

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la technologie

Département Génie Mécanique.

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MASTER

FILIERE : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par

- **Ben Amrouche Latifa**
- **Tayeb Chaima**

Intitulé

***Etude numérique des phénomènes d'interaction d'ondes de choc
symétrique et asymétrique d'écoulement supersonique***

Soutenu le : 06/07/2022

Devant le Jury composé de :

<i>Nom & Prénom</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Etablissement</i>
<i>M.Tayebi Taher</i>	<i>MCA</i>	<i>Président</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M.Gouidmi Hamza</i>	<i>MCA</i>	<i>Encadreur</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M.Saidani Lyamine</i>	<i>MAA</i>	<i>Examineur</i>	<i>Univ-BBA</i>

Année Universitaire 2021/2022

Remerciement

Avant tout, nous remercions Dieu de nous avoir donné le courage, la patience et la chance d'étudier et de suivre le chemin de la science.

*On tient à remercier tout particulièrement notre encadrant professeur **GOUIDMI HAMZA**, pour nous avoir suivis et pour son aide scientifique et ces judicieux conseils et surtout de son soutien, réconforté, encouragé et cru en nous dès le début. Acceptez monsieur, notre profonde reconnaissance.*

Nous souhaitons adresser nos remerciements aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer et de juger notre travail.

Dédicaces

Je dédie ce travail :

A ma mère : si dieu a fait le paradis sous les pieds des mères ce n'est pas pour rien vous être pour moi un symbole de bonté par excellence, une source de tendresses exemple de dévouement qui ne cesse de m'encourager et de prier pour moi. Vos prières et vos bénédictions m'ont beaucoup aidé à faire mes études. Il n'y a pas de dévotion assez éloquente pour exprimer ce que je mérite pour tous les sacrifices que vous avez faits pour moi depuis la naissance. Tu as été ma mère et mon père en même temps et je te dédie ce travail en témoignage de mon profond amour que dieu tout puissant vous protège et vous donne la santé, la vie et le bonheur.

A la lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur ma vie et mon bonheur : mes deux frères HALIM et ISSAM Dieu les protège et les préserve.

A mon soutien moral et source de joie et de bonheur mon mari BRAHIMI ZAKARIA pour l'encouragement et l'aide qu'il m'a toujours accordé, Dieu le protège et le préserve

A la famille « YAHOUÏ ». Dieu les protège et les préserve

A la famille « BRAHIMI ABBES » Dieu les protège et les préserve

A ma copine et binôme Chaima et toute sa famille

A tous mes amis

LATIFA

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A l'homme, mon précieux offre du dieu, qui doit ma vie, ma réussite

et tout mon respect : mon cher père

A ma maman qui m'a soutenu et encouragé durant ces années d'études. Qu'elle trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

A mon frère Mohamed, mes sœurs Ikram, Hadil, Houda et Wafa et Ceux qui ont partagé avec moi tous les moments d'émotion lors de la réalisation de ce travail. Ils m'ont chaleureusement supporté et encouragé tout au long de mon parcours.

A mes petites Mohamed et Maria .

A mon chat Mimi et ses enfants .

A ma chère copine , mon amie de binome Latifa ,Avec qui j'ai passée 3 Années de Bonheur et de réussite , et à toute sa famille.

A ma famille, mes proches et à ceux qui me donnent de l'amour et de la vivacité.

A tous mes amis qui m'ont toujours encouragé, et à qui je souhaite plus de succès.

Chaïma

Nomenclatures

Symboles latins

M	Nombre de Mach
P	Pression statique [pascal]
T	Température [K]
h	Enthalpie [j/kg]
R_e	Nombre de Reynolds
E	Energie totale par unité de masse [j/kg]
q_j	Flux de chaleur par unité de surface
C_p, C_v	Chaleur spécifique à pression et volume constant [j/kg.K]
H_m	Hauteur de disque de mach [m]
u, v	Composantes de la vectrice vitesse
(x, y)	Axes du repère cartésien
(\vec{i}, \vec{j})	Une base de repère (x, y)
u	Echelle de vitesse [m/s]

Symboles grecs

ρ	Masse volumique [kg/m ³]
θ_1	Angle de cône supérieur (°)
θ_2	Angle de cône inférieur (°)
θ_D (θ^E)	Angle de détachement (°)
θ_T (θ^T)	Angle de Van Neumann (°)
φ	Angle de choc incident (°)
θ_N^T	Angle de Van Neumann numérique
θ_N^E	Angle de détachement numérique
M_{0dN}^E	Mach numérique de détachement
M_{0dN}^T	Mach numérique de Von Neumann
M_0^T	Mach de Von Neumann
M_0^E	Mach de détachement

Abréviation

<i>RI</i>	Interaction régulière
<i>RR</i>	Réflexion régulière
<i>MR</i>	Réflexion de Mach
<i>DiMR</i>	Réflexion de Mach directe
<i>InMR</i>	Réflexion de Mach inverse
<i>StMR</i>	Réflexion de Mach stationnaire
<i>T</i>	Point triple

Liste des figures

figure	page
Chapitre 01 : phénoménologie d'interaction d'ondes de choc dans les configurations coniques	
Figure 1.1 : Illustration schématique des configurations d'onde d'une réflexion incurvée des ondes de choc incidentes sur une surface plane : a) onde de choc incidente concave ; b) onde de choc incidente convexe [8]	04
Figure 1.2 : Illustration schématique des configurations d'ondes d'une réflexion d'ondes de choc incidentes droites sur une surface courbe; a) Surface convexe ; b) Surface concave [8].	05
Figure 1.3: Illustration schématiques des configurations d'une réflexion d'onde de choc incidente incurvée sur une surface incurvée : a) onde de choc incidente concave sur une surface concave; b) onde de choc incidente concave sur une surface convexe; c) onde de choc incidente convexe sur une surface concave; d) onde de choc incidente convexe sur une surface convexe [8]	06
Figure 1.4: Illustration schématique des raisons pour lesquelles le CMR et le DMR ne sont pas obtenus dans des écoulements stationnaire.	07
Figure 1.5: Classification des six types d'interférences [6]	08
Figure 1.6: Strioscopie d'une réflexion régulière.	09
Figure 1.7: Vue schématique d'interaction d'ondes de choc RR pour le cas symétrique.	10
Figure 1.8: Vue schématique d'interaction d'ondes de choc RR le cas dissymétrique	11
Figure 1.9: Représentation polaire d'une réflexion régulière $\theta_1 = \theta_2 = 18^\circ$ pour $M = 4.96$.	12
Figure 1.10: Strioscopie d'une réflexion de Mach.	13
Figure 1.11: Vue schématique d'interaction d'ondes de choc MR pour le cas symétrique.	13
Figure 1.12: Vue schématique d'interaction d'ondes de choc MR le cas dissymétrique.	14
Figure 1.13 : Représentation polaire du la réflexion de Mach à $\theta_1 = \theta_2 = 33^\circ$ pour $M = 4.96$.	16
Figure 1.14 : Représentation polaire du la réflexion de Mach $\theta_1 = 20$ et $\theta_2 = 35^\circ$, $M = 4.96$	17
Figure 1.15 : Vue schématique des trois types de réflexions de Mach [14].	18
Figure 1.16 : Représentation polaire des trois réflexions de Mach possible : a) Réflexion de Mach direct, c) Réflexion de Mach stationnaire, b) Réflexion de Mach inverse à $\theta_1 = 14^\circ$, 20.8° et 25° et $\theta_2 = 38^\circ$, $M = 4.96$	19
Figure 1.17 : Représentation polaire du critère de Von Neumann, cas symétrique à $\theta_1 = \theta_2 = 20.8^\circ$ pour $M = 4.96$.	20
Figure 1.18 : Représentation polaire du critère de Von Neumann cas dissymétrique à $\theta_1 = 11.6^\circ$ et $\theta_2 = 31^\circ$ pour $M = 4.96$.	21
Figure 1.19 : Représentation polaire du critère de détachement à $\theta_1 = \theta_2 = 27.7^\circ$ pour $M = 4.96$.	21
Figure 1.20 : Représentation polaire du critère de détachement à $\theta_1 = 33^\circ$ et $\theta_2 = 20^\circ$ pour $M = 4.96$.	22
Figure 1.21 : Représentation polaire du critère sonique	23
Figure 1.22: Evolution des critères de transition dans le plan (M , ϕ).	24
Figure 1.23 : Polaire de choc dans le plan ($P/P_o - \theta$) [15].	26
Figure 1.24 : Choc oblique crée par un dièdre (ou un générateur de choc) [4].	28
Figure 1.25 : Choc oblique crée par un dièdre (ou un générateur de choc) [4].	29
Figure 1.26 : Domaines de réflexions des ondes de chocs dans le plan nombre de Mach-angle de déflexion (M_o , θ). [15]	30
Figure 1.27: Vue Schématique de l'interaction Mach pour le cas de déplacement du cône inférieur.	31
Chapitre 03 : Méthodes numériques de calcul et modèles mathématiques	
Figure 3.1 : Volume de contrôle des configurations en 2D et 3D pour la résolution en volumes	
Chapitre 04 : résultats et discussion	
Figure 4.1 : Configurations ou géométries utilisées dans notre mémoire tirées à partir des expériences d'A. Chpoun et al. [1, 2].	56
Figure 4.2 : Configurations géométriques utilisées pour le calcul numérique	57
Figure 4.3: Maillage du domaine de calcul comporte 287500 nœuds.	57
Figure 4.4 : Comparaison des vues schématiques: nos résultats (à droite) et ceux trouvés par G. Ben Dor et al. [2] (à gauche) ainsi que leurs strioscopie expérimentale de G. Ben Dor et al. [2] en haut	58

Figure 4.5 : Comparaison des vues schématiques: nos résultats (à droite) et ceux trouvés par G. Ben Dor et al. [2] (à gauche) ainsi que leurs strioscopie expérimentale de G. Ben Dor et al. [2] en haut (continue).	59
Figure 4.6 : Champs de densité d'écoulement pour les mêmes conditions d'entrées, mais avec des conditions initiales du domaine de calcul : a) même que l'entrée $M=4.96$, b) inférieure que l'entrée où $M=3.5$.	59
Figure. 4.7 : Champs d'écoulement compressible entre deux cônes droits pour les deux types d'interactions d'ondes de choc (RR et MR).	60
Figure 4.8 : Configurations géométriques utilisées dans la première partie de l'effet de Mach.	61
Figure 4.9 : Maillages des domaines de calcul 2D pour les configurations (1) droite, (2) concave et (3) convexe	62
Figure 4.10 : Contours d'iso-densité, présentent les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis pour la configuration de deux cônes droits à $\theta_1=20^\circ$, $\theta_2=20^\circ$ et pour différents Mach.	63
Figure. 4.11 : Domaines de divers types de réflexions théoriquement possibles dans le plan (M_0 ; θ_2) pour $\theta_1 = 20^\circ$.	65
Figure 4.12 : Représentation des polaires de choc obtenues pour des angles des cônes $\theta_1=\theta_2=20^\circ$: Mach de détachement numérique (à gauche) et théorique (à droite).	65
Figure 4.13 : Représentation des polaires de choc obtenues pour des angles des cônes $\theta_1=\theta_2=20^\circ$: Mach de Von Neumann numérique (à gauche) et théorique (à droite).	66
Figure 4.14 : Contours d'iso-densité, présentent les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis pour la configuration (2) de deux cônes concaves pour différents Mach.	67
Figure 4.15 : Contours d'iso-densité, présentent les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis pour la configuration (1) de deux cônes convexes pour différents Mach.	68
Figure4.16 : Indication des points des lignes tangentes situés sur la surface du cône concave.	69
Figure 4.17 : Indication des points des lignes tangentes situés sur la surface du cône convexe.	69
Figure 4.18 : Représentation des polaires de choc obtenues pour des angles des cônes concaves (cas symétrique) et de Mach numériques de Von Neumann (à gauche) et de détachement (à droite).	70
Figure 4.19 : Représentation des polaires de choc obtenues pour des angles des cônes convexes (cas symétrique) et de Mach numériques de Von Neumann (à gauche) et de détachement (à droite).	70
Figure 4.20 : Evolutions de la hauteur de disque de Mach en fonction du nombre de Mach tracées pour les trois configurations : (a) droite, b) concave et c) convexe.	72
Figure 4.21 : Contours d'iso-densité, présentent l'effet d'angle du cône droit supérieur sur les configurations d'ondes de choc associées la boucle d'hystérésis pour $\theta_1=28^\circ$.	73
Figure 4.22 : La comparaison entre la ligne de transition analytique bidimensionnelle et le bord tridimensionnel a affecté les expériences pour $M_0=4.96$ dans le plan (θ_1 ; θ_2). Carrés pleins, enregistrés expérimentalement points de transition $RR\leftrightarrow RM$; triangles pleins, enregistrés expérimentalement Points de transition $MR\leftrightarrow RR$ [9].	74
Figure 4.23 : Comparaison calcul numérique et expérimental de H. Li et al [9] pour une configuration MR composé d'une DiMR et d'une InMR pour $M_0=4.96$, $\theta_1=28^\circ$ et $\theta_2=18^\circ$. (a) Une photographie Schlieren en couleur et (b) un champ de densité.	74
Figure 4.24 : Représentation des polaires de choc obtenues pour un nombre de Mach égal à 4.96 et : a) à $\theta_1=28^\circ$ et $\theta_2=18^\circ$ correspond d'une interaction de Mach MR combinée: Interaction de Mach directe (DiMR) et interaction de Mach inverse (InMR).	75
Figure 4.25 : Représentation des polaires de choc obtenues pour un nombre de Mach égal à 4.96 et : a) à $\theta_1=28^\circ$, correspond un angle de Détachement $\theta_2^E=29^\circ$; et b) correspond un angle de Von Neumann $\theta_2^T=19^\circ$.	75
Figure 4.26 : Evolution de la hauteur de disque de Mach en fonction de l'angle du cône supérieur droit tracée à $M_0=4.96$ et $\theta_1=28^\circ$.	76
Figure 4.27 : Configuration de déplacement du cône inférieur : a) cône, b) concave.	76
Figure 4.28 : Maillage des domaines des calculs des deux configurations : a) droite et b)	77

concave.

Figure 4.29: Contours d'iso-densité, présentent l'effet de déplacement du cône droit inférieur sur les configurations d'ondes de choc pour $\theta_1 = \theta_2 = 20^\circ$. 78

Figure 4.30: Contours d'iso-densité, présentent l'effet d'angle du cône droit supérieur sur les configurations d'ondes de choc associées la boucle d'hystérésis au cours de déplacement du cône concave inférieur pour $\theta_1 = 20.8^\circ$ et pour $M = 4.96$. 79

Figure 4.31 : Représentation des polaires de choc obtenues pour un nombre de Mach égal à 4.96 et : a) à $\theta_1 = 20.8^\circ$, correspond un angle de Détachement $\theta_2^E = 32.55^\circ$; et b) correspond un angle de Von Neumann $\theta_2^T = 20.8^\circ$. 79

Figure 4.32: Représentation des polaires de choc obtenue pour un nombre de Mach égal à 4.96 montrent la ligne des points d'intersections des trois polaires pour un angle de Von Neumann varié de $\theta_2^T = 20.8^\circ$ à 32.55° pour $\theta_1 = 20.8^\circ$. 80

Figure 4.33 : Les domaines de divers types de réflexions théoriquement possibles : Domaines dans le plan (θ_2, θ_1) pour $\theta_1 = 20^\circ$ et $M = 4.96$. 80

Figure 4.34 : Schéma du phénomène d'hystérésis $RR \leftrightarrow MR(DiMR + DiMR)$ obtenu par simulations 2D induit par l'effet d'angle α de la divergence. 81

T

abledes matières

Titre	page
Remerciement	
Dédicace Latifa	
Dédicace Chaima	
Nomenclatures	
Liste de figure	
Tables des métiers	
Introduction générale...	
Chapitre 01 : <i>Phénoménologie d'interaction d'ondes de choc dans les configurations coniques</i>	
I.1 Introduction	01
I.2 Polaire de choc	01
I.2.1 Onde de choc incident incurvée sur une surface droite	04
I.2.2 Onde de choc incidente droite sur une surface incurvée	04
I.2.3 Onde de choc incidente incurvée sur une surface incurvée	05
I.2.4 Onde de choc incidente droite sur une surface plane	05
I.2.4.1 Types de réflexions	06
I.3 Configurations des interactions d'ondes de choc coniques	06
I.4 Réflexions d'ondes de choc	07
I.4.1 Réflexion régulière en écoulement stationnaire notée (RR)	09
I.4.1.1 Visualisation strioscopique de l'écoulement	09
I.4.1.2 Vue schématique de la réflexion régulière	09
I.4.1.2.1 Cas symétrique	10
I.4.1.2.2 Cas dissymétrique	10
I.4.1.3 Equations régissant l'interaction RR	10
I.4.1.4 Représentation polaire de la réflexion régulière (RR)	11
I.4.2 Réflexion de Mach en écoulement stationnaire notée (MR)	12
I.4.2.1 Visualisation strioscopique de l'écoulement	12
I.4.2.2 Vue schématique de la réflexion de Mach(MR)	12
I.4.2.2.1 Cas symétrique	13
I.4.2.2.2 Cas dissymétrique	13
I.4.2.3 Equation régissant l'interaction MR	14
I.4.2.4 Représentation polaire de la réflexion régulière (MR)	14
I.4.2.4.1 Cas symétrique	16
-Différents types d'interaction de Mach	16
I.4.2.4.2 Cas dissymétrique	17
-Différents types d'interaction de Mach	19
I.5 Les réflexions des ondes de choc dans un écoulement stationnaire	20
I.5.1 critère de Von Neumann	20
I.5.1.1 Cas symétrique	21
I.5.1.2 Cas dissymétrique	21
I.5.2 Critère de détachement	22

I.5.2.1 Cas symétrique	22
I.5.2.2 Cas dissymétrique	23
I.5.3 Critère sonique	23
I.5.4 Zone duale	23
I.6 Critères de transitions	24
I.7 Phénomènes d'hystérésis	25
I.7.1 Hystérésis en angle	26
I.7.2 Hystérésis en Mach	27
I.7.3 Hystérésis en déplacement	27
I.7.4 Autres phénomènes d'hystérésis	28
Référence du chapitre 01	29
Chapitre 02 : la revue bibliographique	
Référence du chapitre 02	43
Chapitre 03 : Méthodes numériques de calcul et modèles mathématiques	
3.1 Introduction	45
3.2 Méthodes de calcul des écoulements visqueux compressibles	45
3.2.1 Équations fondamentales des fluides compressibles instantanées	45
3.2.1.1 Équation de conservation de la masse	45
3.2.1.2 Équation de conservation de quantité de mouvement	45
3.2.1.3 Équation de conservation de l'énergie	45
3.3. Mise en forme des équations d'Euler	46
3.4. Modèle numérique	47
3.4.1 Introduction	47
3.4.2 Procédure numérique	48
3.4.3 Maillage	49
3.4.4 Choix du maillage	50
3.5 Discrétisations des équations de transport	50
3.6 Résolution numérique	51
3.6.1 Critère de convergence	51
3.7 La méthode de sous-relaxation	52
3.8 Stabilité numérique	53
Référence du chapitre 03	
Chapitre 04 : résultats et discussions	
4.1 Introduction	56
4.2 Description de la géométrie	56
4.3 Maillage	56
4.4. Validation des résultats	57
4.5. Effet des conditions initiales sur le type d'interaction de choc observé au début	59
4.6 Présentation des champs d'écoulement	60
4.7 Résultats et discussion	60
Référence du chapitre 04	82
Conclusion	
Résumé	

Introduction

La rentrée et l'ascension d'un engin dans l'atmosphère en régime supersonique et hypersonique soulèvent un certain nombre de problèmes clés d'aérodynamique et thermique, l'apparition inévitable d'ondes de choc en est un. Leurs réflexions et interactions se rencontrent alors dans un grand nombre de situations pratiques par exemple (autour d'un aéronef hypersonique ou d'un lanceur, au niveau des entrées d'air, et en aval de tuyères propulsives).

Ces phénomènes d'interaction sont traités par les méthodes numériques, qui ne cessent de s'améliorer pour répondre aux besoins des concepteurs. En effet, les résultats doivent être suffisamment précis et fiables pour que les essais en soufflerie, par exemple, ne fassent que valider les nouveaux concepts développés, et que les essais en vol viennent confirmer les résultats obtenus. Les calculs doivent être de plus en plus rapides et prendre en compte des configurations de plus en plus complexes.

Pour réaliser numériquement des écoulements supersoniques, une des méthodes de discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) est celle des volumes finis, celle-ci est la plus utilisée par la majorité des codes de calcul CFD qui sont disponibles comme ANSYS-FLUENT, FASTRAN, etc. Ces codes donnent une souplesse sophistiquée dans le calcul. L'espace fluide est discrétisé en mailles, ou cellules, d'un volume donné. Dans chaque maille, les grandeurs thermodynamiques (masse volumique, pression, température, énergie interne...) sont supposées constantes, égales à la moyenne volumique de la cellule.

Le but de ce mémoire est d'étudier numériquement les phénomènes d'interactions d'ondes de choc d'écoulement supersonique bidimensionnel d'un fluide compressible Eulérien en régime stationnaire dans des configurations assimilées aux entrées d'air supersonique dans un plan symétrique et asymétrique, en utilisant le code CFD-FASTRAN. Ces entrées d'air sont des configurations utilisées par le groupe du laboratoire de l'ONERA en France dirigé par le professeur Amer Chpoun (Professeur des universités à l'université d'Évry Val- d'Essonne). Ces configurations sont composées par deux cônes ou des dièdres droits, concaves et convexes.

Cette étude est basée sur l'effet de plusieurs paramètres, physiques en particulier le nombre de Mach et géométriques s'articulant au déplacement ou rotation de l'un des cônes. Elle est réalisée dans les conditions d'écoulements Eulérien. Faisant suite à la présente introduction, le contenu de ce mémoire est organisé autour de quatre chapitres principaux :

- Une description générale des ondes de choc et de leurs phénomènes d'interactions sont présentée dans le premier chapitre.
- Le deuxième chapitre contient une recherche bibliographique.
- Le troisième chapitre décrit une présentation des équations fondamentales d'Euler d'un écoulement compressible non-visqueux, ainsi que la méthode numérique utilisée.
- Le quatrième chapitre présente la discussion et l'interprétation des résultats.
- On termine cette étude par une conclusion générale.

Chapitre

01

Chapitre 1

Phénoménologie d'interaction d'ondes de choc coniques

Sommaire

Titre	page
1.1 Introduction	01
1.2 Polaire de choc	01
1.3 Configurations des interactions d'ondes de choc coniques	04
1.3.1 Onde de choc incident incurvée sur une surface droite	04
1.3.2 Onde de choc incidente droite sur une surface incurvée	05
1.3.3 Onde de choc incidente incurvée sur une surface incurvée	05
1.3.4 Onde de choc incidente droite sur une surface plane	06
1.3.4.1 Types de réflexions	06
1.4 Réflexions d'ondes de choc	07
1.5 Les réflexions des ondes de choc dans un écoulement stationnaire	09
1.5.1 Réflexion régulière en écoulement stationnaire notée (RR)	09
1.5.1.1 Visualisation strioscopique de l'écoulement	09
1.5.1.2 Vue schématique de la réflexion régulière	10
1.5.1.1.1 Cas symétrique	10
1.5.1.1.2 Cas dissymétrique	10
1.5.1.3 Equations régissant l'interaction RR	11
1.5.1.4 Représentation polaire de la réflexion régulière (RR)	12
1.5.2 Réflexion de Mach en écoulement stationnaire notée (MR)	12
1.5.2.1 Visualisation strioscopique de l'écoulement	12
1.5.2.2 Vue schématique de la réflexion de Mach(MR)	13
1.5.2.2.1 Cas symétrique	13
1.5.2.2.2 Cas dissymétrique	14
1.5.2.3 Equation régissant l'interaction (MR)	14

1.5.2.4	Représentation polaire de la réflexion régulière (MR)	16
1.5.2.4.1	Cas symétrique	16
	-Différents types d'interaction de Mach	17
1.5.2.4.2	Cas dissymétrique	19
	-Différents types d'interaction de Mach	20
1.6	Critères de transitions	20
1.6.1	critère de Von Neumann.	20
1.6.1.1	Cas symétrique	21
1.6.1.2	Cas dissymétrique	21
1.6.2	Critère de détachement	22
1.6.2.1	Cas symétrique	22
1.6.2.2	Cas dissymétrique	23
1.6.3	Critère sonique	23
1.6.4	Zone duale	23
1.7	Phénomènes d'hystérésis	24
1.7.1	Hystérésis en angle	25
1.7.2	Hystérésis en Mach.	26
1.7.3	Hystérésis en déplacement	27
1.7.4	Autres phénomènes d'hystérésis	28
	Reference du chapitre 01	29

1.1. Introduction

Les ondes de choc se forment inévitablement dans un écoulement supersonique lors de la rencontre et du contournement d'un obstacle. Les ondes de choc constituent avec les tourbillons, les phénomènes les plus spectaculaires et les plus fascinants de la mécanique des fluides. Les chocs peuvent être observés avec une fidélité et une netteté remarquables par les méthodes optiques et se prêtent à une analyse théorique précise basée sur les équations algébriques de Rankine-Hugoniot. Leur étude permet d'associer étroitement expérience et théorie pour élucider avec une grande finesse des situations complexes

On rencontre la réflexion et l'interaction d'onde de choc dans un grand nombre de situation pratique par exemple, l'interaction de chocs issus des différents composants d'un lanceur ou encore l'interaction de chocs induits par le fuselage et les surfaces portantes d'un véhicule de rentrée, dans ce type de configuration, l'interaction d'onde de choc sont à l'origine des phénomènes d'interférence.

Le phénomène de réflexion de choc a été rapporté pour la première fois par l'illustre savant E. Mach en 1878. Il avait alors distingué deux types de réflexion : une réflexion dite régulière faisant intervenir un choc incident et un choc réfléchi et une réflexion appelée à titre posthume réflexion de Mach faisant intervenir en plus des chocs incident et réfléchi un choc (fort) quasi normal à la direction de l'écoulement. Une description détaillée de ces deux types de réflexion sera proposée dans les paragraphes suivants.

1.2. Polaire de choc

Kawamura et Saito (1956) ont été les premiers à suggérer qu'en raison du fait que les conditions aux limites d'une réflexion régulière notées RR et d'une réflexion de Mach notées MR sont exprimées en termes d'angles de déviation d'écoulement, θ et de pressions statiques d'écoulement, p , l'utilisation de pôles (p, θ) pourrait être très utile pour mieux comprendre le phénomène de réflexion des ondes de choc [13].

