

REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la technologie

Département d'Electronique

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MASTER

FILIERE :Electronique

Spécialité : Electronique des systèmes embarqués

Par

Trirat Haithem

Intitulé

Identification d'un système fractionnaire à partir de sa réponse fréquentielle

Evalué le : 14-09-2022

Par la commission d'évaluation composée de* :

| <i>Nom & Prénom</i> | <i>Grade</i> | <i>Qualité</i> | <i>Etablissement</i> |
|--------------------------------|--------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| <i>Pr. SARRA M</i> | <i>PROFESSEUR</i> | <i>Président</i> | <i>Univ-BBA</i> |
| <i>Dr. TALBI ML</i> | <i>MCA</i> | <i>Encadreur</i> | <i>Univ-BBA</i> |
| <i>Mme. HAMADACHE F</i> | <i>MAA</i> | <i>Examineur</i> | <i>Univ-BBA</i> |

Année Universitaire 2021/2022

* Conformément à :

- L'arrêté n°055 du 21 janvier 2021 Fixant dispositions exceptionnelles autorisées en matière d'organisation et gestion pédagogique, de l'évaluation et de la progression des étudiants, durant la période COVID-19 au titre de l'année universitaire 2020-2021 ;
- Procès-verbal de la réunion de l'équipe du domaine des Sciences et Technologies du mois de Mai 2021.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier, tout d'abord, « Allah », le tout puissant, de nous avoir donné le courage et la patience afin d'accomplir, au mieux, ce présent travail.

Je tiens à exprimer tous nos sincères remerciements à notre encadrant, Mr. TALBI, pour m'avoir suivi au cours de la réalisation de ce mémoire. Ses encouragements dans mes moments de doute et la confiance qu'il m'a accordé m'a permis de mener ce projet à terme. Je tiens encore à lui exprimer ma profonde gratitude pour son aide et tous ses précieux conseils.

Je tiens à exprimer, également, ma gratitude aux membres du jury pour avoir accepté de lire notre mémoire et évaluer mon travail.

Un grand merci à tous mes collègues en Master 2 et à tous les enseignants du département Electronique, qui nous ont offert un environnement étudiant extrêmement agréable.

Un merci pudique : à ma familles, pour leur soutien qui m'a poussé à chercher au fond de nous la volonté de faire toujours beaucoup plus, à mes amis et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

DIDICACES

Merci à Dieu.

Je dédie ce modeste travail à tous ceux qui me sont chers à mon cœur :

A mes chers parents

A mes chères sœurs

A mes respectables professeurs.

A tous ceux qui m'aiment et ceux que j'aime.

Enfin je tente à exprimer mon gratitude à toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Que la paix **d'ALLAH** soit avec tous...Que nous réunisse dans son vaste paradis INSHALLAH.

Haithem

Résumé

Dans ce mémoire, une méthode de classification des pathologies cardiaques basée sur la modélisation de la DSP de l'ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire est présentée.

Cette méthode comporte deux étapes, une étape d'extraction de paramètres et une étape de classification.

L'extraction de paramètres est la partie la plus importante, elle est basée sur la modélisation de la DSP des battements ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire. La classification est assurée par un classificateur SVM.

Les résultats expérimentaux ont indiqué que la méthode atteignait une précision de classification de 72% et pouvait être appliquée efficacement dans l'identification automatique des arythmies cardiaques.

Summary

In this memory a method of classifying cardiac pathologies based on the modeling of the ECG DSP by a fractional order transfer function is presented.

This method consists of two steps, a extraction settings step and a classification step.

The settings extraction is the most important part, it is based on modeling the DSP of ECG beats by a fractional order transfer function. Classification is provided by an SVM classifier.

The experimental results indicated that the method achieved a classification accuracy of 72% and could be applied effectively in the automatic identification of cardiac arrhythmias.

ملخص

في هذه المذكرة ، يتم تقديم طريقة لتصنيف أمراض القلب بناءً على نمذجة DSP , ECG من خلال وظيفة نقل الترتيب الجزئي.

تتكون هذه الطريقة من خطوتين ، خطوة إعدادات الاستخراج وخطوة التصنيف.

يعد استخراج الإعدادات هو الجزء الأكثر أهمية ، فهو يعتمد على نمذجة DSP لدقات ECG من خلال وظيفة تحويل الترتيب الجزئي. يتم توفير التصنيف بواسطة مصنف SVM.

أشارت النتائج التجريبية إلى أن الطريقة حققت دقة تصنيف تصل إلى 72٪. ويمكن تطبيقها بشكل فعال في التعرف الآلي على عدم انتظام ضربات القلب.

Table des matières :

| | |
|---|-----|
| REMERCIEMENTS..... | I |
| DEDICACES | II |
| Résumé..... | III |
| Introduction générale..... | 2 |
| Chapitre 1 : Le cœur et l'électrocardiographie | 2 |
| 1.1 Le cœur | 3 |
| 1.2 Anatomie du cœur | 3 |
| 1.3 Système de conduction électrique | 4 |
| 1.4 L'activité mécanique cardiaque | 4 |
| 1.5 Le fonctionnement électrique du cœur | 5 |
| 1.6 Electrocardiographie | 5 |
| 1.7 Dérivation de L'ECG | 5 |
| 1.8 Ondes et intervalles de L'ECG | 6 |
| 1.9 Trouble du rythme et de la conduction électrique | 8 |
| 1.10 Le rythme sinusal | 8 |
| 1.11 Les blocs cardiaques | 9 |
| 1.12 Les arythmies cardiaques | 11 |
| 1.13 conclusion | 11 |
| Chapitre 2 : Identification d'un système fractionnaire | 12 |
| 2.1 Introduction | 12 |
| 2.2 Opérateurs d'ordre fractionnaire | 12 |
| 2.3 Définitions fondamentales | 13 |
| 2.3.1 définition de Caputo | 13 |
| 2.3.3 Définition de Reimann-Liouville..... | 14 |
| 2.3.4 Définition de Grunwald-Letnikov (G-L) | 15 |
| 2.3.5 Formule de la rétrodifférence d'ordre $n \in \mathbb{N}$ | 15 |
| 2.3.6 L'extension de l'équation (I.) à des valeurs non entières $\alpha \in \mathbb{R}^+$ | 16 |

| | |
|---|----|
| 2.4 Propriétés principales | 16 |
| 2.5 Représentation d'état | 16 |
| 2.6 Représentation d'état d'un système d'ordre fractionnaire linéaire..... | 17 |
| 2.7 Représentation mathématique d'un système d'ordre fractionnaire | 17 |
| 2.8 conclusion | 18 |
| | |
| Chapitre 3 : Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire | 19 |
| 3.1 Introduction | 19 |
| 3.2 Identification d'un système d'ordre fractionnaire | 19 |
| 3.3 Méthode d'identification fréquentielle de Sanathanan et Korner | 20 |
| 3.4 Modélisation d'un battement cardiaque par un système d'ordre fractionnaire | 21 |
| 3.5 Identification d'un système d'ordre fractionnaire | 21 |
| 3.6 Organigramme de la méthode | 22 |
| 3.7 Filtrage et prétraitement des signaux ECG..... | 22 |
| 3.8 La base de donnée utilisée | 23 |
| 3.9 Présentation du classificateur SVM..... | 23 |
| 3.10 Partie pratique..... | 24 |
| A.1 Expérience 1 Estimation de la DSP des pathologies cardiaques par la methode du periodogramme | 24 |
| A.1_Expérience 2 Estimation des coefficients du model fractionnaire en fonction de la pathologie | 28 |
| A.1_Expérience 3 Diagramme de Bode de la fonction de transfert fractionnaire des pathologies..... | 29 |
| A.1_Expérience 4 Evalutaion des paramètres du modèle fractionnaire par le biais des performances du classificateur SVM..... | 32 |
| 1.13 conclusion | 33 |
| | |
| Conclusion générale | 34 |
| | |
| Références | 35 |

Liste des figures

1.1 Représente l'anatomie du cœur 3
1.2 Représente le fonctionnement électrique du cœur 5
1.3 Exemple de dérivation, dérivations unipolaires 6
1.4 Trace ECG. 7
1.5 Rythme sinusal, segment de l'enregistrement. 9
1.6 Exemple de Bloc de Branche Gauche. 10
1.7 Exemple de Bloc de Branche Droite. 11
3.1 Hyperplan et classes d'un classificateur SVM. 23
3.2 Battement normal de l'enregistrement 103 25
3.3 Figure 2 Densité spectrale du puissance d'un battement normal (enregistrement 103) 25
3.4 Battement LBBB de l'enregistrement 111 26
3.5 Densité spectrale du puissance d'un battement LBBB (enregistrement 111)26
3.6 Battement RBBB de l'enregistrement 118 27
3.7 Densité spectrale du puissance d'un battement RBBB (enregistrement 118).....27
3.8 Diagramme de Bode d'un battement normal de l'enregistrement 103 29
3.9 Diagramme de Bode d'un battement LBBB de l'enregistrement 111 30
3.10 Diagramme de Bode d'un battement LBBB de l'enregistrement 111 31

Liste des tableaux :

III . Tableau4.1 : coefficients de la fonction de transfert estimée dans le cas des trois pathologies étudiées 28
Le tableau4.2 : montre le taux de classification en fonction des paramètres n, m et q 32

Introduction générale

Un électrocardiogramme (ECG) est une représentation complète de l'activité électrique du cœur à la surface du corps humain, il est largement appliqué dans le diagnostic clinique des maladies cardiaques, il peut être utilisé de manière fiable comme mesure pour surveiller la fonctionnalité du système cardiovasculaire.

L'extraction des paramètres et la classification des signaux d'électrocardiogramme (ECG) sont deux étapes nécessaires dans la conception des systèmes intelligents de diagnostic automatique des maladies cardiaques.

Le calcul d'ordre fractionnaire est une discipline mathématique qui traite des dérivées et des intégrales d'ordres réels ou complexes. Elle peut être considérée comme une généralisation du calcul d'ordre entier. Les dérivés fractionnaires fournissent un excellent instrument pour la description de la mémoire et des propriétés héréditaires de divers processus.

C'est le principal avantage des dérivées fractionnaires par rapport aux modèles classiques d'ordre entier, dans lesquels ces effets sont en fait négligés.

Les avantages des dérivées fractionnaires deviennent évidents dans la modélisation des systèmes et des signaux physiques, ainsi que dans la description des systèmes réels dans de nombreux autres domaines.

Dans ce mémoire, une méthode d'extraction de paramètres basée sur la modélisation de la densité spectrale de puissance (DSP) de l'ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire est présentée.

Cette méthode comporte essentiellement deux étapes, une étape d'extraction de paramètres et étape de classification. Les coefficients du numérateur et du dénominateur de la fonction de transfert fractionnaire de la DSP du signal ECG seront utilisés comme paramètres pertinents. La classification sera assurée par un classificateur SVM pour classer trois types de signaux ECG.

Ce mémoire est présenté en trois chapitres de la manière suivante :

Le premier chapitre est consacré aux généralités sur le cœur et l'électrocardiogramme

Le deuxième chapitre présente les notions et les concepts du calcul d'ordre fractionnaire.

Le dernier chapitre est réservé à la présentation de la méthode utilisée ainsi qu'aux résultats trouvés.

Ce mémoire se termine avec une conclusion générale.

CHAPITRE I

Le cœur et l'électrocardiographie

1.1 Le cœur :

Le cœur est le principal organe vital du corps humain puisqu'il assure le rôle de pompe pour permettre la circulation sanguine. Le cœur est un muscle, qui peut être affecté par différentes pathologies qui peuvent affecter les valvules, les muscles ou la fréquence cardiaque.

Le cœur contient quatre sections principales (chambres) constituées de muscles et alimentées par des impulsions électriques. Le cerveau et le système nerveux dirigent la fonction du cœur [1].

1.2 Anatomie du cœur

Le cœur est situé dans la cage thoracique en position milieu-gauche. Il est composé de différentes parties ayant un rôle dans la circulation sanguine : les deux oreillettes et les deux ventricules droit et gauche, les valves permettant la circulation entre les oreillettes et les ventricules. Le muscle cardiaque est composé de trois couches : l'endocarde, la partie la plus interne, le myocarde, contractile et le péricarde qui constitue l'enveloppe du cœur. Le cœur est alimenté par les artères coronaires et circonflexe. L'aorte et les artères pulmonaires pénètrent dans le cœur, tout comme les veines pulmonaires et la veine veineuse inférieure [1].

