x, u) = H(x, u)x \quad (3 .52)$$

Nous notons que le modèle d'estimation de l'INS tombe, par quelques manipulations d'équations, dans une forme SDC. Ceci fait du filtrage SDRE une technique très attrayante pour ce problème de localisation de drone basé sur la fusion de capteurs[45].

### III.7.2. Équations du filtre SDRE

Le filtre SDRE utilise le système la forme SDC et est donné par :

$$\dot{\hat{x}} = F(\hat{x}, u)\hat{x} + K_f(\hat{x})[y(x) - H(\hat{x}, u)\hat{x}] \quad (\text{III .53})$$

Où

$$K_f(\hat{x}) = PH^T(\hat{x}, u)R^{-1} \quad (\text{III .54})$$

Et  $P$  est la solution définie positive de l'équation de Riccati algébrique de Riccati :

$$F((\hat{x}, u))P + PF^T(\hat{x}, u) - PH^T(\hat{x}, u)R^{-1}H(\hat{x}, u)P = TQT^T = 0 \quad (\text{III .55})$$

Les propriétés des techniques SDRE et leurs preuves. Fonctions non linéaires  $f(x, u)$  et  $h(x, u)$ , dans (3 .50), (3 .51), sont considérées comme étant  $k$ -dérivables de manière continue ( $i, e$  appartenir à  $C^k, k \geq 1$ ). En paramétrisation SDC,  $F(x, u)$  et  $H(x)$  sont supposées être lisses ( $i, e C^k, k \geq 1$ ). Cette hypothèse est valable dans notre problème de navigation puisque les paramètres d'état de notre SDC varient raisonnablement lentement.

### III.8. Capacités de la méthode SDRE

La méthode SDRE possède de nombreuses capacités que d'autres méthodes de conception non linéaires n'ont pas, du moins collectivement. Il s'agit notamment de :

- 1) la possibilité de spécifier directement et l'effet de la performance à travers la sélection des matrices de pondération d'état et de contrôle de pondération  $Q(x)$  et  $R(x)$  respectivement.
- 2) la possibilité d'imposer des limites strictes au taux de contrôle ou de commande ou le taux de commande.
- 3) la capacité de satisfaire les des contraintes d'état et des contraintes combinées d'état et de commande, d'état et de commande combinées.
- 4) la possibilité de traiter directement des systèmes instables et à phase non minimale,
- 5) la capacité à préserver les non-linéarités bénéfiques.
- 6) la possibilité d'utiliser les degrés de liberté supplémentaires de liberté supplémentaires de conception qui sont disponibles dans la non-unicité de la matrice coefficient déclarée dépendante  $A(x, \alpha)$  pour améliorer les performances du système.

La méthode SDRE permet également la conception systématique d'une large classe de systèmes non linéaires. En revanche, certaines techniques de non linéaires se limitent aux systèmes ayant certaines structures, comme les systèmes en cascade. Les techniques non linéaires ne sont pas systématiques et nécessitent d'autres techniques des mini-conceptions sur une équation à la fois. Une équation à la fois ; et d'autres encore ne peuvent pas être appliquées directement aux systèmes instables, à phase non minimale.

Par conséquent, en raison des capacités et de la nature systématique de la technique SDRE, les praticiens du contrôle utilisent la méthode SDRE dans une variété d'applications dans le monde entier, malgré le fait que la stabilité de la conception est généralement faible que la stabilité de la conception doit être vérifiée par simulation. Au cours de la présentation de conférence [46].

### **III.9. Problèmes résolus**

Nous donnerons quelque exemple sur les équations différentielles de Riccati et discuterons des différentes façons de les résoudre [47].

#### **III.9.1. Problème 1 – Solution**

Considérons le problème du régulateur quadratique linéaire (LQR) à horizon fini, donné par:

$$\min_{u(\cdot)} = \frac{1}{2} \int_0^T (x^T(t)Qx(t) + u^T(R)Ru(t)) + \frac{1}{2} x^T(T)Q_T x(T) \quad (\text{III .56})$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{III .57})$$

$$x(0) = x_0 \quad (\text{III .58})$$

Où  $Q, Q_T \geq 0$  et  $R > 0$ . Nous incluons ici le facteur  $\frac{1}{2}$  afin de simplifier la dérivation (le contrôle optimal restera le même si nous multiplions la fonction l'ensemble de la fonction objectif par un facteur constant). Hamiltonienne est donné par :

$$H = \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (\text{III .59})$$

Nous avons déjà les conditions nécessaires suivantes:

$$\dot{x} = H_\lambda = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0 \quad (\text{III .60})$$

$$-\dot{\lambda} = H_x = Qx + A^T \lambda, \quad \lambda(T) = Q_T x(T) \quad (\text{III.61})$$

$$0 = H_u = Ru + B^T \lambda \quad (\text{III .62})$$

De la dernière condition, nous déduisons que :

$$u = -R^{-1} B^T \lambda \quad (\text{III .63})$$

Qui peut être substitué dans l'équation dynamique (III .60).

Étant donné la nature linéaire de la dynamique, nous essayons de trouver une solution en fixant  $\lambda(t) = P(t)x(t)$ , Où  $P(t)$  est une matrice symétrique  $n \times n$ . Nous avons alors avons :

$$\dot{\lambda} = \dot{P}x + P\dot{x} = \dot{P}x + P(Ax - BR^{-1}B^T Px) \quad (\text{III .64})$$

En substituant ceci dans la condition nécessaire (3 .61), nous obtenons :

$$-\dot{P}x - PAx + PBR^{-1}BPx = Qx + A^T Px \quad (\text{III .65})$$

En somme, (3 .61) est satisfait si nous pouvons trouver  $P(t)$  tel que :

$$-\dot{P}(t) = P(t)A - A^T P(t) - P(t)BR^{-1}BP(t) + Q. \quad P(T) = Q_T \quad (\text{III .66})$$

Il s'agit de l'équation dite de Riccati.

Une variante importante de ce problème est le cas de l'horizon infini, dans lequel nous choisissons  $T = \infty$  et éliminons le coût terminal (fixons  $Q_T = 0$ ). Puisque nous n'avons pas de coût terminal, il n'y a pas de contrainte sur la valeur finale de  $\lambda$ , ou de manière équivalente de  $P(t)$ . On peut donc chercher à trouver une matrice symétrique constante  $P$  satisfaisant l'équation algébrique de Riccati

$$PA^T P - PBR^{-1}BP + Q = 0 \quad (\text{III .67})$$

### III.9.2. Problème 2 - Solution

1.  $f(x) = x^2 \Rightarrow A(x) = x, B(x) = 1$

2. Le SDRE pour déterminer  $P(x)$  est le suivant :

$$2Px - P^2 + 1 = 0 \quad (\text{III.68})$$

Qui est satisfaite par la définition positive de  $P$  :

$$P = x + \sqrt{x^2 + 1} \quad (\text{III .69})$$

Puisque  $B(x) = 1$  et  $R(x) = 1$ , alors :

$$\lambda = Px = x^2 + x\sqrt{x^2 + 1} \quad (\text{III .70})$$

$$u_s(x) = -R^{-1}B^T \lambda = -x^2 - x\sqrt{x^2 + 1} \quad (\text{III .71})$$

3. Notez que :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \frac{d\lambda}{dx} \dot{x} = \frac{d}{dx} (x^2 + x\sqrt{x^2 + 1}) \dot{x} \\ &= \left( 2x + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) (x^2 + u) \\ &= \left( 2x + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) (x^2 + u) (x^2 - x^2 - x\sqrt{x^2 + 1}) \\ &= -2x^2\sqrt{x^2 + 1} - x(x^2 + 1) - x^3 \end{aligned} \quad (\text{III .72})$$

$$= -x - 2x^3 - 2x^2\sqrt{x^2 + 1}$$

D'autre part, l'hamiltonienne pour le problème considéré est :

$$H(x, \lambda, u) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}u^2 + \lambda(x^2 + u) \tag{III .73}$$