Une courbe appelée diagramme pression-déflexion, ou polaire de choc, représente le lieu des points décrit par les paramètres (p, θ) d'un écoulement à l'issue du franchissement d'une onde de choc. On représente le saut de pression en fonction de l'angle de déflexion. Pour une même déviation de l'écoulement au travers d'un choc, on a deux solutions possibles. L'une correspond à un saut de pression plus important (choc fort quasiment aussi intense qu'un choc normal) et l'autre correspond à un choc faible. On a constaté expérimentalement, que lorsque

les deux types de choc peuvent se produire, on observe presque toujours le choc faible, qui engendre le moins d'irréversibilité (principe d'entropie minimum). En supposant connues, les valeurs des pressions statiques dans chaque région de l'écoulement, ainsi que les déviations à la traversée de chaque onde de choc, on peut obtenir les polaires de choc grâce à la relation suivante [14] :

$$\tan \theta = \frac{\frac{P}{P_0}}{1 + \gamma M_0^2 - \frac{P}{P_0}} \sqrt{\frac{\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_0^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} - \frac{P}{P_0}}{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} - \frac{P}{P_0}}} \quad [1.1]$$

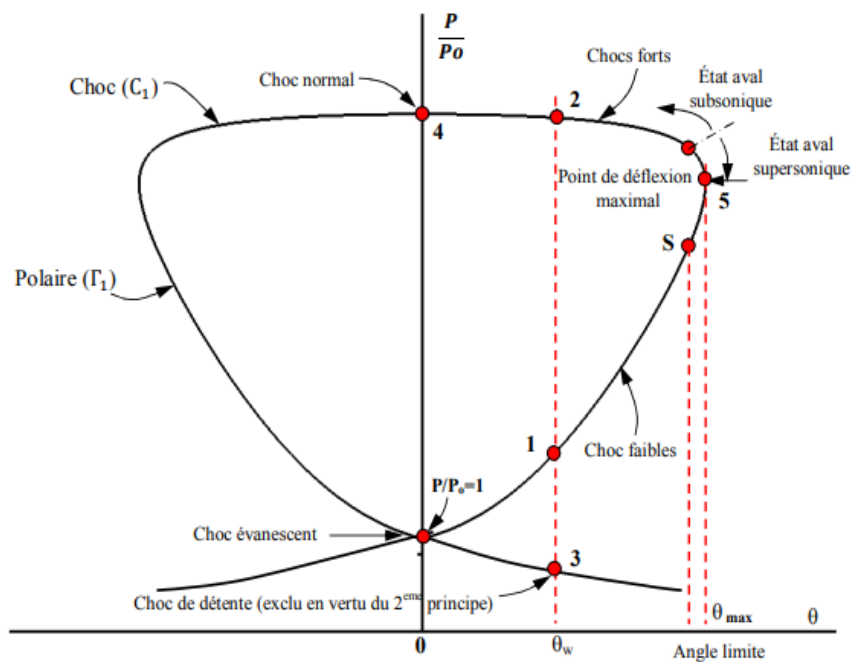


Figure 1.1 : Polaire de choc dans le plan $(P/P_0-\theta)$ [15].

- M_0 : nombre de Mach rattaché à la polaire de choc
- P_0 : pression en amont de l'onde de choc
- P : pression en aval correspondant à la déviation θ de l'écoulement

Une telle polaire est représentée sur la Figure 1.2. Elle a la forme d'une courbe fermée, symétrique par rapport à l'axe $\theta=0$. En effet, deux valeurs opposées de θ conduisent à des chocs de même intensité, l'un partant "vers le haut", l'autre "vers le bas". Les conditions particulières du problème (sens de déflexion de la paroi, par exemple) imposent l'un ou l'autre choc [15].

- Le Point 1 : est associé au saut de pression le plus faible : pour cela elle est appelée solution du type choc faible.

- Le Point 2 : correspond au saut de pression le plus élevé : d'où son nom de solution du type choc fort.

- Le Point A : coïncidant avec le point origine qui est l'image du choc infiniment faible se réduisant à une onde de Mach.

- Le Point 4 : ce point correspond au rapport maximal des pressions statiques, et la déviation de l'écoulement est alors nulle, ce qui correspond à un choc droit aussi appelé choc normal

- Le point S : ce point est le point de la polaire de choc ou $M_0 = 1$. Il sépare la polaire en deux parties :

- De A à S : l'écoulement aval est supersonique.

- De S à 4 : l'écoulement aval est subsonique.

- Le Point 3 : la pression est inférieure à la pression avant le choc P0 (choc de détente), entraîne une diminution de l'entropie. Cette solution est à rejeter, car elle est physiquement inacceptable. Elle viole le second principe de la thermodynamique [15].

- Le Point 5 : Ce point correspond à la déviation maximale θ_{max} , au-delà de laquelle une solution de type choc oblique attacher n'est plus possible. Lorsque θ dépasse cette valeur maximale, on observe la formation d'une onde de choc détachée courbe, comme sur un corps émoussé [14].

L'angle de choc ϕ_{max} correspondant à cette déviation maximale est en fonction du nombre de Mach, est donné par l'expression suivante :

$$\sin^2 \phi_{max} = \frac{1}{4\gamma M_0^2} \left[(\gamma + 1)M_0^2 - 4 + \sqrt{(\gamma + 1)[(\gamma + 1)M_0^2 + 8(\gamma - 1)M_0^2 + 16]} \right] \quad (1.2)$$

Connaissant ϕ_{max} , M_0 , et γ , on en déduit la valeur de la déflexion maximale θ_{max} par la formule :

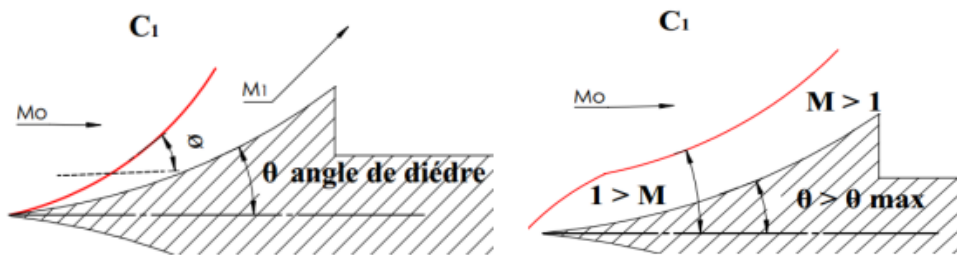
$$\theta_{max} \cong \frac{4}{3\sqrt{3}(\gamma + 1)} \frac{(M_0^1 - 1)^{3/2}}{M_0^1} \quad (1.3)$$

La formule des polaires de choc trouvée par les équations de choc pour l'écoulement d'Euler s'écrit comme suit :

$$\frac{\tan(\theta - \phi)}{\tan \phi} = \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left[1 + \frac{2}{(\gamma - 1)M_0^2 \sin^2 \phi} \right] \quad (1.4)$$

La polaire de choc met en évidence la propriété suivante :

Il existe une déflexion maximale solution θ_{\max} au-delà de laquelle les équations du choc oblique n'ont plus de racines réelles. Cela ne veut pas dire que le problème de fluide parfait n'a pas de solutions, mais cela signifie que si $\theta > \theta_{\max}$, le problème posé plus haut n'admet plus comme solution une onde de choc plane attachée en A (Figure 1.2-a). En fait, si $\theta > \theta_{\max}$, comme le montre la Figure 1.2-b, l'onde de choc (C1) fonction de la valeur de θ et du nombre de Mach amont, se forme en amont de A et devient courbe, on dit qu'elle se détache.



a) Solution régulière (choc attachée)

b) Solution avec choc détaché

Figure 1.2 : Choc oblique crée par un dièdre (ou un générateur de choc) [16].

1.3. Configurations des interactions d'ondes de choc coniques

Le phénomène de réflexion des ondes de choc dans les écoulements stationnaires, en général, peut être divisé en quatre types différents :

1.3.1 Onde de choc incidente incurvée sur une surface droite de

Si un écoulement supersonique, pour $M_0 > 1$, rencontre un cône concave ou convexe, l'onde de choc obtenue est également concave ou convexe. L'impact de l'onde de choc incidente sur la paroi plane, donnent deux réflexions possibles présentées respectivement sur les figures 1.3 (a) et (b). Le cas limite d'un cône droit entraîne une onde de choc attachée directement à condition que l'angle de cône réfléchissant soit inférieur à la déviation d'écoulement maximale appropriée à M_0 . Si cependant, l'angle de cône est supérieur à la déviation d'écoulement maximale, le cône droit traduisant une onde de choc d'arc détaché qui se traduit par une situation similaire à celle représentée sur la figure 1.3(b).

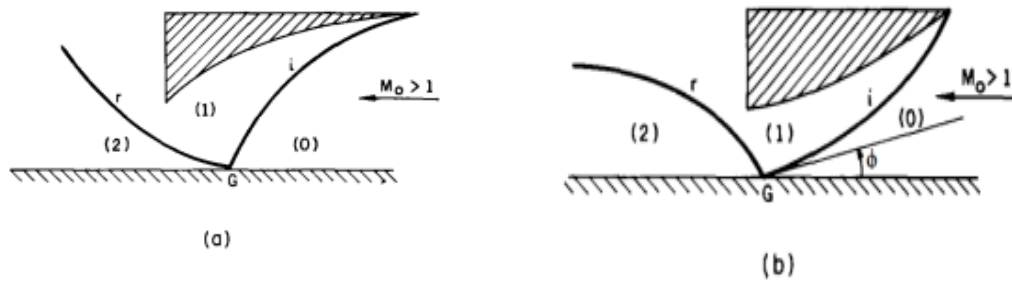


Figure 1.3 : Illustration schématique des configurations d'onde d'une réflexion incurvée des ondes de choc incidentes sur une surface plane : a) onde de choc incidente concave ; b) onde de choc incidente convexe [1].

Pant (1971), a étudié analytiquement la réflexion des ondes de choc incurvées stationnaire et a montré que pour les ondes de choc incidentes faibles, il existe un angle d'onde \emptyset pour lequel l'onde de choc réfléchi est droite. Cet angle d'onde spécifique \emptyset_0 , qui s'est révélé indépendant de l'intensité de l'onde de choc incidente obtenu à partir de la relation suivante:

$$\emptyset_0 = \cos^{-1} \left[\frac{(\gamma+1)^{1/2}}{2} \right] \quad (1.5)$$

Ainsi, Dans la réflexion régulière d'ondes de choc faibles de toutes forces :

- ✓ Pour $\emptyset < \emptyset_0$, les ondes de choc incidentes et réfléchies ont des ondes de signe opposé.
- ✓ Lorsque \emptyset s'approche \emptyset_0 , l'onde de choc réfléchi se redresse jusqu'à ce qu'elle devienne droite à $\emptyset = \emptyset_0$.
- ✓ Pour $\emptyset > \emptyset_0$, les ondes de choc incidentes et réfléchies ont le même signe.

1.3.2 Onde de choc incidente droite sur une surface incurvée

Les deux cas généraux qui appartient à cette catégorie sont représentés schématiquement sur les figures 1.4 (a) et (b). Pour ces deux cas, la surface réfléchissante est plane jusqu'au point de réflexion G, après lequel, elle est concave ou convexe. En fonction de la courbure de la surface réfléchissante au-delà du point de réflexion, G, une onde de choc réfléchi concave ou convexe est obtenue.

On suppose ici intuitivement, que la courbure de l'onde de choc réfléchi aura le même signe que la courbure de la surface réfléchissante.

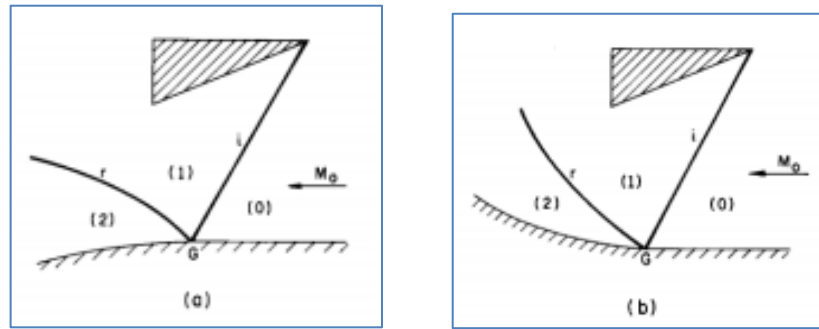


Figure 1.4 : Illustration schématique des configurations d'ondes d'une réflexion d'ondes de choc incidentes droites sur une surface courbe ; a) Surface convexe ; b) Surface concave [1].

1.3.3 Onde de choc incidente incurvée sur une surface incurvée

Les quatre possibilités générales de cette catégorie sont représentées sur les figures 1.5(a) à (d). Encore une fois, la surface réfléchissante est plane jusqu'au point de réflexion G, au-delà de laquelle elle est concave ou convexe. On émet à nouveau l'hypothèse ici que les ondes de choc réfléchies prennent des courbures avec les mêmes signes que les courbures des coins réfléchissants.

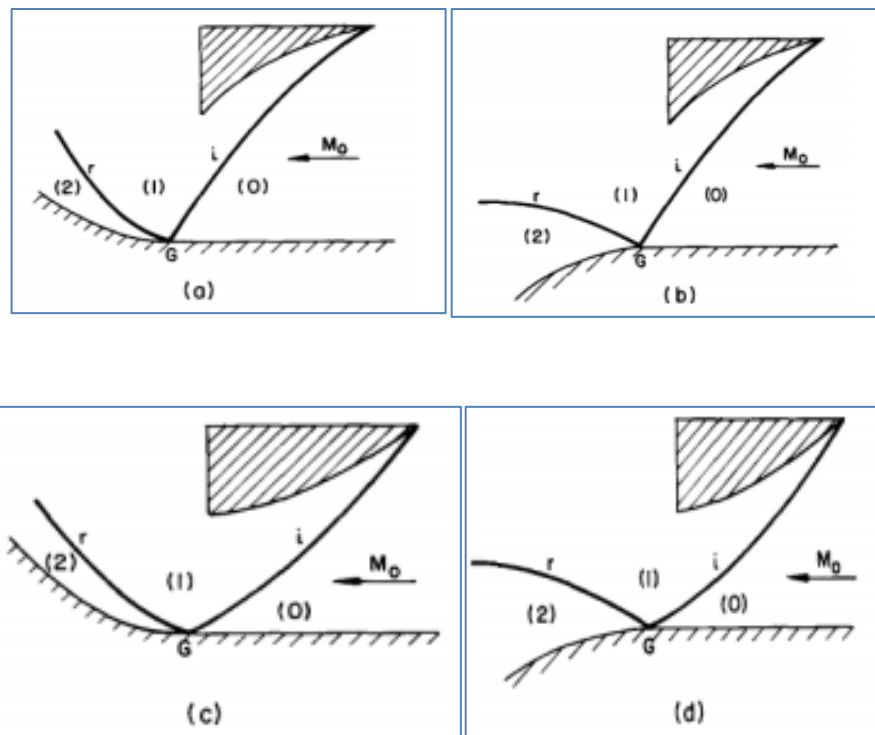


Figure 1.5 : Illustration schématiques des configurations d'une réflexion d'onde de choc incidente incurvée sur une surface incurvée.

- a) onde de choc incidente concave sur une surface concave ;
- b) onde de choc incidente concave sur une surface convexe ;

- c) onde de choc incidente convexe sur une surface concave ;*
- d) onde de choc incidente convexe sur une surface convexe [1]*

1.3.4 Onde de choc incidente droite sur une surface plane

Cette catégorie est la plus facile à traiter analytiquement car les ondes de choc et les lignes de courant sont droites. De plus, la plupart des études analytiques et expérimentales rapportées sur la réflexion des ondes de choc dans le régime stationnaire tombent dans cette catégorie.

1.3.4.1 Types de réflexions

Des preuves expérimentales indiquent que dans le cas d'un écoulement stationnaire seules deux réflexions sont possibles, à savoir la réflexion régulière RR et la réflexion de Mach MR. La raison en est peut-être l'une des suivantes : premièrement, le processus de réflexion de choc dans des écoulements stationnaires est indépendant du processus de déviation d'écoulement supplémentaire qui pourrait être l'une des raisons pour obtenir les réflexions CMR et DMR supplémentaires dans des écoulements instationnaires. Une autre raison pourrait découler de la configuration géométrique requise pour produire le phénomène de réflexion dans des écoulements stationnaires.

On considère la figure 1.6 où deux surfaces différentes sont utilisées pour obtenir l'onde de choc incidente (i). Celui montré en (a) est plus court que celui montré en (b). Dans le cas d'onde la plus courte, l'écoulement dans l'état (2) derrière l'onde de choc réfléchi (r) interagit avec l'onde de détente générée par le bord de la surface réfléchissante. En allongeant la surface réfléchissant [Figure 1.6(b)], cette onde de détente peut être poussée vers l'arrière. Cependant, maintenant l'onde de choc réfléchi (r) se réfléchit à partir du cône étendu pour entraîner une situation dans laquelle l'écoulement dans l'état (2), derrière l'onde de choc réfléchi (r) interagit avec l'onde de choc réfléchi supplémentaire (r_1). Ainsi, dans les deux cas, l'écoulement dans l'état (2) interagit davantage avec une onde supplémentaire (soit une détente ou un choc). Cette interaction supplémentaire empêche probablement une situation dans laquelle l'écoulement supersonique dans l'état (2) peut s'écouler vers la surface inférieure, éliminant ainsi la possibilité d'obtenir un CMR ou MR qui seraient nécessaires pour le détourner.

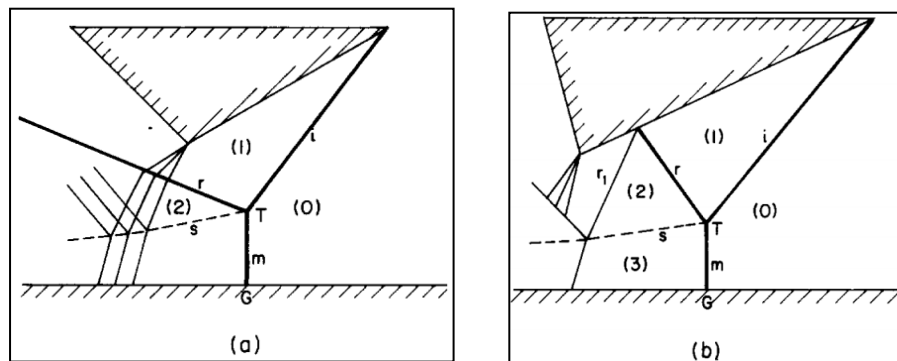


Figure 1.6 : Illustration schématique des raisons pour lesquelles le CMR et le DMR ne sont pas obtenus dans des écoulements stationnaires.

1.4. Réflexions d'ondes de choc

On rencontre les phénomènes de réflexion ou d'interaction d'ondes de choc dans un grand nombre de situations pratiques en écoulement supersonique. Ces phénomènes se posent avec encore plus d'acuité dans les régimes hypersoniques pour lesquels les ondes de choc épousent le contour des obstacles. Il en résulte des interactions entre les différentes parties de l'aéronef : par exemple, l'interaction de chocs issus des différentes composantes d'un lanceur ou encore l'interaction de chocs induits par le fuselage et les surfaces portantes d'un véhicule de rentrée. Ceci conduit à poser le problème fondamental de l'interaction de deux chocs obliques. C'est B. Edney, qui en 1968 codifia ces phénomènes dans un rapport de l'Institut de Recherche Aéronautique de Suède [2].

L'intersection de deux ondes de choc conduit à différents types d'écoulement que l'on rencontre en considérant, par exemple, un choc oblique incident (C1) venant de dessous qui rencontre le choc de tête (C2) se formant devant un cylindre placé transversalement dans l'écoulement. Cette situation est représentée sur la figure (1.7). Edney, en analysant méthodiquement ses propres expériences, a identifié six types d'interaction de base. Ce classement a été universellement adopté par la suite :

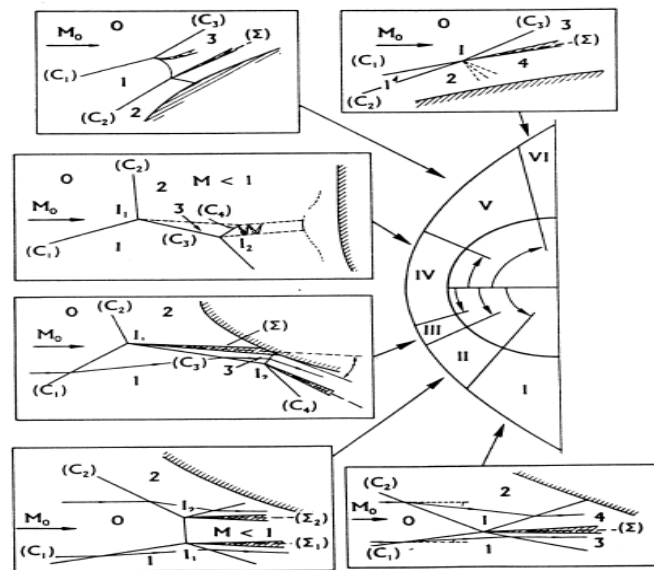


Figure 1.7 : Classification des six types d'interférences [3].

Par sa formulation théorique, le cas de l'interaction de deux chocs d'égale intensité mais de familles différentes est équivalent au cas de la réflexion d'un choc sur une paroi solide en l'absence de la couche limite. En effet, les deux chocs symétriques se réfléchissent sur un plan de symétrie. D'un point de vue phénoménologique, quand une onde de choc oblique vient frapper une paroi plane, deux types de réflexion sont possibles :

- Si l'onde de choc incidente est peu inclinée par rapport à la vitesse de l'écoulement amont, elle se réfléchit en une onde de choc oblique selon une réflexion dite réflexion régulière (RR). C'est le même phénomène que l'on rencontre lors d'une interférence de type I (voir figure 1.7) selon la classification de Edney.
- Si l'onde de choc incidente est fortement inclinée, il se produit une réflexion singulière ou réflexion de Mach (MR). Le phénomène est analogue à une interférence de type II (voir figure 1.7) en se référant à la classification de Edney.

1.5. Les réflexions des ondes de choc dans un écoulement stationnaire

De nombreuses expériences montrent que les écoulements à grandes vitesses peuvent subir des variations très rapides de leurs caractéristiques sur des distances très faibles. Les exemples connus de ce type de comportement sont les ondes de choc accompagnant les explosions et les ondes générées au nez des projectiles supersoniques. La décélération des particules fluides à travers ces ondes est considérable. Les particules subissent un véritable "choc", ce qui explique le terme "onde de choc" utilisé pour désigner ce type de front, au travers duquel les

grandeurs caractéristiques du gaz sont modifiées. Ce terme a été utilisé pour la première fois par Toepler en 1864. Si cette onde rencontre une paroi solide ou un autre choc, on parle alors de réflexion d'onde de choc. Selon les intensités relatives des chocs, l'interférence conduit à la formation de structures plus ou moins complexes.

1.5.1 Réflexion régulière en écoulement stationnaire notée (RR)

1.5.1.1 Visualisation strioscopique de l'écoulement

La figure (1.8) montre l'image d'une réflexion régulière RR obtenue par strioscopie lors d'expériences (expérience ITAM Russie) pour :

- (a) Le cas dissymétrique : $M=4$; $\theta_1=25,9^\circ$ et $\theta_2=33,9^\circ$.
- (b) Le cas symétrique : $M=5$, θ_1 et $\theta_2=31,7^\circ$.

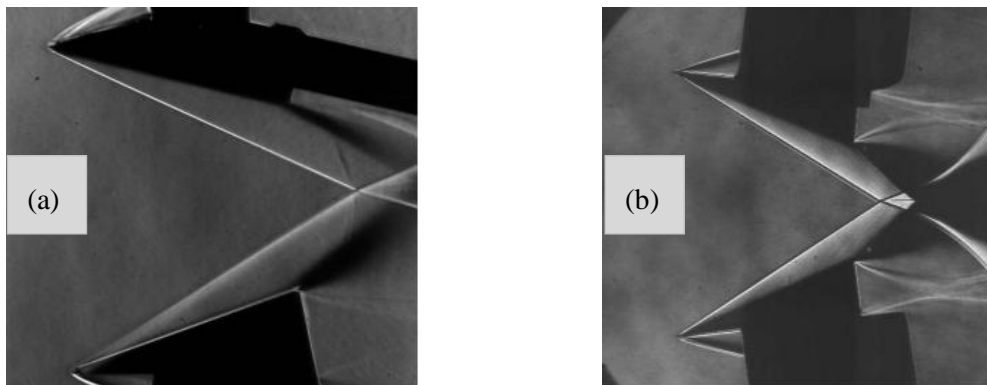


Figure 1.8: Strioscopie d'une réflexion régulière a) dissymétrique, b) symétrique [4].

1.5.1.2 Vue schématique de la réflexion régulière

1.5.1.2.1 Cas symétrique

Schématiquement, une réflexion régulière se représente de la manière suivante :

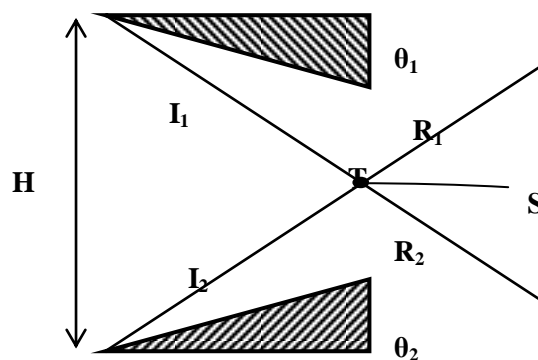


Figure 1.9 : Vue schématique d'interaction d'ondes de choc RR pour le cas symétrique.

La réflexion régulière est composée de deux ondes de choc obliques, l'une incidente (I_1) et l'autre réfléchie (R_1). Leur point d'intersection se situe sur la surface réfléchissante (ou sur le plan de symétrie dans le cas d'un montage double dièdre). Au voisinage de ce point, les chocs

et (I) et (R) peuvent être considérés localement rectilignes. De plus, l'écoulement est supposé uniforme, en amont de (I) état (0), derrière (I) état (1) et en aval de (R) état (2). L'écoulement (0) à l'infini amont est supposé parallèle à la paroi (ou plan de symétrie). Il est dévié d'un angle θ_1 à la traversé du choc incident (I). L'écoulement (1), en aval de ce choc, aborde donc la paroi avec un angle d'incidence θ_1 , il en résulte donc une onde de choc réfléchie. L'écoulement subit une déviation θ_2 à travers ce choc.

1.5.1.2.2 Cas dissymétrique :

L'interaction régulière est constituée de deux chocs incidents (i_1) et (i_2), de deux chocs réfléchis (r_1) et (r_2) et d'une ligne de glissement (s). Ces cinq discontinuités se rejoignent au point (R). La ligne de glissement (s) traduit le fait que les écoulements dans les régions (3) et (4) sont passés à travers des structures de choc inégales (i_1, r_1) et (i_2, r_2). Les conditions aux limites pour la configuration (RR) sont :

$$\theta_1 - \theta_3 = \theta_2, \theta_4 = \delta$$

$\delta = 0$ lorsque $\theta_1 = \theta_2$ C'est-à-dire lorsque l'interaction est symétrique

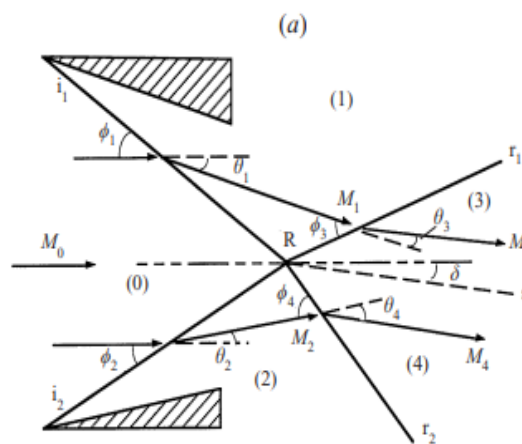


Figure 1.10 : Vue schématique d'interaction d'ondes de choc RR le cas dissymétrique.