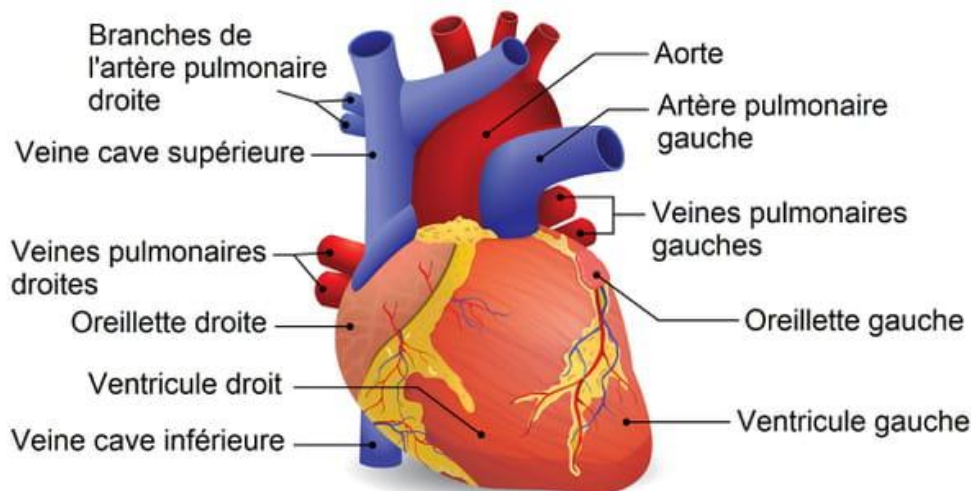


Figure 1.1: Représente l'anatomie du cœur [1].

Chapitre 1 : le cœur et l'électrocardiographie

1.3 Système de conduction électrique [2].

Le système de conduction du cœur contrôle le rythme et le rythme des battements du cœur. Il comprend :

- Nœud sino-auriculaire (SA) : envoie les signaux qui font battre le cœur.
- Nœud auriculo-ventriculaire (AV) : transporte les signaux électriques des cavités supérieures du cœur vers les cavités inférieures.

Le cœur possède également un réseau de faisceaux électriques et de fibres. Ce réseau comprend :

- ❖ Branche du faisceau gauche : Envoie des impulsions électriques au ventricule gauche.
- ❖ Branche du faisceau droit : Envoie des impulsions électriques au ventricule droit.
- ❖ Faisceau de His : Envoie des impulsions du nœud AV aux fibres Purkinje.
- ❖ Fibres de Purkinje : provoquent la contraction des ventricules cardiaques et pompent le sang [2].

1.4 L'activité mécanique cardiaque [3].

Le cœur se contracte rythmiquement de façon automatique et indépendante de la volonté, Cette contraction est contrôlée par le système nerveux central : du bulbe rachidien partent des nerfs qui peuvent accélérer (effort, émotion) ou ralentir (repos) le rythme cardiaque. Mais même isolé un cœur continue à battre seul car il possède un tissu spécial qui au sein du muscle, assure la contraction autonome du cœur [3,4].

Le travail du cœur se divise en deux périodes : **la systole et la diastole**.

➤ La systole est la période correspondant à l'éjection du sang dans la grande et petite Circulation. Elle se décompose en **trois phases**: la systole auriculaire, la contraction Ventriculaire iso volumique et la systole ventriculaire [4].

- ❖ La systole auriculaire est la contraction des oreillettes lorsque celles-ci sont Remplies de sang.

- ❖ La contraction ventriculaire iso volumique commence lorsque les cellules Musculaires du myocarde ventriculaire se contractent.

- ❖ La systole ventriculaire commence lorsque les pressions dans les ventricules Dépassent les pressions dans l'artère pulmonaire et l'aorte.

➤ La diastole est la phase de relaxation du cœur pendant laquelle il se remplit de sang. Cette période est composée de **deux phases**: la relaxation ventriculaire isométrique et la phase de repos.

- La relaxation ventriculaire fait suite à la systole. Les ventricules se relâchent,

Chapitre 1 : le cœur et l'électrocardiographie

la Pression chute jusqu'à être inférieure à celle exercée dans l'aorte et l'artère pulmonaire.

- La phase de repos est celle pendant laquelle le sang des veines caves et pulmonaires s'écoule librement dans les ventricules via les oreillettes [5].

1.5 Le fonctionnement électrique du cœur[6].

L'activité électrique du cœur consiste en des signaux électriques qui le font battre à un rythme régulier et à une fréquence normale. Le trajet de ces signaux commence avec une impulsion du nœud sinusal, ou sino-auriculaire (SA), situé dans l'oreillette droite. L'impulsion électrique traverse le cœur de haut en bas, soit des oreillettes aux ventricules. En retour, les parties du cœur se contractent tandis que les autres prennent de l'expansion.

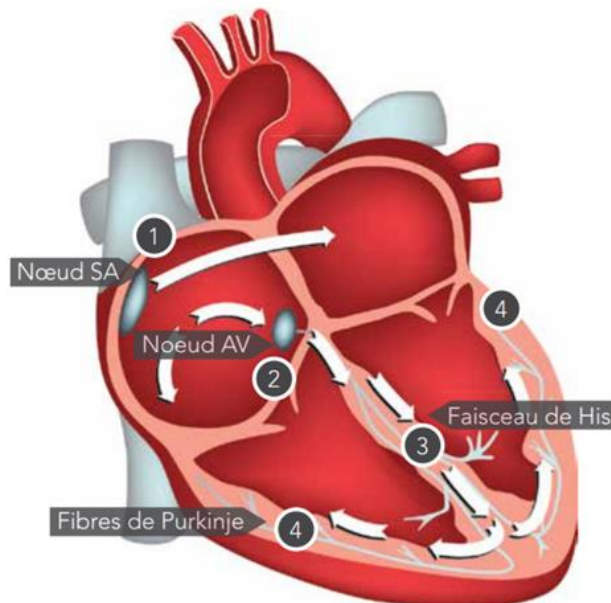


Figure 1.2 :Représente le fonctionnement électrique du cœur

1.6 Electrocardiographie

Électrocardiographie, méthode de tracé graphique (électrocardiogramme ; ECG ou ECG) du courant électrique généré par le muscle cardiaque lors d'un battement cardiaque. Le tracé est enregistré avec un électrocardiographe (en fait un galvanomètre à cordes relativement simple), et il fournit des informations sur l'état et les performances du cœur.

1.7 Dérivations de l'ECG

Selon le nombre et l'emplacement d'électrodes réparties sur le thorax et les membres, les différences de potentiel peuvent être enregistrées en même temps à partir d'un appareil

Chapitre 1 : le cœur et l'électrocardiographie

électrocardiographique. Chaque mesure de ces potentiels correspond à une dérivation de l'ECG. Un système de dérivations consiste en un ensemble cohérent de dérivations, chacune étant définie par la disposition des électrodes sur le corps du patient. L'emplacement des électrodes est choisi de façon à explorer au maximum le champ électrique du cœur [7].

- Dérivations unipolaire

Désignées par aV_R , aV_L et aV_F comme il est montré sur la figure 3, ces dérivations permettent de mesurer la tension entre l'électrode exploratrice qui est placée près du cœur et les électrodes placées dans le bras droit (aV_L), le bras gauche (aV_L) et la jambe gauche (aV_F).

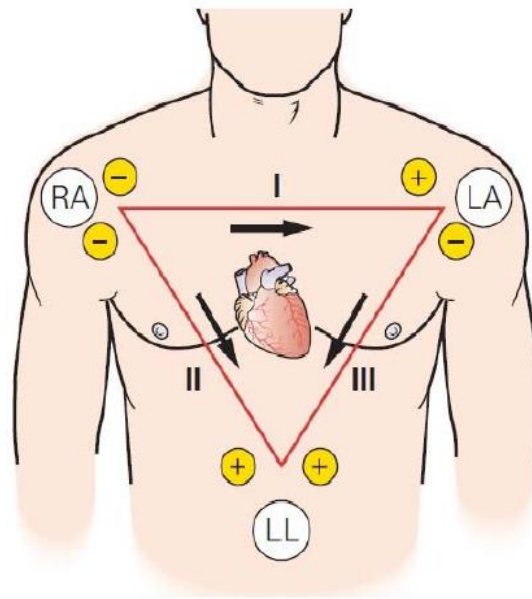


Figure 1.3 : Exemple de dérivation, dérivations unipolaires.

- Dérivations précordiales

désignés par V1 à V6 sont des dérivations unipolaires fixées sur le thorax par numéro de leur emplacement comme elles sont montrées sur la figure. [8].

1.8 Ondes et Intervalles de L'ECG

Le processus de dépolarisation et de repolarisation des structures myocardiques se présente dans l'ECG comme une séquence de déflexions ou ondes superposées à une ligne de potentiel zéro, appelée ligne isoélectrique ou ligne de base. Ces déflexions sont dites positives si elles sont situées au-dessus de la ligne isoélectrique sinon elles sont dites négatives. Pour chaque battement cardiaque l'ECG enregistre principalement trois ondes successives[9] comme montre sur la Figure 4.

Chapitre 1 : le cœur et l'électrocardiographie

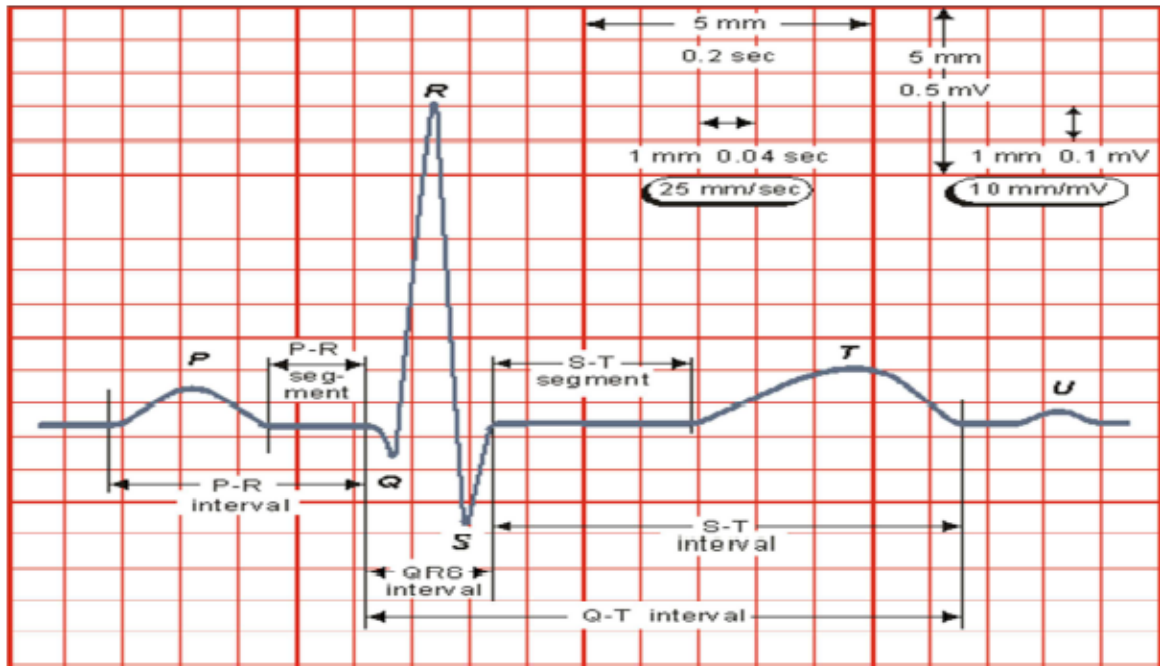


Figure 1.4 : Trace ECG.

- **L'onde P**

Elle représente la dépolarisation auriculaire. Cette onde peut être positive ou négative avec une durée de l'ordre de 90 ms. Généralement son observation est difficile, spécialement dans des conditions bruitées. Il faut noter que la repolarisation auriculaire n'est pas visible sur l'ECG car elle coïncide avec le complexe QRS d'amplitude plus importante.

- **Le complexe QRS**

Il correspond à la dépolarisation ventriculaire précédant l'effet mécanique de contraction et il possède la plus grande amplitude de l'ECG. Il est constitué de trois ondes consécutives : l'onde Q qui est négative, l'onde R qui est positive dans un ECG normal et l'onde S qui est négative. Sa durée normale est comprise entre 85 et 95 ms.

- **L'onde T**

Elle correspond à la repolarisation des ventricules, qui peut être négative, positive ou biphasique et qui a normalement une amplitude plus faible que le complexe QRS. Bien que la dépolarisation et la repolarisation des ventricules soient des événements opposés, l'onde T est normalement du même signe que l'onde R, ce qui indique que la dépolarisation et la repolarisation ne sont pas symétriques. L'ECG est aussi caractérisé par plusieurs intervalles comme on peut voir sur la Figure 4.

Chapitre 1 : le cœur et l'électrocardiographie

L'intervalle RR

Il est délimité par les sommets de deux ondes R consécutives et d'où est évaluée la fréquence cardiaque instantanée. Cet intervalle est utilisé pour la détection des arythmies ainsi que pour l'étude de la variabilité de la fréquence cardiaque.