Qui donne :

$$H(x, \lambda, u) = (1 + 2(x + \sqrt{x^2 + 1})x)x = x + 2x^3 + 2x^2\sqrt{x^2 + 1} \tag{3 .74}$$

Et enfin, par (III .72) :

$$\dot{\lambda} = -H_x(x, \lambda, u) \tag{III.75}$$

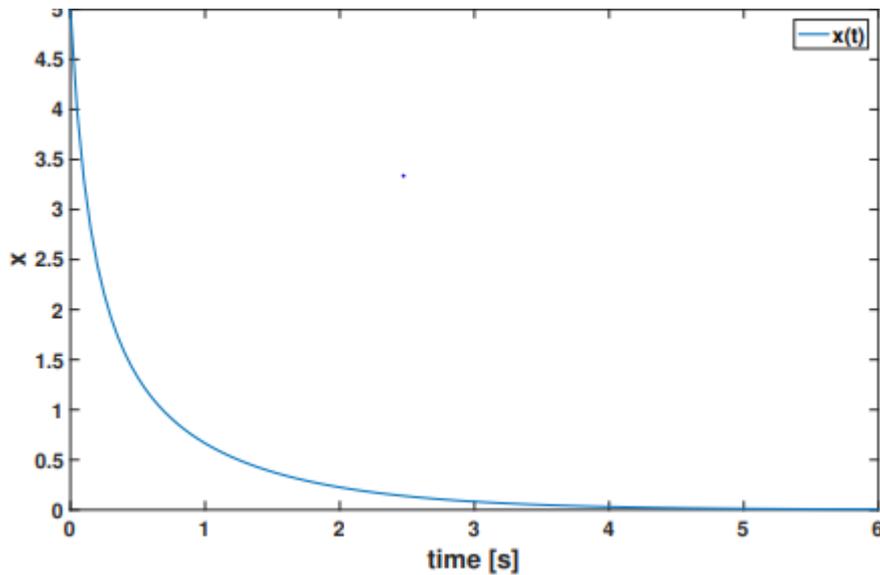


Figure III.1 : Simulation du système en boucle fermée de l'exercice 2

### III.10. conclusion

La régulation non linéaire via la technique de l'équation de Riccati dépendante de l'état (SDRE) est prise en considération. Une forme simple de condition suffisante pour satisfaire les conditions nécessaires du premier ordre de l'optimalité de la régulation non linéaire SDRE a été dérivée. En utilisant la condition nécessaire simplifiée de l'optimalité, nous avons proposé et validé un algorithme de solution numérique locale au problème optimal.

Il a été montré que dans certaines conditions, la méthode produit une commande globalement et asymptotiquement stabilisante et est robuste aux variations des paramètres. En outre, la méthode n'annule pas le non linéarité bénéfique. Pour un ensemble donné de conditions initiales, il a été démontré qu'une paramétrisation optimale de la forme  $A(x, \alpha)$  peut être calculée et donne la commande non linéaire optimale en forme de rétroaction.

Les commandes de régulation basées sur les solutions de l'équation de Riccati dépendante de l'état (SDRE) ont été montrées pour offrir des performances élevées, mais elles souffrent de propriétés de stabilité non prouvées, si les conditions illustrées précédemment pour la stabilité globale ne sont pas disponibles.

Les plans de recherche dans ce domaine comprennent l'application de cette technique de commande en combinaison avec d'autres méthodes de commande, Le but de cette investigation serait de combiner les méthodes de telle manière que la vitesse et l'efficacité de la théorie de l'optimalité en fonction des algorithmes SDRE soient largement conservées alors que les propriétés de la stabilité et de la robustesse d'un algorithme différent sont fusionnées en elle, de sorte que les qualités de performance de commande constatées dans les exemples précédents peuvent être étendues avec confiance sur un domaine beaucoup plus vaste.



***Chapitre IV***

***Commande SDRE de la MSAP***

## **IV.1.Introduction**

En 1960, R.E. Kalman [48] a publié un article intitulé "A new Approach to Linear Filtering and Prediction Problems »; décrivant une solution récursive pour le filtrage non linéaire qui devient une étape importante dans la science de contrôle. Le filtre de Kalman est un filtre

Récursif pour estimer l'état d'un processus avec un modèle dynamique linéaire d'une manière qui minimise l'erreur quadratique moyenne dans l'estimation. Le filtre de Kalman est l'un des méthodes les plus couramment utilisés pour l'estimation d'état d'un système linéaire et de suivi en raison de son simplicité, optimalité et de son robustesse. Depuis les 40 dernières années, le filtre de Kalman étendu (en anglais Extended Kalman filter EKF), peut être appliqué pour linéariser localement le modèle non linéaire, il a été l'outil principal de l'estimation d'état non linéaire. Mais, l'EKF est également bien connu pour sa difficulté à mettre en œuvre qui réside dans l'instabilité pour les systèmes non linéaires.