1.5.1.3 Equations régissant l'interaction RR

En supposant l'écoulement non visqueux et le gaz parfait, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie s'écrivent sous la forme des systèmes suivants :

❖ A travers le choc incident :

$$\rho_0 V_0 \sin \phi_1 = \rho_1 V_1 \sin(\phi_1 - \theta_1) \quad [1.6]$$

$$P_0 + \rho_0 V_0^2 \sin^2 \phi_1 = P_1 + \rho_1 V_1^2 \sin^2(\phi_1 - \theta_1) \quad [1.7]$$

$$\rho_0 \tan \phi_1 = \rho_1 \tan(\phi_1 - \theta_1) \quad [1.8]$$

$$\square_0 + \frac{1}{2} V_0^2 \sin^2 \phi_1 = \square_1 + \frac{1}{2} V_1^2 \sin^2(\phi_1 - \theta_1) \quad [1.9]$$

❖ A travers le choc réfléchi :

$$\rho_1 V_1 \sin \phi_2 = \rho_2 V_2 \sin(\phi_2 - \theta_2) \quad [1.10]$$

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 \sin^2 \phi_2 = P_2 + \rho_2 V_2^2 \sin^2(\phi_2 - \theta_2) \quad [1.11]$$

$$\rho_1 \tan \phi_2 = \rho_2 \tan(\phi_2 - \theta_2) \quad [1.12]$$

$$\square_1 + \frac{1}{2} V_1^2 \sin^2 \phi_2 = \square_2 + \frac{1}{2} V_2^2 \sin^2(\phi_2 - \theta_2) \quad [1.13]$$

A ces huit équations, on ajoute :

$\theta_1 + \theta_2 = 0$. Traduisant le fait que l'écoulement final (2) retrouve la direction de l'écoulement infini amont. [5]

1.5.1.4 Représentation polaire de la réflexion régulière (RR)

La figure 1.11, montre la représentation polaire de choc associée à une réflexion régulière. Les point 2 et 2', représente l'état de l'écoulement dans la région (1), derrière le choc incident. Il est situé sur la polaire du choc incident (I). Partant de ce point, les polaires associées au choc réfléchi (R₁) et (R₂) sont tracées. Ces polaires interceptent l'axe des pressions (ou axe de déviation nulle $\theta = 0$) en deux points 3 et 3', caractérisant ainsi une déflexion totale nulle de l'écoulement et correspondant aux solutions de la réflexion régulière. Il s'agit respectivement de la solution faible et de la solution forte. En appliquant le principe de la production minimale d'entropie ont montré récemment que la solution correspondant au rapport de pression le plus élevé (point 3') était instable et violait le second principe de la thermodynamique. L'état de l'écoulement aval est finalement représenté par le point 3. La réflexion régulière apparaît aux faibles déviations de l'écoulement et est caractérisée par un choc réfléchi attaché. Si on augmente l'angle de déviation de l'écoulement, on obtient alors un deuxième type de réflexion, dite réflexion de Mach Li & al. [5].

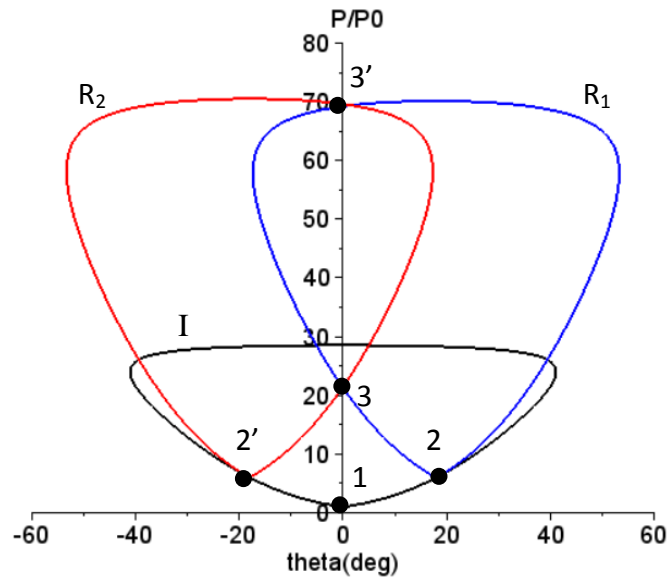


Figure 1.11 : Représentation polaire d'une réflexion régulière $\theta_1 = \theta_2 = 18^\circ$ pour $M=4.96$.

1.5.2 Réflexion de Mach en écoulement stationnaire notée (MR)

1.5.2.1 Visualisation strioscopique de l'écoulement

La figure (1.12) montre l'image d'une réflexion régulière RR obtenue par strioscopie lors des expériences de (expérience ITAM Russie) pour :

- (a) Le cas dissymétrique : $M=4$; $\theta_1=45,0^\circ$ et $\theta_2=33,9^\circ$.
- (b) Le cas symétrique : $M=5$, θ_1 et $\theta_2=31,76^\circ$.

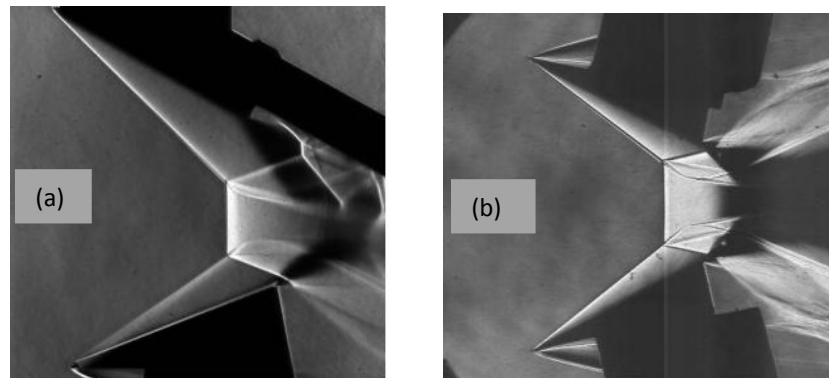


Figure 1.12 : Strioscopie d'une réflexion de Mach : a) dissymétrique, b) symétrique. [4]

1.5.2.2 Vue schématique de la réflexion de Mach(MR)

1.5.2.2.1 Cas symétrique

La réflexion de Mach met en jeu trois ondes de choc : une onde de choc incidente (I_1) une onde de choc réfléchi (R_1) et un disque de Mach (m) localement normal à la direction initiale de l'écoulement. Ces trois ondes de choc se rejoignent au point (T_1) appelé point triple, d'où

partent une quatrième discontinuité, une ligne de glissement (S_1) qui sépare deux régions d'entropie distinctes.

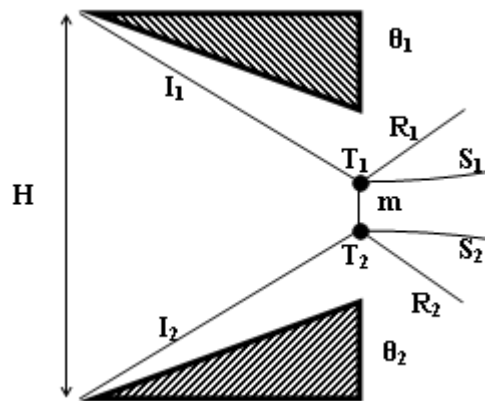


Figure 1.13: Vue schématique d'interaction d'ondes de choc MR pour le cas symétrique.

La déflexion nette à travers ce système de chocs est non nulle et elle correspond à

$$\theta_1 + \theta_2 = \theta_3 \quad [1.14]$$

Une remarque peut être faite sur le disque de Mach. Ce n'est pas en toute rigueur un choc normal, sa courbure au voisinage du point triple traduit le non-retour de l'écoulement à sa direction initiale : Li & al. [5].

1.5.2.2.2 Cas dissymétrique

L'interaction de Mach comporte en plus de chocs incidents et des chocs réfléchis, un choc fort quasi normal reliant les points triples (T_1) et (T_2). Deux lignes de glissement (S_1) et (S_2) complètent le système de chocs.

Les conditions aux limites pour une interaction de Mach sont les suivantes :

$$\theta_1 - \theta_3 = \delta_1 \quad \text{et} \quad \theta_2 - \theta_4 = \delta_2$$

$$\delta_1 = \delta_2 \quad \text{lorsque} \quad \theta_1 = \theta_2$$

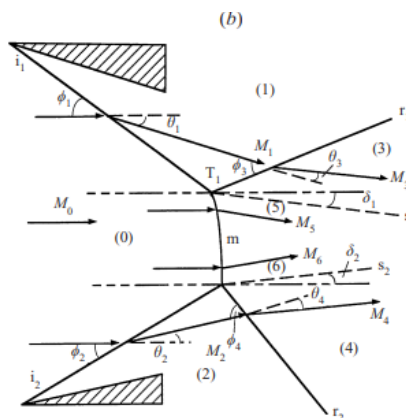


Figure 1.14 : Vue schématique d'interaction d'ondes de choc MR le cas dissymétrique.

1.5.2.3 Equations régissant l'interaction MR

En considérant les états du fluide comme uniforme, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie s'écrivent : Li & al. [10] :

❖ À travers le choc incident

$$\rho_0 V_0 \sin \phi_1 = \rho_1 V_1 \sin(\phi_1 - \theta_1) \quad [1.15]$$

$$P_0 + \rho_0 V_0^2 \sin^2 \phi_1 = P_1 + \rho_1 V_1^2 \sin^2(\phi_1 - \theta_1) \quad [1.16]$$

$$\rho_0 \tan \phi_1 = \rho_1 \tan(\phi_1 - \theta_1) \quad [1.17]$$

$$\square_0 + \frac{1}{2} V_0^2 \sin^2 \phi_1 = \square_1 + \frac{1}{2} V_1^2 \sin^2(\phi_1 - \theta_1) \quad [1.18]$$

❖ A travers le choc réfléchi :

$$\rho_1 V_1 \sin \phi_2 = \rho_2 V_2 \sin(\phi_2 - \theta_2) \quad [1.19]$$

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 \sin^2 \phi_2 = P_2 + \rho_2 V_2^2 \sin^2(\phi_2 - \theta_2) \quad [1.20]$$

$$\rho_1 \tan \phi_2 = \rho_2 \tan(\phi_2 - \theta_2) \quad [1.21]$$

$$\square_1 + \frac{1}{2} V_1^2 \sin^2 \phi_2 = \square_2 + \frac{1}{2} V_2^2 \sin^2(\phi_2 - \theta_2) \quad [1.22]$$

❖ A travers le disque de Mach :

$$\rho_0 V_0 \sin \phi_3 = \rho_3 V_3 \sin(\phi_3 - \theta_3) \quad [1.23]$$

$$P_0 + \rho_0 V_0^2 \sin^2 \phi_3 = P_3 + \rho_3 V_3^2 \sin^2(\phi_3 - \theta_3) \quad [1.24]$$

$$\rho_0 \tan \phi_3 = \rho_3 \tan(\phi_3 - \theta_3) \quad [1.25]$$

$$\square_0 + \frac{1}{2} V_0^2 \sin^2 \phi_3 = \square_3 + \frac{1}{2} V_3^2 \sin^2(\phi_3 - \theta_3) \quad [1.26]$$

En plus de ces équations, deux autres peuvent être écrites traduisant les conditions aux limites le long de la ligne de glissement (S) :

$$P_2 = P_3 \quad \text{Égalité des pressions statiques, } \theta_3 = \theta_1 - \theta_2 \quad \text{Compatibilité des vitesses}$$

La ligne de glissement sépare, en effet, deux régions distinctes :

- La partie de l'écoulement qui est passée à travers (I) et (R)
- La partie qui est passée à travers (m)

Le fluide, des deux côtés de (S), a la même pression mais comme il a traversé des chocs de différentes intensités, il a acquis des vitesses et des entropies différentes.

En supposant que les chaleurs spécifiques sont constantes, les sauts d'entropie correspondant à la traversée des différents chocs s'écrivent :

- Choc incident :

$$\begin{aligned}\Delta S_{01} &= S_1 - S_2 = \frac{r}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{P_1}{P_2} \left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^\gamma \right] \\ &= \frac{r}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{2\gamma M_0^2 \sin^2 \phi_1 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \left(\frac{(\gamma - 1)M_0^2 \sin^2 \phi_1 + 2}{(\gamma + 1)M_0^2 \sin^2 \phi_1} \right)^\gamma \right]\end{aligned}\quad [1.27]$$

- Choc réfléchi :

$$\begin{aligned}\Delta S_{12} &= S_2 - S_1 = \frac{r}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{P_2}{P_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^\gamma \right] \\ &= \frac{r}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{2\gamma M_1^2 \sin^2 \phi_2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \left(\frac{(\gamma - 1)M_0^2 \sin^2 \phi_1 + 2}{(\gamma + 1)M_0^2 \sin^2 \phi_1} \right)^\gamma \right]\end{aligned}\quad [1.28]$$

- Disque de Mach :

$$\begin{aligned}\Delta S_{03} &= S_3 - S_0 = \frac{r}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{P_3}{P_0} \left(\frac{\rho_0}{\rho_3} \right)^\gamma \right] \\ &= \frac{r}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \left(\frac{(\gamma - 1)M_0^2 + 2}{(\gamma + 1)M_0^2} \right)^\gamma \right]\end{aligned}\quad [1.29]$$

L'entropie massique de l'écoulement situé en aval du disque de Mach (région 3) est plus grande que celle obtenue à la traversée des deux ondes de choc obliques (incidente et réfléchie) : Li & al. [7].

1.5.2.4 Représentation polaire de la réflexion régulière (MR)

1.5.2.4.1 Cas symétrique

La figure I.13, montre la représentation polaire de choc associée à la réflexion de Mach, au voisinage du point triple. La polaire (I) représente tous les états possibles de l'écoulement à la traversée d'un choc oblique quelconque. Les point (2) et (2'), qui appartient à (I), représente ainsi l'état de l'écoulement derrière le choc incident. Les point (3) et (3') qui appartient également à la polaire (I) représente l'état de l'écoulement derrière le disque de Mach. Le points (2)et (2') sont également les points de départ de les polaires (R₁) et (R₂) qui représente les états possibles de l'écoulement en aval du choc réfléchi. Les point (3) et (3') appartient également à ces polaire.

Cette double appartenance du points (3) et (3') aux polaires (I) et (R₁) et (R₂) est due au fait qu'au voisinage du point triple, les pressions de part et d'autre de la ligne de glissement sont égales et au fait que les lignes de courant sont parallèles : Ivanov & al. [8].

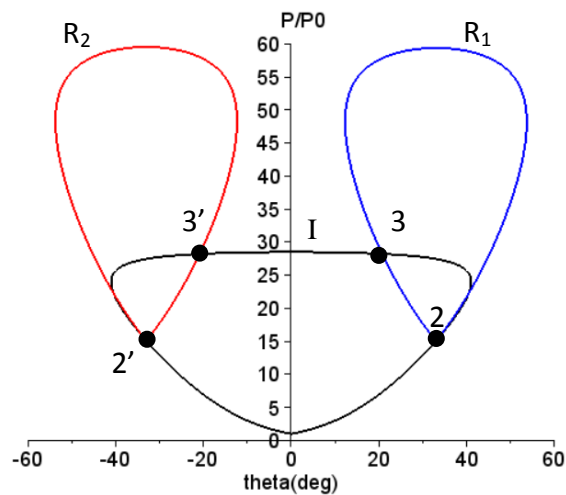


Figure 1.15 : Représentation polaire de la réflexion de Mach à $\theta_1 = \theta_2 = 33^\circ$ pour $M = 4.96$.

1.5.2.4.2 Cas dissymétrique

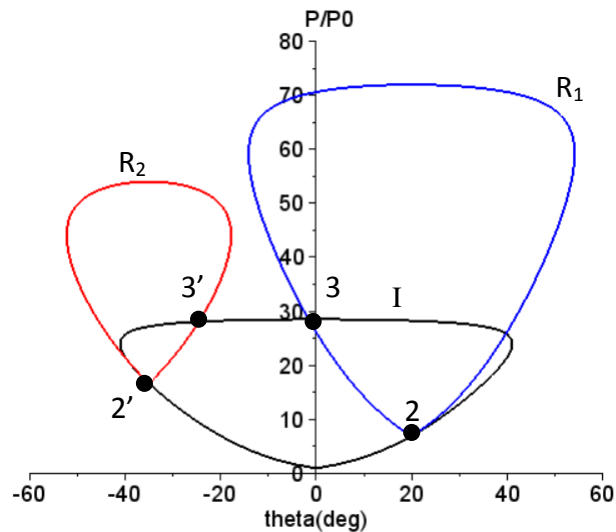


Figure 1.16 : Représentation polaire de la réflexion de Mach $\theta_1 = 20^\circ$ et $\theta_2 = 35^\circ$, $M = 4.96$.

1.5.2.4.2.1 Différents types d'interaction de Mach

a) Cas symétrique

Suivant la position de l'intersection des polaires du choc incident (I) et du choc réfléchi (R), on peut distinguer trois types d'interaction de Mach :

- ❖ Une réflexion dite réflexion de Mach directe (DiMR) définie par l'intersection (point a de la figure 1.18) de la polaire (R_I) avec la partie droite de la polaire (I). Dans ce cas, la déflection nette de l'écoulement, par rapport à l'écoulement immédiatement en aval du choc fort (m) forme un tube de courant convergent (voir figure 1.17 a).
- ❖ Une réflexion dite réflexion de Mach inverse (InMR) [80] qui résulte de l'intersection de la polaire (R_{III}) avec la partie gauche de la polaire (I) (point c de la figure 1.18). Dans

ce cas, la déflexion nette de l'écoulement est négative et l'écoulement en aval du choc fort (m) forme un tube de courant divergent (voir figure 1.17 b).

- ❖ Lorsque le point d'intersection se situe sur l'axe des pressions (point b de la figure 1.18), la réflexion de Mach est dite stationnaire (StMR). La déflexion nette de l'écoulement est alors nulle et les lignes de courant sont parallèles derrière le choc fort (voir figure 1.17 c).

On peut également constater que dans le cas de la réflexion de Mach stationnaire, l'intersection de la polaire (I) avec la polaire (R_{II}) en (b) suggère l'existence d'une possible réflexion régulière. De même dans le cas de la réflexion de Mach inverse, l'intersection de la polaire (R_{III}) avec l'axe des pressions en (d) suggère également la probable existence d'une réflexion régulière. Il est ainsi évident que différentes configurations de réflexions sont possibles pour les mêmes conditions initiales. La question des transitions entre ces différentes configurations se pose alors : Li & al. [7], et Zeitoun & al. [9].

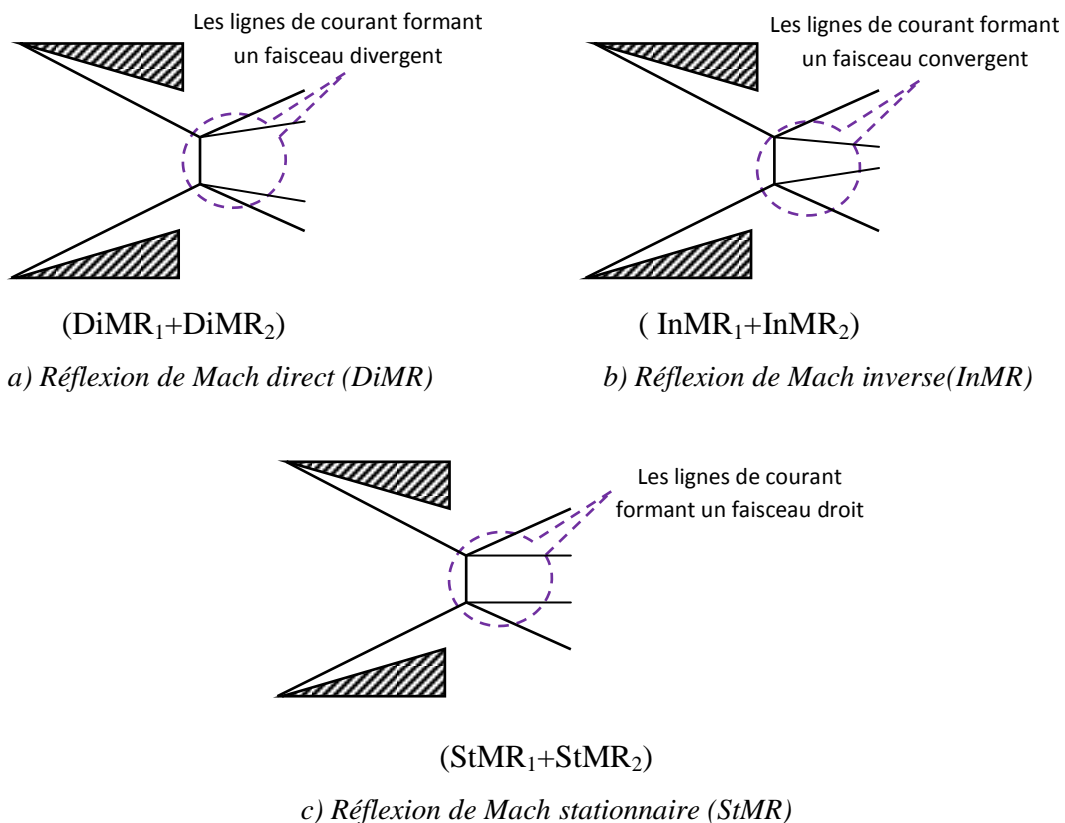


Figure 1.17 : Vue schématique des trois types de réflexions de Mach dans le cas symétrique.

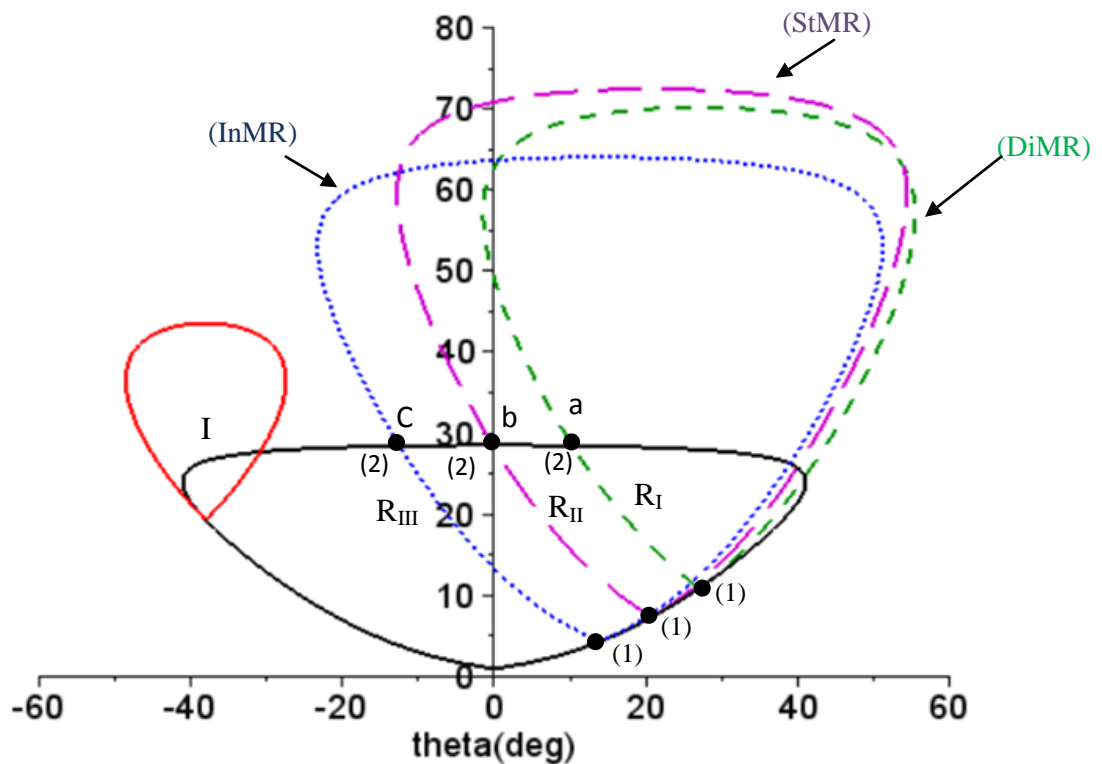


Figure 1.18 : Représentation polaire des trois réflexions de Mach possible : a) Réflexion de Mach direct, b) Réflexion de Mach stationnaire, c) Réflexion de Mach inverse , à $\theta_1=14^\circ$, 20.8° et 25° et $\theta_2=38^\circ$, $M=4.96$.

b) cas dissymétrique

La figure (1.19) représente les différents types de Mach dans le cas dissymétrique, on peut distingues cinq types :

- L'interaction de choc consiste deux réflexions de Mach direct ($DiMR_1+DiMR_2$) cette configuration est illustre sur la figure (1.19a)
- L'interaction de choc consiste une réflexion de Mach stationnaire et une réflexion de Mach direct ($StMR_1+DiMR_2$) cette configuration est illustres sur la figures (1.19b)
- L'interaction de choc consiste une réflexion de Mach inverse et une réflexion de Mach direct ($InMR_1+DiMR_2$) cette configuration est illustre sure la figure (1.19c)
- L'interaction de choc consiste une réflexion de Mach direct et une réflexion de Mach inverse ($DiMR_1+InMR_2$) cette configuration est illustre sur la figure (1.19d)
- L'interaction de choc consiste deux réflexions de Mach inverse ($InMR_1+InMR_2$) cette configuration est illustre sur la figure (1.19e)

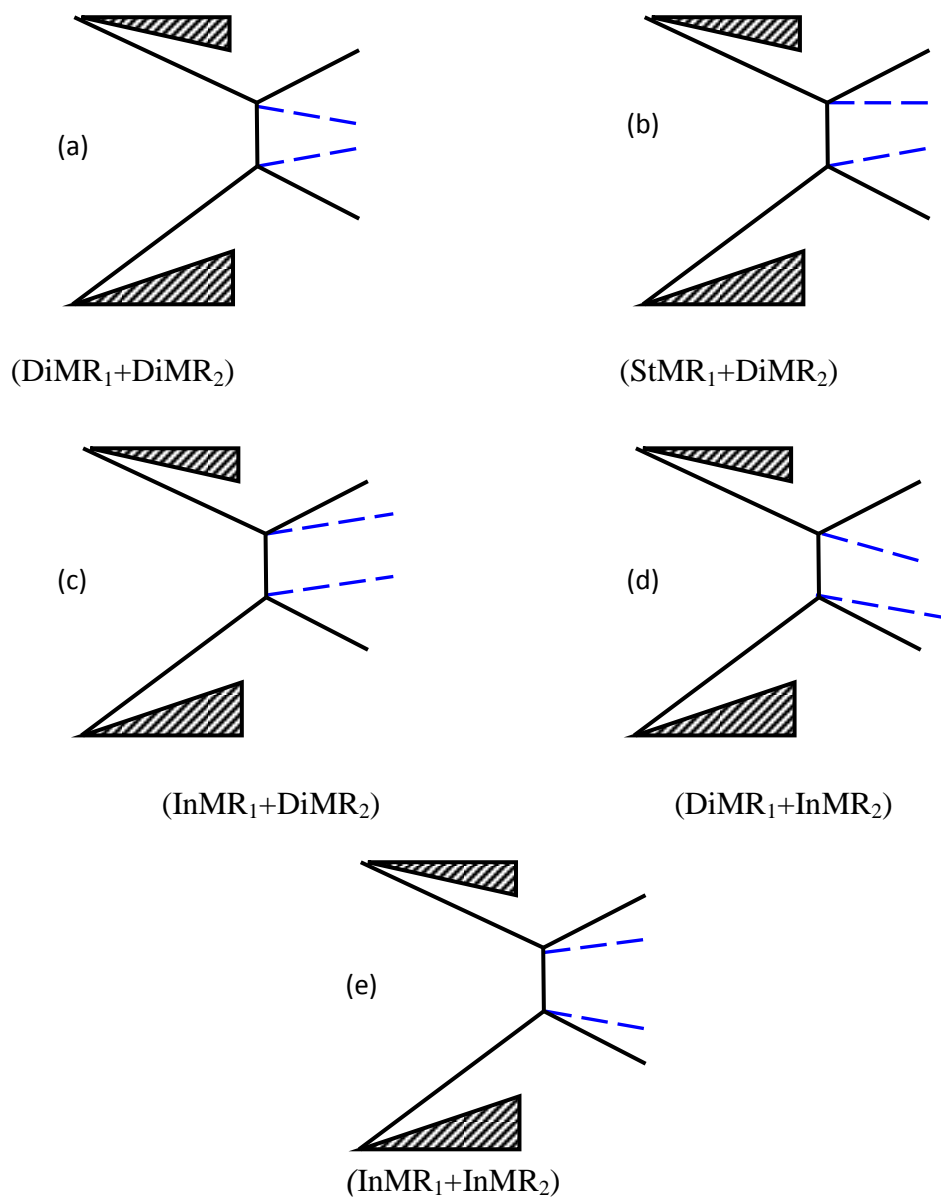


Figure 1.19: Vue schématique des trois types de réflexions de Mach dans le cas dissymétrique

1.6. Critères de transitions

Les polaires de chocs ont déjà permis d'étudier les conditions d'existence de la réflexion régulière et de la réflexion de Mach. Le passage entre ces deux réflexions peut également être analysé et interprété à l'aide de ces polaires de chocs. Trois valeurs particulières de la déviation de l'écoulement existent, caractérisant chacune un critère de transition.