Le segment ST

Il représente l'intervalle durant lequel les ventricules restent dans un état de dépolarisation actif. Il est aussi défini comme la durée entre la fin de l'onde S et le début de l'onde T.

L'intervalle PQ

Il représente l'intervalle de temps entre le début de la dépolarisation des oreillettes et le début de la dépolarisation ventriculaire. Il représente le temps nécessaire à l'impulsion électrique pour se propager du nœud sinusal jusqu'aux ventricules et il est mesuré entre le début de l'onde P et le début du complexe QRS.

L'intervalle QT

Il représente la durée entre le début du complexe QRS et la fin de l'onde T. Cet intervalle reflète la durée de la dépolarisation et repolarisation ventriculaire. En effet sa dynamique peut être associée à des risques d'arythmie ventriculaire et de mort cardiaque soudaine.

1.9 Trouble du rythme et de la conduction électrique [10].

On appelle trouble du rythme et de la conduction cardiaque une variation anormale du rythme des battements du cœur perturbant son bon fonctionnement. Ils résultent d'une anomalie électrique du cœur et sont de gravité variable.

1.10 Le rythme sinusal [11].

Rythme qui naît des cellules du nœud sinusal. Les impulsions sont transmises aux ventricules et responsables de leurs dépolarisations. C'est le rythme physiologique habituel car le nœud sinusal est le pacemaker physiologique dominant.

Sur l'ECG, chaque complexe QRS est précédé par une onde P et chaque onde P est suivie par un complexe QRS. L'onde P doit avoir les caractéristiques d'une onde P sinusale (axe, forme...). La fréquence sinusale normale au repos chez l'adulte est comprise entre 60 et 100 par minute.

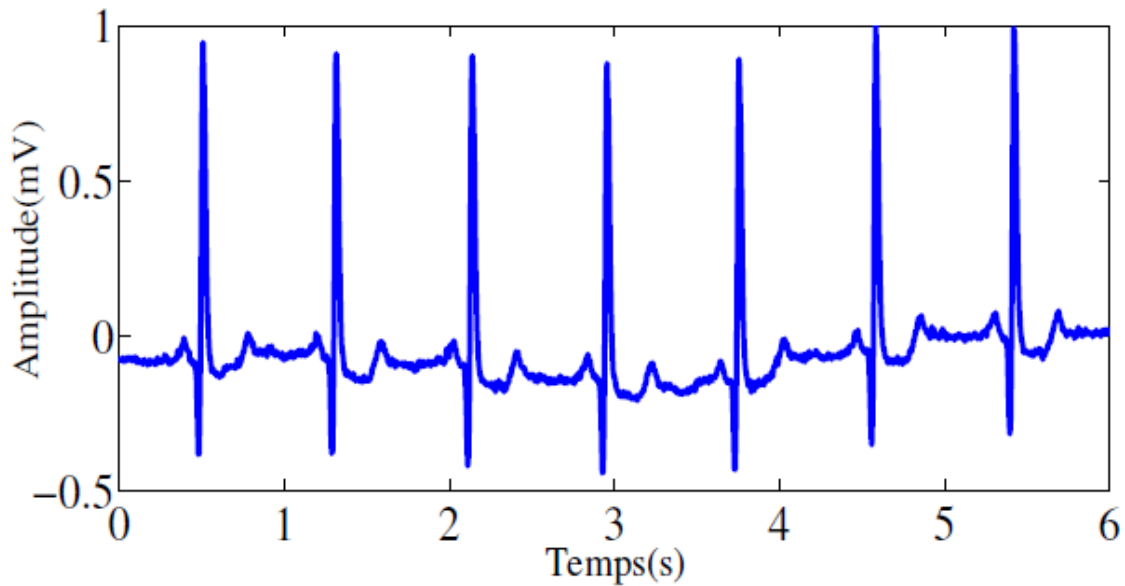


Figure 1.5 : Rythme sinusal, segment de l'enregistrement

1.11 Les blocs cardiaques [12].

a. Bloc Sino-Auriculaire (BSA)

Le nœud sinusal peut ne pas transmettre de stimulus aux cellules des oreillettes. La conséquence est qu'au moins un cycle complet n'est pas exécuté. Après la pause, due au bloc, le cycle reprend normalement si aucun autre foyer ectopique n'a déclenché de contraction.

b. Blocs Auriculo-Ventriculaire (BAV) : On appelle BAV l'altération de la conduction du stimulus de dépolarisation entre les oreillettes et les ventricules. On distingue trois degrés de sévérité.

- Les BAV de premier degré provoquent l'allongement du segment PR de chaque cycle.
- Les BAV de deuxième degré traduisent l'absence momentanée d'onde QRS après une onde P normale.
- Les BAV de troisième degré sont dit complets, c'est-à-dire qu'aucune dépolarisation auriculaire ne parvient aux ventricules. Un foyer ectopique ventriculaire ou fonctionnel joue alors le rôle de pacemaker.

c. Blocs de branches

Le bloc de branche est un type de blocage de la conduction qui engage une interruption partielle ou complète du flux des impulsions électriques à travers les branches droite ou gauche.

Chapitre 1 : le cœur et l'électrocardiographie

Un bloc de branche est dû au blocage de la dépolarisation dans l'une des branches du faisceau de His. Un bloc dans l'une ou l'autre branche provoque un retard dans la dépolarisation du ventricule auquel elle appartient. La dépolarisation des ventricules est désynchronisée et le complexe QRS se voit élargi. Les figures 6 et 7 indiquent respectivement un bloc de branche gauche ou Left Bundle Branch Block(LBBB) et un bloc de branche droite ou Right Bundle Branch Block(RBBB).

Le courant électrique qui contrôle la contraction du muscle cardiaque commence dans le nœud sino-auriculaire, circule dans les cavités supérieures du cœur (oreillettes), puis va jusqu'aux cavités inférieures du cœur (ventricules) à travers une sorte de tableau électrique appelé nœud auriculo-ventriculaire (nœud AV). Le nœud AV est situé dans la partie inférieure de la paroi entre les oreillettes près des ventricules et fournit la seule connexion électrique entre les oreillettes et les ventricules. Le faisceau de His est un groupe de fibres qui conduit les impulsions électriques du nœud auriculo-ventriculaire vers les cavités inférieures du cœur (ventricules). Le faisceau de His se divise en deux branches. La branche gauche conduit les impulsions vers le ventricule gauche, alors que la branche droite les conduit vers le ventricule droit. La conduction peut être bloquée au niveau de la branche gauche ou de la branche droite.

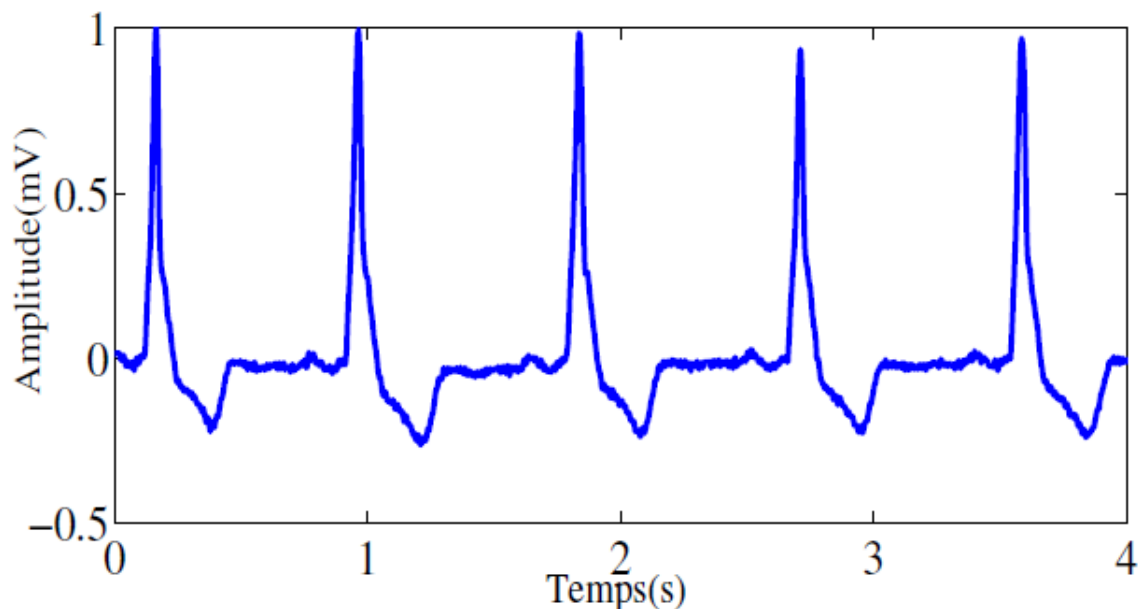


Figure 1.6 : Exemple de Bloc de Branche Gauche

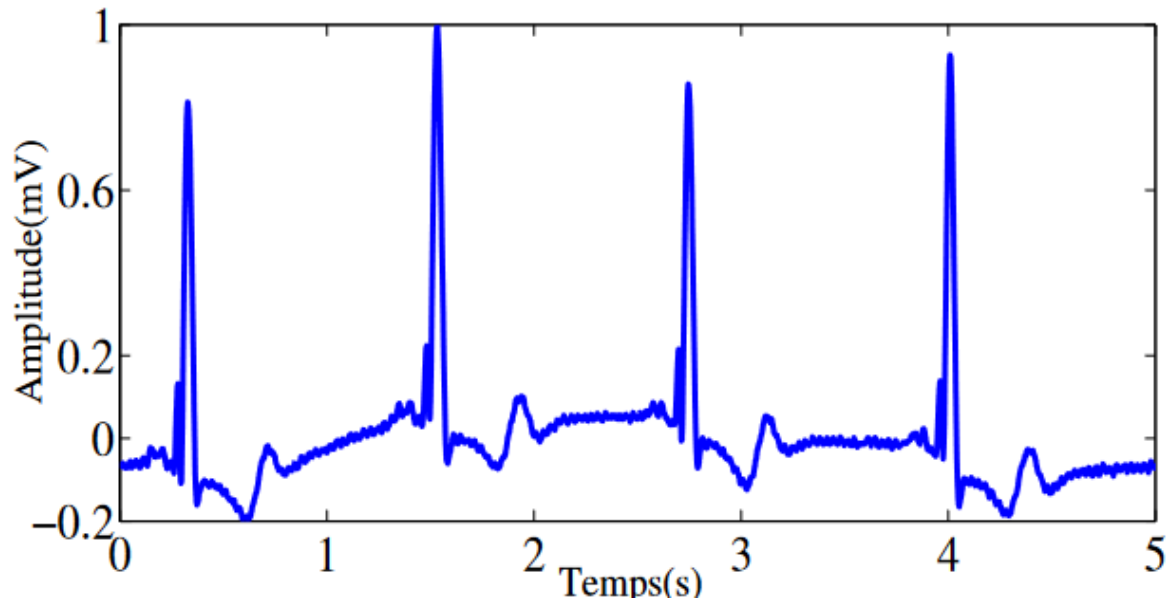


Figure 1.7 Exemple de Bloc de Branche Droite

Le bloc cardiaque est un trouble du rythme cardiaque (une arythmie). Il s'agit d'un ralentissement ou de l'interruption du signal électrique des cavités supérieures du cœur (les oreillettes) vers les cavités inférieures (les ventricules). Le signal électrique provoque la contraction du muscle cardiaque et le battement du cœur. Un rythme cardiaque lent de moins de 60 battements par minute est appelé bradycardie.

1.12 Les arythmies cardiaques [13].

L'arythmie est une anomalie qui affecte la fréquence cardiaque normale. En présence d'arythmie, le cœur a tendance à battre trop lentement (bradycardie), trop vite (tachycardie) ou de façon irrégulière. Ces anomalies peuvent influencer sur la quantité de sang que le cœur arrive à pomper.

1.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons résumé les principales notions concernant l'anatomie du cœur et l'électrocardiographie.

Nous avons présenté l'anatomie du cœur, ses activités physique et électrique et son système conducteur. Nous avons présenté également l'électrocardiogramme.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter les bases théoriques des opérateurs et des systèmes d'ordre fractionnaire ainsi que leurs principales propriétés nécessaires.

Chapitre 2

Identification d'un système fractionnaire

2.1 Introduction

La première idée du calcul des dérivées fractionnaires remonte à Leibnitz, quand il introduisit le symbole de dérivation d'ordre, $\frac{d^n y}{dx^n} = D^n y$, ou n est un entier positif, ce qui poussa l'Hôpital à s'interroger sur la possibilité d'avoir n dans \mathbb{Q} . tout en se demandant quelle pourrait être l'interprétation de la dérivée d'ordre un demi.