## **IV.2.Principe du filtre de kalman étendue (FKE)**

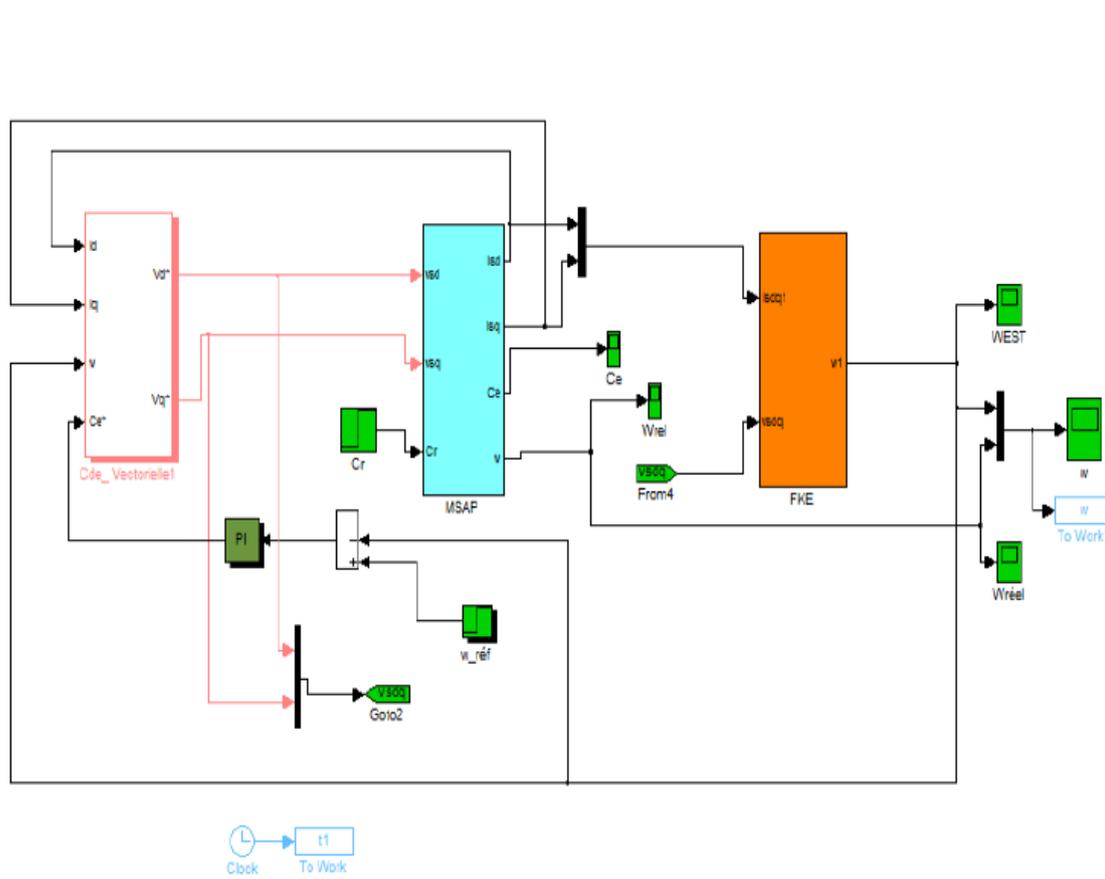
Filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter) est un outil mathématique capable de déterminer des grandeurs d'état, non mesurables et évolutives ou des paramètres du système d'état à partir des grandeurs physiques mesurables. Il permet d'estimer l'état d'un système non linéaire. Ce filtre repose sur un certain nombre d'hypothèses, notamment sur les bruits. En effet, il suppose que les bruits qui affectent le modèle sont centrés et blancs et que ceux-ci sont décorrélés des états estimés. De plus, les bruits d'état doivent être décorrélés des bruits de mesure [49].

L'algorithme du filtre de Kalman étendu est le même que celui du filtre de Kalman

standard qui comporte deux étapes : une étape de prédiction qui consiste à évaluer les variables d'états à partir du modèle du système, et une seconde étape de correction qui consiste à corriger l'erreur de prédiction sur les variables en utilisant les différences existantes entre les variables observées et celle mesurées. Ces deux étapes sont précédées par une initialisation du vecteur d'état et des matrices de covariance [50].

### IV.3.Schéma bloc de la commande

En basant sur l’algorithme de FKE présenté dans la section précédente, et pour l’étude des performances d’une commande sans capteur, on utilise le schéma bloc illustré dans la figure suivante



**Figure IV.1** : Schéma bloc de la commande vectorielle basé sur filtre de Kalman

La simulation de la commande sans capteur en utilisant l’estimateur de Kalman étendu a être réalisé sous les conditions suivants :

$$T_s = 0.0001s$$

$$V = 0.1$$

$$W = 0.01$$

Et on suppose la matrice de mesure est de la forme :

$$C(K) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cette matrice représente la mesure des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$

### IV.3.1. Résultats de simulation

Pour tester la mise en marche de l'implémentation de l'algorithme de Kalman, on a procédé à une simulation numérique pour deux scénarios :

#### ✓ Fonctionnement à vide

Les résultats de simulation représentée dans La figure IV. 9 vérifient les performances de la commande sans capteur de vitesse basé sur EKF. Le moteur démarre à vide (couple de charge proposé est nul  $C_r=0$ ).