1.6.1 critère de Von Neuman

En partant de la réflexion régulière (RR) et en augmentant l'angle de déflexion θ , il existe une valeur particulière θ_N pour laquelle les polaires (I) et (R_1) et (R_2) se croisent sur l'axe des pressions. Le point (N), point de Neumann est caractérisé par l'existence de deux

configurations possibles donnant, pour une même déviation globale nulle de l'écoulement, un rapport de compression identique par l'intermédiaire, soit de deux chocs faibles (RR), soit d'un seul choc de type normal.

Cette situation correspond à l'un des critères proposé pour le passage de la réflexion régulière à la réflexion de Mach (MR). Ce critère a été suggéré dès les années quarante par Von Neumann, puis a été réintroduit par Hornung & al. [10] sous le nom de critère de l'équilibre mécanique.

1.6.1.1 Cas symétrique

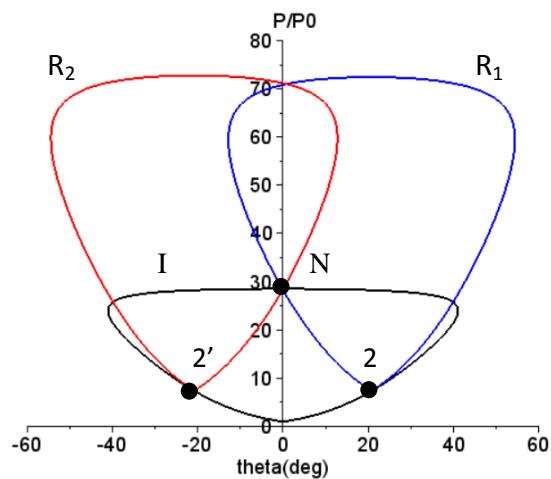


Figure 1.20 : Représentation polaire du critère de Von Neumann, cas symétrique à $\theta_1=\theta_2=20.8^\circ$ pour $M=4.96$.

1.6.1.2 Cas dissymétrique

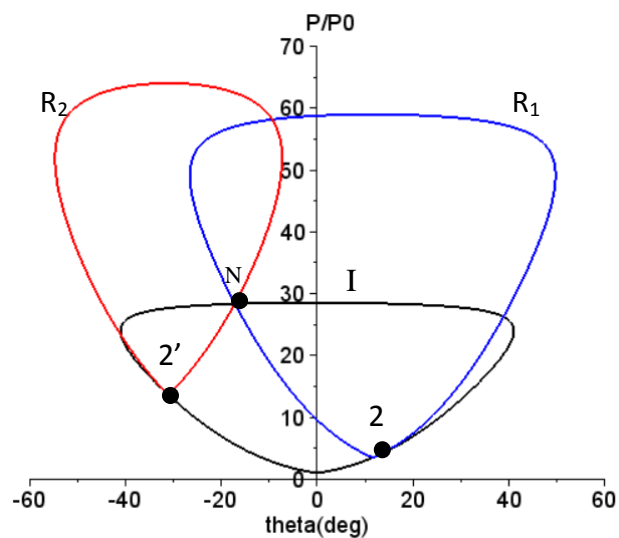


Figure 1.21: Représentation polaire du critère de Von Neumann cas dissymétrique à $\theta_1=11.6^\circ$ et $\theta_2=31^\circ$ pour $M=4.96$.

Cette transition possible se fait, en effet, sans discontinuité de pression et peut se formuler mathématiquement de la façon suivante:

$$\theta_1 - \theta_2 = \theta_3 = 0$$

Ce critère est caractérisé par la donnée de la valeur de l'angle de déviation de l'écoulement $\theta_N(M_0, \gamma)$ et la valeur de l'angle de choc incident correspondant, $\delta_i^N(M_0, \gamma)$.

1.6.2 Critère de détachement

Pour une valeur plus élevée de l'angle de déflexion de l'écoulement, la polaire (R) devient tangente à l'axe des pressions. Cette situation correspond à la limite au-delà de laquelle il n'existe plus de solutions pour un choc oblique réfléchi attaché.

$\theta_D(M_0, \gamma)$ est donc la déviation maximale au-delà de laquelle toute réflexion régulière est impossible. Cette limite a été proposée comme autre critère de passage entre les réflexions RR et MR et porte le nom de critère de détachement. Sa formulation mathématique est la suivante

$$\theta_1 - \theta_D = 0$$

L'angle de choc incident correspondant est noté $\delta_i^D(M_0, \gamma)$

1.6.2.1 Cas symétrique

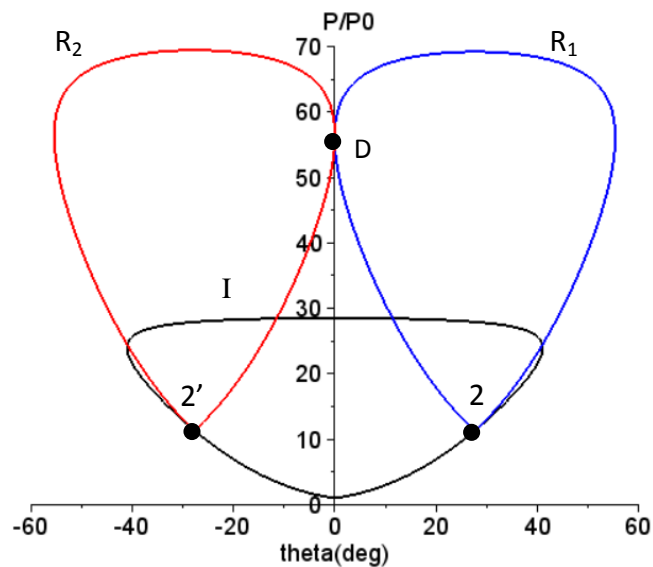


Figure 1.22 : Représentation polaire du critère de détachement à $\theta_1 = \theta_2 = 27.7^\circ$ pour $M = 4.96$.

1.6.2.2 Cas dissymétrique

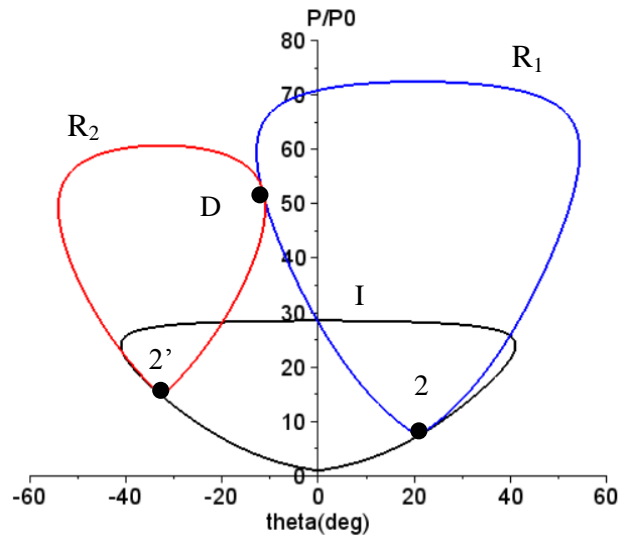


Figure 1.23 : Représentation polaire du critère de détachement à $\theta_1=33^\circ$ et $\theta_2=20^\circ$ pour $M=4.96$.

1.6.3 Critère sonique

On peut également citer un troisième critère, le critère sonique, très proche du critère de détachement. Cette limite correspond à la situation où l'écoulement à l'aval du choc réfléchi devient subsonique. L'angle du choc incident correspondant est noté δ_i^S et on peut noter que ces deux critères sont très proches l'un de l'autre et, sur le plan expérimental, il est très difficile de les distinguer. Par la suite, on se référera donc au critère de détachement.

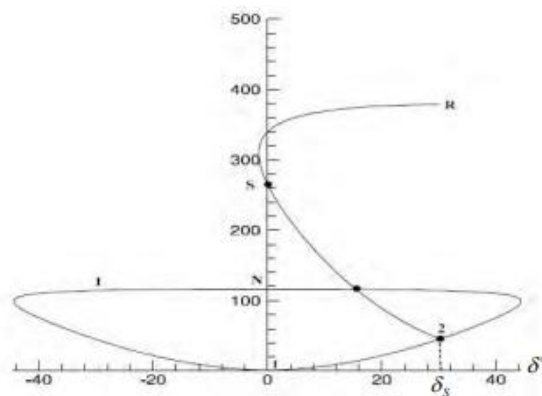


Figure 1.24 : Représentation polaire du critère sonique.[24]

1.6.4 Zone duale

Les angles de chocs limites correspondant aux critères de Von Neumann δ_i^N et de détachement δ_i^D sont des fonctions du nombre de Mach amont M_0 et du rapport des chaleurs spécifiques γ . Les évolutions de ces angles limitent, en fonction du nombre de Mach de l'écoulement à l'infini amont, sont représentées sur la figure I-22, pour $\gamma = 1,4$. La transition

ver le critère mécanique, se fait lorsque le saut de pression à travers les deux chocs est égal au saut de pression à travers un choc normal. Le second la transition correspond à la limite de la solution régulière : Courant & al. [11]. On peut distinguer trois zones :

- Pour $\delta_i < \delta_i^N$, seule la réflexion régulière est possible.
- Pour $\delta_i < \delta_i^D$, seule la réflexion de Mach est possible.
- pour $\delta_i^N < \delta_i < \delta_i^D$, les deux solution sont possible, cette zone est appelée zone duale.

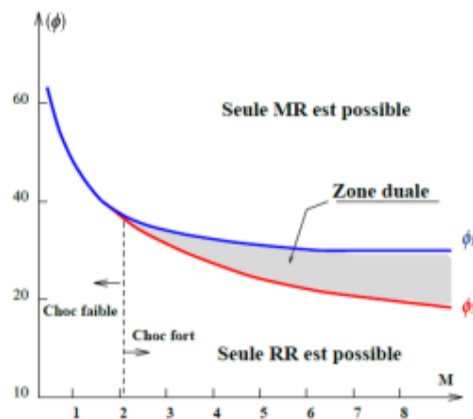


Figure 1.25: Evolution des critères de transition dans le plan (M, ϕ) . [15]

On remarque sur la figure (1.25), que l'angle de transition relatif au critère de détachement δ_i^D est toujours supérieur à l'angle de transition mécanique δ_i^N . De plus, pour des nombres de Mach élevés la différence entre les deux angles peut aller jusqu'à 10° . Il est important de signaler que la figure (1.25), est purement qualitatif.

Hornung & al. [17] a émis l'hypothèse selon laquelle la transition donnait lieu à un phénomène d'hystérésis. Les travaux théoriques de Ben-Dor [4], les résultats expérimentaux de Chpoun & al. [6] ainsi que les calculs numériques d'Ivanov & al. [12] viennent soutenir cette hypothèse. En effet, les angles de transition sont différents suivant la rotation du système générateur de choc autour d'un angle initial donné. Il y a une sensibilité de la transition à la variation d'angle du choc.

Jusqu'à présent aucune étude n'a été faite pour voir l'influence des différents paramètres tels que la mémoire de l'écoulement (conditions initiales), les effets 3D, les perturbations amont ou aval (turbulence, acoustique....)

1.7. Phénomènes d'hystérésis

Il a été confirmé expérimentalement l'existence d'un phénomène d'hystérésis se produisant dans la zone duale lors du passage d'une réflexion régulière à une réflexion de Mach et inversement. Ce phénomène peut apparaître suite à différentes conditions :

- Augmentation puis diminution de l'angle du choc incident
- Emploi de différentes conditions initiales selon l'historique de l'écoulement (Champ initial uniforme, amorçage rapide).

I.7.1 Hystérésis en angle

Les critères de transition associés aux deux types d'interférences définissent une zone duale dans laquelle la réflexion régulière et la réflexion de Mach sont, en théorie, possibles.

Cette zone duale est représentée sur la figure I.25 dans le plan (M_0, θ) , et dans le plan (M_0, δ) δ et θ désignant respectivement l'angle de choc incident et l'angle de déviation de l'écoulement. Cette zone est d'autant plus large que le nombre de Mach est élevé.

Les lignes associées aux critères de Von Neumann et de détachement divisent ces plans en trois parties :

- Un domaine dans lequel seule la réflexion régulière est possible ($\theta < \theta_N, \delta < \delta_N$)
- Un domaine pour lequel seule la réflexion de Mach est possible ($\theta > \theta_D, \delta > \delta_D$)
- Un domaine dans lequel les deux types de réflexion sont possibles

$$\theta_N < \theta < \theta_D, \delta_N < \delta < \delta_D$$

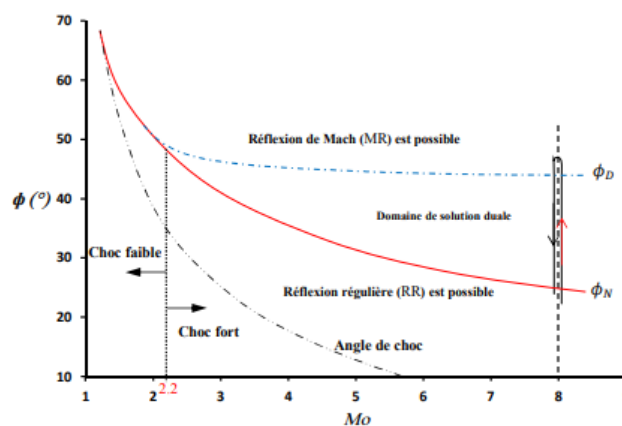


Figure 1.26 : Domaines de réflexions des ondes de chocs dans le plan nombre de Mach-angle de choc (M_0, θ) [15]

L'existence de conditions au-delà desquelles la réflexion régulière ou la réflexion de Mach sont impossibles et l'existence de la zone duale, a conduit Hornung & al. [17] à faire l'hypothèse de l'existence d'un phénomène d'hystérésis lors de la transition réflexion régulière - réflexion de Mach.

Ce phénomène s'explique simplement. Si l'on choisit un point de départ situé dans la zone où seule la réflexion régulière est possible ($\theta < \theta_N$, et si l'on augmente alors l'angle de déviation de l'écoulement, la réflexion régulière doit se maintenir jusqu'au critère de détachement. Au-dessus de cette valeur, la réflexion régulière est impossible et la transition RR/MR vers la réflexion de Mach doit s'effectuer.

Si l'on diminue maintenant l'angle de déviation de l'écoulement, la transition inverse MR/RR doit avoir lieu lorsque le critère de Von Neumann est atteint. En deçà de cette valeur, la réflexion de Mach est effectivement impossible.

Suivant le sens de variation, la transition entre les deux types de réflexion ne s'effectue donc pas pour la même valeur d'angle. Ce phénomène d'hystérésis dépend donc de la variation de l'angle de déviation de l'écoulement.

I.7.2 Hystérésis en Mach

Il existe une deuxième façon d'observer le phénomène d'hystérésis. La transition entre les deux types de réflexion est alors étudiée en faisant varier l'angle de choc incident δ par variation du nombre de Mach amont M_0 , l'angle de déviation de l'écoulement θ restant cette fois-ci constant.

Pour mieux comprendre ce phénomène, il est plus simple de représenter les critères de Von Neumann et de détachement non plus dans le plan (M_0, δ) , mais dans le plan (M_0, θ) . Il est alors possible, pour un angle de déviation donné, et par décroissance puis croissance du nombre de Mach de traverser entièrement (chemin 1) ou en partie (chemin 2) la zone duale, révélant ainsi un phénomène d'hystérésis.

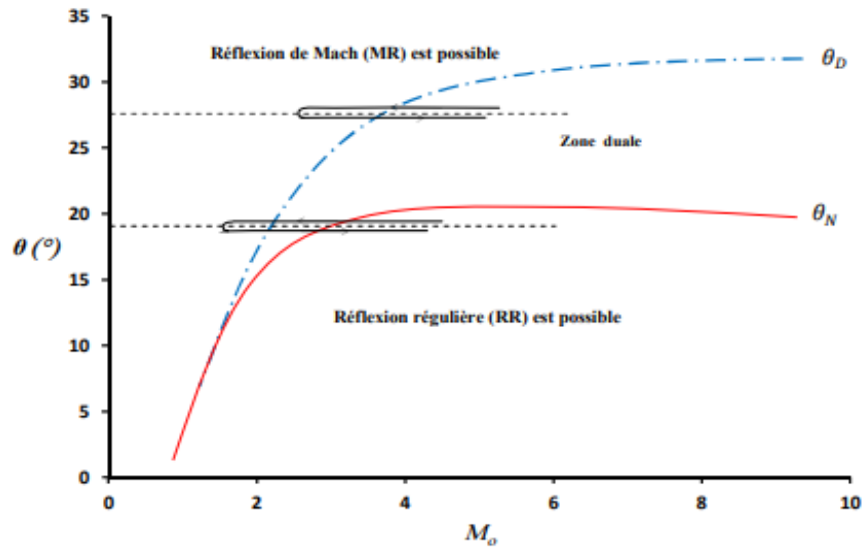


Figure 1.27 : Domaines de réflexions des ondes de chocs dans le plan nombre de Mach-angle de déflexion (M_o, θ). [15].

Ce phénomène suggéré par la théorie n'a été que très peu étudié jusqu'à présent. Récemment, des calculs numériques d'Onofri & al. [18] et Ivanov & al. [19]. Basés sur la résolution des équations d'Euler ont vérifié l'existence de cette hystérésis, mais il n'a jamais été mis en évidence expérimentalement. Pour ce faire, il faudrait en effet pouvoir disposer d'une soufflerie dans laquelle il serait possible de faire varier le nombre de Mach pendant la rafale, reproduisant ainsi les conditions rencontrées par une entrée d'air, à géométrie fixe, d'un véhicule supersonique en vol réel

I.7.3 Hystérésis en déplacement

Le troisième type de phénomène d'hystérésis d'ondes de choc c'est l'hystérésis en déplacement, une étude a été effectuée dans le cas de déplacement des deux cônes coniques, il y a deux boucles d'hystérésis sont obtenues. Cette boucle s'induit si l'on déplace l'un des cônes suivant l'axe le long de direction de l'écoulement ensuite en faisant le sens inverse de déplacement du cône mobile. Cette étude est effectuée dans le cas où le nombre de Mach et l'angle de choc sont constants.

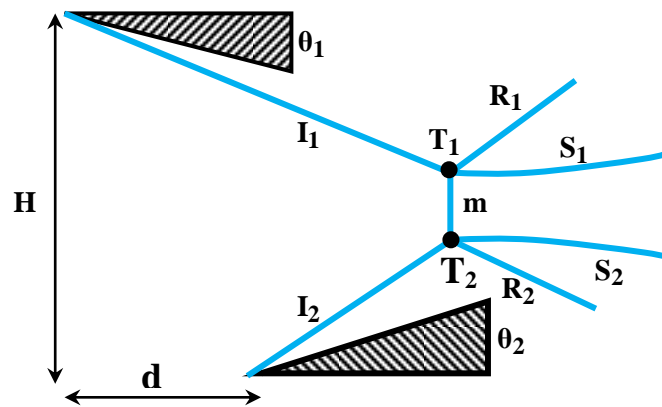


Figure I.28: Vue Schématique de l'interaction Mach pour le cas de déplacement du cône inférieur.

I.7.4 Autres phénomènes d'hystérésis :

En complément à ces deux phénomènes, de récentes études ont également mis à jour deux nouvelles boucles d'hystérésis. La première peut se produire si l'on augmente puis l'on diminue la pression aval, Ben-Dor & al. [20] [21].

La seconde, mise en évidence numériquement par Vuillon & al. [22] et expérimentalement par Sudani & al. [23], est obtenue en gardant le nombre de Mach et l'angle de choc constants et en faisant varier le rapport de forme de l'entrée d'air.

Référence du chapitre 01

- [1] G. Ben-dor, 1988. Steady, Pseudo-Steady and Unsteady shock wave reflections. Prog. Aerospace Sci. Vol. 25, p. 329-412.
- [2] Edney B. Anomalous heat transfert and pressure distribution on blunt bodies at hypersonic speeds in the presence of impinging shock. FFA Report n°115, 1968
- [3] Hornung H. G. Ortel H. et Sandeman R. J. (1979). Transition to Mach reflection of schok waves in steady and pseudosteady flow with and without relaxation, J. Fluid Mechanics 90 : 541-560,.
- [4] Ben-Dor.G. (1991). Shock wave reflection phenomena, Springer-Verlag.
- [5] Li H, Chpoun A, Ben-Dor. G, 1999. Analytical and experimental investigations of the reflection shock wave in steady flows. J. Fluid Mech, 390 : p. 25-43.
- [6] Chpoun.A. Passerel. D. and Ben-Dor. G. (1996). Stability of regular and Mach reflection wave configurations in steady flows. AIAA Journal, VOL.34, No.10
- [8] Ivanov M S, Ben-Dor G, Elperin T, Kudryavtsev A N, Khotyanovsky D V, 2002. The reflection of asymmetric shock waves in steady flow: a numerical investigation. J. Fluid Mech, 469 : p. 71-87.
- [9] Zeitoun D, Burstchell Y, Druguet M C, 2000. Hysteresis effect at the RR \Leftrightarrow MR transition in high speed flows. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS: Barcelona, p. 11-14.
- [10] Hornung H. G. et Robinson M. L. (1979). Transition form regular to Mach reflection of schok waves. J. Fluid Mechanics, 123-155..
- [11] Courant.R. Friedrichs. K.O. (1948). Supersonic flow and shock waves, Wiley Interscience, NewYork.
- [12] Ivanov. M. S. Gimelshein. S. F. and A. Beylich. E. (1995). Hysteresis effect in stationary reflection of shock waves, Phys. Fluids 7 (4).
- [13] Ben-Dor G., Shock Wave Reflection Phenomena. 2^{ème} édition, Springer, USA, 342p
- [14] BENDERRADJI Razik, 2015. Schémas de capture de choc et interférence des ondes de choc : phénomène d'hystérésis. Thèse de Doctorat : énergétique. Université des Frères Mentouri, 155p
- [15] GOUIDMI Hamza, 2015. Etude De L'interaction Choc/Choc Des Ecoulements Dans Une Tuyère. Thèse de Doctorat : énergétique. Université des Frères Mentouri, 209p.
- [16] TIGHEZZA Azzeddine et GOUADER Waheb, 2019. Etude numérique de phénomène d'interaction entre deux ondes de chocs d'intensité différente. Mémoire de Master : énergétique. Université Mohamed El Bachir El Ibrahimi Bordj Bou Arreridj, 58p
- [17] Hornung H. G. Ortel H. et Sandeman R. J. (1979). Transition to Mach reflection of schok waves in steady and pseudosteady flow with and without relaxation, J. Fluid Mechanics 90 : 541-560, .
- [18] Onofri M. and Nasuti F. (1999). Theoretical considerations on shock reflections and their implications on the evaluation of air intake performance. Proc. 22nd Intl. Symp. Shock Waves. Imperial College, London, UK, july 18-23.
- [19] Ivanov M.S. Ben-Dor G. Elperin T. Kudryavtsev A.N., Khotyanovsky D. (2001). FlowMach-Number-Variation-Induced hysteresis in steady shock wave reflections. AIAA Journal, Vol. 9, n°5, pp. 972-974.
- [20] Ben-Dor G., Elperin T., Li H. and Vasiliev E. (1999). (The influence of the downstream pressure on the shock wave reflection phenomenon in steady flows. J. Fluid Mech. vol. 386, pp. 213-232.
- [21] Ben-Dor G., Elperin T. Li H. and Vasiliev E. (1999). Shock wave reflection phenomenon in steady flows: the influence of the downstream pressure. Proc. 22nd Intl. Symp. Shock Waves,

Imperial College, London, UK, July 18-23.50.

[22] Vuillon J. Zeitoun D. Ben-Dor G. (1995). Reconsideration of the oblique shock wave reflections in steady flows. Part 2. Numerical investigation. *J. Fluid. Mech.*, Vol. 301, pp. 37-50.

[23] Sudani N. Sato M. Watanabe M., Noda J. Tate A., and Karasawa T. (1999). Three Dimensional Effects on shock Wave Reflections in steady Flows. AIAA 99-0148.