Suite à cette question Leibnitz répond dans une lettre adressée à l'Hôpital en 1695, en lui disant que : « *c'est un Paradoxe apparent dont l'on tirera un jour d'utiles conséquences.* ».[14]

2.2 Opérateurs d'ordre fractionnaire

Le développement du calcul d'ordre fractionnaire est basé sur la généralisation des opérateurs d'intégration et différentiation en un seul opérateur fondamental $D^1 D_T^\alpha$, où α est l'ordre de l'opérateur qui est un nombre non entier [15].

L'opérateur integro-différentiel continu est défini par :

$$D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \text{pour } \alpha > 0 \\ 1 & \text{pour } \alpha = 0 \\ I_t^\alpha & \text{pour } \alpha < 0 \end{cases}$$

Les opérateurs D_t^α et I_t^α représentent respectivement l'opérateur de la dérivation et d'intégration d'ordre non entier.

L'intégration et la dérivation fractionnaires sont la généralisation de l'intégration et de la dérivation classique entière à des ordres quelconques non entiers irrationnels ou complexes.

En outre, la généralisation de la dérivation entière à des ordres non entiers a donné le jour à plusieurs définitions, qui ne sont pas toutes équivalentes.

Dans le cas discret, comme dans le cas continu, il existe différentes définitions de l'opérateur de différenciation fractionnaire. Les plus utilisées sont celles de Riemann-Liouville, Caputo et celle de Grunwald-Letnikov [15].

Chapitre 2 : identification d'un système fractionnaire

2.3 Définitions fondamentales

Dans la littérature, il existe plusieurs définitions de l'intégrale et de la dérivée de l'ordre Fractionnaire. La définition la plus couramment utilisée est Riemann-Liouville, Grünwald-Letnikov et Caputo [16].

2.3.1 Définition de Caputo [17].

Caputo a introduit une autre formulation de la dérivée non entière suite à ses travaux sur la dissipation dans un matériau viscoélastique linéaire à la fin des années 60, elle s'obtient aussi en deux étapes [17] :

- Dériver d'abord la fonction () à l'ordre entier .
- Intégrer ensuite le résultat ainsi obtenu à l'ordre non entier $\alpha - n + 1$.

L'expression mathématique de cette définition est :

$${}_{t_0}^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \int_{t_0}^t (t - \tau)^{n-\alpha-1} f^{(n)}(\tau) d\tau$$

ou $n - 1 < \alpha < n, n \in \mathbb{N}$

$f^{(n)}(\tau)$ étant la dérivée d'ordre entier n par rapport à τ de la fonction (τ).

${}_{t_0}^C D_t^\alpha$: désigne la dérivée d'ordre non entière α de la fonction (t) entre t_0 et t selon la définition de Caputo.

Si f est une fonction causale sur \mathbb{R}^+ , la dérivée d'ordre non entière α avec $0 < \alpha < 1$ au sens de Caputo est nulle, mais ce n'est pas le cas pour celle au sens de Riemann-Liouville si $(0^+) \neq 0$.

Autrement dit la définition de Caputo requière donc que la fonction (t) ainsi que ses n dérivées successives soient nulles pour $t \leq 0$, ce qui la rend plus restrictive que la définition de Riemann-Liouville qui exige la seule causalité de $f(t)$, plus généralement on obtient la relation suivante entre les deux définitions pour α non entier :

$$D_{RL}^\alpha f(t) = D_C^\alpha f(t) + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{t^{(k-\alpha)}}{\Gamma(k-\alpha+1)} f^{(k)}(0^+)$$

Avec $0 \leq n - 1 < \alpha < n$, et que f soit continument dérivable jusqu'à l'ordre $n - 1$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

Ce qui peut être décrit autrement par :

$$D_C^\alpha f(t) = D_{RL}^\alpha (f(t)) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0^+)$$

Chapitre 2 : identification d'un système fractionnaire

Il est très intéressant de signaler que l'avantage principal de l'approche Caputo est que les conditions initiales de la dérivée fractionnaire au sens de Caputo dans les équations différentielles fractionnaires prennent la même forme que dans le cas des équations différentielles d'ordre entier, et lors de la résolution de ces dernières à l'ordre non entier, la solution obtenue en utilisant la définition de Riemann-Liouville, s'exprime en fonction des valeurs initiales d'ordre non entier ($y_0, \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} y(0)$), alors que l'utilisation de la définition de Caputo permet d'exprimer la solution en fonction des valeurs initiales entières ($y_0, \frac{d}{dt} y(0), \dots$).

Il est encore à signaler que la définition de Caputo considère que la dérivée à l'ordre non-entier d'une constante est nulle, tandis que celle de Riemann-Liouville donne une fonction non nulle dépendante de la variable t :

$${}^{RL}D_t^\alpha C = \frac{c(t-t_0)^\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \quad \text{Et} \quad {}^C D_t^\alpha C = 0$$

2.3.2 Définition de Reimann-Liouville [16].

Soient $\alpha \in \mathbb{R}^+$, n un entier positif, $t_0 \in \mathbb{R}$ et f une fonction localement intégrable définie sur l'intervalle $[t_0, +\infty[$, la dérivée d'ordre α de f de borne inférieure t_0 s'obtient en deux étapes suivantes :

- Intégrer d'abord la fonction (t) à l'ordre non entier $n - \alpha$.
- Dérivée le résultat ainsi obtenu à l'ordre entier n .

Son expression générale est donnée par la formule suivante :

$${}^{RL}D_t^\alpha f(t) = \frac{d^n}{dt^n} \left\{ \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_{t_0}^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \right\}$$

avec : $(n-1) < \alpha < n$

${}^{RL}D_t^\alpha$: désigne la dérivée d'ordre non entier α par rapport à t de la fonction (t) entre t_0 et t selon la définition de Riemann-Liouville.

C'est exactement comme dans le cas de l'intégrale d'ordre non entier, quant on remplace la borne inférieure par $-\infty$ dans la relation (I.).

On parlera de la dérivée non entière de Liouville. [16]

Cette dérivée d'ordre fractionnaire peut aussi être définie comme :

$${}^{RL}D_t^\alpha f(t) = \frac{d^n}{dt^n} \{I^{(n-a)} f(t)\}$$

2.3.3 Définition de Grunwald-Letnikov (G-L) [18].

C'est l'une des définitions les plus utilisées et les plus rencontrées dans le domaine des dérivées fractionnaires, en fait elle est basée sur la généralisation de la définition usuelle de la dérivée entière d'une fonction $f(t)$, ou toute la différence par rapport au cas entier se situe dans l'extension de la factorielle à travers la fonction Gamma d'Euler.

La définition de Grunwald-Letnikov est plus adéquate au calcul numérique de la dérivation non entière. [5]

2.3.4 Formule de la rétrodifférence d'ordre $n \in \mathbb{N}$

Partant de la dérivée première :

$$D^1 f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t-h)}{h} \dots \dots \dots (I)$$

h étant la période (ou le pas) d'échantillonnage.

En dérivant cette équation, nous obtenons la dérivée seconde qui est comme suit :

$$D^2 f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 2f(t-h) + f(t-2h)}{h^2} \dots \dots \dots (II)$$

D'après les deux définitions (I.) et (II.) nous pouvons écrire une formule générale à l'ordre entier n qui est donnée comme suit :

$$D^n f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^n \left((-1)^j \binom{n}{j} f(t-jh) \right)$$

La notation $\binom{n}{j}$ représente les coefficients binomiaux qui expriment la combinaison de j élément parmi n dont l'expression est donnée par :

$$\binom{n}{j} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-j+1)}{j!} = \frac{n!}{j!(n-j)!}$$

Chapitre 2 : identification d'un système fractionnaire

2.3.5 L'extension de l'équation (I.) à des valeurs non entières $\alpha \in \mathbb{R}_+$

Après l'extension on obtient la dérivée d'ordre fractionnaire au sens de Grunwald Letnikov qui est sous la forme suivante :

$$D^\alpha f(t) = \lim_{j=0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\infty} ((-1)^j \binom{\alpha}{j}) f(t - jh)$$

ou la notation $\binom{\alpha}{j}$ désigne le binôme de Newton généralisé à des ordres réels :

$$\binom{\alpha}{j} = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{j! \Gamma(\alpha - j + 1)}$$

2.4 Propriétés principales [19] :

Les principales propriétés des dérivées et intégrales fractionnaires sont les suivantes :

1. Si $f(t)$ est une fonction analytique en t alors sa dérivée fractionnaire est ${}_0D_t^\alpha f(t)$ une fonction analytique en t et α .
2. Pour définir un opérateur d'ordre fractionnaire il est nécessaire de connaître les deux paramètres t et α .
3. Pour $\alpha = n$, où n est un nombre entier, l'opération ${}_0D_t^\alpha f(t)$ produit le même résultat que la dérivation classique d'ordre entier.
4. La dérivée d'ordre fractionnaire α de l'intégrale de même ordre d'une fonction donne la fonction elle-même avec $\alpha > 0$.

$${}_0D_t^\alpha \{I_t^\alpha f(t)\} = f(t) \quad \text{avec } \alpha > 0$$

5. Pour $\alpha = 0$, l'opérateur ${}_0D_t^\alpha$ est l'opérateur identité, ainsi :

$${}_0D_t^\alpha f(t) = f(t)$$

6. La différentiation et l'intégration fractionnaires sont des opérations linéaires.

$$D_t^\alpha (\gamma f(t) + \delta g(t)) = \gamma D_t^\alpha f(t) + \delta D_t^\alpha g(t)$$

2.5 Représentation d'état [20].

Le comportement dynamique d'un système dynamique est souvent décrit par des équations différentielles. Ces dernières représentent les relations mathématiques entre les entrées et les sorties. Souvent la modélisation mathématique conduit à des équations différentielles.

Chapitre 2 : identification d'un système fractionnaire

Pour les problèmes d'automatique, on a toujours recours à les mettre sous forme exploitable pour l'analyse et la synthèse. La forme d'état est l'une des représentations les plus utilisées [20][21][22]. Cette représentation interne, appelée aussi boîte blanche, donne toutes les relations entre les variables caractéristiques du système (commande, état et sortie). Les états et les commandes sont liés par une équation différentielle appelée équations d'état. Par contre les états, les sorties et éventuellement les commandes sont liés par une équation algébrique appelée équation de sorties. Notons aussi que dans la formulation d'un problème de commande optimale d'un système d'ordre fractionnaire, la dynamique du système est décrite par l'équation d'état [23][24][25].

2.6 Représentation d'état d'un système fractionnaire linéaire

La modélisation d'un système fractionnaire linéaire monovarié conduit à l'équation différentielle ordinaire fractionnaire de la forme

$$a_n D^{\sigma_n} y(t) + a_{n-1} D^{\sigma_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m D^{\beta_m} u(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 u(t)$$

ou a_i et b_j sont des coefficients réels pour $i = 0, \dots, n$ et $j = 0, \dots, m$ avec $m \leq n$.

Les variables $y(t)$ et $u(t)$ sont respectivement la sortie et la commande du système.

Selon la nature des ordres σ_i et β_j ($i = 0, \dots, n; j = 0, \dots, m$), on peut distinguer deux types de systèmes [26] : les systèmes commensurables et non commensurables. On utilise aussi la terminologie systèmes d'ordres commensurables et non commensurables. Pour un système commensurables, les ordres σ_i et β_j sont des multiples entiers d'un ordre $\alpha \in \mathbb{R}$ appelée ordre de base. Dans ce cas, on a

$$\frac{\sigma_i}{\sigma} = k_i, \quad k_i \in \mathbb{N} (i = 0, \dots, n)$$

$$\frac{\beta_j}{\sigma} = l_j, \quad l_j \in \mathbb{N} (j = 0, \dots, m)$$

2.7 Représentation mathématique d'un système d'ordre fractionnaire :

Comme pour les systèmes d'ordre entier, un système d'ordre fractionnaire peut être représenté par :

Des équations différentielles d'ordre fractionnaires comme suit :

$$D^\alpha x(t) + x(t) = u(t)$$

Une représentation d'état comme suit :

$$D^\alpha x(t) + Ax(t) = Bu(t)$$

Une fonction de transfert comme suit :

$$G(s) = \frac{b_1 s^{a_1} + b_2 s^{a_2} + \dots + b_m s^{a_m}}{a_1 s^{y_1} + a_2 s^{y_2} + \dots + a_n s^{y_n}}$$

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit différentes définitions mathématiques Dérivation fractionnaire, nous commençons par la définition mathématique d'un Intégration fractionnaire, puis nous donnons la définition mathématique Dérivée fractionnaire selon la définition donnée par Riemann Liouville, Caputo et Grünwald-Letnikov, également leurs propriétés principales, Évaluation numérique des opérateurs fractionnaires et des représentations Les mathématiques des systèmes d'ordre fractionnaire.