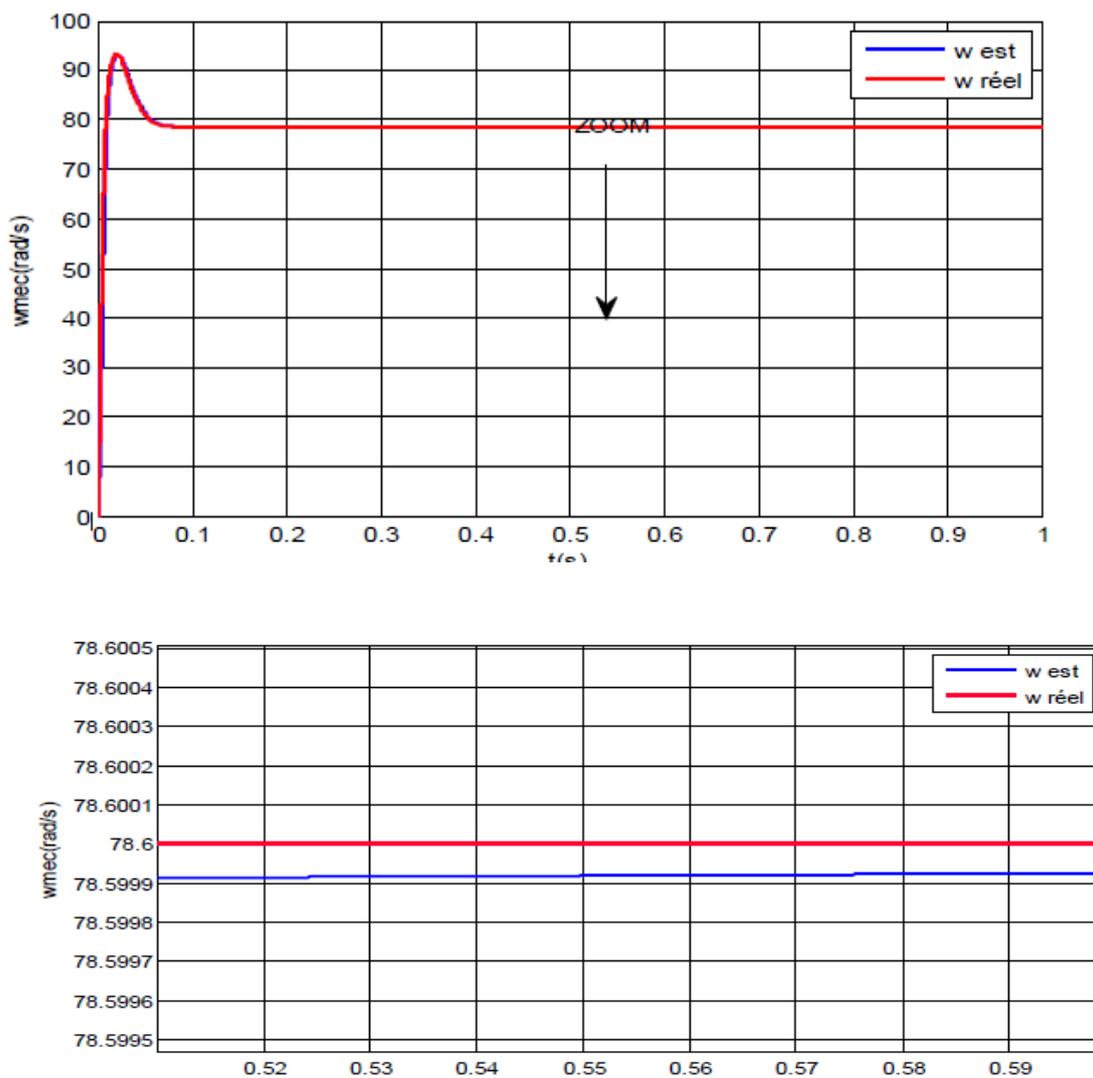
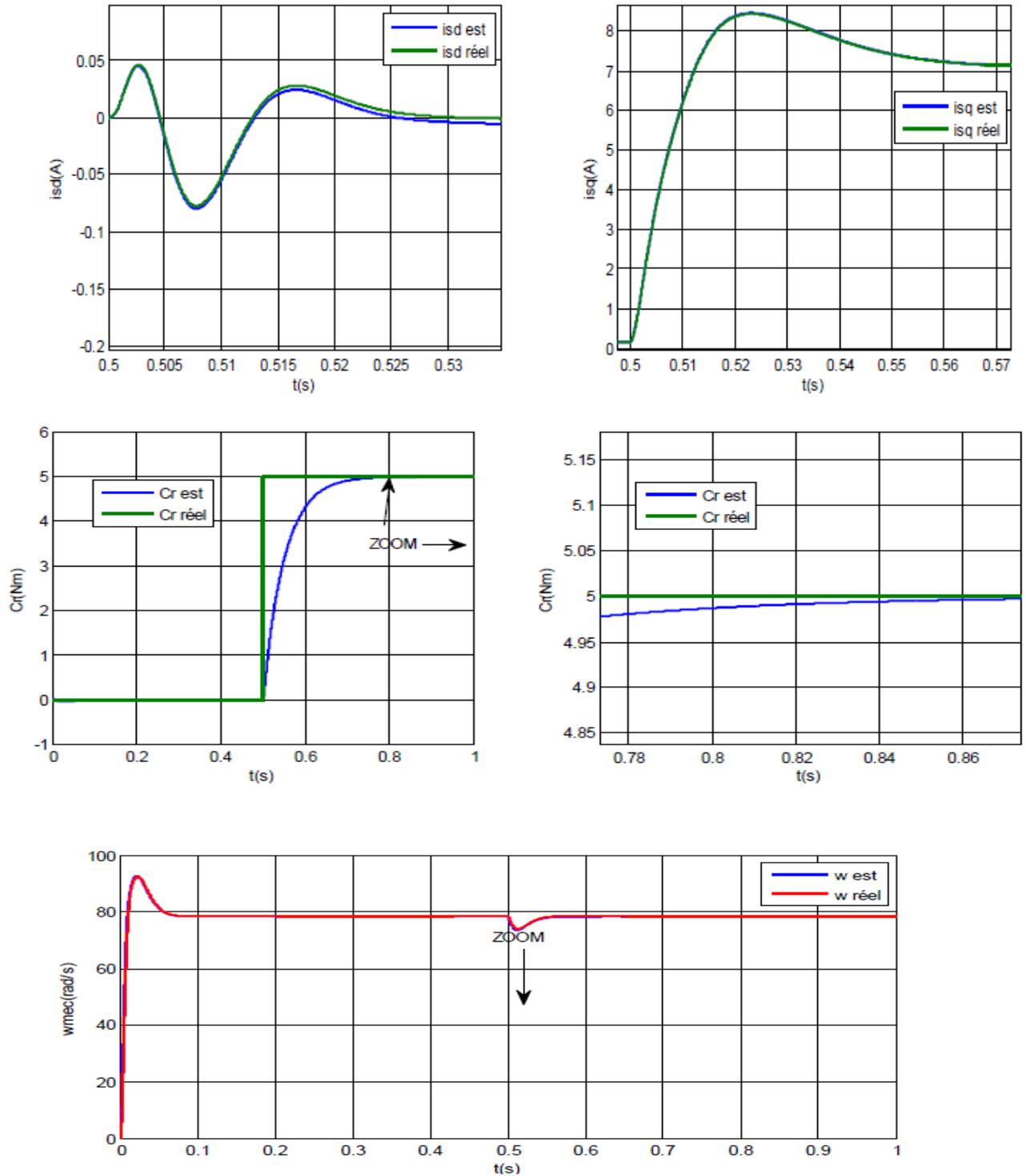
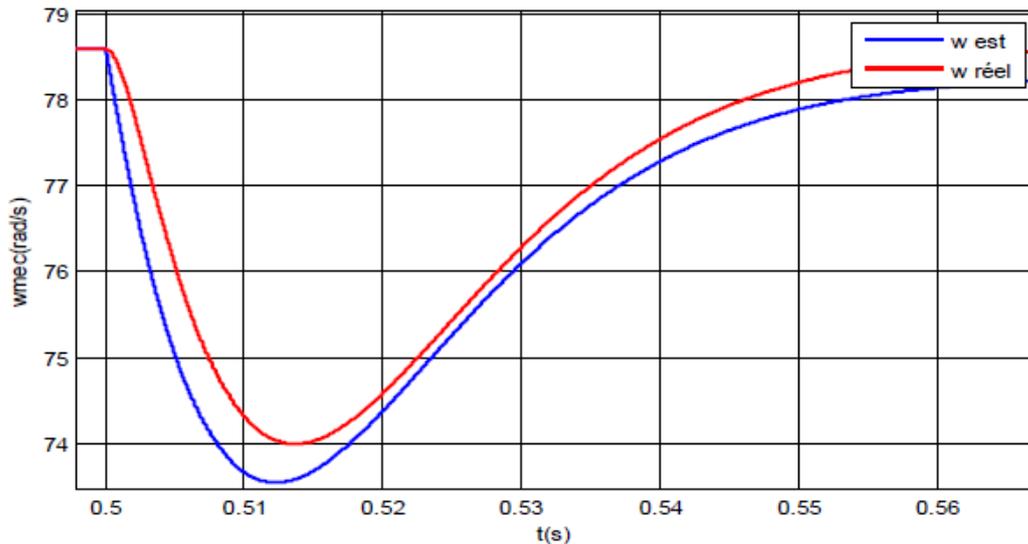


Figure IV. 2 : Résultats de simulation de la vitesse à vide

✓ **Fonctionnement en charge**

Dans cette étape de fonctionnement, le moteur démarre à vide, et à l'instant  $t=0.5s$  on applique un couple de charge de valeur  $5Nm$ . On peut vérifier les performances de la commande sans capteur de vitesse basé sur FEK





FigureIV.3 : Résultat de simulation en charge

### IV.3.2. Interprétation

On note à l'instant d'application du couple de charge en  $t=0.5s$ . Que cette action ne porte aucunes perturbations sur les performances de la commande en vitesse sans capteur avec l'estimateur de Kalman.

### IV.4. Commande base sur le filtre de SDRE

La commande base sur ce filtre utilise un capteur logiciel repose sur des équations bien déterminées pour remplacer le capteur mécanique.