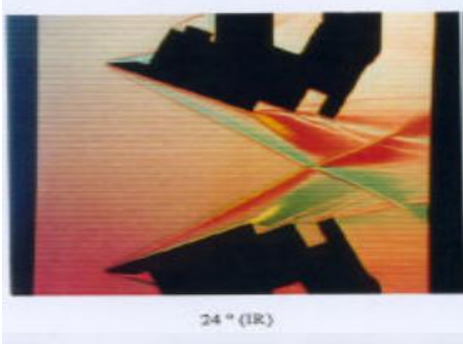
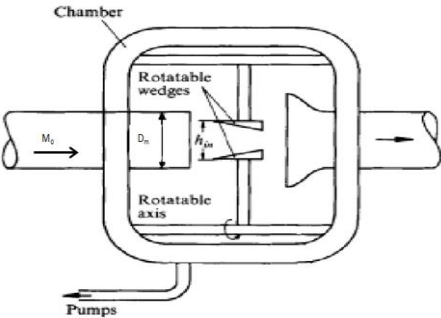
[24] Durand. A. (2002). Phénomènes d'hystérésis dans les interférences de choc, en écoulements stationnaires supersonique et hypersonique. Thèse de doctorat de l'université d'Orléans

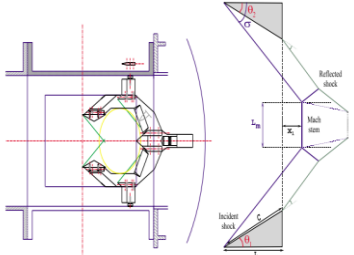
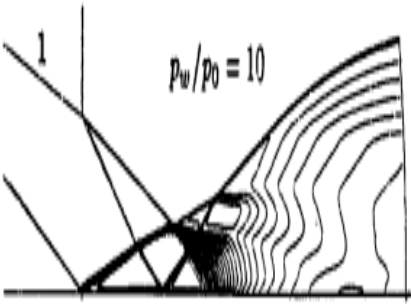
Chapitre

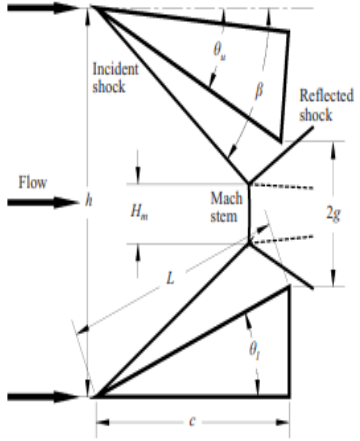
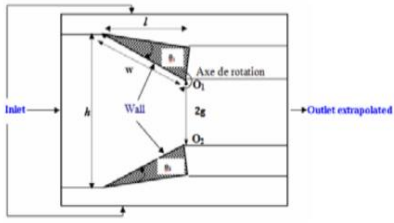
02

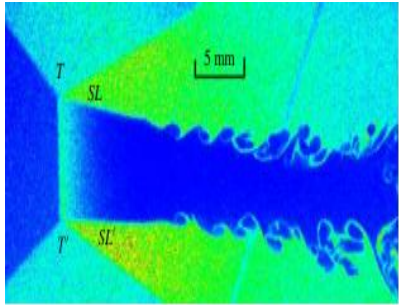
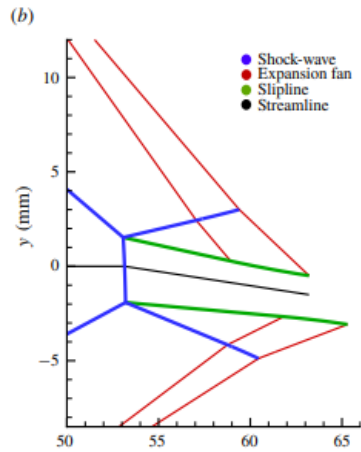
Chapitre 2

Recherche bibliographique

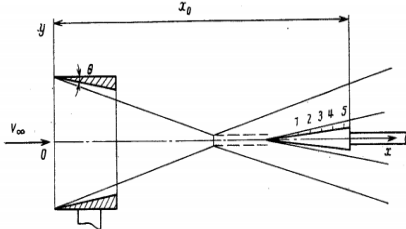
Auteur(s)	Etude /cas	Configuration	Paramètres	Observations
A.chpoun [1]	Expérimentale et théorique/ asymétrique		<p>-Les conditions aux limites pour une interaction de Mach sont :</p> $\theta_1 - \theta_3 = \delta_1$ $\theta_2 - \theta_4 = \delta_2$ <p>-θ_1 est fixé 22° -θ_2 variable de 17° à 33°</p>	<p>- θ_1 fixé et θ_2 a été diminué à partir d'une configuration de mach jusqu'à l'obtention d'une configuration régulière en sens inverse -la transition RR-MR a lieu d'une manière brutale entre 30° et 32° -la transition MR-RR s'effectue entre 21° et 20° - les deux configurations d'interaction sont obtenues.</p>
A.chpoun et al.[2]	Expérimentale		<p>-$M_0=4,96$ -$D=125$ mm -$P_i=8,5$ bar -$T_i=453$ k -$R_e=1,3*10^7$ m⁻¹</p>	<p>-une étude expérimentale concernant :</p> <p>-Une hystérésis existe dans la transition RR→MR alors que la transition MR →RR se produit au critère de Von Neumann $\Leftrightarrow \omega_i^T$ (MR-RR)= ω_i^N. -la transition inverse RR-MR peut se produire n'importe où à l'intérieur de domaine double $\omega_i^N \leq (RR-MR) \leq \omega_i^D$.</p>

Auteur(s)	Etude /cas	Configuration	Paramètres	Observations
A.durand et al (2001) [3].	Expérimentale et numérique		<p>-D=500 mm -M entre 2.83 à 4.6 -temps 60 s -T= 267.9k -295k -P=505 kPa -558 kPa -Re entre $1,8 \cdot 10^7$ et $5,3 \cdot 10^7$</p>	<p>-il existe une gamme d'angle d'incidence pour lesquels les deux types de réflexion sont possibles. -l'effet des variations du Mach sur la conjugaison de la réaction de l'onde de choc ont été même dans l'étude expérimental et numérique. - les présentes simulations numériques ont mis en évidence le phénomène d'hystérésis dans les réceptions de choc. -dans les expériences, les deux transitions de la réaction régulier a la réaction de Mach et inversement.</p>
Gabi Ben-Dor (1997).[4]	Analytique, Expérimentale, et numérique		<p>$M_0=4,96$ $\omega_i = 29.5^\circ$ p_w/p_0 entre 10 et 22</p>	<p>-la réflexion régulière est théoriquement impossible dans le domaine $\omega_i < \omega_i^D$. - la réflexion de Mach est théoriquement impossible dans le domaine $\omega_i < \omega_i^N$. -A l'intérieur du domaine de solution double $\omega_i^D \leq \omega_i \leq \omega_i^N$, les réflexions RR et MR sont stable. -la transition RR MR peut avoir bien n'importe où à l'intérieur du domaine a doublé solution -il y a une hystérésis dans la transition RR MR. -la configuration d'onde finalement établie à l'intérieur du domaine a doublé solution -les paramètres géométriques et des effets de pression en aval. -une hystérésis induite par la pression en aval a été trouvée.</p>

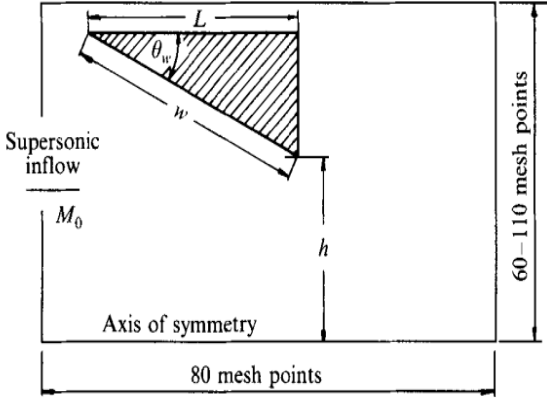
Auteur(s)	Etude /cas	Configuration	Paramètres	Observations
Soudani et al (2002). [5]	Expérimentale		<p>*En utilisant une combinaison de deux cônes les réflexions d'onde de choc dans des écoulements supersonique stationnaire</p> <p>$M=4,015$ $W=22.9^\circ$ $I=22.6^\circ$ $w/h = 1.09-1.41$ et 1.68</p>	<ul style="list-style-type: none"> -il a été prouvé expérimentalement par un arrangement symétrique que RR et MR sont possible dans le domaine de la double solution pour différents modèles de rapport d'aspect. -les données de visualisation de l'écoulement produit à l'aide de la technique de l'écran de vapeur. -la stabilité de la réflexion régulière dans le domaine de la double solution est discuté. - les effets des perturbations du flux libre sont examinés expérimentalement. -la transition de RR et MR peut se produire à n'importe quel rapport d'aspect d'entrée. -le rapport d'aspect de l'entrée a' aucun effet sur la transition à condition qu'il soit suffisamment élevé.
B.Razik et al (2015) [6].	Numérique		<p>$M=4.96$ $T=76.5$ $P=1683$ $CFL=0.5$ Fluide : air θ_i fixe 25° θ_s variable de 12.5° à 36°</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Une étude numérique concernant l'interaction de deux chocs obliques asymétriques a été réalisée -Une zone duale où les deux configurations de choc RR / MR peut se reproduire a été mise en évidence. -Une réflexion de Mach inverse a été obtenue numériquement pour la première fois dans un supersonique stable.

Auteur(s)	Etude/ cas	Configuration	Paramètres	Observations
Yuan Tao, et al (2017) [7]	Théorique, Expérimental/ asymétrique.		$M_\infty = 4.$ $P_\infty = 101 \text{ K.}$ $\omega_s = 25.7^\circ.$ $\omega_i = 20.9^\circ.$	<ul style="list-style-type: none"> -les configurations globales des ondes de réflexion régulière peuvent être bien établies par le modèle actuel. -d'autre part, il est quelque peu impuissant à prédire les configurations globales des ondes de réflexion de Mach en utilisant le modèle analytique. -le modèle de réflexion symétrique a été étendu à un modèle asymétrique
Shobhan Roy and Rajesh Gopalpillai [8]	Analytique/ asymétrique		$M = 4.96$ $\omega_s = 28^\circ$ $\omega_i = 18^\circ$	<ul style="list-style-type: none"> -le modèle prédit avec succès le profil des ondes et les interactions entre les ondes dans les configurations OMR. -les effets de l'ignorance des secondaires dans le présent modèle ont des nombres de Mach très élevés et doivent être étudiés de manière plus approfondie. -les hauteurs de tige de Mach asymétrique ont été calculées pour différents types de configurations OMR. - le critère de Von Neumann est satisfait exactement par le modèle actuel pour les deux cas. -le profil de la tige de Mach est bien capturé dans tous les cas, y compris le MR inverse -la réflexion régulière est théoriquement impossible dans le domaine ω_i

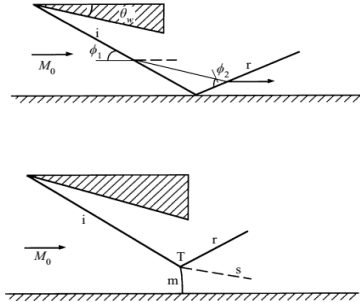
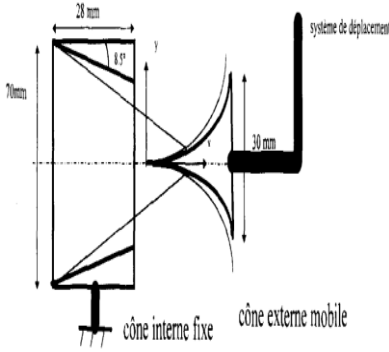
Chapitre 02 : Recherche bibliographique

Auteur(s)	Etude/ cas	Configuration	Paramètres	Observations
<p>A.V.Krasil'nikov (1990) [9]</p>	<p>Expérimentale/ Axisymétrique</p>		<p>$M_{\infty} = 4.67$ $P_0 = 6$ ou 10Atm $\theta_{\text{cone}} = 7^\circ$ $D_{\text{cone}} = 38 \text{mm}$ $R = 4$</p>	<p>Les caractéristiques de la propagation des ondes de choc dans les suspensions gazeuses homogènes mono dispersées ont été étudiées en détail mais les lois de la propagation des ondes dans les milieux poly dispersés inhomogènes ont reçu comparativement peu d'attention.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Lorsque les ondes de choc traversent des couches d'une suspension gazeuse avec des lois de variation de la concentration de particules croissantes et décroissantes respectivement, une amplification et une atténuation des ondes sont observées. -Lorsque les ondes de choc traversent des suspensions gazeuses avec une loi de variation périodique de la concentration en particules, la pression est réduite. -Les solutions correspondant à des suspensions gazeuses poly disperses et mono disperses avec une taille effective de particule sont examinées. Les solutions de non-équilibre et d'équilibre thermodynamique sont comparées.

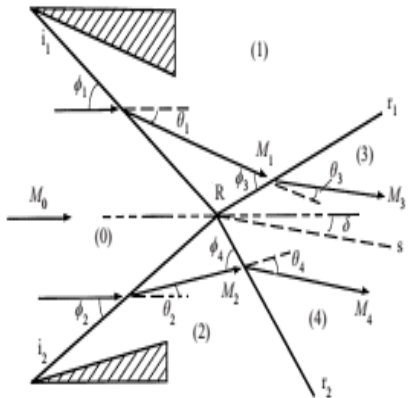
Auteur(s)	Etude et le cas	Configuration	Paramètres	Observations
<p>A. Chpoun. G. Ben-Dor (1995) [10]</p>	<p>Numérique</p>		<p>$M_0=4.96$ $W_i= (30.9^\circ ; 37..2^\circ)$ $W_i^D = (39.3^\circ)$ $T= 453 \text{ K}$ $P=8.5 \text{ bar}$</p>	<p>-Une étude numérique a été réalisée pour étudier la transition $RR \leftrightarrow MR$ dans des écoulements stables sur des surfaces droites. Les résultats numériques confirment les principaux résultats expérimentaux Chpoun et al. (1995) et contredisent les rapports précédents sur le sujet :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Une hystérésis existe dans la transition $RR \leftrightarrow MR$. • Les configurations d'ondes de réflexion régulières sont stables dans la zone duale • Les solutions numériques des écoulements qui contiennent l'interaction et la réflexion des ondes de choc, dépendent des conditions initiales de l'écoulement. Il convient donc d'analyser le rôle des solutions numériques sur les conditions initiales d'écoulement.

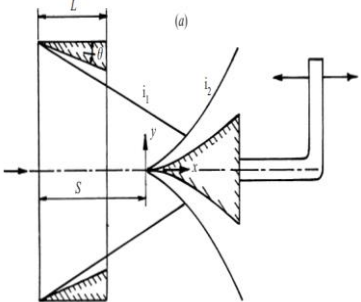
Auteur(s)	Etude / cas	Configuration	Paramètres	Observations
<p>J.VUILLON et al (1995) [11]</p>	<p>Numérique</p>	 <p>The diagram shows a supersonic flow over a wedge. The flow is symmetric about a horizontal axis. A supersonic inflow with Mach number M_0 enters from the left. The wedge has a half-angle θ_w and a length L. The height of the flow domain is h. The computational domain is discretized with 80 mesh points horizontally and 60-110 mesh points vertically.</p>	<p>M_0 variée $h/L = 0.37$ $T = 0$ θ_w variée $\gamma = 1.4$</p>	<p>Une étude numérique des réflexions d'ondes de choc stables dans le domaine de la double solution.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Les configurations d'ondes de réflexion régulières sont stables dans ce domaine. • Sur la base du principe de production d'entropie minimale, les configurations d'ondes de réflexion régulières devraient être stables dans la plupart des domaines duaux. Devraient être stables dans la plupart des domaines à double solution. • la configuration d'onde stable résultante peut être soit une configuration de Mach, soit une réflexion régulière, selon que l'aire de section transversale de sortie h est inférieure ou supérieure à l'aire de section transversale critique, h_{tr} à laquelle la transition $MR \leftrightarrow RR$ s'est produite. <p>Il a été montré que dans le domaine où, théoriquement, seules les configurations d'ondes de réflexion Mach sont possibles, les configurations d'ondes établies numériquement étaient effectivement des réflexions de Mach dans toute la gamme $h_{min} < h < h_{max}$</p>

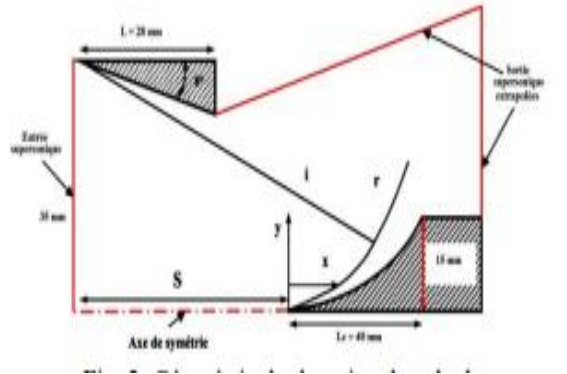
Chapitre 02 : Recherche bibliographique

Auteur(s)	Etude / cas	Configuration	Paramètres	Observations
<p>H. LI G.BEN-DOR (1997) [12]</p>			<p>M_0 variée $H_t/L=0.37$ $\theta_w=25^\circ ; 28^\circ$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Les hauteurs des tiges de Mach sont uniquement déterminées par la configuration géométrique. • le point auquel la hauteur de la tige de Mach atteint zéro est exactement à la condition de transition de Von Neumann.
<p>A CHPOUN et al (1998) [13]</p>	<p>Expérimentale/axi symétrique</p>		<p>$M_0 = 4,96$ $Re = 13 \times 10^7 .m^{-1}$ $V=870 \text{ m/s}$ $P=1683\text{Pa}$ $T=76.5 \text{ K}$ $H=70 \text{ mm}$ $L=28 \text{ mm}$ $H_c=30 \text{ mm}$</p> <p>-Déplacement du cône curviligne x sur l'axe ox.</p>	<p>Le phénomène d'Interaction d'ondes de choc coniques, l'une droite et l'autre curviligne est étudié, ils ont tiré quelques remarques suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pour un déplacement du cône curviligne sur l'axe x d'écoulement et pour la même configuration géométrique, trois types d'interactions sont observées : <ul style="list-style-type: none"> - Interaction régulière (IR) - Interaction de Mach (IM) - Un nouveau type d'interaction a été observé pour la première fois c'est VMI (Interaction de Mach visqueuse). • Deux boucles d'hystérésis ont été observées (VMI \rightarrow IM \rightarrow IR \rightarrow VMI) et (IM \leftrightarrow IR). <p>Puis elles sont suivies par les phénomènes de transitions : (VMI \rightarrow IM et IM \rightarrow IR et IR \rightarrow VMI).</p>

Chapitre 02 : Recherche bibliographique

Auteur(s)	Etude / cas	Configuration	Paramètres	Observations
H .LI et al (1999) [14]	Analytiques/ expérimental/ asymétrique		$M_0 = 4.96$ $\theta_1 = 25^\circ$ $\theta_2 = \text{variée}$	<p>La réflexion d'ondes de choc asymétriques dans des écoulements stables a été étudiée à la fois analytiquement et expérimentalement. Alors que l'analyse était bidimensionnelle, les expériences n'étaient pas purement bidimensionnelles puisqu'elles étaient contaminées par des effets de bord tridimensionnels. Effets de bord tridimensionnels.</p> <ul style="list-style-type: none"> - L'étude analytique : - La configuration globale de l'onde peut être soit une réflexion régulière (RR), soit une réflexion de Mach (MR). - On a émis l'hypothèse qu'une hystérésis pouvait exister dans la configuration RR → MR → RR. - Il existe deux configurations de réflexion de l'onde de choc, à savoir une réflexion inverse-Mach et une réflexion régulière forte. Ces configurations d'ondes de réflexion n'existent pas dans la réflexion des ondes de choc symétriques. - L'étude expérimentale : - ont révélé une hystérésis dans le RR → MR → RR processus. La concordance entre les résultats analytiques et expérimentaux concernant Les angles de transition RR↔MR et les angles d'onde d'une réflexion inverse Mach.

Auteur(s)	Etude /cas	Configuration	Paramètres	Observations
<p>G. BEN-DOR et al (2001) [15]</p>	<p>Expérimental /numérique /axisymétrique</p>		<p>$M_0=4.96$ X variée $P_{air}= 8.5 \text{ bar}$ $T_{air}= 453 \text{ K}$ $V_{jet}= 870 \text{ ms}^{-1}$ $P_{jet}= 1683 \text{ Pa}$ $T_{jet}= 76.5 \text{ K}$</p>	<p>L'interaction de deux ondes de choc coniques, l'une convergente et rectiligne et L'autre divergente et curviligne, dans un écoulement axisymétrique a été étudiée à la fois expérimentalement et numériquement.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Expérimentalement : <ul style="list-style-type: none"> -Une hystérésis à double boucle a été découverte, Elle se compose d'une boucle majeure, associée à l'interaction entre la couche limite et la configuration des vagues, et d'une boucle mineure, associée au phénomène de double solution, qui est connu pour être non dépendant de la viscosité. -une hystérésis dans un champ d'écoulement qui, par définition, était exempt d'effets tridimensionnels. - Numériquement : <ul style="list-style-type: none"> -Les calculs numériques d'Euler n'ont pas permis, comme prévu, de détecter la boucle d'hystérésis majeure dépendant de la viscosité,mais ont réussi à obtenir la boucle d'hystérésis mineure non visqueuse. -Multiples boucles d'hystérésis mineures, associées à l'interaction entre la configuration de l'onde de choc et le bord du cône mobile curviligne. -les boucles d'hystérésis mineures impliquaient des configurations d'ondes MR avec différents schémas d'écoulement. - dans les cas où le schéma d'écoulement global consistait en une configuration d'ondes de réflexion Mach. L'onde de choc réfléchie, qui émergeait du point triple inférieur vers la surface du cône mobile, s'est réfléchie à partir de celui-ci sous la forme d'une réflexion régulière. - Les ondes de compression étaient réfléchies comme D'expansion, et les ondes d'expansion réfléchies comme des ondes de compression. <ul style="list-style-type: none"> - En raison de la mauvaise résolution le long de la surface du cône mobile, les boucles d'hystérésis mineures multiples, qui ont été trouvées numériquement, n'ont pas été observées expérimentalement. <p>Par conséquent, la présente étude fournit un exemple clair de l'avantage des simulations numériques sur les expériences réelles lorsque des détails très fins du champ d'écoulement sont nécessaires.</p>

Auteur(s)	Etude /cas	configuration	paramètres	observation
H. Gouidmi et al (2016) [16]	Numérique /axisymétrique		<p>Fluide : air Mach variable $T=76.5K$ $P=1683 Pa$ $\theta =8,5^\circ$ de cône droit $X=0.1$</p>	<p>-Les phénomènes de transition des réflexions de chocs sont bien observés</p> <p>-La transition de RR→MR, de MR→RR, est observée pour le calcul non-visqueux et de RI→DMR, de DMR→RI et de DMR→VMI, pour le calcul visqueux.</p> <p>-leurs résultats sont comparables avec ceux trouvés théoriquement et numériquement en littérature</p>

Reference du chapitre 02

- [1] A. Chpoun, Réflexion et interaction d'ondes de choc : développements récents, Laboratoire d'Aérodynamique du CNRS 1C, Av. de la Recherche scientifique 45077 Orléans, p 1-4
- [2] Chpoun A, Passerel D, Li H, Ben-Dor G, 1995. Reconsideration of oblique shock wave reflections in steady flows. Part 1. Experimental investigation. *J. Fluid Mech*, 301 : p. 19-35
- [3] A. Durand, B. Chanetz, T. Pot, D. Cartigny, E. Széchényi, A. Chpoun, 2001. Experimental and numerical investigations on Mach hysteresis. International Symposium on Shock Waves 23 (ISSW23) Forth Worth (USA), July 22-27.
- [4] Gabi Ben-Dor, Hysteresis phenomena in shock wave reflections in steady flows, PearlStone Center for Aeronautical Engineering Studies Department of Mechanical Engineering Ben-Gurion University of the Negev Beer Sheva, Israel, DECEMBER, 1997.
- [5] N. Sudani, M. Sato, T. Karasawa, J. Noda, A. Tate, M. Watanabe, 2002. Irregular effects on the transition from regular to Mach reflection of shock waves in wind tunnel flows. *J. Fluid Mech*, vol. 459, p. 167-185.
- [6] Benderradji Razik, Beghidja Abd elhadi , Gouidmi Hamza, Numerical investigation of the reflection of asymmetric shock waves in steady flow: Transitions (RR-MR) and Hysteresis Phenomenon, Laboratory of renewable energies and sustainable development (LERDD), University of Constantine1, Algeria. vol10.2015 p145-153.
- [7] yan tao et al. A study of the asymmetric shock reflection configurations in steady flows. Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha, 410073, PR China. *J. Fluid Mech* 2017, vol .825. pp.1-15
- [8] Shobhan Roy and Rajesh Gopalapillai. An analytical model for asymmetric Mach reflection configuration in steady flows, Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology Madras, Chennai, Tamil Nadu 600036, India. *J fluid Mech* 2019.vol 863, pp 242-268.
- [9] A. V. Krasil'nikov, 1990. Experimental investigation of the interaction between convergent axisymmetric shock waves and sharp and blunt cones in supersonic flow. No°5, pp. 177-182.
- [10] A. Chpoun , G. Ben-Dor. Numerical confirmation of the hysteresis phenomenon in the regular to the Mach reflection transition in steady flows. Vol 5, pp : 199-203.
- [11] y J. VUILLON, D. ZEITOUN AND G. BEN-DOR. Reconsideration of oblique shock wave reflections in steady flows. Part 2. Numerical investigation. *J. Fluid Mech.* (1995), 001. 301, pp. 37-50
- [12] H. LI et G. BEN-DOR A parametric study of Mach reflection in steady flows. Pearlstone Center for Aeronautical Engineering Studies., *J. Fluid Mech.* (1997), Šol. 341, pp. 101–125
- [13]
- [14] H.Li, A .chpoun , et Ben-Dor Analytical and experimental investigations of the reflection of asymmetric shock waves in steady flows. *J. Fluid Mech.* (1999), vol. 390, pp. 25–43.
- [15] G, Ben-dor et al, Hysteresis phenomena in the interaction process of conical shock waves: experimental and numerical investigations. *J. Fluid Mech.* (2001), vol. 448, pp. 147–174
- [16] H.Gouidmi et al. Interaction des ondes de chocs coniques des écoulements axisymétriques supersoniques. *Revue des Energies Renouvelables* Vol. 19 N°3 (2016) 429 - 438

Chapitre

03

Chapitre 3

Méthodes mathématiques et modèles numériques

Sommaire

Titre	page
3.1 Introduction	45
3.2 Méthodes de calcul des écoulements visqueux compressibles	45
3.2.1 Équations fondamentales des fluides compressibles instantanées	45
3.2.1.1 Équation de conservation de la masse	45
3.2.1.2 Équation de conservation de quantité de mouvement	45
3.2.1.3 Équation de conservation de l'énergie	45
3.3. Mise en forme des équations d'Euler	46
3.4. Modèle numérique	47
3.4.1 Introduction	47
3.4.2 Procédure numérique	48
3.4.3 Maillage	49
3.4.4 Choix du maillage	50
3.5 Discrétisations des équations de transport	50
3.6 Résolution numérique	51
3.6.1 Critère de convergence	51
3.7 La méthode de sous-relaxation	52
3.8 Stabilité numérique	53

3.1. Introduction

Ce chapitre est consacré en premier lieu à la présentation des différents schémas à capteur de choc, puis les modèles physiques et mathématiques de la mécanique des fluides à travers un rappel des équations d'Euler compressibles instantanées. La discrétisation de ces équations est ensuite illustrée en utilisant la méthode des volumes finis, utilisée dans le code du calcul numérique (CFD-FASTRAN).