Chapitre 3

Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

3.1 Introduction

Ces dernières années, avec le développement rapide de l'informatique, le calcul du calcul fractionnaire n'est plus un problème. Un certain nombre de mathématiques et de calcul des outils de calcul fractionnaire ont été proposés, et le calcul fractionnaire a été appliquée avec succès en science et en ingénierie. Le calcul fractionnaire a été un point chaud de la recherche pour ses avantages uniques et irremplaçables.

3.2 Identification d'un système d'ordre fractionnaire

Les systèmes d'ordre fractionnaire, ou les systèmes contenant des dérivées fractionnaires et des intégrales, ont été étudiés par beaucoup de chercheurs dans le domaine de l'ingénierie.

L'identification du système, une approche qui utilise la mesure données d'entrée et de sortie pour établir des modèles, s'est avérée efficace dans la construction de modèles de FOS, et suscite un intérêt croissant de la communauté scientifique.

Pour les systèmes inconnus, l'identification du système est devenue un outil standard. Identifier un système donné à partir de les données deviennent cependant plus difficiles lorsque des ordres fractionnaires sont présents.

Pour les systèmes d'ordre entier, une fois l'ordre maximum du système à identifier est choisi, les paramètres du modèle peuvent être optimisés directement. Pour les systèmes d'ordre fractionnaire, l'identification nécessite le choix du nombre d'opérateurs fractionnaires, la puissance fractionnaire des opérateurs, et enfin les coefficients des opérateurs. Ainsi, la perte d'ordre entier a considérablement compliqué le processus d'identification.

Les méthodes actuellement disponibles pour l'identification des FOS se divisent en deux catégories : les méthodes dans le domaine fréquentiel et les méthodes du domaine temporel.

Dans le domaine fréquentiel, Lévy proposait une méthode d'identification de base basé sur le concept de continuité commande-distribution, l'identification de la fréquence a été effectuée pour identifier les FOS.

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

3.3 Méthode d'identification fréquentielle de Sanathanan et Korner [27]

Sanathanan et Korner ont proposé une approche itérative pour améliorer la méthode de Levy. Dans leur approche, la variable E de l'équation est remplacée par la variable itérative suivante :

$$E_L(j\omega_k) = w_L(j\omega_k)[G(j\omega_k)D(j\omega_k) - N(j\omega_k)]$$

avec $w_L(\cdot)$ est une fonction poids dépendant de la fréquence et de l'itération qui est donnée comme suit:

$$w_L(j\omega_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } L = 1 \\ \frac{1}{D_{L-1}(j\omega_k)^2} & \text{si } L > 1 \end{cases}$$

où L est le nombre d'itérations et $D_{(L-1)}$ le dénominateur trouvé dans l'itération précédente (avec $D_1 = 1$) qui est calculé à partir des paramètres a_i estimés à l'itération $(L - 1)$.

$$\begin{aligned} E_L &= w_L\{[\text{Re}(G) + j\text{Im}(G)](\sigma + j\tau) - (\gamma + j\beta)\} \\ &= w_L(j\omega_k)\{\text{Re}(G)\sigma - \text{Im}(G)\tau - \alpha\} + j[\text{Re}(G)\tau + \text{Im}(G)\sigma - \beta] \end{aligned}$$

Dans ce cas, le critère d'erreur utilisé est donné comme suit ($P = m + n + 1$) :

$$J_L = \sum_{p=1}^p |E(j\omega_k)|^2 |w_L(j\omega_k)|^2$$

où $P = (m + n + 1)$. De la même façon que la technique de Levy le système à résoudre peut-être écrit sous la forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ g \end{bmatrix}$$

où le vecteur des paramètres $\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 \\ \vdots \\ b_m \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$. Dans ce cas aussi, pour $P = (m + n + 1)$, $1 =$

$0, \dots, m$ et $c = 0, \dots, n$, les matrices A, B, C et D et les vecteurs e et g sont données comme suit :

$$A_{1,e} = \sum_{p=1}^p \left\{ -\text{Re} \left[(j\omega_p)^{ka} \right]_{\text{Re}} \left[(j\omega_p)^{c\alpha} \right] - \text{Im} \left[(j\omega_p)^{1\alpha} \right] \right\} \left[(j\omega_p)^{c\alpha} \right] w_L(j\omega_k)$$

$$B_{1,e} = \sum_{p=1}^p \left\{ \text{Re} \left[(j\omega_p)^{1\alpha} \right] \text{Re} \left[(j\omega_p)^{c\alpha} \right]_{\text{Re}} \left[G(j\omega_p) \right] + \text{Im} \left[(j\omega_p)^{ka} \right] \text{Im} \left[(j\omega_p)^{c\alpha} \right] \text{Im} \left[G(j\omega_p) \right] \right\}$$

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

$$\begin{aligned}
& -\operatorname{Re}[(j\omega_p)^{k\alpha}] \operatorname{Re}[(j\omega_p)^{c\alpha}] \operatorname{Im}[G(j\omega_p)] \\
& + \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{k\alpha}] \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{c\alpha}] \operatorname{Re}[G(j\omega_p)] \Big|_{L\omega_L}(j\omega_p) \\
C_{1,e} = & \sum_{p=1}^p \left\{ -\operatorname{Re}[(j\omega_p)^{1\alpha}] \operatorname{Re}[(j\omega_p)^{c\alpha}] \operatorname{Re}[G(j\omega_p)] \right. \\
& + \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{1\alpha}] \operatorname{Re}[(j\omega_p)^{c\alpha}] \operatorname{Im}[G(j\omega_p)] \\
& - \operatorname{Re}[(j\omega_p)^{1\alpha}] \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{c\alpha}] \operatorname{Im}[G(j\omega_p)] \\
& \left. + \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{1\alpha}] \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{c\alpha}] \operatorname{Re}[G(j\omega_p)^{kn}] / \omega_L(j\omega_p) \right\} \\
D_{1,c} = & \sum_{p=1}^p \left(\{\operatorname{Re}[(j\omega_p)]\}^2 + \{m[(j\omega_p)]\}^2 \right) \\
& \left(\operatorname{Re}[(j\omega_p)^{1\alpha}] \operatorname{Re}[(j\omega_p)^{c\alpha}] + \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{1\alpha}] \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{c\alpha}] \right) \omega_L(j\omega_p) \\
e_{1,1} = & \sum_{p=1}^p \left\{ -\operatorname{Re}[(j\omega_p)^{12\alpha}] \operatorname{Re}[G(j\omega_p)] - \operatorname{Im}[(j\omega_p)^{12\alpha}] \operatorname{Im}[G(j\omega_p)] \right\} \omega_p \\
g_{0,1} = & \sum_{p=1}^p -\operatorname{Re}[(j\omega_p)^{1\alpha}] \left(\{\operatorname{Re}[G(j\omega_p)]\}^2 + \{\operatorname{Im}[G(j\omega_p)]\}^2 \right) \omega_L
\end{aligned}$$

3.4 Modélisation d'un battement cardiaque par un système d'ordre fractionnaire

Le travail proposé dans ce mémoire est basé sur l'article de [28]. Dans ce travail nous proposons de modéliser la totalité du battement cardiaque au lieu de modéliser le complexe QRS.

L'identification du modèle fractionnaire d'un battement est assurée par la méthode d'identification fréquentielle de Sanathanan et Korner.

Le modèle proposé est défini comme un système d'ordre fractionnaire représenté par l'équation suivante:

$$\sum_{i=0}^N a_i D^{i\alpha} y(t) = \sum_{j=0}^M b_j D^{j\alpha} e(t)$$

En appliquant la transformée de Laplace sur les deux côtés de l'équation précédente, nous obtenons la fonction de transfert de ce modèle comme suit:

$$G(s) = \frac{\sum_{j=0}^M b_j (s^\alpha)^j}{\sum_{i=0}^N a_i (s^\alpha)^i}$$

où M et N sont des nombres entiers (avec $M \leq N$), les paramètres a_i ($1 \leq i \leq N$) et b_j ($0 \leq j \leq M$) sont des réels et l'ordre fractionnaire α est tel que $0 < \alpha < 1$.

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

3.5 Organigramme de la méthode

La modélisation du battement est effectuée en fournissant le contenu fréquentiel du battement obtenu par la méthode de périodogramme, l'ordre fractionnaire α et le nombre de pôles N et le nombre de zéros M pour calculer les coefficients $a_i (1 \leq i \leq N)$ et $b_j (0 \leq j \leq M)$ du modèle en utilisant la méthode d'identification de Sanathanan et Koerner.

Chaque battement subit les opérations suivantes :

- Extraction du battement.
- Calcul de la DSP par la méthode de périodogramme.
- Identification des paramètres du modèle par la méthode de Sanathanan et Koerner, l'algorithme d'identification de Sanathanan et Koerner reçoit le gain en dB et la phase en degrés du contenu fréquentiel du *battement* pour les fréquences en rad/s , l'ordre fractionnaire Q et les nombres m et n ; il calcule les paramètres estimés du modèle et l'erreur quadratique entre le modèle et les données fréquentielles du battement.

3.6 Filtrage et prétraitement des signaux ECG

L'objectif principal du prétraitement est de réduire plusieurs types d'artefacts dans le signal ECG, tels que les interférences de la ligne électrique, la respiration et les tremblements musculaires. Nous avons utilisé le filtre passe-bande conçu dans [29] composé de trois filtres comme suit :

1. Filtre coupe-bande pour la suppression des interférences de la ligne électrique, mis en œuvre en faisant la moyenne mobile d'échantillons dans une période de l'interférence de la ligne électrique (60 Hz). La réponse en fréquence du filtre a un premier zéro à la fréquence d'interférence (60 Hz).
- b. Filtre passe-bas pour l'élimination du bruit électromyographique avec un premier zéro à environ 35 Hz mis en œuvre en faisant la moyenne mobile d'échantillons à des intervalles de temps de 30 ms.
- c. Filtre récursif passe-haut pour la suppression de la dérive.

Le filtre récursif passe-haut est donné par :

$$Y_n = C_1(X_n - X_{n-1}) + C_2Y_{n-1}$$

où $C_1 = 1/(1 + \tan(F_c\pi T))$ et $C_2 = (1 - \tan(F_c\pi T))/(1 + \tan(F_c\pi T))$, où T est la période d'échantillonnage et $F_c = 1Hz$ est la fréquence de coupure choisie. La fréquence de coupure équivalente du filtre passe-haut de 1 Hz est proche de la bande passante acceptée (0,67-30 Hz) pour les ECG de type « moniteur » (CEI 62D/60601-2-27 1994) [30].

3.7 La base de donnée utilisée

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

La base de données MIT-BIH Arrhythmia Database contient 48 enregistrements d'une durée de 30 minutes d'ECG ambulatoires à deux canaux, obtenus à partir de 47 sujets étudiés par le BIH Arrhythmia Laboratory entre 1975 et 1979.

Les enregistrements ont été numérisés à 360 échantillons par seconde par canal avec une résolution de 11 bits sur une plage de 10 mV. Deux cardiologues ou plus ont annoté indépendamment chaque enregistrement ; les désaccords ont été résolus pour obtenir les annotations de référence lisibles par ordinateur pour chaque battement (environ 110 000 annotations au total) incluses dans la base de données.

Dans ce mémoire, nous avons utilisé des battements issus de la base de donnée MIT/BIH, six enregistrements comportant trois type de battement ont été choisi pour valider la méthode proposée, les enregistrements utilisés sont 103, 111, 112, 113, 115 et 118.

3.8 Présentation du classificateur SVM

Les machines à vecteurs de support (SVM) sont des algorithmes d'apprentissage automatique supervisés puissants et flexibles, il sont utilisés à la fois pour la classification et la régression. Dans les années 1960, les SVM ont été introduites pour la première fois, elles ont ensuite été affinées en 1990. Les SVM ont leur mode de mise en œuvre unique par rapport aux autres algorithmes d'apprentissage automatique.

a) Fonctionnement du SVM

Un modèle SVM est essentiellement une représentation de différentes classes dans un hyperplan dans un espace multidimensionnel. L'hyperplan sera généré de manière itérative par SVM afin que l'erreur puisse être minimisée. L'objectif de SVM est de diviser les ensembles de données en classes pour trouver un hyperplan marginal maximum (MMH).