On peut résumer l'algorithme de FSDRE comme suit :

On suppose que le système non linéaire peut être écrit sous la forme:

$$\dot{x}(t) = A(x) x(t) + G(t) x(t) \quad (\text{IV.1})$$

$$y(t) = C(x) x \quad (\text{IV.2})$$

➤ Initialisation

$$\hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (\text{IV.3})$$

$$P_0 = \{\tilde{x}(t_0) \tilde{x}^T(t_0)\} \quad (\text{IV.4})$$

➤ Gain

$$K(t) = P(t) C^T(\hat{x}) R^{-1} \quad (\text{IV.5})$$

Avec,  $P(t)$  est la solution de l'équation différentielle de Riccati :

$$\dot{P}(t) = P(t) A^T(\hat{x}) + A(\hat{x}) P(t) - P(t) C^T(\hat{x}) R^{-1} C(\hat{x}) P(t) + Q \quad (\text{IV.6})$$

➤ Estimation

$$\dot{\hat{x}} = A(\hat{x}) \hat{x} + (t)[y - C(\hat{x}) \hat{x}], \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \quad (\text{IV.7})$$

#### IV.4.1. Schéma bloc de la commande

On a appliqué l'algorithme (équations (IV.1) à (IV.7)) d'estimateur des états de la MSAP base sur l'approche SDRE dans l'environnement MATLAB/SIMULINK, ou le capteur mécanique de la vitesse à été remplacé par l'estimateur de SDRE comme présenté dans la figure suivante :



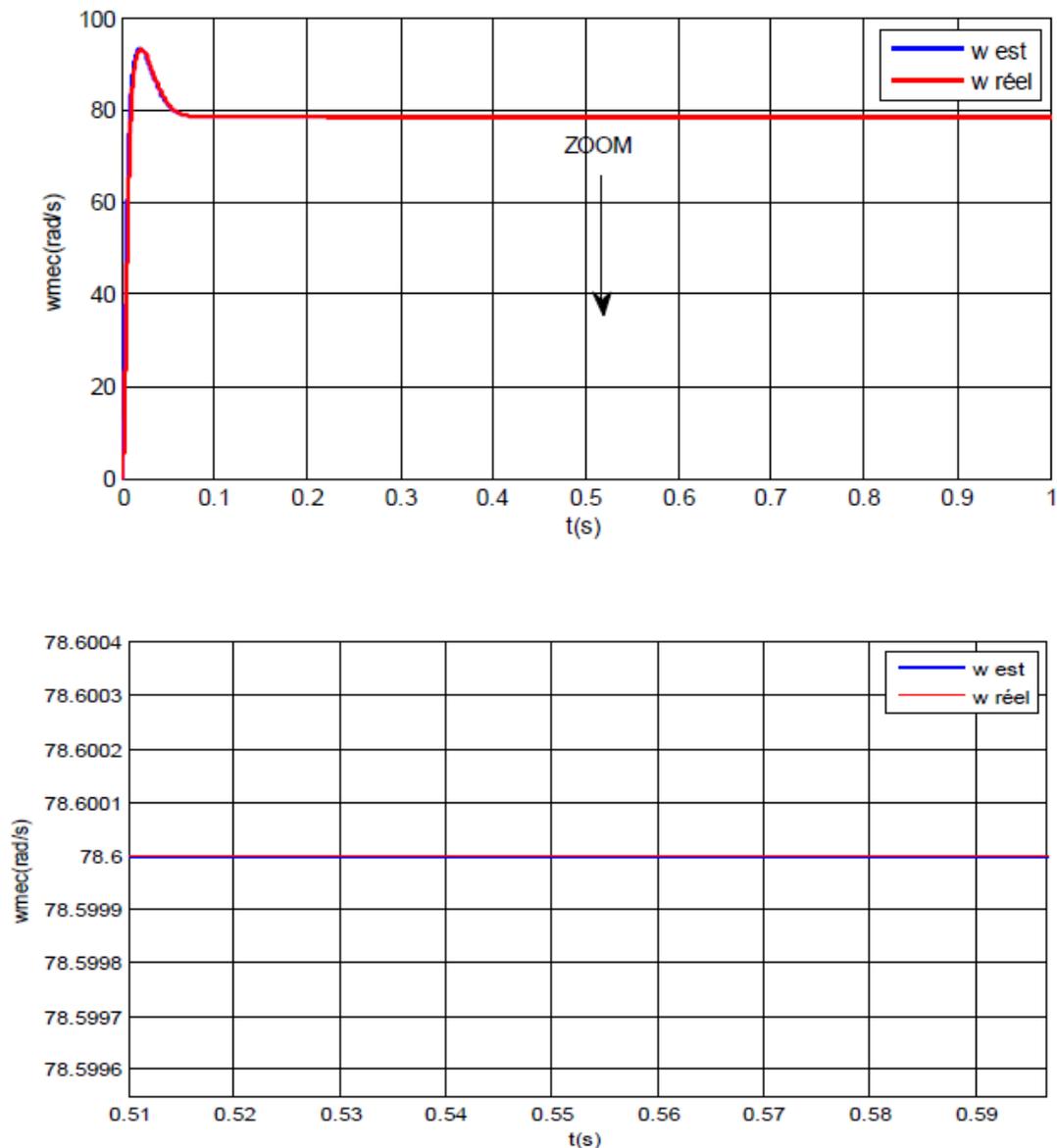


Figure IV.5 : Résultat de simulation à vide

### ✓ Fonctionnement en charge

Dans cette étape de fonctionnement, le moteur démarre à vide, et à l'instant  $t=0.5s$  on applique un couple de charge de valeur  $5Nm$ .

Les résultats de simulation numérique de la vitesse en utilisant le capteur logiciel FSDRE sont présentés ci-après :