3.2. Méthodes de calcul des écoulements visqueux compressibles

Durant les derniers siècles, des progrès considérables ont été enregistrés dans le développement du matériel informatique et des méthodes numériques. Ces progrès ont mené à l'émergence de la CFD « Computational Fluid Dynamics » comme nouvel outil de prédiction des écoulements fluides. Ce nouvel outil permet le calcul des propriétés de l'écoulement à chaque point du domaine et même dans les régions où les mesures expérimentales sont impossibles ou difficiles à réaliser. En plus, les ordinateurs actuels permettent des calculs rapides et moins coûteux que les simulations expérimentales : Jamesok& al. [1]. En effet, après 40 années d'évolution rapide, la CFD occupe actuellement une place importante dans le processus de design d'un nouvel avion. Elle joue un rôle complémentaire aux souffleries, surtout, pendant la phase préliminaire de design : Venkatakrishna& al. [2].

3.2.1 Équations fondamentales des fluides compressibles instantanées

Pour un fluide compressible, visqueux et supposé parfait, les équations fondamentales de l'écoulement peuvent être données par les lois de conservations suivantes :

3.2.1.1 Équation de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (3.1)$$

Où ρ est la masse volumique du fluide et u_j la composante j du vecteur vitesse.

3.2.1.2 Équation de conservation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (-P \delta_{ij}) \quad (3.2)$$

Où ; P est la pression statique, δ_{ij} le tenseur de Kronecker.

3.2.1.3 Équation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_j (\rho E + P)] = - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (3.3)$$

Où ; q_j est le flux de chaleur dans la direction j , E est l'énergie totale par unité de masse, qui s'exprime par la relation suivante:

$$E = e + \frac{1}{2} u_k u_k \quad (3.4)$$

Il faut ajouter aussi l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P = \rho r T \quad C_p - C_v = r \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (3.5)$$

Où γ étant la constante particulière du gaz parfait. C_p et C_v représentent respectivement les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants.

Le flux de chaleur par unité de surface q_j en fonction de la température s'écrit comme suit:

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (3.6)$$

3.3. Mise en forme des équations d'Euler

Pour un écoulement Eulérien bidimensionnel, pour lequel les forces de pesanteur et les effets de viscosité et les transferts de chaleur sont négligeables.

Les hypothèses simplificatrices :

- L'écoulement est compressible.
- Régime est stationnaire.
- L'écoulement est non-visqueux.
- L'écoulement est bidimensionnel (2D).
- Le gaz est supposé parfait

Les équations à résoudre exprimées dans un repère cartésien (x, y) prennent la forme suivante :

- Continuité (conservation de masse)

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (3.7)$$

- Quantité de mouvement selon x

$$\frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = 0 \quad (3.8)$$

- Quantité de mouvement selon y

$$\frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{\partial (p + \rho v^2)}{\partial y} = 0 \quad (3.9)$$

- Equation d'énergie

$$\frac{\partial(\rho E_t + p)u}{\partial x} + \frac{\partial(\rho E_t + p)v}{\partial y} = 0 \quad (3.10)$$

- Equation d'état des gaz parfaits

$$p = (\gamma - 1)\rho \left[E_t - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right] \quad (3.11)$$

Avec ρ la masse volumique, p la pression statique, u et v les composantes de la vectrice vitesse et E_t l'énergie totale par unité de masse.

Les quatre équations (3.1 – 3.4) de bilan et l'équation d'état (3.5) lient l'évolution des cinq grandeurs inconnues (ρ , u , v , p , E_t).

3.4. Modèle numérique

3.4.1 Introduction

L'étude des phénomènes d'interaction choc/choc et choc/couche limite dans les tuyères, dans les entrées d'air supersoniques ainsi que dans les prises d'air, etc. est complexe. Quelques approches numériques sont posées par la technique CFD "Computational Fluid Dynamics", elles donnent des solutions ou des résultats fiables. Tous les codes de calculs que ce soient commerciaux ou non, sont basés sur la discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) de Navier-Stokes. Ces codes de calculs fournissent des solutions approchées.

Puisque l'étude de l'écoulement des fluides compressibles est un domaine difficile à aborder, du point de vue expérimental, certains chercheurs préfèrent l'approche simulation, par l'intermédiaire de la technique CFD. Même dans ces conditions, il faut remarquer qu'on a besoin de ressources importantes de calcul, en coûts et en temps. Le passage d'un problème mathématique des équations aux dérivées partielles continu (EDP) à un problème discret s'appuie sur les méthodes classiques de discrétisation. On distingue trois grandes méthodes pour transformer un problème continu en discret, à savoir ; la méthode des différences finies, des éléments finis et celle des volumes finis.

L'approche numérique du code CFD-FASTRAN est basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis. Le champ d'écoulement est subdivisé en petits volumes de contrôle. Les équations de conservation sont appliquées à chaque volume en prenant en compte les flux des variables à travers chaque face du volume de contrôle. Chaque variable est calculée au centre de chaque cellule et supposée constante dans tout le volume de contrôle.

Le calcul des flux convectifs est basé sur deux schémas décentrés (Upwind) : Le schéma de Roe-FDS (flux différences plitting) et le schéma de Van Leer-FVS (flux vector splitting).

Une précision spatiale d'ordre supérieur à deux peut être obtenue par l'utilisation d'un limiteur de flux approprié. Ces limiteurs de flux sont utilisés pour prévenir des oscillations numériques, en particulier pour les écoulements sièges de fortes zones d'interaction chocs/surfaces de discontinuité. Pour l'intégration temporelle, trois schémas sont intégrés dans le code : le schéma explicite de Runge-Kutta, le schéma semi-implicite et le schéma totalement implicite.

Les calculs numériques présentés dans ce mémoire ont été réalisés en optant pour le schéma de Roe-FDS, moins dissipatif au voisinage de la couche limite, associé au limiteur Minmod basé sur le calcul de la pente minimale des gradients associés aux grandeurs physiques de l'écoulement prises sur les faces du volume de contrôle.

Dans tous les codes de calcul CFD, la technique de calcul numérique est basée sur l'utilisation des volumes de contrôle et consiste en la réalisation des étapes suivantes :

- La division du domaine de simulation en volumes de contrôle discrets, qui consiste en la phase de maillage volumique (dans les configurations d'écoulements supersoniques, nous préférons les mailles quadrilatérales car, elles s'adaptent mieux aux formes des configurations utilisées constituées par un maillage multi-blocs).
- L'intégration des équations fondamentales des volumes de contrôle pour construire les équations algébriques discrètes concernant les inconnues, telles que la vitesse, la pression, la température, et les autres scalaires transportés de la turbulence.
- La linéarisation des équations discrétisées et la résolution de ce système d'équations linéaires.

3.4.2 Procédure numérique

La méthode de volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980[3] , le principe de la méthode des volumes finis repose sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équation algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la figure 3-1

La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégralité des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle ;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles ;
- Ecriture des équations algébriques aux nœuds du maillage.

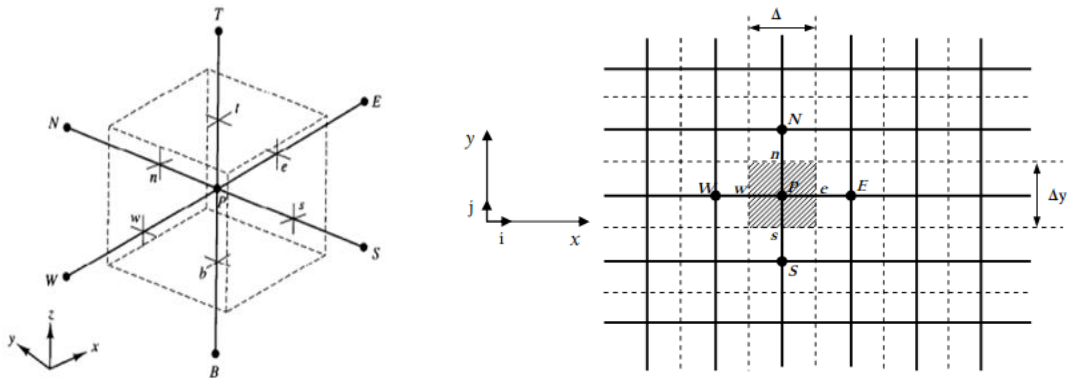


Figure 3.1 : Volume de contrôle des configurations en 2D et 3D pour la résolution en volumes finis

3.4.3 Maillage

La réalisation d'un maillage approprié au problème traité est l'une des étapes les plus importantes dans les simulations numériques. L'adaptation du maillage aux conditions aux limites du problème est primordiale dans ce type de calcul. Un maillage structuré est utilisé dans tous les calculs réalisés. Ce type de maillage permet de contrôler de façon rigoureuse l'épaisseur des mailles dans des endroits précis (au voisinage des parois par exemple). Le seul problème que l'on rencontre dans ce type de maillage par rapport au maillage non structuré est l'augmentation du nombre de mailles lors de son raffinement dans les zones sensibles à étudier. Le domaine total de calcul est subdivisé en plusieurs blocs, le raffinement de chaque bloc dépend de l'importance des zones étudiées. Dans notre étude par exemple, on s'intéresse à l'écoulement dans la partie où les interférences des ondes de choc seront localisées (les réflexions RR et MR). Pour plus de détails, et à cause de la diversité des méthodes numériques utilisée, nous avons traité chaque géométrie de problème étudié (quatre phénomènes d'hystérésis). (Un exemple de génération de maillage et l'approche numérique utilisée).

3.4.4 Choix du maillage

Le logiciel utilisé pour le maillage est CFD-GEOM, il comporte deux grandes classes de maillage. Les deux classes correspondant au type de maillage utilisé pour les simulations, sont les maillages structurés et les maillages non structurés ou hybrides.

Un maillage structuré est généralement composé de mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique) et hexaédriques en trois dimensions (3D ou maillage volumique), tandis qu'un maillage non-structuré est composé de mailles quadrilatérales ou triangulaires en 2D et hexaédriques ou tétraédriques en 3D.

Le maillage structuré multi-blocs quadrilatère est choisi pour la majorité de calcul 2D réalisé lors de cette étude, Ce type de maillage permet de contrôler de façon rigoureuse l'épaisseur des mailles dans des endroits précis (au voisinage des parois par exemple, où l'étude de couche limite est importante), donc on a besoin de ce type de maillage. Le seul problème que l'on rencontre dans ce type de maillage par rapport au maillage non structuré est l'augmentation du nombre de mailles lors de son raffinement dans les zones sensibles à étudier. Ceci augmente le temps de calcul.

En outre, le raffinement du maillage est un bon moyen pour diminuer la perte de particules. En effet, cela diminue l'accumulation d'erreurs lors du lâcher des particules et par conséquent permet de mieux décrire les trajectoires. Néanmoins, le raffinement du maillage implique une augmentation considérable du nombre d'équations à résoudre, à la fois pour l'étape de résolution des équations pour la modélisation et pour celle de post-traitement.

Dans ce contexte, on s'est basé sur cette technique pour traiter les zones proches paroi de la tuyère (la couche limite).

3.5 Discrétisations des équations de transport

Nous avons présenté précédemment, la formulation du système d'équation de Navier-stokes qui sera retenue dans cette étude, avec notamment les particularités relatives au mouvement du domaine de calcul. Les équations de transport des grandeurs caractéristiques de l'écoulement peuvent se résumer à une expression commune qui peut être schématisée sous la forme différentielle suivante, pour la grandeur scalaire ϕ :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_\phi \quad (3.12)$$

$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \phi)$: Terme de convection

$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)$: Terme de diffusion

S_ϕ : Terme source de ϕ par unité de volume

Les équations de conservation sont appliquées à chaque volume en prenant en compte les flux des variables à travers chaque face du volume de contrôle. Chaque variable est calculée au centre de chaque cellule est supposée constante dans tout le volume de contrôle.

Le calcul de flux convectif et diffusif ainsi que la turbulence, est basé sur le schéma décentré amont (upwind) de second ordre avec le flux de Roe-FDS (flux différence Splitting), inconditionnellement stable, moins dissipatif au voisinage de la couche limite, associé au limiteur min-mod basé sur le calcul de la pente minimal des gradients associés aux grandeurs physique de l'écoulement prises sur les faces du volume de contrôle. Ce schéma est capable de capter les discontinuités présentes dans un écoulement supersonique, sans créer d'oscillation au voisinage de celle-ci.

Quand le schéma amont de second ordre est utilisé, la valeur du flux sur la face ϕ_f est calculée en utilisant l'expression suivante :

$$\phi_f = \phi + \overline{\nabla\phi} \cdot \overline{\Delta s} \quad (3.13)$$

$\overline{\nabla\phi}$ Sont respectivement, la valeur dans le centre de la cellule, son gradient évalué dans la cellule amont et $\overline{\Delta s}$ est le vecteur de déplacement entre le centre de la cellule amont est sa face.

Cette formulation nécessite la détermination du gradient $\overline{\nabla\phi}$ dans chaque cellule.

Les gradients sont nécessaires, non seulement pour la construction de valeur d'un scalaire sur les faces de la cellule. Mais aussi pour calculer les termes de diffusion secondaires et les dérivés de vitesse .Le gradient $\overline{\nabla\phi}$ d'une variable donnée ϕ est utilisé pour discrétiser les termes de convection et de diffusion dans les équations de conservation de flux.

Lorsque le théorème de Green-Gauss est utilisé pour calculer le gradient $\overline{\nabla\phi}$ du scalaire ϕ au centre de la cellule, la forme discrète suivant est écrite comme suit :

$$\overline{\nabla\phi} = \frac{1}{V} \sum_1^{nfaces} \phi_f \vec{A}_f \quad (3.14)$$

Où : V et \vec{A}_f désignent respectivement le volume d'une cellule et l'aire d'une face.

3.6 Résolution numérique

3.6.1 Critère de convergence

Si les équations de transport discrétisées sont résolues exactement, les deux membres de ces équations seront certainement égaux. Cependant, puisque les équations associées sont non

linéaires et couplées et exigent une solution itérative, un déséquilibre ou résidu peut exister entre les deux membres de l'équation discrétisée. Le résidu pour la variable ϕ dans chaque volume de contrôle est défini comme suit :

$$R_\phi = a_p \phi_p - \sum_i a_i \phi_i - b \quad (3.15)$$

Si le calcul converge complètement la valeur de R_ϕ tend vers zéro.

La convergence de la résolution itérative est contrôlée par l'évolution des résidus au cours des itérations ainsi que par l'évolution des valeurs individuelles de chaque variable.

La résolution numérique des problèmes de type CFD nécessite un processus itératif. Pour apprécier la convergence du processus itératif, des critères de convergence doivent être pris en compte. Ainsi, la convergence du processus itératif est déterminée par le concept de résidu.

Le résidu normalisé a alors pour expression :

$$R^\phi = \frac{\sum_{\text{Domaine}} |\sum_{nb} a_{nb} + b - a_p \phi_p|}{\sum_{\text{Domaine}} |a_p \phi_p|} \quad (3.16)$$

Ces expressions des résidus sont valables pour toutes les grandeurs sauf la pression, dans le cas de cette grandeur, le résidu est déterminé à partir de l'équation de continuité suivante:

$$R^c = \sum_{\text{Domaine}} |\text{tauxdecréationdematièredansledomaine}| \quad (3.17)$$

3.7 La méthode de sous-relaxation

A cause de la non linéarité des équations résolues, il est possible, pour atténuer les fluctuations de la solution, de réduire les variations des variables d'une itération à une autre en introduisant une sous-relaxation. L'équation algébrique s'écrit comme suit

$$A_P \phi_P = \sum A_N \phi_N + S_C \cdot \Delta V \quad (3.18)$$

$$\phi_P = \phi_P^0 + \left(\frac{\sum A_N \phi_N + S_C \cdot \Delta V}{A_P} - \phi_P^0 \right) \quad (3.19)$$

ϕ_P^0 : est la valeur ϕ_P à l'itération précédente. Pour amplifier ou atténuer la variation ϕ_P , on introduit un facteur de sous-relaxation α tel que ($0 < \alpha < 1$) On écrit alors:

$$\phi_P = \phi_P^0 + \alpha_\phi \left(\frac{\sum A_N \phi_N + S_C \Delta V}{A_P} - \phi_P^0 \right) \quad (3.20)$$

Pour éviter la divergence on peut commencer le calcul avec des facteurs de sous relaxations inférieurs à 0.5, puis les augmenter au fur et mesure que le calcul converge pour accélérer la convergence.

3.8 Stabilité numérique

La sous-relaxation est nécessaire pour assurer la convergence totale des calculs à une solution, parce que les équations sont fortement couplées et non linéaires. Quand les valeurs appropriées de sous-relaxation sont utilisées, de grandes variations des variables sont évitées. En outre, la sous-relaxation donne un moyen pour égaliser les taux de convergence des diverses équations couplées. Donc les deux principales sources d'instabilité dans la solution des équations sont ainsi commandées par la technique de sous-relaxation.

Rappelons ici que dans le code CFD-FASTAN la méthode de Gauss-Seidel est contrôlée par un coefficient de sous-relaxation α :

$$\phi^k = \phi^{k-1} + \alpha \Delta \phi \quad (3.21)$$

Où (k) représente l'avancement des itérations successives, et $\Delta \phi$ la différence entre les résultats des deux itérations $(k-1)$ et (k) .

Le code CFD-FASTAN offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements et permet d'agir sur eux. Néanmoins, si on voit qu'au cours du calcul les résidus commencent à s'amplifier, il est préférable de réduire ces derniers. Par contre, si on observe une convergence très lente mais sûre là, on pourra les augmenter prudemment, surtout le facteur de relaxation lié à l'équation de continuité.

Référence de chapitre 03 :

- [1] Jameson A. (1983). The evolution of computational methods in aerodynamics. Transaction of the ASME. Journal of Applied Mechanics vol.50, pp. 1052-1070.
- [2] Venkatakrishna I V. (1995). A perspective on unstructured grid flow solvers. AIAA Paper 95-0667.
- [3] Jameson A., Schmidt W., Turkel E. (1981). Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta stepping schemes. AIAA Paper 81-1259.
- [4] Roe P L. (1981). Approximate Riemann Solver Parameter Vectors and Difference Scheme. Journal of Computational Physics. 43:357-372.

Chapitre

04

Chapitre 4

Résultats et discussion

Sommaire

Titre	Page
4.1. Introduction	56
4.2. Description de la géométrie	56
4.3. Maillage	56
4.4. Validation des résultats	57
4.5. Effet des conditions initiales sur le type d'interaction de choc observé au début	59
4.6. Présentation des champs d'écoulement	60
4.7. Résultats et discussion	60
4.7.1. Effet du nombre de Mach sur la structure globale d'ondes de choc coniques	60
4.7.1.1. Cas symétrique	60
4.7.1.1.1. Phénomènes de transitions d'interaction d'ondes de choc	61
4.7.1.1.1.1. Configuration conique droit	62
4.7.1.1.1.2. Configurations coniques concave et convexe	66
4.7.2 Effet d'angle du cône supérieur sur les phénomènes de transitions	72
4.7.3 Effet de déplacement du cône inférieur sur la structure globale d'ondes de choc	76
cas de deux cônes : droit/droit	
4.7.3.1. Configuration des deux cônes droits	77
Reference Chapitre 04	82

4.1. Introduction

Les phénomènes d'interactions d'ondes de chocs coniques axisymétriques, symétriques et asymétriques sont obtenus à partir des configurations présentées dans les expériences d'A. Chpoun et al. [1]. Ces configurations sont effectuées dans une soufflerie hypersonique SH2 du laboratoire d'aérothermique du CNRS à Meudon, voire la figure 4.1. Notre étude de simulation numérique porte sur ces configurations, en exceptant la configuration 47\$-1a où seulement dans ce cas en prenant la forme du cône interne de forme elliptique générant une onde de choc, où leur type suite la forme du cône (surface curviligne). Cette forme elliptique est donnée par un polynôme de degré trois (3) variant selon la fonction suivante: $f(x)=0.000115x^3+0.002717x^2+0.08749x$ où les dimensions sont exprimées en mm.

Elle est basée sur les effets :

- Du nombre de Mach amont infini
- D'angle de l'un des cônes
- Du déplacement horizontalement du cône inférieur selon l'axe ox.

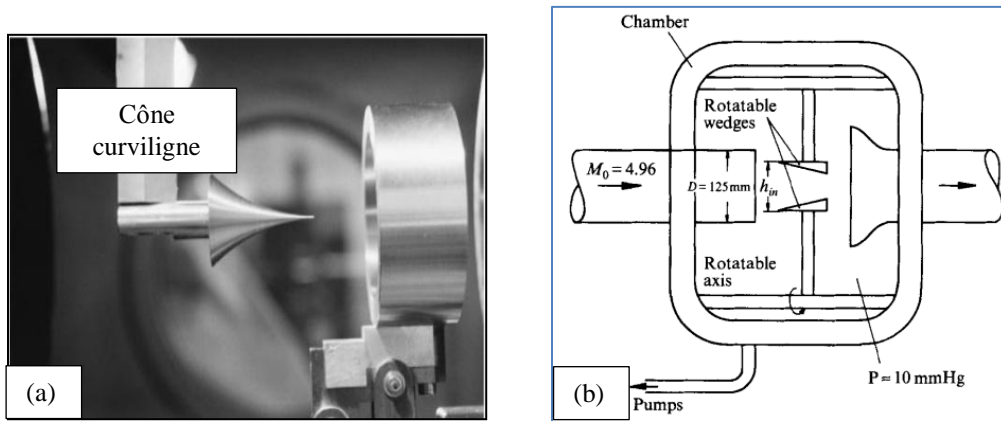


Figure 4.1 : Configurations ou géométries utilisées dans notre mémoire tiré à partir des expériences d'A. Chpoun et al. [1].

4.2. Description de la géométrie

Les cinq configurations utilisées dans cette étude numérique, sont :

- Une configuration comporte deux cônes : droite/droite, figure 4.2a ;
- Une configuration comporte deux cônes : concave/concave, figure 4.2c ;
- Une configuration comporte deux cônes : convexe/convexe, figure 4.2b ;
- Une configuration comporte deux cônes : droite/concave, figure 4.2d ;

Une étude numérique est réalisée dans les conditions d'écoulement bidimensionnel compressible et en régime stationnaire, en utilisant un code de calcul CFD-FASTRAN qui est basé sur la méthode de discrétisation des volumes finis.

4.3. Maillage

Tous les maillages ont été réalisés à l'aide du logiciel CFD-GEOM. On utilise pour nos calculs le même maillage de type structuré quadrilatère comporte de 287500 nœuds. Ce type de maillage permet en général d'obtenir une bonne résolution numérique. Il permet en outre un raffinement homogène au voisinage des parois et près des bords d'attaques des cônes par les conditions aux limites, voir la figure 4.3.

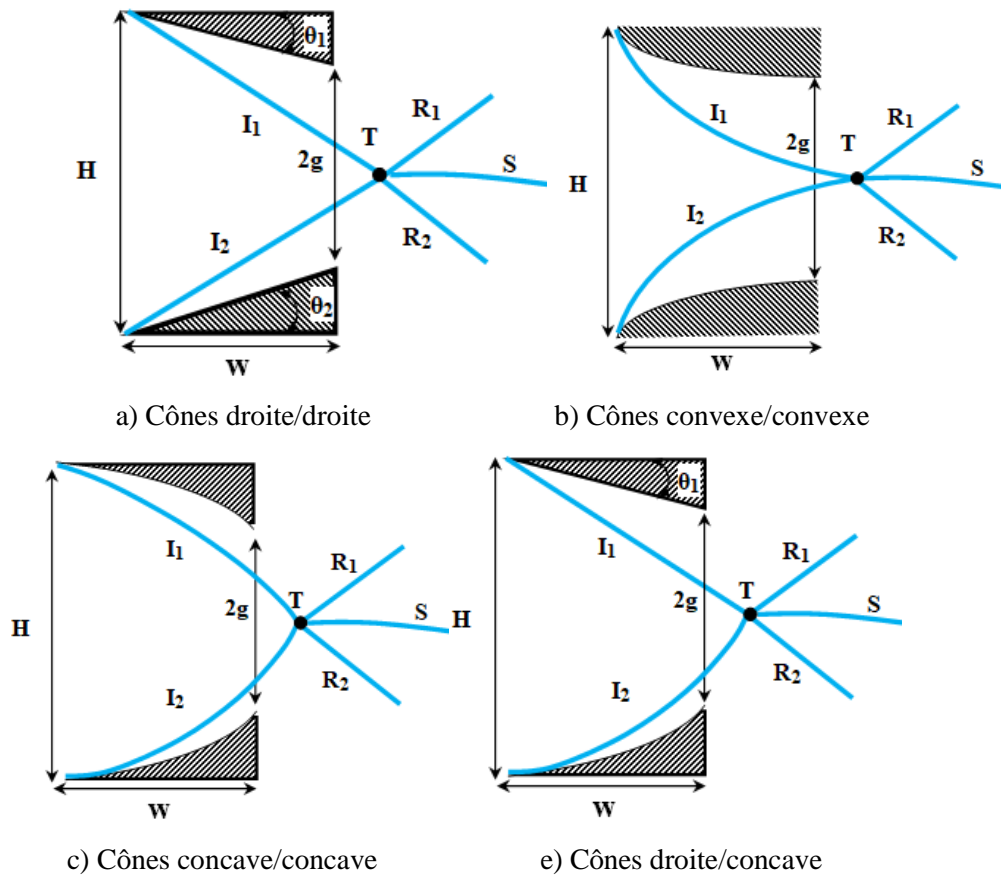


Figure 4.2 : Configurations géométriques utilisées pour le calcul numérique.

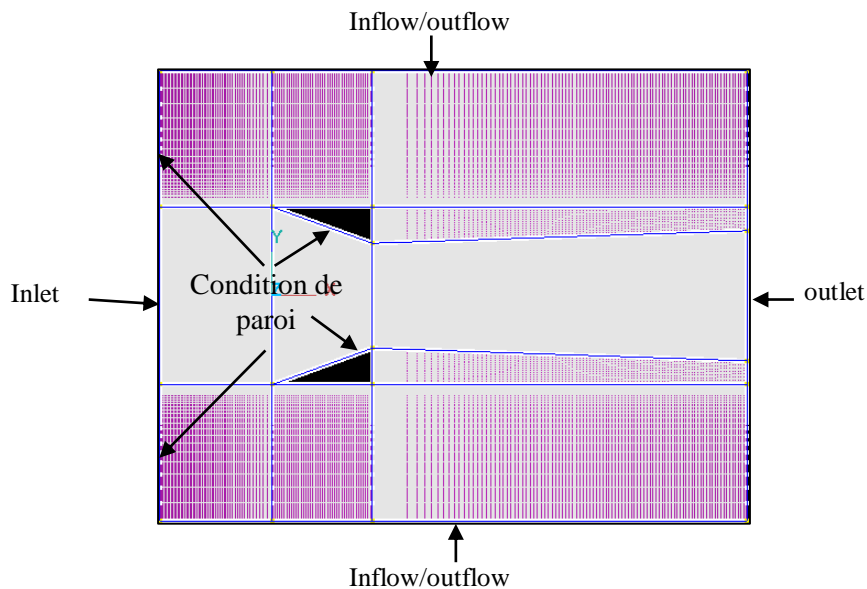


Figure 4.3: Maillage du domaine de calcul comporte 287500 nœuds.