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

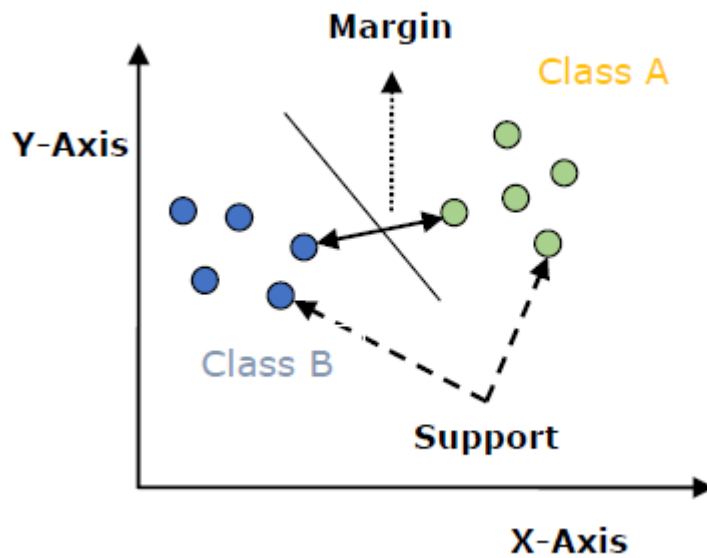


Figure 3.1 :Hyperplan et classes d'un classificateur SVM

Les concepts suivants sont importants dans SVM

- **Les vecteurs de support :** Les points de données les plus proches de l'hyperplan sont appelés vecteurs de support. La ligne de séparation sera définie à l'aide de ces points de données.
- **L'hyperplan :** il s'agit d'un plan ou d'un espace de décision qui est divisé entre un ensemble d'objets ayant différentes classes.
- **La marge :** Elle peut être définie comme l'écart entre deux lignes sur les points de données de différentes classes. Il peut être calculé comme la distance perpendiculaire de la ligne aux vecteurs de support. Une grande marge est considérée comme une bonne marge et une petite marge est considérée comme une mauvaise marge.

L'objectif principal de SVM est de diviser les ensembles de données en classes pour trouver un hyperplan marginal maximum et cela peut être fait dans les deux étapes suivantes :

Tout d'abord, SVM générera des hyperplans de manière itérative qui séparent les classes de la meilleure façon. Ensuite, il choisira l'hyperplan qui sépare correctement les classes.

3.9 Partie Pratique

- a) **Expérience 1 : Estimation de la DSP des pathologies cardiaques par la méthode du periodogramme**

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

Les figures 1,2 et 3 montre un battement Normal, un battement RBBB et un battement LBBB ainsi que leurs densités spectrales de puissance (DSP), calculé en utilisant la méthode du périodogramme.

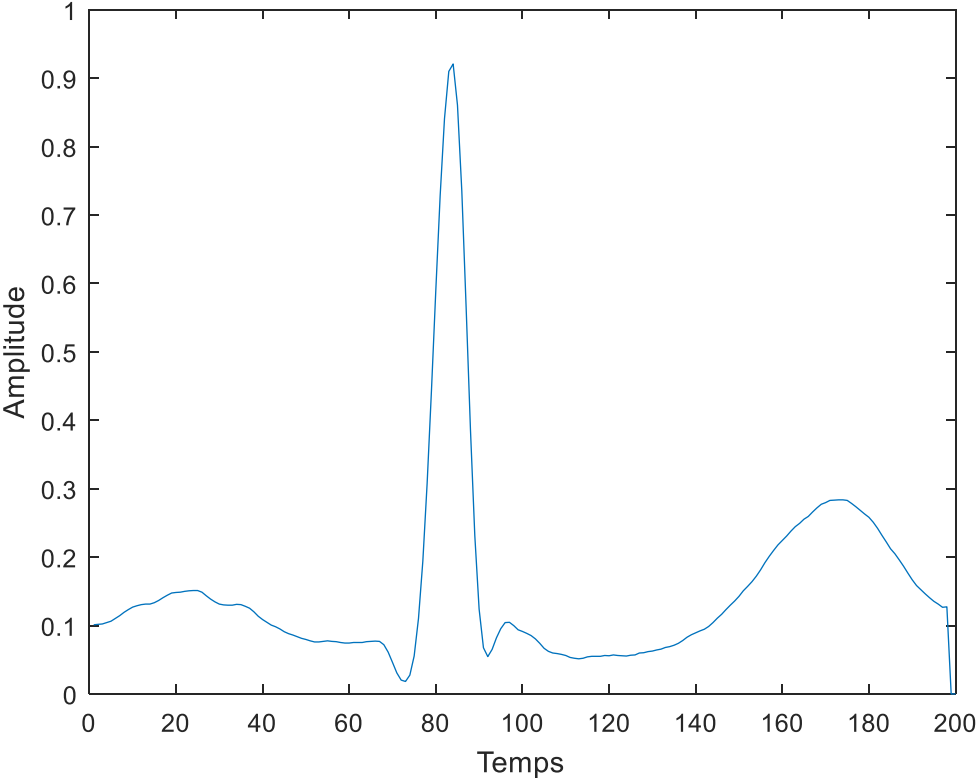


Figure 3.2 : Battement normal de l'enregistrement 103

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

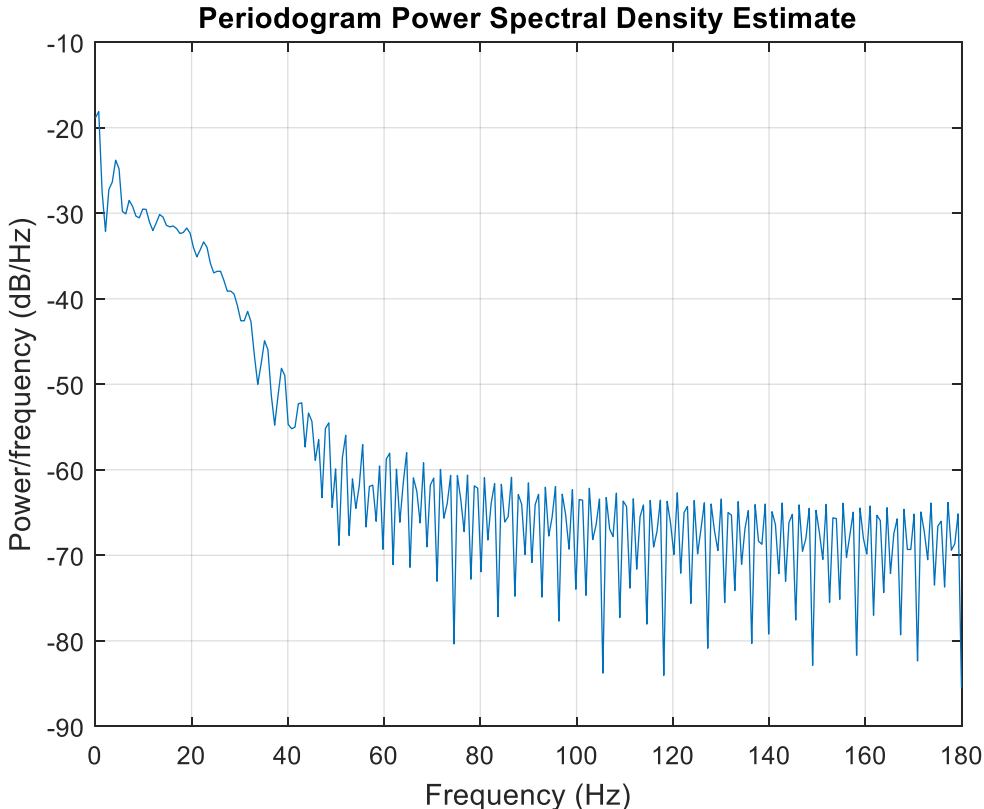


Figure 3.3 : Densité spectrale du puissance d'un battement normal (enregistrement 103)

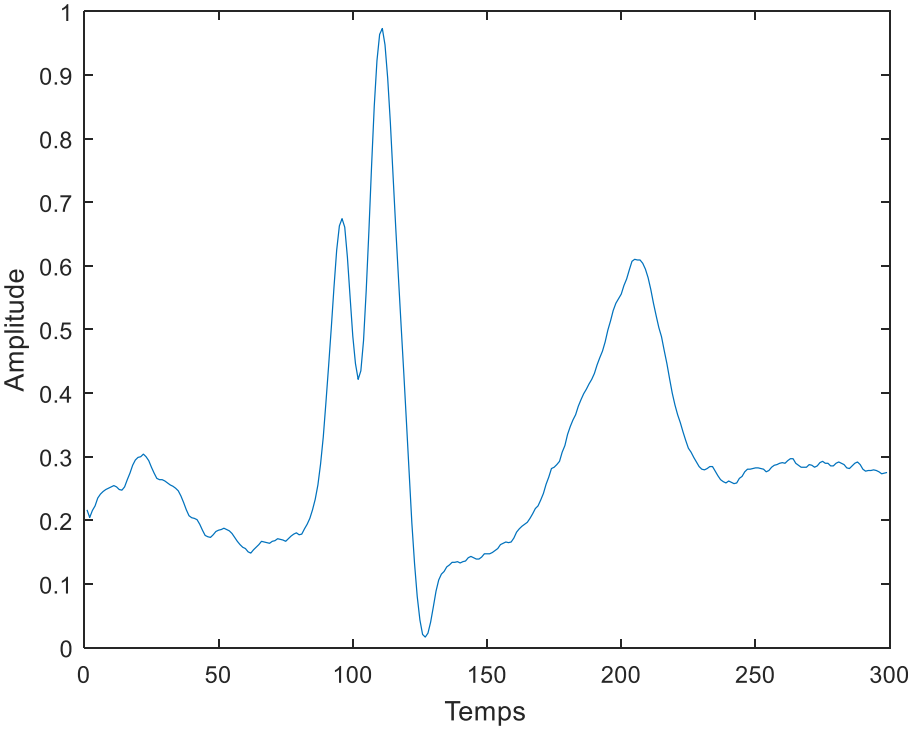


Figure 3.4 : Battement LBBB de l'enregistrement 111

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

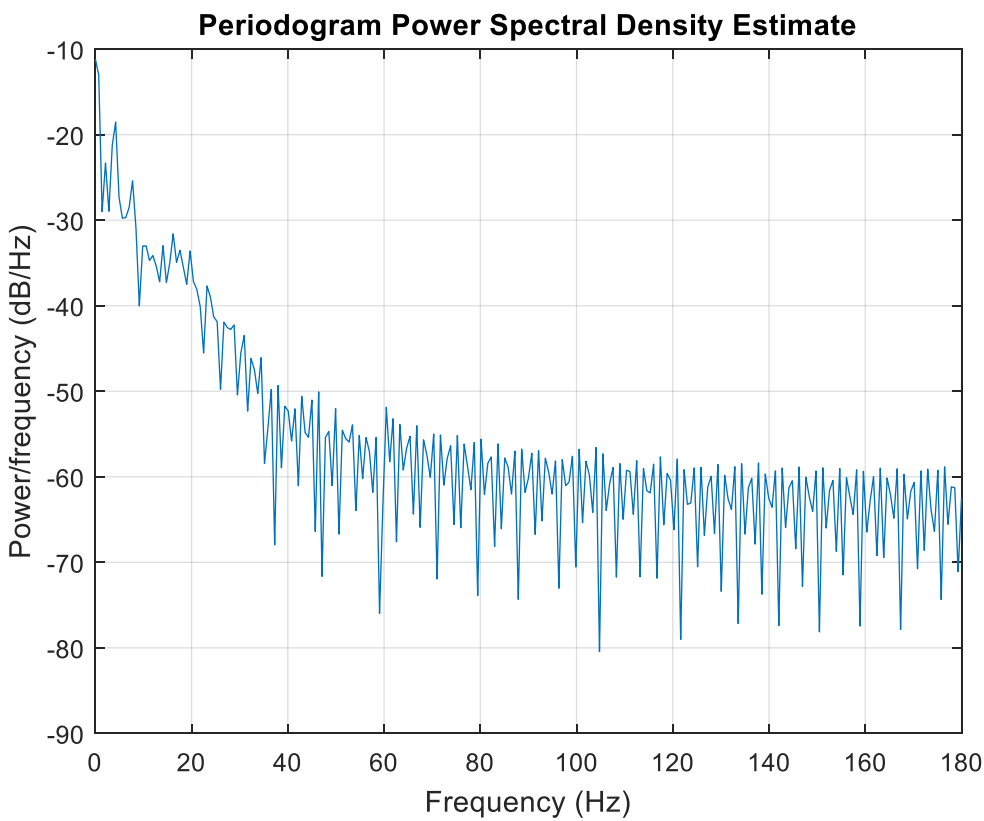


Figure 3.5 : Densité spectrale du puissance d'un battement LBBB (enregistrement 111)