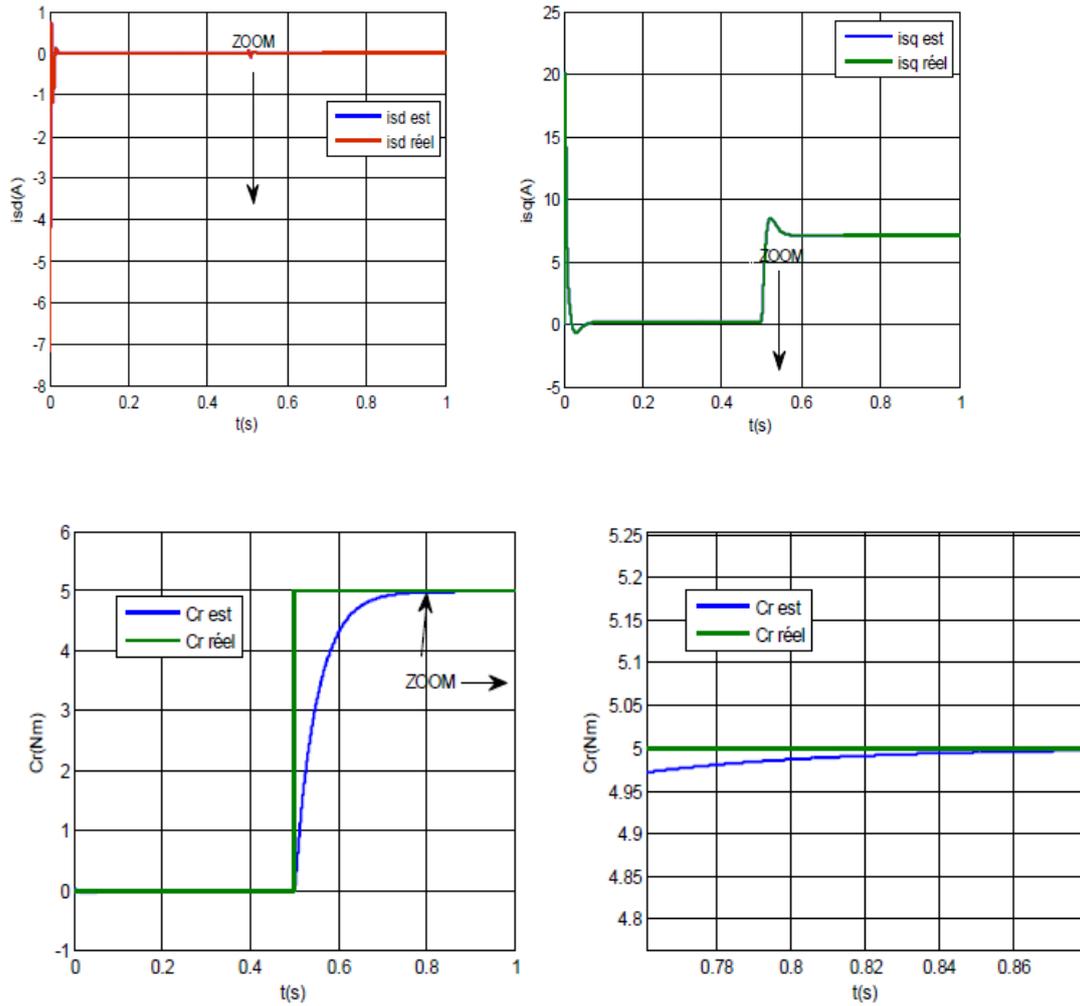


Figure IV.6 Résultat de simulation en charge

#### IV.4.3. interprétation

On note à l' instant d'application du couple de charge en  $t=0.5s$ . Que cette action ne porte aucunes perturbations sur les performances de la commande en vitesse sans capteur avec l'estimateur de SDRE.

La réécriture du système non-linéaire sous la forme paramétrique SDC et la nature de l'algorithme SDRE qui sur passe le calcul de Jacobines a donné son effet pour une réponse rapide au régime transitoire et même dans le cas d'application d'une charge en régime permanent ( $t= 0.5s$ ). Ce qui confirme les meilleures performances obtenues déjà en boucle ouverte.

### **IV.5. étude comparative**

On peut dire que l'application des deux techniques de commande de la MSAP sur

MATLAB (commande non linéaire sans capteur basé sur FKE, et basé sur FSDRE) permet de tirer les caractéristiques dynamiques et statiques pour ces deux commandes avec une manière plus illustrée.

Par l'observation de la figure IV.9 on note que la commande basée sur le filtre de Kalman étendue présente une allure des états estimés proche à celle des consignes. Donc, on peut dire que cette technique de commande a une précision acceptable à vide et dans le régime permanent mais, la poursuite des états par ce filtre dans la phase d'application du couple de charge présente un petite écart observable entre l'états (vitesse) estimés et la consigne.

Par contre, et Par l'observation de la figure IV.13 la commande basée sur le filtre de SDRE présente une allure des états estimés **très** proche à celle des consignes.

On peut dire que cette technique de commande a une meilleure précision « dans les deux régimes de fonctionnement. Donc, on peut dire que la poursuite des états par ce filtre dans la phase d'application du couple de charge (transitoire) présente une meilleure réaction pour garder les mêmes caractéristiques entre l'état estimé et la consigne. Cet avantage montre que le temps de réponse du filtre de SDRE est moins court par rapport au FKE.

Donc, la commande basée sur le filtre de SDRE est plus efficace par rapport à celle du filtre de Kalman étendue.

Dans cette étape, on a fait une comparaison analytique des performances de ces commandes à partir des résultats obtenues reposés sur la poursuite des états et le temps de réponse.

Donc, la commande basée sur FSDRE donne des résultats performant et plus précis par rapport au filtre de Kalman étendu dans régime transitoire, cette caractéristique donne une meilleur forme dynamique pour la stabilité de fonctionnement.

### **IV.6. conclusion**

Une rapproche non linéaire a été étudiée dans ce chapitre, commande non linéaire sans capteur basé sur deux estimateurs. La technique de SDRE est employée pour développer un estimateur d'état estimé pour la mesure de la vitesse, objet de notre commande. Cette nouvelle

approche fournit la capacité relativement rapide de contrôle, une plage de fonctionnement large et un bon comportement malgré la présence de perturbation.

### **Conclusion Générale**

L'objectif de notre travail dans ce mémoire est le développement et la mise en œuvre d'une technique d'estimation des états et de commande moderne non linéaire de la MSAP.

Dans le premier chapitre on a présenté brièvement la théorie de base de la machine synchrone à aimant permanent ainsi que leur modélisation et les simplifications apportées.

Dans le deuxième chapitre on a fait un état de l'art sur les estimateurs et les observateurs et leur classification, puis on présente un mode d'estimation basé sur le filtre de Kalman étendue.

Les résultats obtenus par cette technique d'estimation vérifient que le FKE est plus sensible au régime transitoire et aux applications de la charge.

Pour des bons résultats sur l'information de l'état estimée de notre machine quel que soit le régime de fonctionnement, on propose une technique moderne d'estimation basée sur le filtre de SDRE.

Les résultats obtenus par l'estimateur de SDRE montrent que cette technique peut assurer la stabilité de fonctionnement de la MSAP dans le régime transitoire ou dans la phase d'application du couple de charge.

Dans la dernière partie de ce travail, nous avons présenté d'un côté la commande vectorielle appliquée à la MSAP, cette stratégie permet le découplage entre le couple et le flux de la machine afin d'assurer une commande souple de sa vitesse.

L'entraînement de la MSAP jusqu'à présent est supposé l'existence des capteurs physique pour les mesures de différents état à régler.

D'autre coté, et pour une meilleure analyse physique des résultats obtenus, par les deux techniques d'estimations. Nous avons conçu une commande par orientation de flux d'une machine synchrone à aimants permanents sans capteur mécanique de vitesse avec les deux estimateurs.

Et par la suite on a développé une étude comparative des performances statiques et dynamiques, pour pouvoir faire un choix du type de commande suivant les spécifications de l'application envisagée.

## *Conclusion Générale*

---

A la lumière des résultats obtenus au cours de nos travaux, un certain nombre de perspectives peut être envisagé. Les axes de recherche suivants sont recommandés pour continuer cet effort : L'association d'un estimateur SDREF avec une loi de commande basée sur la même approche peuvent améliorer davantage les performances de système. La mise en œuvre pratique de la technique et envisager l'application sur d'autres systèmes d'entraînement à vitesse variable [28].

## *Bibliographies*

---

- [1] BARDADI BENDAHA, M. (2015). Identification des paramètres d'une machine synchrone à aimant permanent en vue d'une intégration dans des simulateurs en temps réel (Doctoral dissertation, University of sciences and technology on Oran).
- [2] Boufenar, S., Latreche, Z., & Belli, Z. E. (2019). Dimensionnement et modélisation de la machine synchrone à aimant permanent (Doctoral dissertation, Université de Jijel).
- [3] Yahi, S., Boufligha, S., & Ferkha, N. E. (2019). Modélisation et diagnostic des défaillances d'une MSAP par analyse de ses grandeurs électromagnétiques (Doctoral dissertation, Université de Jijel).
- [4] BOURASSE, MUSTAPHA. CONTROLE DIRECT DU COUPLE D'UNE MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS–MSAP–. 2007. Thèse de doctorat. Université Mohamed Boudiaf-M'Sila.
- [5] BOUNASLA, Noureddine. Commande par mode de glissement d'ordre supérieur de la machine synchrone à aimants permanents. 2018. Thèse de doctorat.
- [6] BOUSSAG, E. (2018). DETECTION DE DEFAUTS DE COURT-CRCUIT ENTRES SPIRES STATORIQUES D'UNE MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS (MSAP) (Doctoral dissertation, Université Mohamed Boudiaf-M'sila).
- [7] Bounasla, N. (2018). Commande par mode de glissement d'ordre supérieur de la machine synchrone à aimants permanents (Doctoral dissertation).
- [8] Benbrahim, A. (2009). Commande prédictive généralisée d'une machine synchrone à aimants permanents (Doctoral dissertation, Université de Batna 2).
- [9] Mansour, B. B. (2015). Identification des paramètres d'une machine synchrone à aimant permanent en vue d'une intégration dans des simulateurs en temps réel (Doctoral dissertation, Université Mohamed Boudiaf' des sciences et de la technologie d'Oran).
- [10] Ezzat, M. (2011). Commande non linéaire sans capteur de la machine synchrone à aimants permanents (Doctoral dissertation, Ecole Centrale de Nantes (ECN)).
- [11] BOURAS, M. (2013). Commande non linéaire d'une machine synchrone à aimants permanents avec observation en utilisant le filtre de kalman étendu (Doctoral dissertation, Université Mohamed Boudiaf-M'Sila).