4.4. Validation des résultats

Parmi les expériences qu'ont été réalisées par M. S. Ivanov et al. [4] et G. Ben Dor et al. [3], et H. Li et al [2], elles sont basées sur l'effet du nombre de Mach amont ainsi que l'effet d'angle de l'un des cônes sur les deux phénomènes de transition $RR \rightarrow MR$ ou $MR \rightarrow RR$ induisant des phénomènes d'hystérésis, tous ont été observés.

Pour valider nos résultats numériques, on a établi quelques comparaisons qualitatives et topologiques avec d'autres investigations numériques de M S Ivanov et al. [4].

Pour les mêmes conditions de simulation pour $M=4.96$, l'angle du cône inférieur est fixé à $\theta_2=28^\circ$ et celui du cône supérieur θ_1 qu'était variable de 14° à 29° , on présente dans la figure 4.4, les contours d'iso-densité pour une valeur d'angle d'inclinaison du cône droit supérieur (comparaison entre nos calculs et ceux de M. S. Ivanov et al. [4]). En constate globalement, il y a une lisibilité comparable entre nos résultats numériques et ceux de M. S. Ivanov et al. [4], les deux sont suivis par l'expérience de H. Li et al [2]. Les résultats obtenus sont traduits par les deux types d'interaction, régulière et de Mach pour le même angle $\theta_1=24^\circ$. Cette comparaison met en évidence les positions des points triples et la hauteur du disque de Mach.

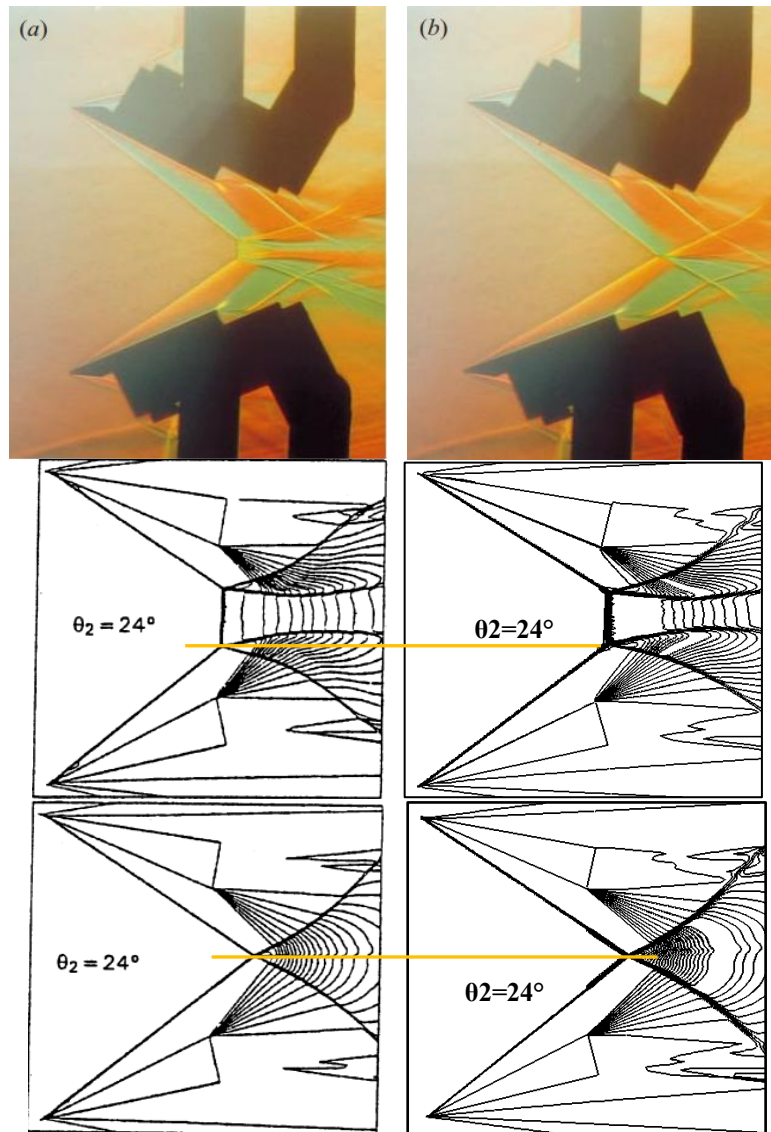


Figure 4.4 : Comparaison des vues schématiques: nos résultats (à droite) et ceux trouvés par G. Ben Dor et al. [2] (à gauche) ainsi que leurs strioscopie expérimentale de G. Ben Dor et al. [2] en haut.

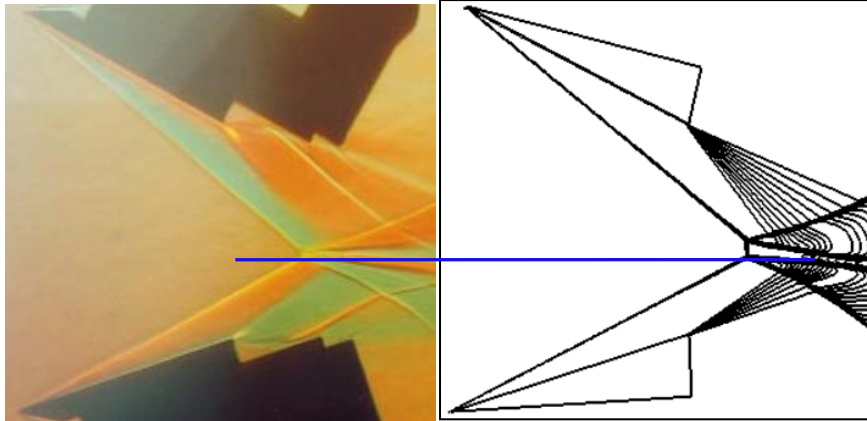


Figure 4.5 : Comparaison des vues schématiques: nos résultats (à droite) et ceux trouvés par G. Ben Dor et al. [2] (à gauche) ainsi que leurs strioscopie expérimentale de G. Ben Dor et al. [2] en haut (continue).

4.5. Effet des conditions initiales sur le type d'interaction de choc observé au début

Dans ce cas test et avant de faire nos calculs numériques, on présente par la simulation numérique et pour les mêmes géométries (où $\theta_1=\theta_2=25^\circ$) dans lesquelles où les paramètres physiques et géométriques correspondantes au point situé dans la zone duale où les deux solutions sont possibles soit RR ou MR. Dans cette raison la question qui se pose là, si est-ce que les conditions initiales sont dépendantes ou indépendantes pour choisir de quel type d'interaction qui sera observée au début pour le premier calcul convergé, soit l'interaction de Mach (IM) soit l'interaction régulière (IR), si nous avons changé ces conditions.

Ces cas tests peut nous donner des informations préliminaires sur le type d'interaction probablement sera observé.

1. En premier lieu, si ces conditions sont les mêmes que celles de l'entrées, on parle ici à l'accélération d'écoulement, c'est-à-dire que l'écoulement est uniforme dans le domaine de calcul interne, alors, on impose que la valeur du nombre de Mach initial est la même que celle d'entrée.
2. En secondant, si ces conditions sont inférieures à celles de l'entrée.

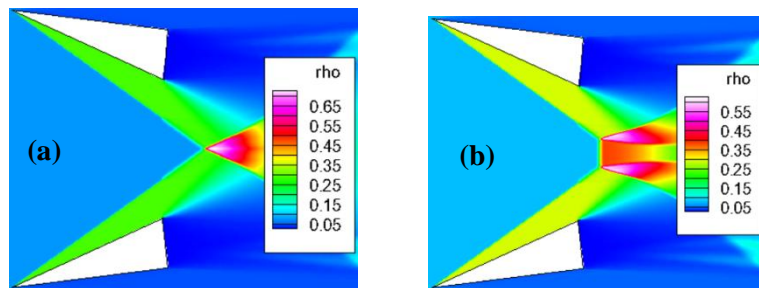


Figure 4.6 : Champs de densité d'écoulement pour les mêmes conditions d'entrées, mais avec des conditions initiales du domaine de calcul : a) même que l'entrée $M=4.96$, b) inférieur que l'entrée où $M=3.5$.

Après les cas test de ces deux conditions initiales présentés dans la figure 4.6, on trouve vraiment une différence de résultats. C'est-à-dire, dans le premier cas test, nous avons captée ou observé une interaction régulière, voir la figure 4.6a. Tandis que pour le second cas test, nous avons capté une interaction de Mach, voir la figure 4.6b, comme des solutions convergées primaires ou des configurations initiales.

Dans tous les suivants calculs, nous utiliserons le cas où les conditions initiales comme celles de l'entrée.

4.6. Présentation des champs d'écoulement

A partir des iso-contours présentées dans la figure 4.7, on observe le phénomène de discontinuité de tous les paramètres physiques traduisant l'écoulement traversant des ondes de choc oblique et normale, et il est changé sa direction lorsqu'on a traversé ces ondes, tels que,

- Le nombre de Mach (figure 4.7-a), là, l'écoulement libre est supersonique, changé sa direction et diminue lorsqu'on traversé l'onde de choc.
- La pression (figure 4.7-c), elle est augmentée après les ondes de choc.
- La température (figure 4.7-b) augmente après les ondes de choc.
- La masse volumique (figure 4.7-d) augmente après l'onde de choc.

De plus et dans cette figure, l'écoulement derrière le disque de Mach ou bien l'onde de choc forte, est devenue subsonique et les lignes de courant formant un faisceau d'écoulement convergent qui s'expliquent la réflexion de Mach directe (DiMR).

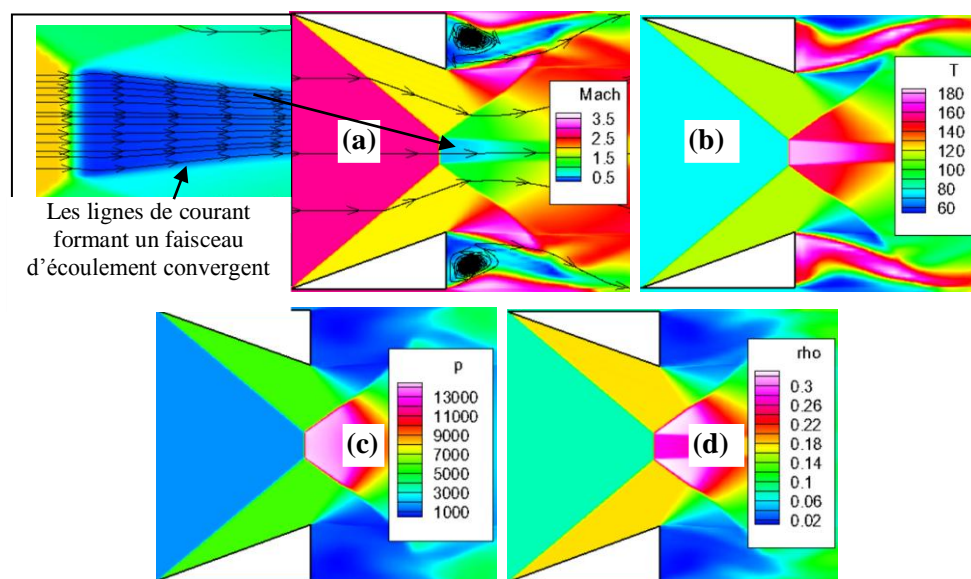


Figure. 4.7 : Champs d'écoulement compressible entre deux cônes droits pour les deux types d'interactions d'ondes de choc (RR et MR).

4.7. Résultats et discussion

4.7.1. Effet du nombre de Mach sur la structure globale d'ondes de choc coniques

4.7.1.1. Cas symétrique

Trois configurations ont été utilisé dans cette étude de partie de mémoire, telles que, la configuration concave, convexe et droite. Ces configurations sont symétriques comportent deux cônes mêmes c'est-à-dire de même famille, sont présentées dans la figure 4.8.

Cette étude est effectuée dans des conditions d'écoulement eulérien où le nombre de Mach est variable avec des propriétés du fluide constantes, en utilisant l'air comme un fluide de travail. Trois calculs numériques ont été réalisés pour chaque configuration où les calculs sont séparés. Nous seront traité et analyser d'une façon générale la structure d'écoulement, en particulier, les phénomènes de transition et de réflexion d'ondes de choc, de RR vers MR et vice versa. Ces phénomènes de transition traduisant certains phénomènes d'hystérésis.

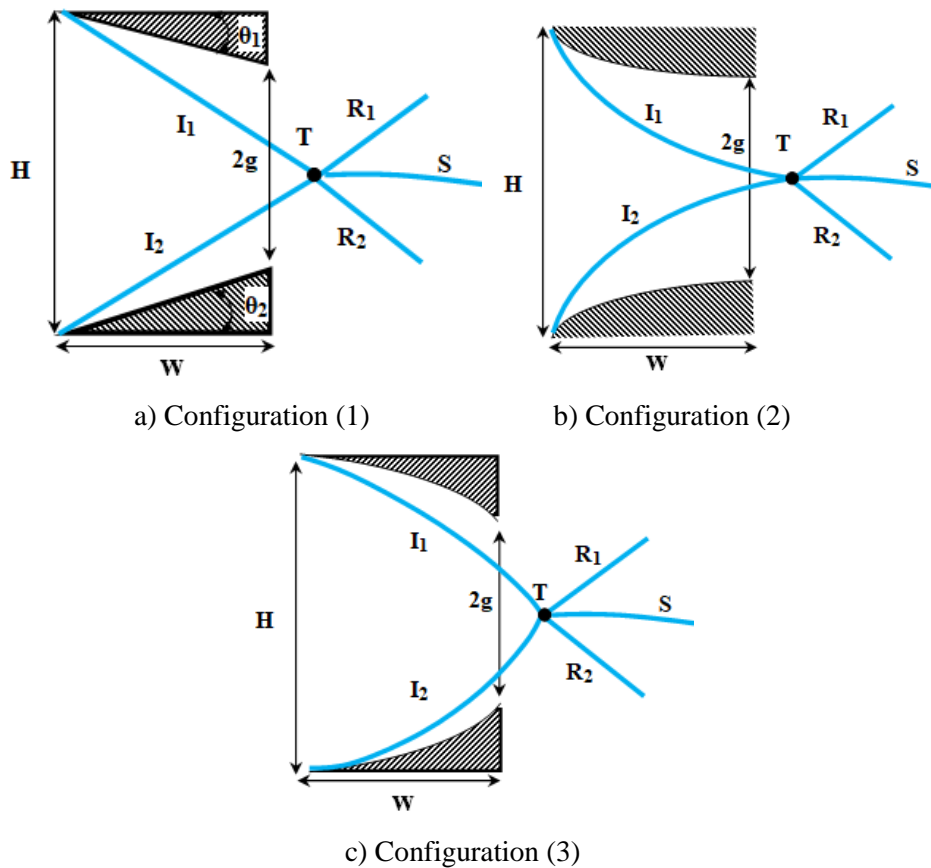


Figure 4.8 : les Configurations géométriques utilisées

4.7.1.1.1. Phénomènes de transitions d'interaction d'ondes de choc

Cette partie des calculs est effectuée pour trois configurations symétriques droites, concaves et convexes, citées précédemment dans la figure 4.8 et de leurs maillages présentées dans la figure 4.9. Dans ce cas, nous pouvons de varier le nombre de Mach, puis nous sommes traité les résultats obtenus par les trois calculs numériques chacun séparé par rapport l'autre. Le but principal cette partie est d'étudier l'effet du nombre de Mach sur la structure globale d'écoulement supersonique traversant ces trois configurations, en particulier le phénomène d'interactions d'ondes de choc ainsi que leurs phénomènes de transition, puis enfin on peut analyser le phénomène d'hystérésis.

Les résultats obtenus, d'après ces calculs, montrent que les deux transitions d'interactions d'ondes de choc $RR \rightarrow RM$ et de $RR \rightarrow RM$ ainsi que les phénomènes d'hystérésis $RR \leftrightarrow RM$ sont observés. Les deux types d'interactions étant visibles en état stationnaire, des séries des calculs ont été menée afin de simuler le passage d'une configuration à l'autre et de mettre en évidence les trois phénomènes d'hystérésis. La transition entre les deux types d'interactions, consiste à changer le nombre de Mach pendant le calcul.

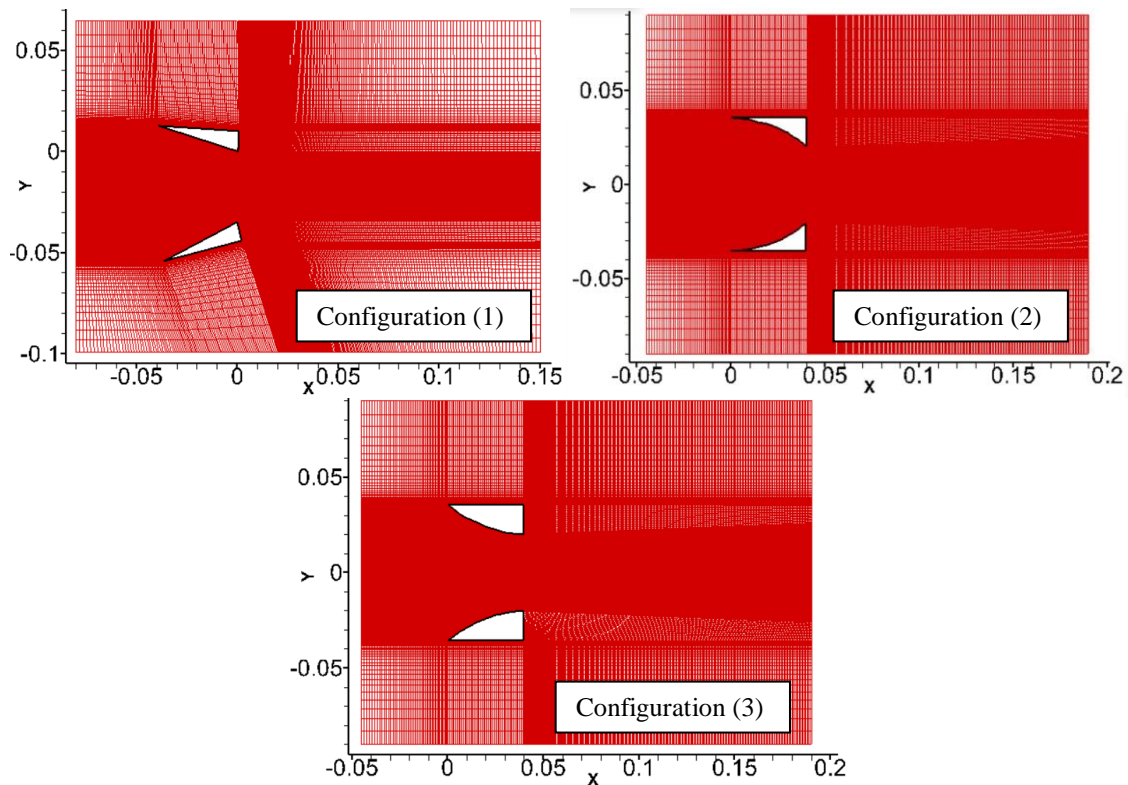


Figure 4.9 : Maillages des domaines de calcul 2D pour les configurations (1) droite, (2) concave et (3) convexe.

4.7.1.1.1. Configuration conique droit

Dans le cas de la configuration (1) (figure 4.9) et dans un premier temps, on commence le calcul numérique pour une valeur initiale de Mach égales à 3.4, supérieure à la valeur de critère de Von Neumann ($M_0^T=3.15$) pour des angles des cônes droits $\theta_1=\theta_2=20^\circ$. Les résultats obtenus montrent clairement qu'il y a une interaction régulière de chocs (RR). Cette configuration a été obtenue en partant d'un champ uniforme. Ensuite, le nombre de Mach a été diminué et à chaque fois une solution stationnaire stable a été atteinte, à partir d'un champ initial convergé pour un nombre de Mach précédent. Le calcul a été effectué pour la configuration (1) jusqu'à l'obtention d'une interaction de Mach (RM) à un nombre de Mach de $M=2.73$, inférieure au critère de détachement ($M_0^E=2.772$), cette valeur correspondante la valeur limite numérique de détachement notée $M_{0dN}^E(DiMR_1+DiMR_2)=2.73$. Puis, il a été répété en sens inverse, en augmentant à nouveau le nombre de Mach, jusqu'à l'obtention de la réflexion régulière qui a été trouvée à $M=3$ proche de la valeur critique de Von Neumann ($M_0^T=3.15$), cette valeur correspondante la valeur critique numérique de la configuration droite (1) de Von Neumann $M_{0dN}^T(RR)=3$. En effet, en comparant les champs de densité numériques obtenus pour des mêmes nombre de Mach (Figure 4.10), et on remarque que l'on obtient, suivant le sens de parcours, soit une interaction régulière (RR), soit une réflexion de Mach (RM).

Le phénomène d'hystérésis se traduit par une diminution, puis une augmentation du nombre de Mach défini par l'ensemble des deux passages de transition, de $RR \rightarrow MR$ et de $MR \rightarrow RR$.

- Pour les parcours de la transition globale sont les suivants :

- Le calcul de la configuration (1) : Cônes droits

La transition de $RR \rightarrow MR$ est obtenue pour un nombre de Mach varié de ;

$$3.4 \leq M \leq 2.73,$$

La transition de $MR \rightarrow RR$ est obtenue pour un nombre de Mach varié de ;

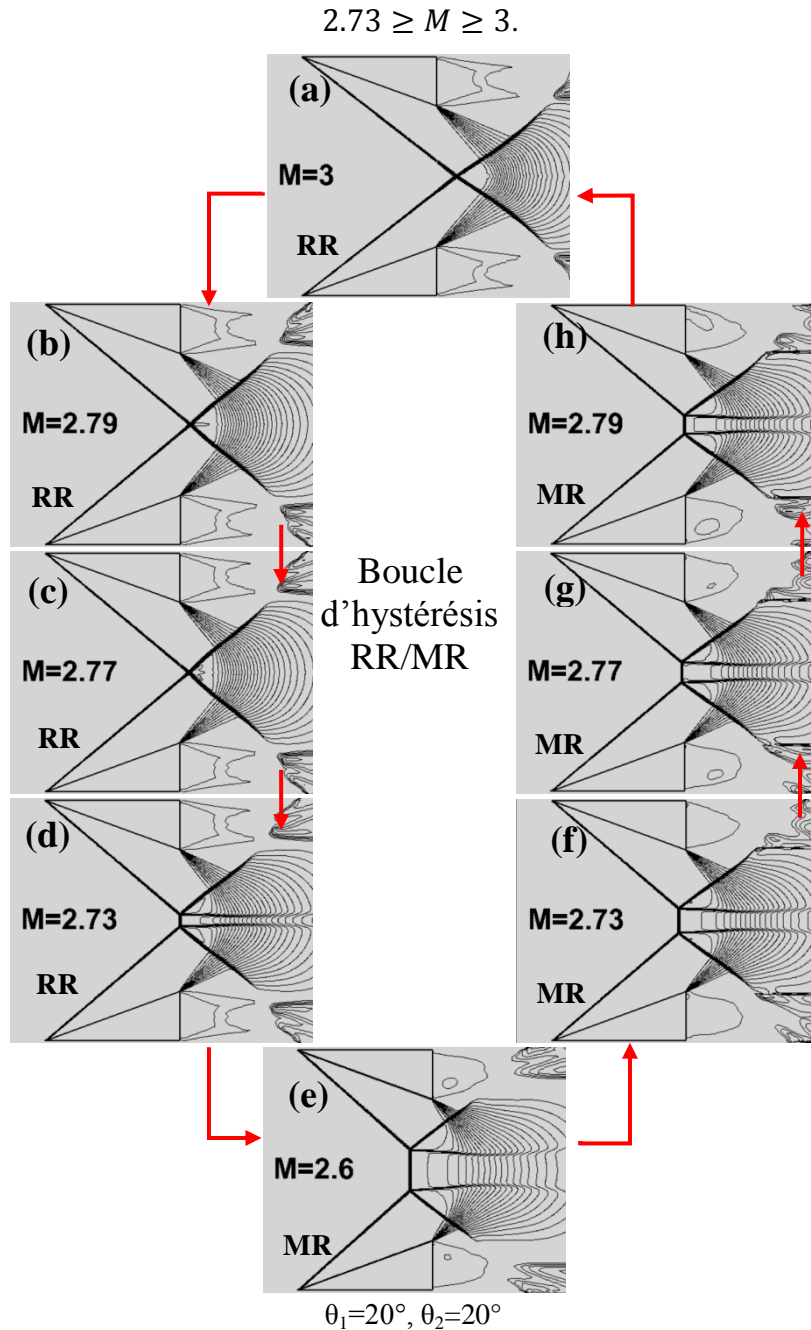


Figure 4.10 : Contours d'iso-densité, présentent les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis pour la configuration de deux cônes droits à $\theta_1=20^\circ, \theta_2=20^\circ$ et pour différents Mach.

- *Comparaison avec le calcul théorique*

A partir des séquences indiquées sur les figures 4.8, on présente en premier lieu et dans la figure 4.10 l'évolution de l'angle de l'un du cône droit θ_2 en fonction du nombre de Mach dans le plan (θ_2, M_0). Cette figure a été introduite théoriquement par H. Li et al. [2] où $\theta_1 = 20^\circ$ correspondante exactement la configuration (1) des cônes droits.

Sur cette figure, la ligne θ_2^T représente le critère de Von Neumann étendu au cas dissymétrique. La ligne θ_2^E représente le critère de détachement étendu au cas dissymétrique. Le critère de Von Neumann, dans le cas symétrique, est représenté par la petite ligne noire θ_2^N .

La ligne θ_2^D indique la valeur limite supérieure au-delà de laquelle une onde de choc attachée ne peut plus être obtenue. Ces quatre courbes délimitent cinq zones caractérisées par des topologies d'interactions différentes. Pour un nombre de Mach donné, et en faisant varier θ_2 , il est clairement possible d'obtenir différentes configurations de réflexions.

Les courbes de transition (traits discontinus en couleur verte et rouge) relatives aux critères de détachement et de Von Neumann notées θ_2^E et θ_2^T respectivement délimitent la zone duale où les deux types d'interactions sont théoriquement possibles.

Dans la zone en dessous de la ligne θ_2^T , seule l'interaction régulière (RR) est possible à observer. La zone duale présentée entre les deux courbes θ_2^E et θ_2^T se comporte, soit comme une réflexion régulière (RR), soit comme une réflexion de Mach inverse (InMR). Dans ce cas, l'interaction de Mach est composée d'une réflexion de Mach directe et d'une réflexion de Mach inverse, et les lignes de courant issues des points triples forment un tube de courant divergent, cette remarque est bien observée dans le deuxième passage de transition MR→RR où la réflexion de Mach reste bien apparue.

Dans l'intervalle de θ_2 entre θ_2^E et θ_2^D , on obtient soit une réflexion de Mach inverse (InMR), soit une réflexion de Mach directe (DiMR).