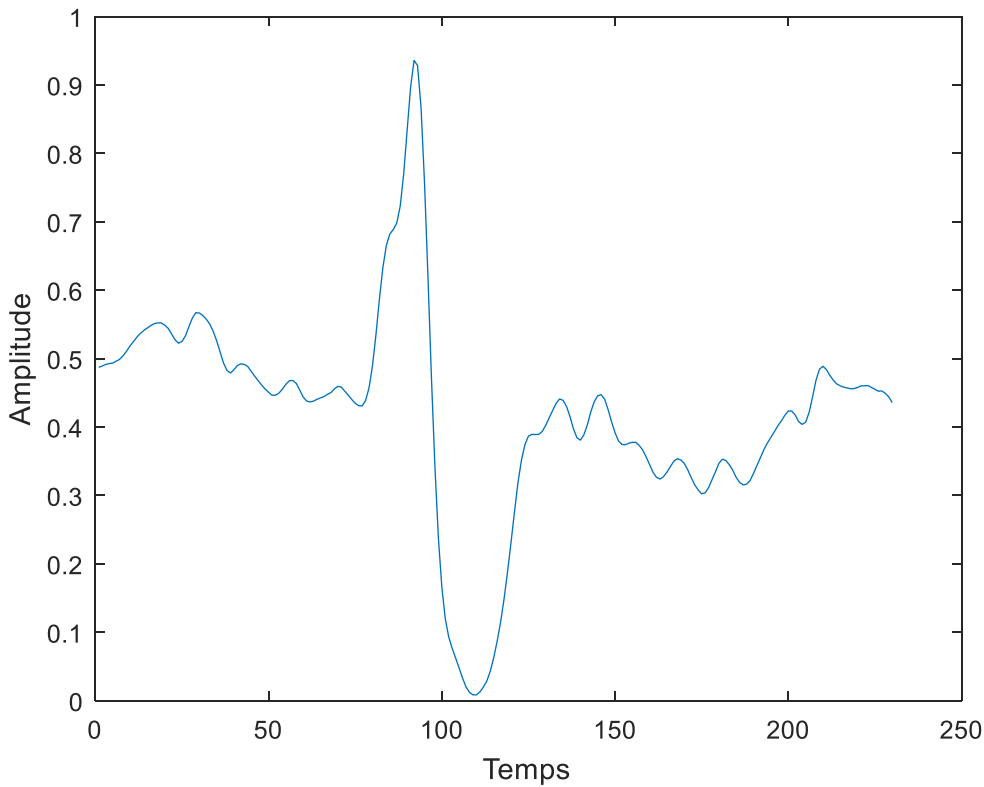


Figure 3.6 : Battement RBBB de l'enregistrement 118

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

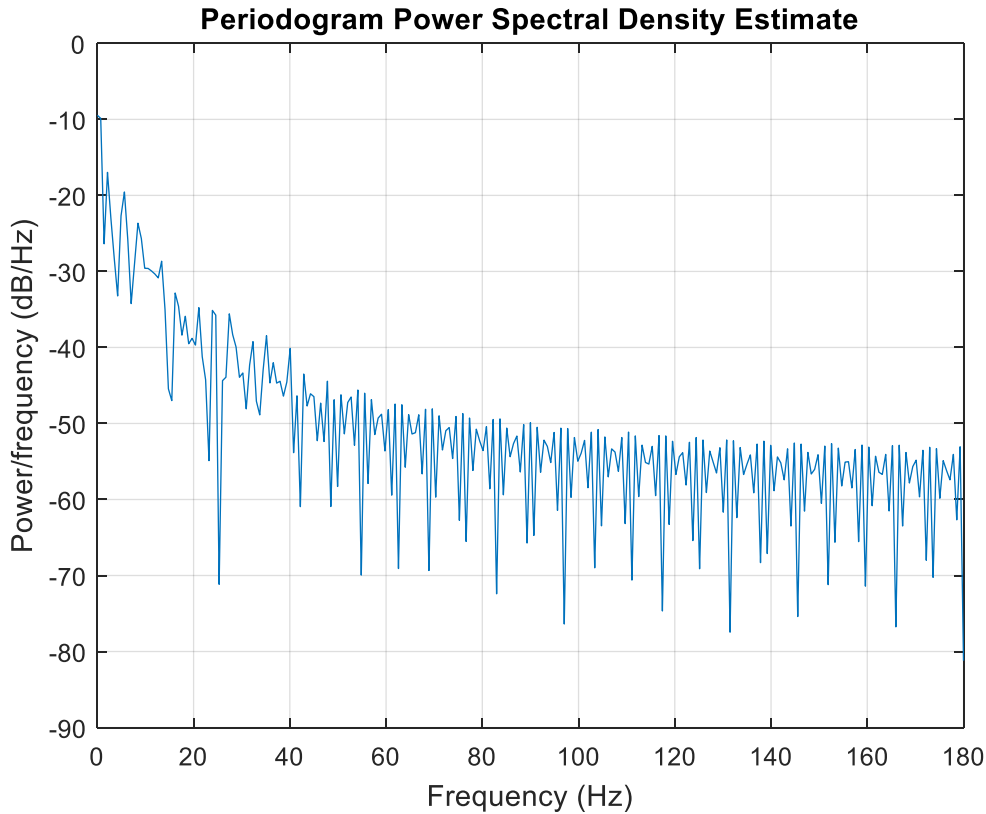


Figure 3.7 :Densité spectrale du puissance d'un battement RBBB (enregistrement 118)

b) Expérience 2 : Estimation des coefficients du model fractionnaire en fonction de la pathologie

Dans cette expérience nous allons fixer le nombre des pôles et des zéros de la fonction de transfert à 6. L'ordre fractionnaire Q est fixé à 0.7 et la phase est fixé à 0. Le tableau 1 montre les coefficients du modèle en fonction des trois pathologies étudiées.

L'instruction 'sanko' du toolbox 'ninteger' est utilisée pour estimer les coefficients de la fonction de transfert [31].

La fonction de transfert estimer est donnée par la relation :

$$\hat{G}(s) = \frac{b_m s^{mQ} + b_{m-1} s^{(m-1)Q} + b_{m-2} s^{(m-2)Q} + \dots + b_1 s^Q + b_0}{a_n s^{nQ} + a_{n-1} s^{(n-1)Q} + a_{n-2} s^{(n-2)Q} + \dots + a_1 s^Q + 1}$$

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

Tableau4.1 : coefficients de la fonction de transfert estimée dans le cas des trois pathologies étudiées.

| Coefficients (x100) | b_1 | b_2 | b_3 | b_4 | b_5 | b_6 | b_7 | a_1 | a_2 | a_3 | a_4 | a_5 | a_6 | a_7 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|
| 103 (Normal) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.03 | 0.11 | -0.37 | 0 | 0.02 | -0.16 | 0.68 | 5.58 | -25.1 | 1.00 |
| 112 (Normal) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.03 | -0.18 | 1.29 | 0 | -0.02 | 0.23 | -3.06 | 1.203 | -36.3 | 1.00 |
| 113 (Normal) | 0 | 0 | 0 | -0.01 | 0.12 | -0.57 | 0.0195 | 0 | 0.05 | -0.72 | 04.34 | -14.82 | 02.02 | 1.00 |
| 115 (Normal) | 0 | 0 | 0 | -0.01 | 0.15 | -0.65 | 0.0237 | 0 | 0.05 | -1.07 | 6.35 | -12.07 | 05.18 | 1.00 |
| 111 (LBBB) | 0 | 0 | 0 | -0.03 | 0.29 | -1.13 | 0.0358 | -0.01 | 0.12 | -1.40 | 7.94 | -17.57 | 11.56 | 1.00 |
| 118 RBBB | 0 | 0 | 0 | -0.3 | 0.33 | -1.28 | 0.0402 | 0 | 0.06 | 0.65 | 2.97 | -01.85 | -15.31 | 1.00 |

D'après le tableau 1, on remarque que les coefficients des trois pathologies sont de différentes valeurs ce qui permet de les utiliser dans un système afin de classer les trois pathologies.

c) Expérience 3 : Diagramme de Bode de la fonction de transfert fractionnaire des pathologies cardiaque

Dans cette expérience nous allons estimer la fonction de transfert et tracer le diagramme de Bode des trois pathologies cardiaques étudiées à savoir, battement normal, battement LBBB et battement RBBB. L'objectif de cette expérience est de comparer les tracés de Bode des trois pathologies.

Nous allons garder les mêmes paramètres de l'expérience précédente.

Diagramme de Bode d'un battement normal

La fonction de transfert estimée est donnée par :

$G_1 =$

$$-2.653e-10 s^6 + 2.923e-08 s^5 - 1.635e-06 s^4 + 2.378e-05 s^3 - 0.000274 s^2 + 0.001108 s - 0.003673$$

$$7.368e-06 s^6 - 0.0001592 s^5 + 0.001584 s^4 - 0.006789 s^3 - 0.05582 s^2 + 0.2511 s - 1$$

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

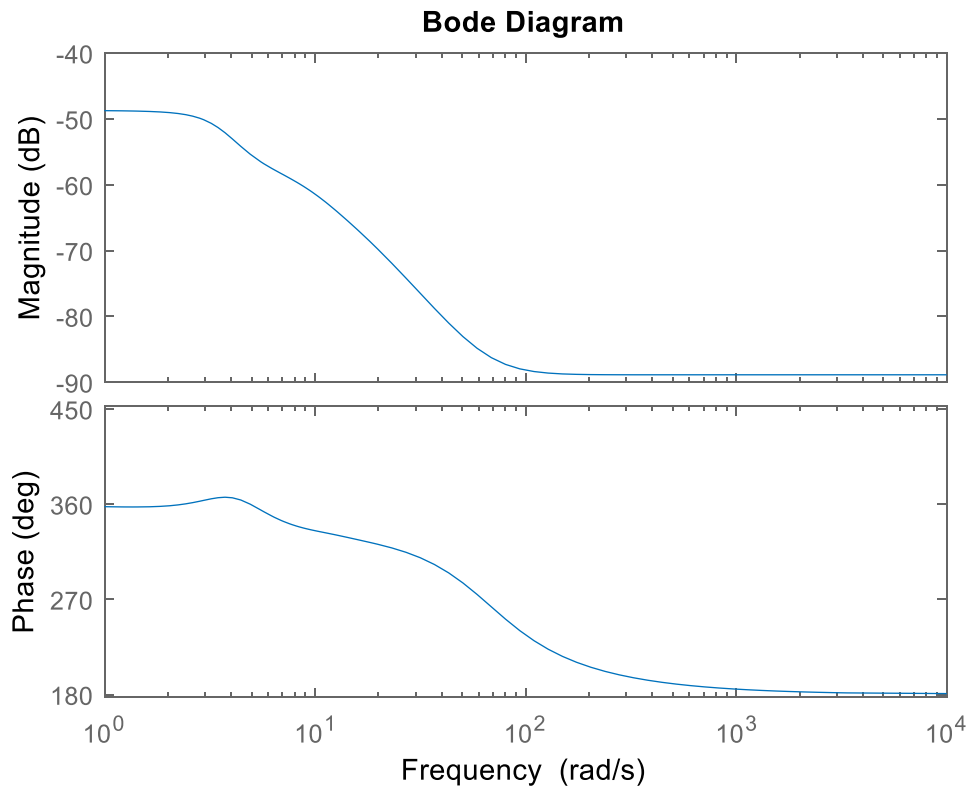


Figure 3.8 : Diagramme de Bode d'un battement normal de l'enregistrement 103

Battement de type bloc de LBBB

G1 =

$$-5.731e-09 s^6 + 5.285e-07 s^5 - 2.205e-05 s^4 + 0.0002874 s^3 - 0.002892 s^2 + 0.01131 s - 0.03581$$

$$6.629e-05 s^6 - 0.001219 s^5 + 0.01398 s^4 - 0.07942 s^3 + 0.1757 s^2 - 0.1156 s - 1$$