## *Bibliographies*

---

- [12] Ezzat, M. (2011). Commande non linéaire sans capteur de la machine synchrone à aimants permanents (Doctoral dissertation, Ecole Centrale de Nantes (ECN))
- [13] KHLAIEF, Amor. Contribution à la commande vectorielle sans capteur mécanique des machines synchrones à aimants permanents (MSAP). 2012. Thèse de doctorat. Aix-Marseille.
- [14] MESLOUB, Hayette. Commande DTC Prédictive D'une Machine Synchrone à Aimants Permanents. 2017. Thèse de doctorat. UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA.
- [15] Mr Zegueb Boubaker, « Commande d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents Sans Capteur de Vitesse. Utilisation d'Un Observateur Non Linéaire», Mémoire de Magister, Université de Batna, 2008
- [16] THESE DE DOCTORAT EN SCIENCES : Présentée pour l'obtention du diplôme de DOCTEUR en Electromécanique Commande non linéaire des Moteurs Synchrones à Aimants Permanents Présenté par : BOUCHAHED ADEL Le : 24/04/2017
- [17] AID Housseem et AINA Wafaa, «Synthèse de lois de commande non-linéaires pour un entraînement électrique à vitesse variable basé sur un moteur synchrone à aimants Permanents», Mémoire de Master, 2013
- [18] L.Bouras, M.Kadjoudj, N.Golea, «Contrôle directe du couple basé sur la modulation vectorielle avec régulation à hystérésis appliqué la machine à induction», PCSEO.E.Bouaghi, 05 May 2005, pp319-324.
- [19] E.M.Berkouk, K.Boualem, G.Mauesse, «Commande de vitesse d'une MSAP de forte puissance alimentée par un onduleur multiniveaux » ICEL'98, 5-7Oct98, PP. 142-148.
- [20] B.Le Pioufle, G.Georgiou, I.P.Louis, «Application des commandes NL pour la regulation en vitesse ou en position de la machine synchrone autopilotée» Revue physique appliquée 1990, PP. 517-527.
- [21] M. JALALIFAR, A.F. PAYAM, S.M.S. NEZHAD, H. MOGHBELI, "Dynamic Modeling and simulation of an induction motor with adaptive backstepping design of and input-output feedback linearization controller on series hybrid electric vehicle", Serbian Journal of Electrical Engineering, Vol. 4, N°. 2, pp (119-132), November 2007.
- [22] R.SONIA " Contubutin à la Commande et au Reglage de la Machine Synchrone a Aimants Permanents " these doctorat en electrotechnique Universite de Batna.
- [23] Prashanth K. V. and Girisha Navada H. "Parameter estimation of PMSM using Adaptive Backstepping Technique", Article, National Institute of Technology Karnataka Mangalore, India 575 025.BACKSTEPPING

## *Bibliographies*

---

- [24] Kim.Y.R, Sul.S.K, Park.M.H, «Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using an Extended Kalman Filter», Proceeding of IEEE-IAS 1992 Annual Meeting,
- [25] Kim.Y.R, Sul.S.K, Park.M.H, «Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using an Extended Kalman Filter», IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.30, No5, pp, 1225-1233, Sept-Oct, 1994.
- [26] Pena. R. S, Asher. G. M, «Parameter Sensivity Studies for Induction Motor Parameter Identification Using Extended Kalman Filters», Proceeding of Power Electronics and Applications”, Vol. 4. Pp.306-311, 13-16 Sept 1993.
- [27] Zein. I, Loron. L, Forgez.c, «An Extended Kalman Filter an Appropriate Model for the Real-Time Estimation of the Induction Motor Variables an Parameters», IASTED International Conference Measurement and Control MECO 2001, Pittsburg, USA, 16-18 Mai, 2001.
- [28] Imad Al-Rouh, «Contribution à la Commande Sans Capteur de la Machine Asynchrone», Thèse de Doctorat en Electrotechnique, Université Henri Poincaré, Nancy-I, 12 juin2004
- [29] Shi. K. L, Chan. T. F, Wong. Y. K, Ho. S. L, «Speed Estimation of an Induction Motor Drive Using an Optimized Extended Kalman Filter», IEEE Transactions on Industrial Electronic, Vol, 49, No1. pp. 124-133, Feb. 2002.
- [30] Murat. Karabacak, H. Ibrahim Eskikurt, ‘‘Speed and Current Regulation of a Permanent Magnet Synchronous Motor via Nonlinear and Adaptive Backstepping Control’’, 2011 Elsevier, Mathematical and Computer Modelling 53 (2011), pp.2015–2030.; ont estimé la vitesse et la position du MSAP via l’observateur d’état (ESO) a été réalisé par Shihua Li
- [31] Shihua Li, Cunjian Xia, Xuan Zhou, ‘‘ Disturbance Rejection Control Method for Permanent Magnet Synchronous Motor Speed-Regulation System’’, mechatronics 22 (2012) Elsevier, pp.706-714, Elsevier.
- [32] Badreddine NAAS, L. NEZLIa, Bachir NAAS, M.O. MAHMOUDI, M.ELBAR, ‘‘ Direct Torque Control Based Three Level Inverter-fed Double Star Permanent Magnet Synchronous Machine’’, Energy Procedia 18 (2012) 521 – 530, Elsevier.
- [33] Zhengqiang Song, ZhijianHou, Chuanwen Jiang, Xuehao Wei, ‘‘Sensorless Control of Surface Permanent Magnet Synchronous Motor Using a New Method’’, Energy Conversion and Management 47 (2006) 2451–2460, Elsevier.
- [34] Florent Morel , Xuefang Lin-Shi, Jean-Marie R’etif, Bruno Allard, ‘‘ A Predictive Current Control Applied to a Permanent Magnet Synchronous Machine, Comparison with a Classical Direct Torque Control’’, Electric Power Systems Research 78 (2008) 1437–1447, Elsevier.
- [35] Sanath. Alahakoon, Tyrone. Fernando, Hieu. Trinh, Victor. Sreeram, ‘‘ Unknown Input Sliding Mode Functional Observers with Application to Sensorless Control of Permanent

## *Bibliographies*

---

Magnet Synchronous Machines'', Journal of the Franklin Institute 350(2013) 107-128, Elsevier.

[36] A. Aoufi, «Utilisation d'observateurs à modes glissants pour le contrôle direct de couple et le contrôle vectoriel d'une machine asynchrone à cage», Mémoire de magistère, Université de Biskra, 2011.