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

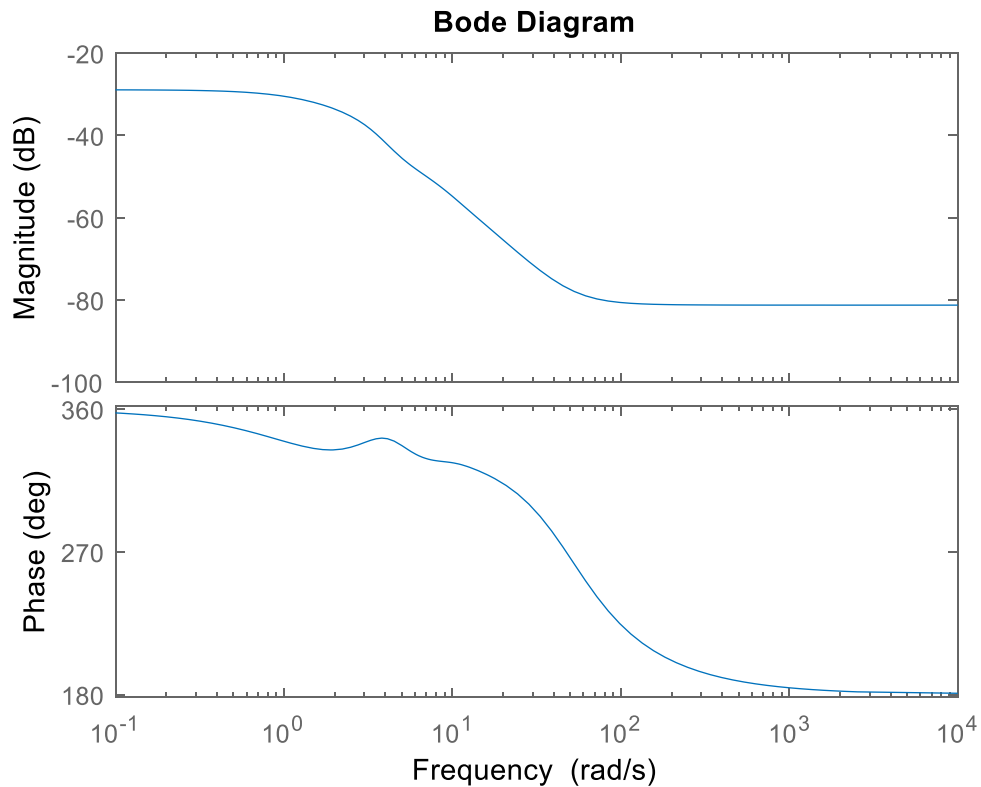


Figure 3.9 : Diagramme de Bode d'un battement LBBB de l'enregistrement 111

Battement de type RBBB

G1 =

$$-7.994e-09 s^6 + 6.812e-07 s^5 - 2.779e-05 s^4 + 0.000346 s^3 - 0.003347 s^2 + 0.01278 s - 0.04018$$

$$3.613e-05 s^6 - 0.0006177 s^5 + 0.00649 s^4 - 0.02974 s^3 + 0.01848 s^2 + 0.1531 s - 1$$

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

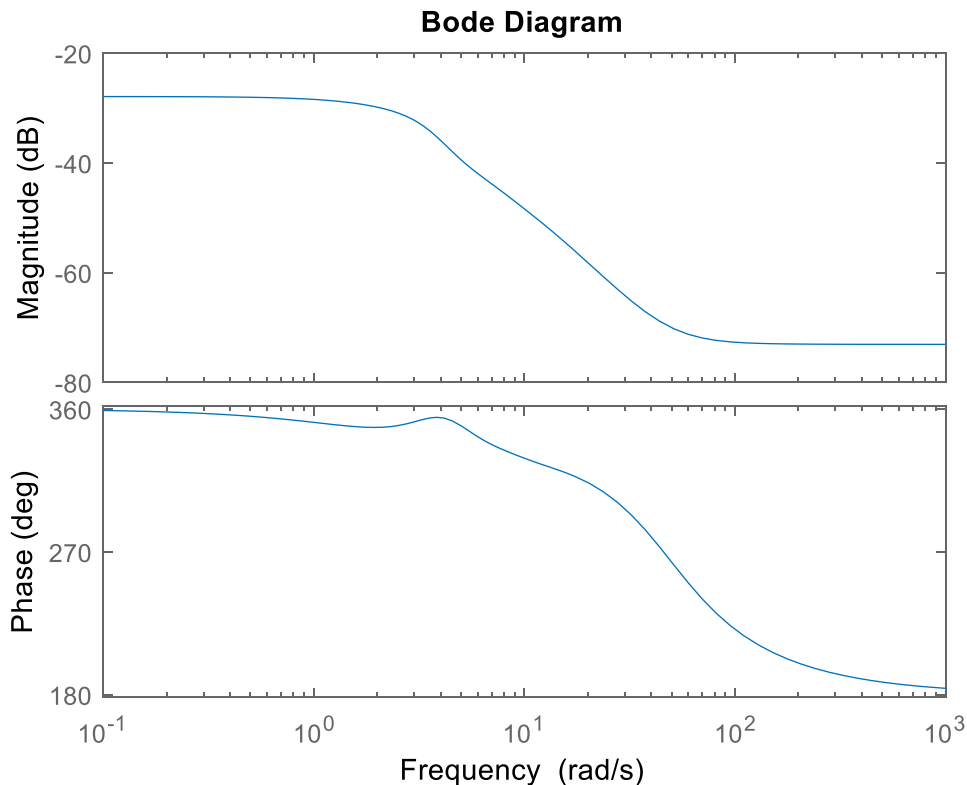


Figure 3.10 :Diagramme de Bode d'un battement LBBB de l'enregistrement 111

A partir des figure 8,9,10 on remarque une nette différence entre les diagrammes de Bode des trois pathologie, cela va nous permettre d'utiliser un système de classification pour discriminer les trois pathologies.

d) Expérience 4 : Evaluation des paramètres du modèle fractionnaire par le biais des performances du classificateur SVM

Plusieurs combinaisons des paramètres Q, m et n peuvent donc être Choisis. La meilleure combinaison des paramètres Q, m et n est celle pour laquelle l'erreur quadratique moyenne entre les données fréquentielles d'un battement et le modèle estimé est la plus petite ainsi que la stabilité du modèle obtenu.

Dans l'expérience suivantes, nous voulons optimiser les paramètres du model fractionnaire en utilisant le taux de classification d'un classificateur SVM comme indicateurs.

Pour cela, Nous allons classifier les battements en trois classe : battements normaux, Battements de type LBBB et battements de type LBBB.

Le nombre de battement total est de 600.

A partir des résultats du tableau 2, on remarque que le taux de classification est maximal pour $n=6, m=9$ et $Q=0.8$.

Chapitre 3: Modélisation de la DSP d'un battement ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire

Le tableau 4.2 : montre le taux de classification en fonction des paramètres n, m et q.

| Ordre fractionnaire Q | Nombre de pôle n | Nombre de zéro m | Justesse |
|-----------------------|------------------|------------------|--------------|
| 0.4 | 5 | 1 | 70.00 |
| 0.2 | 6 | 2 | 68.00 |
| 0.7 | 6 | 3 | 69.33 |
| 0.5 | 1 | 4 | 69.33 |
| 0.1 | 7 | 5 | 70.00 |
| 0.3 | 5 | 6 | 68.66 |
| 0.2 | 2 | 7 | 70.66 |
| 0.6 | 2 | 8 | 70.66 |
| 0.8 | 6 | 9 | 72.00 |
| 0.3 | 7 | 10 | 68.00 |

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons modéliser et identifié trois types de battements cardiaques par des fonctions de transfert d'ordre fractionnaire. Plusieurs expériences ont été réalisées afin de tester l'efficacité de la méthode.

La classification des battements en utilisant les coefficients des fonctions de transfert comme paramètres pertinent et un classificateur SVM ont donné une exactitude maximale de 72.00% dans le cas de 6 pôles, 9 zéros et un ordre fractionnaire de 0.8.

Conclusion générale

Conclusion générale

L'objectif de ce projet est de proposer un système de classification des pathologies cardiaques, ce système est composé de deux parties, une partie extraction de paramètres et une deuxième partie classification.

L'extraction de paramètres est la partie la plus importante, elle est basée sur la modélisation du contenu fréquentiel des battements ECG par une fonction de transfert d'ordre fractionnaire. La classification est assurée par un classificateur SVM.

Plusieurs expériences ont été réalisées pour vérifier l'efficacité de la méthode étudiée.

La méthode proposée est validée par des signaux ECG de la base de données MIT BIH. Les performances de la classification ont été validées sur un ensemble de 600 battements.

Les résultats expérimentaux ont indiqué que la méthode atteignait une précision de classification élevée de 72% et pouvait être appliquée efficacement dans l'identification automatique des arythmies cardiaques.

Les performances de la classification des modèles ECG dépendent fortement de la phase extraction de paramètres à partir du signal ECG et de la conception du classificateur (modèle de classification).

Références

- [1] Philippe Acar, Échocardiographie pédiatrique et fœtale, Elsevier Masson, 2011 .
- [2] Définitions lexicographiques et étymologiques de « Conductivité » dans le Trésor de la langue française informatisé, sur le site du Centre national de ressources textuelles et lexicales juillet, consulté en 2015.
- [3] Aline CABASSON, thèse Estimation et Analyse des Intervalles Cardiaques, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2008.
- [4] N.Arzeno, Deng.Zhi et C.Poon.Analysis of First Derivative based QRS Detection Algorithms, IEEE Trans.Biomed.eng, pp 478-484,2008.
- [5] BENALI Radhwane, Thèse Analyse du signal ECG par réseau adaptif d'ondelettes en vue de la reconnaissance de pathologies cardiaques, Université Abou BEKR BELKAID, 2013.
- [6] J. Willis Hurst, Naming of the Waves in the ECG, With a Brief Account of Their Genesis, Circulation , pp 37-42, 1998.
- [7] A. Gacek, W. Pedrycz, (Eds.), ECG Signal Processing, Classification and Interpretation: A Comprehensive Framework of Computational Intelligence, Springer, 2012.
- [8] F. Wilson, F. Johnston et H. Erlanger. The precordial electrocardiogram. American Heart Journal, no. 27, pp 19-85, 1944.
- [9] Melle. Bouheraoua, nassima,Hammadi alima , mr ait bachir ,these Détection de l'Onde R d'un Electrodiagramme basée sur lq transformée en ondelette, Université MOULOUD MAMMERI DE TIZI OUZOU,2012.
- [10] : C. Lake, clinical Monitoring. Saunders, Philadelphia, 1990.
- [11] : Michael Smith, Sarc Pour Les Psp : Soins avancés de réanimation cardiorespiratoire pour paramédics soins primaires, Jones & Bartlett Learning, coll. « Serie sur la formation continue »,pp 40, 2003.
- [12] : Romulo F. Baltazar, Basic and Bedside Electrocardiography, Lippincott Williams & Wilkins, pp. 80-111,2009.

[13] : Manuel Dominguez et Marc Dubuc, *Arythmie cardiaque : guide d'apprentissage*, PUM, pp 29-148,2005.

[14] D. Del-Castillo-Negrete, "Fractional calculus : basic theory and applications, in : Lectures Presented at the Institute of Mathematics"UNAM, Mexico, 2005.

[15] D. Mozyrska, E. Girejko and M. Wyrwas, "Comparison of h-Difference Fractional Operators", In W. Mitkowski, J. Kacprzyk, and J. Baranowski (Eds.) *Lecture Notes in Electrical Engineering*, Springer, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London. pp. 251-256, 2013.

[16] C. A. Monje, Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, D. Xue, V. Feliu (Eds.) "Fractional-Order Systems and Controls Fundamentals and Applications," Springer-Verlag, England, UK, 2010.

[17] : Rachid Mansouri « Contribution à l'analyse et la synthèse des systèmes d'ordre fractionnaire par la représentation d'état ». Thèse de doctorat en Electrotechnique à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou,2008.

[18] : Ivo Petra ,« Fractional-Order Nonlinear Systems » . Technical University of Kos ice, Faculty of BERG. 2010.

[19] A. Si Ammour. Contribution à la commande par modes glissants d'ordre fractionnaire. Thèse de Doctorat en Automatique, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, 2011.

[20] D. E. Kirk. *Optimal Control Théorie. An Introduction*. Prentice-Hall, New Jersey, 1970.

[21] J.-P. Corriou. *Commande des Procèdes*. Lavoisier, Paris, 2012.

[22] R. F. Stengel. *Optimal Control and Estimation*. Dover Publications, New York, 1994.

[23] O. P. Agrawal. A general formulation and solution schème for fractionnel optimal control problems. *Nonlinear Dynamics*, pp 323-338, 2004.

[24] A. Alizadeh and S. Eati. An iterative approach for solving fractional optimal control problems. *Journal of Vibration and Control*, In Press, 2016.

- [25] R. Toledo-Hernandez, V. Rico-Ramirez, G. A. Iglesias-Silva, and U. M. Diwekar. A fractional calculus approach to the dynamic optimization of biological reactive systems. part II : Numerical solution of fractional optimal control problems. Chemical Engineering Science, pp 239-247, 2014.
- [26] C. A. Monje, Y. Chen, B. M. Vinagre, D. Xue, and V. Feliu. Fractional-order Systems and Controls : Fundamentals and Applications. Springer-Verlag, London, 2010.
- [27] Assadi Imen analyse et classification des maladies cardiaques et respiratoires en utilisant les opérateurs et les systèmes d'ordre fractionnaire , UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI – CONSTANTINE 1-, 2018.
- [28]Imen Assadi*, Abdelfatah Charef and Tahar Bensouici PVC arrhythmia classification based on fractional order system modeling 2021.
- [29] I. Christov, G. Bortolan, Ranking of pattern recognition parameters for premature ventricular contraction classification by neural networks, Physiol. Meas. 1281–1290 ,2004.
- [30] IEC 62D/60601-2-27 Particular requirements for the safety of electrocardiographic monitoring equipment (equivalent to AAMI EC 13),1994
- [31] Duarte Pedro Mata de Oliveira Valério, Ninteger v. 2.3 Fractional control toolbox for MatLab, UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO, 2005.