[37] F. Bouchafaa, «Etude et Commande de Différentes Cascades à Onduleur à Neuf Niveaux à Structure NPC. Application à la Conduite d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents», Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Polytechnique, El-Harrach, 2006.

[38] Commande Non-linéaire Adaptative d'un Moteur Synchrone à Aimants Permanents Présenté par BECHICHI Abderrahmane REZZIKI Houssam Eddine Soutenu publiquement Le : 05/07/2017 Mr.TAIBI Djamel Encadreur/rapporteur UKM Ouargla

[39] MEDGHAGHET, Yassina. Contribution à la commande et au guidage des véhicules autonomes. 2014. Thèse de doctorat. Université Mohamed Khider Biskra.

[40] JUNGERS, Marc. Contributions aux équations généralisées de Riccati et systèmes à commutations. 2013. Thèse de doctorat. Université de Lorraine.

[41] CLOUTIER, James R. et STANSBERRY, Donald T. The capabilities and art of state-dependent Riccati equation-based design. In : Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No. CH37301). IEEE, 2002. p. 86-91.

[42] STEINFELDT, Bradley et TSIOTRAS, Panagiotis. A state-dependent Riccati equation approach to atmospheric entry guidance. In : AIAA guidance, navigation, and control conference. 2010. p. 8310.

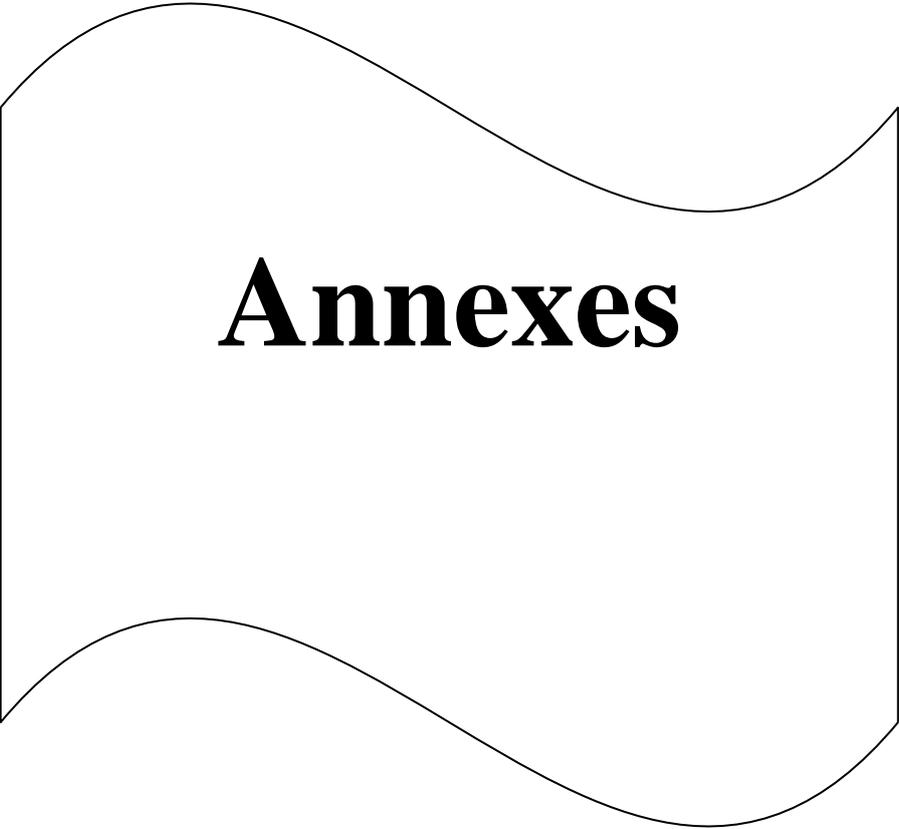
[43] CLOUTIER, James R., D'SOUZA, Christopher N., et MRACEK, Curtis P. Nonlinear regulation and nonlinear  $H_\infty$  control via the state-dependent Riccati equation technique: Part 1, theory. In : Proceedings of the international conference on nonlinear problems in aviation and aerospace. Embry Riddle University, 1996. p. 117-131.

[44] Cloutier, J. R., & Cockburn, J. C. (2001, June). The state-dependent nonlinear regulator with state constraints. In Proceedings of the 2001 American Control Conference. (Cat. No. 01CH37148) (Vol. 1, pp. 390-395). IEEE.

## *Bibliographies*

---

- [45] NEMRA, Abdelkrim et AOUF, Nabil. Robust INS/GPS sensor fusion for UAV localization using SDRE nonlinear filtering. *IEEE Sensors Journal*, 2010, vol. 10, no 4, p. 789-798.
- [46] Et STANSBERRY, Donald T. The capabilities and art of state-dependent Riccati equation-based design. In : *Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No. CH37301)*. IEEE, 2002. p. 86-91.
- [47] ZHOU, Kemin et KHARGONEKAR, Pramod P. An algebraic Riccati equation approach to  $H^\infty$  optimization. *Systems & Control Letters*, 1988, vol. 11, no 2, p. 85-91.
- [48] MORAND. F " Techniques d'Observation Sans Capteur de Vitesse en vue de la Commande des machines Asynchrones". Thèse de Doctorat, école doctorale de Lyon. 2005.
- [49] Z. ZHENG « Commande à Haute Performance et Sans Capteur Mécanique du Moteur Synchrone à Aimants Permanents » Thèse de Doctorat de l'INP de Toulouse, France, 2008.
- [50] G.R ARAB MARKADEH, J SOLTANI « Robust Direct Torque and Flux Control of Adjustable Speed Sensor less Induction Machine Drive Based on Space Vector Modulation Using a PIP predictive Controller», *Journal of Electrical Engineering*, Springer, Vol. 88, pp.485-496, Verlag, 2006.
- [51] Étude d'une commande Non-linéaire d'une machine synchrone à aimant permanent basée sur l'approche State Dependent Riccati Equation (SDRE). Présenté par: de l'encadreur Dr. IRATNI Abdelhamid ; Présenté par SAADAOUI Ramzi OUALI Mohammed Elamine.



# **Annexes**

## **Annexe**

### **A.1 Paramètres de la machine synchrone à aimants permanent**

Les paramètres du moteur synchrone à aimant permanent sont :

Puissance nominale " $P_n$ "  $P_n = 1500W$

Fréquence " $f$ "  $f = 50Hz$

Tension d'alimentation " $V_n$ "  $V_n = 220V$

Résistance statorique " $R_s$ "  $R_s = 0.6\Omega$

Nombre de paires de pôle " $P$ "  $p = 4$

Inductance sur l'axe d " $L_d$ "  $L_d = 0.0014H$

Inductance sur l'axe q " $L_q$ "  $L_q = 0.0028H$

Coefficient de frottement " $f_r$ "  $f_r = 0.0014N.s/rad$

Flux d'aimant " $Q_f$ "  $Q_f = 0.12Wb$

Moment d'inertie " $J$ "  $J = 0.0011N.m; s/rad$

### **A.2 Les valeurs de bruits pour les deux filtres**

Bruit d'états " $W$ "  $W = 0.01$

Bruit de mesure " $V$ "  $V = 0.01$

### **A.3 L'initialisation des deux filtres**

$$X_0=0$$

$$P_0=0$$