Dans cette figure et dans une direction quelconque, lorsqu'on diminue M_0 , voir la figure III.9, la ligne de Von Neumann θ_2^T , est atteinte en premier si l'on commence le calcul où la solution primaire convergé est située dans la zone où l'interaction régulière (RR) est la seule, voir la zone (I), puis la ligne θ_2^N . La configuration régulière doit se maintenir dans la zone duale et la transition vers la configuration de Mach doit s'opérer à la ligne de détachement θ_2^E puisque au-delà de cette ligne il n'y a plus de solution pour une interaction régulière.

Dans un premier temps, pour la configuration (1) des cônes droits, où le nombre de Mach varié de 3.48 à 2.6, une interaction régulière (RR) a été obtenue pour un nombre de Mach $M_0=3.4$ supérieure au critère de Von Neumann ($M_{01}^T=2.772$ ($\theta_1=20^\circ$, $\theta_2=20^\circ$), elle est présentée dans la figure 4.10. ce point est situé dans le domaine (I) correspondant seul la configuration régulière est existe.

En autre temps, dans la zone duale, pour une même géométrie, les deux configurations d'interaction RR et MR (DiMR ou RR, INMR ou RR) sont obtenus ou sont possibles. Sur la figure 4.11, en comparant les points de transition numérique (les points jaune) avec les domaines d'existence des différents types de configuration de choc théorique pour des angles des cônes $\theta_1=\theta_2=20^\circ$ présenté par la ligne rose discontinue horizontale.

On continue toujours à diminuer le nombre de Mach, une interaction de Mach (MR) est obtenue pour un angle $M_0=2.73$ suffisamment important pour être situé au-delà de la ligne de détachement θ_2^E délimité par la ligne rouge verticale à gauche, c'est la limite de de critère de détachement.

Lorsque l'on augmente le nombre de Mach pour une autre fois où on inverse le calcul, on atteint d'abord la ligne de Von Neumann délimité par la ligne rouge discontinue verticale. Dans la zone duale, l'interaction de Mach doit se maintenir. Lorsque l'on arrive à la ligne de Von Neumann θ_2^T la transition vers l'interaction régulière doit s'effectuer puisque au-delà de cette ligne rouge il n'y a plus de solution théorique pour une interaction de Mach. Ces transitions de MR vers RR sont captées à un nombre de Mach égal à $M_0=3$, correspondante de critère de Von Neumann à $M_0=3.15$.

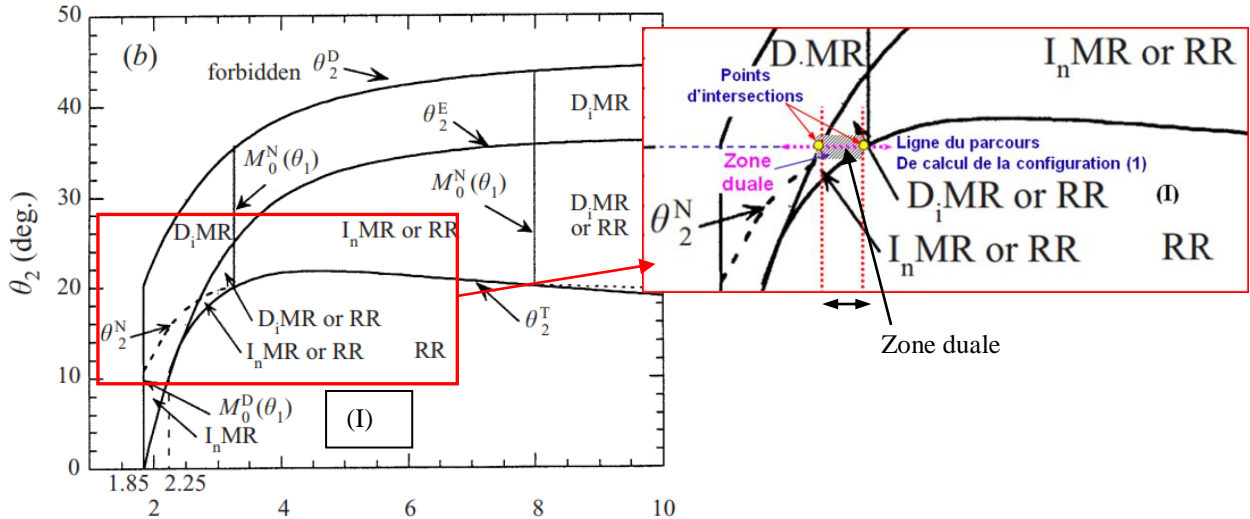


Figure 4.11 : Domaines de divers types de réflexions théoriquement possibles dans le plan $(M_0; \theta_2)$ pour $\theta_1 = 20^\circ$.

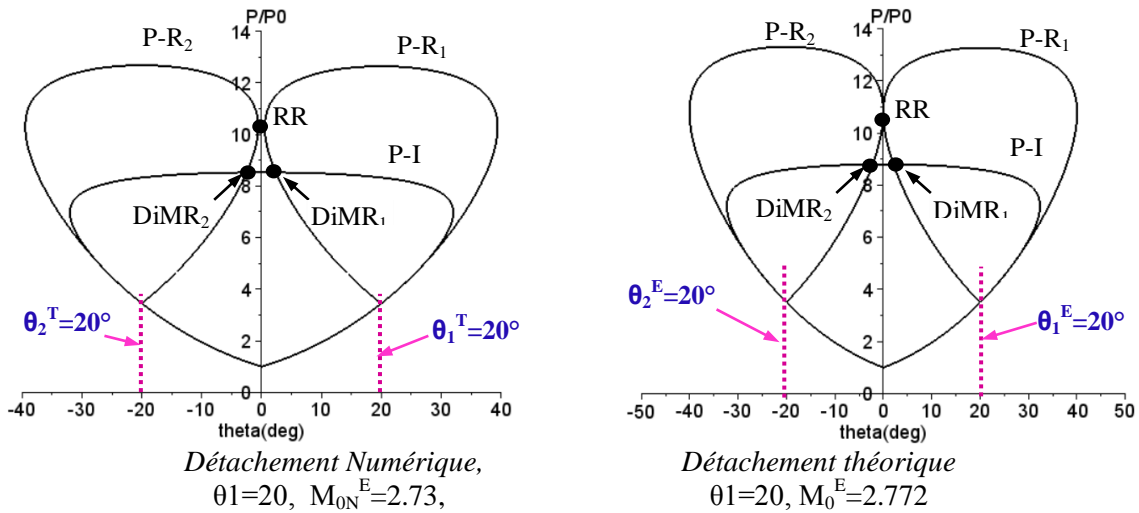


Figure 4.12 : Représentation des polaires de choc obtenues pour des angles des cônes $\theta_1 = \theta_2 = 20^\circ$: Mach de détachement numérique (à gauche) et théorique (à droite).

Une autre interprétation physique basée sur l'analyse théorique des polaires de choc a été utilisée dans ce travail numérique. Cette analyse donne une compréhension lisible à vérifier les phénomènes de transition des interactions d'ondes de choc, de la réflexion régulière (RR) vers la réflexion de Mach (MR) et vice-versa, les deux sont couplées et conduisent le phénomène d'hystérésis ou la boucle d'hystérésis ($RR \leftrightarrow MR$). Les figures 4.11, 4.12 présentent la représentation graphique ou l'hodographe des polaires de choc pour le calcul numérique de la configuration(1). Ces figures montrent les critères de transition des réflexions de chocs. Les figures 4.11-a et 4.11-b montrent, les critères de détachement à $M_{0N}^E = 2.73$ et de Von Neumann à $M_{0N}^T = 3$. On observe aussi qu'à partir de ces courbes, les solutions des polaires 1 et 2, les deux, donnent toujours des interactions de Mach directe $DiMR_1$, $DiMR_2$, voir la figure 3.9.

Les résultats de la simulation numérique et la théorie sont proches. Le phénomène d'hystérésis apparaît clairement à travers cette étude.

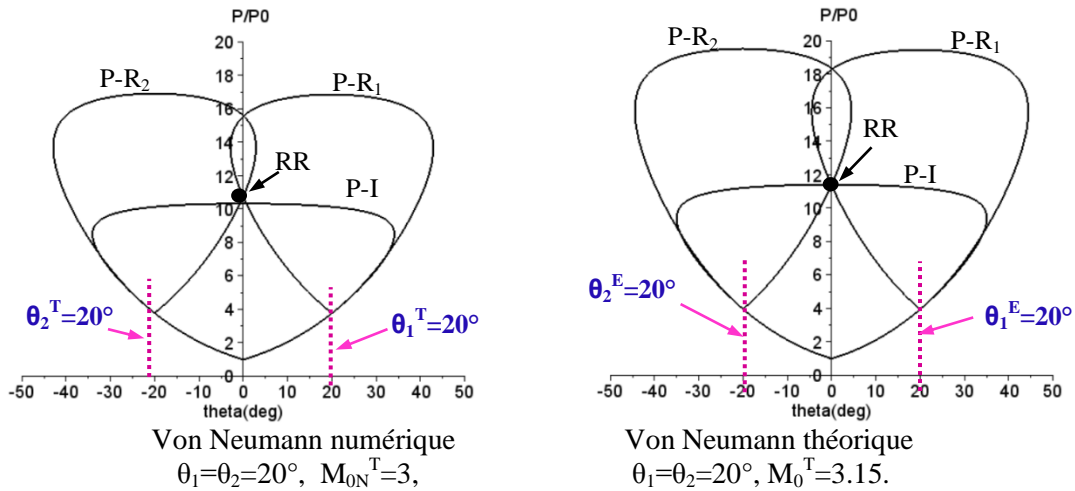


Figure 4.13 : Représentation des polaires de choc obtenues pour des angles des cônes $\theta_1=\theta_2=20^\circ$: Mach de Von Neumann numérique (à gauche) et théorique (à droite).

Les parcours de la transition globale sont les suivants :

Pour le calcul de la configuration(1) des cônes droits :

- RR ($M=3.4$) \rightarrow MR (à $M_0^E=2.73$), puis;
- RR ($M=1.73$) \rightarrow MR (à $M_0^T=3$)

Les phénomènes d'hystérésis:

Pour le calcul de la configuration(1) des cônes droits :

Ou :
 $\text{RR} \xrightarrow{\text{à } M_0^E=2.73} \text{MR (DiMR}_1 + \text{DiMR}_2) \xrightarrow{\text{à } M_0^T=3} \text{RR}$

4.7.1.1.2. Configurations coniques concave et convexe

Dans la même manière de calcul de la première configuration (cônes droites), nous allons de faire des calculs pour les deux configurations (2) et (3), des cônes concaves et des cônes convexes. On commence les calculs où les nombres de Mach égales à 4.48 et 9 de (2) et (3), respectivement. Les deux solutions initiales montrent qu'il y a une interaction régulière (RR), voir les figures 4.14 et 4.15. Lorsqu'on diminue le nombre de Mach continument, jusqu'à l'obtention des interactions de Mach (MR) à $M=5.7$ et 3.5 , de (1) et (2), respectivement, ces valeurs correspondantes des critères de détachement numériques $M_{0ccN}^E=5.7$, $M_{0cvN}^E=2.73$ des deux configurations concave et convexe, respectivement. Lorsqu'on a inversé le calcul, où l'on peut augmenter le nombre de Mach, jusqu'à l'obtention la réflexion régulière à $M=9$ et 4.44 de (2) et (3), respectivement, aussi ces valeurs correspondantes les valeurs numériques de critère de Von Neumann des deux configurations concave et convexe notées ; $M_{0cc}^T=9$ et $M_{0cv}^T=4.44$, respectivement.

Ces valeurs du nombre de Mach de détachement et de Von Neumann des deux configurations, elles ne peuvent pas définir les angles correspondants θ_{2i} de génération des chocs incidents, car les positions des points d'impact des pentes sur les surface de ces cônes par rapport à l'horizontal se déplacent sur celles-ci, voir les figures III.13 et III.14.

Les deux boucles d'hystérésis, induits par la variation du nombre de Mach, sont clairement reproduites par les calculs numériques, présentés dans les figures 4.14, 4.15 par les contours des iso-densité.

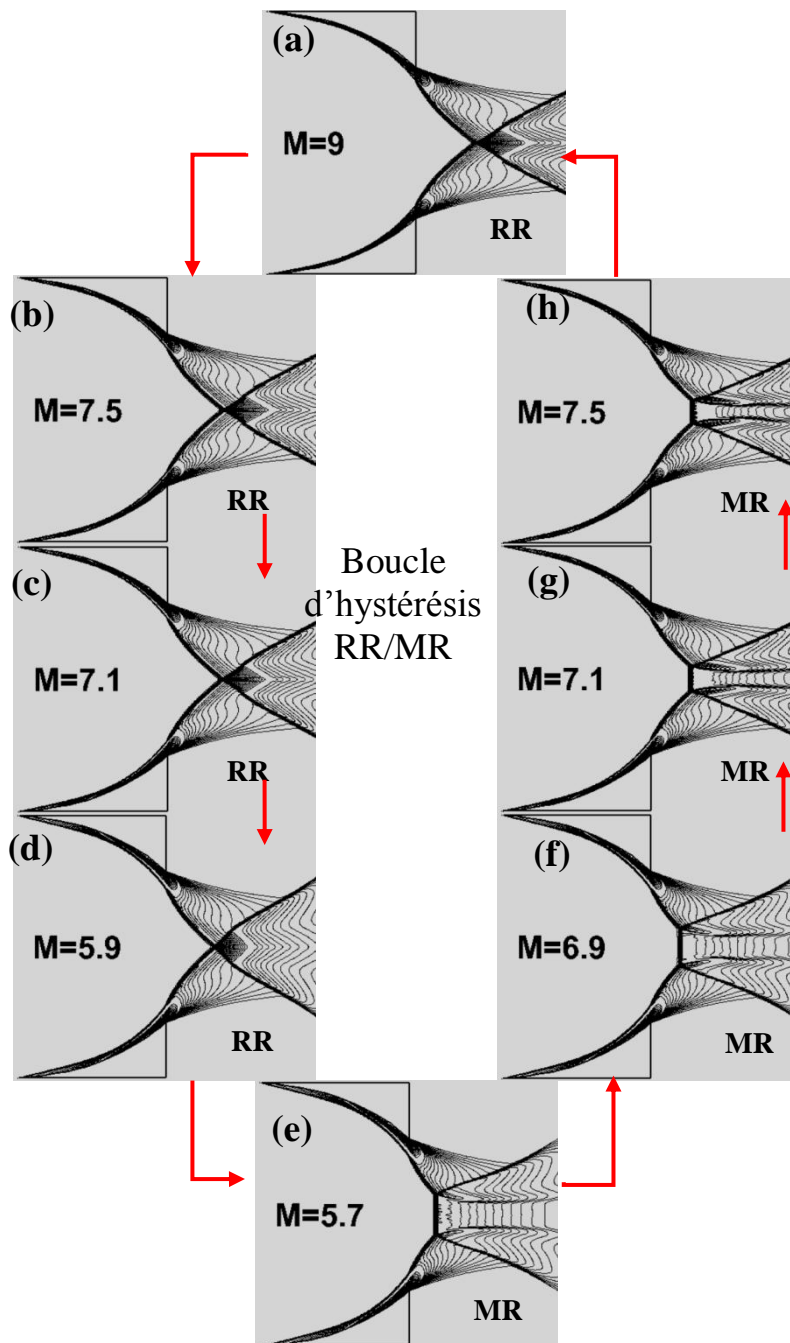


Figure 4.14 : Contours d'iso-densité, présentent les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis pour la configuration (2) de deux cônes concaves pour différents Mach.

- **Pour la configuration (2) des cônes concaves :**

La transition de IR→IM est obtenue pour un nombre de Mach variée de ;

$$9 \leq \theta_1 \leq 5.7,$$

La transition de MR→RR est obtenue pour l'angle de cône externe droit variée de ;

$$5.7 \geq \theta_1 \geq 9.$$

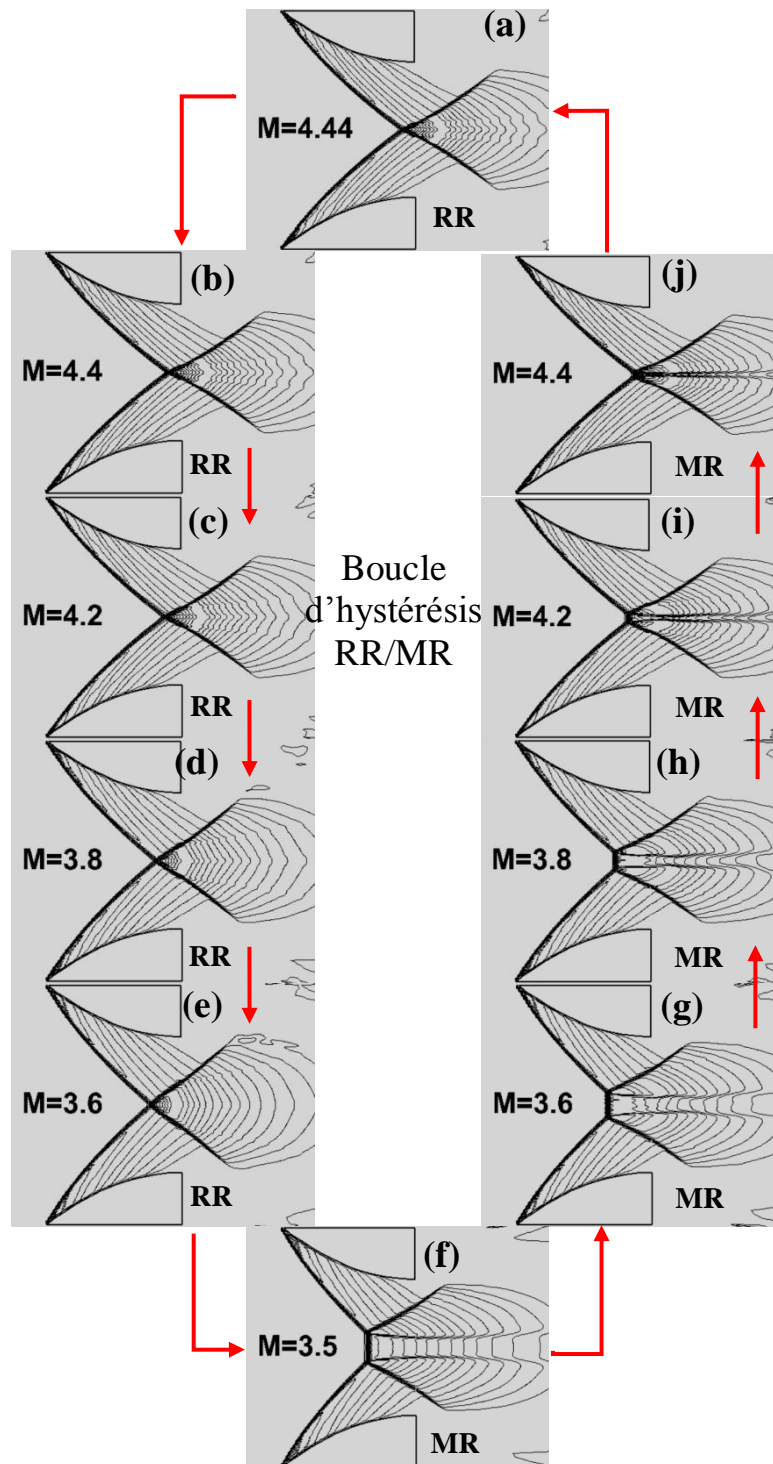


Figure 4.15: Contours d'iso-densité, présentent les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis pour la configuration (1) de deux cônes convexes pour différents Mach.

- Pour la configuration (3) des cônes convexes :

La transition de IR→IM est obtenue pour un nombre de Mach variée de ;

$$4.48 \leq \theta_1 \leq 3.5,$$

La transition de MR→RR est obtenue pour l'angle de cône externe droit variée de ;

$$3.5 \geq \theta_1 \geq 4.44.$$

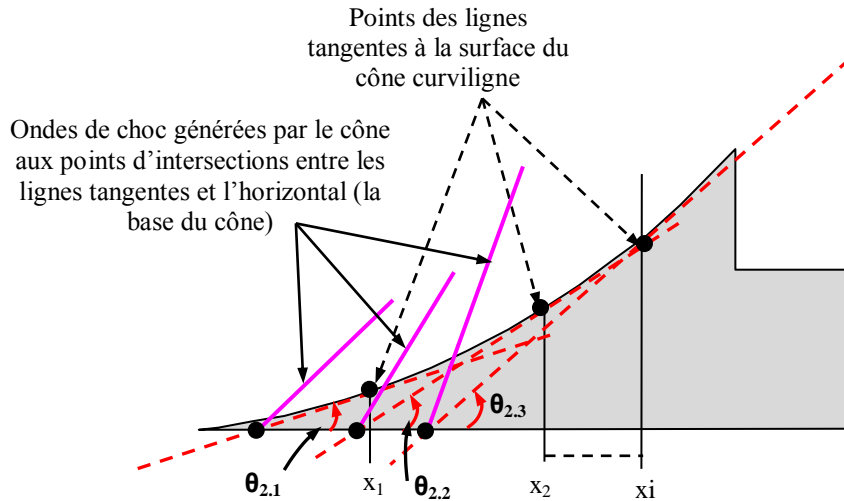


Figure 4.16: Indication des points des lignes tangentes situés sur la surface du cône concave.

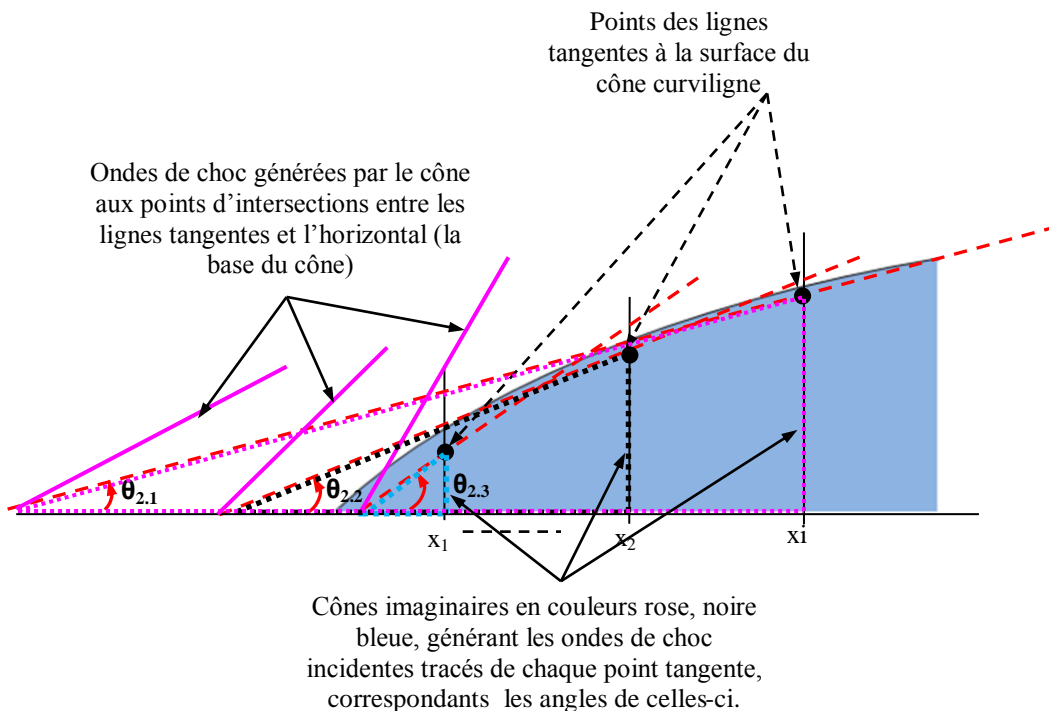


Figure 4.17: Indication des points des lignes tangentes situés sur la surface du cône convexe.

Pour une autre fois ; en utilisant l'interprétation physique basée sur l'analyse théorique des polaires de choc pour trouver les angles correspondants les deux critères de transition, de détachement et de Von Neumann pour les deux configurations coniques concave (1) et convexe (2) ces calculs numériques. Les figures 4.18 et 4.19 représentent ces deux critères de transition de détachement et de Von Neumann numérique qu'ont peuvent de déterminer les angles correspondantes de chaque critère et pour chaque configuration.

La figure 4.18 montre les deux critères numériques de Von Neumann et de détachement sont observés à partir des calculs numériques et introduites à partir des polaires de chocs.

□ Pour la configuration concave (1)

- Les angles de Von Neumann numériques $\theta_1 = \theta_2 = 19.75^\circ$ (cas symétrique) obtenus pour un nombre de Mach $M_{0ccN}^T = 9$, voir la figure 4.18-a.

- Les angles de détachement numériques $\theta_1=\theta_2=28.28^\circ$ (cas symétrique) obtenus pour un nombre de Mach $M_{0ccN}^E=5.7$, voir la figure 4.18-b.

□ Pour la configuration convexe (2)

- Les angles de Von Neumann numériques $\theta_1=\theta_2=20.9^\circ$ (cas symétrique) obtenus pour un nombre de Mach $M_{0cvN}^T=9=4.44$, voir la figure 4.19-a.
- Les angles de détachement numériques $\theta_1=\theta_2=23.88^\circ$ (cas symétrique) obtenus pour un nombre de Mach $M_{0cvN}^E=3.5$, voir la figure 4.19-b.

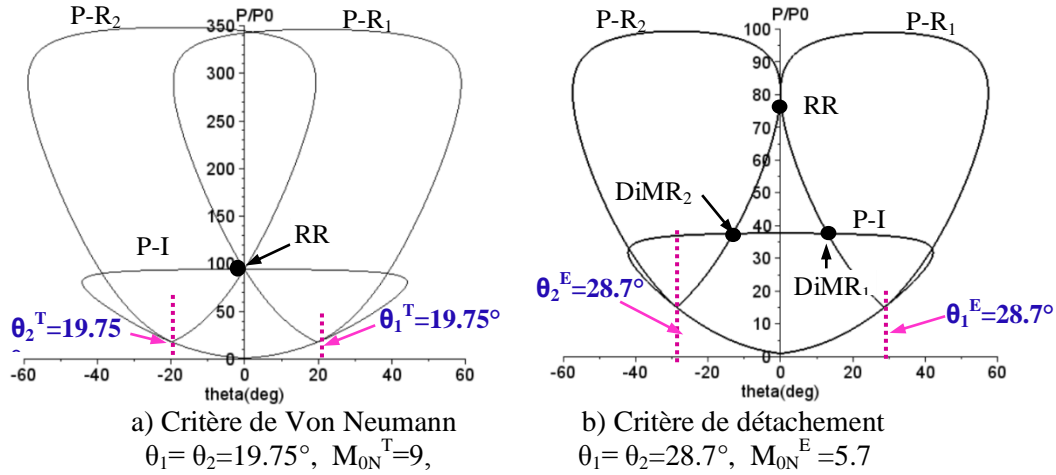


Figure 4.18 : Représentation des polaires de choc obtenues pour des angles des cônes concaves (cas symétrique) et de Mach numériques de Von Neumann (à gauche) et de détachement (à droite).

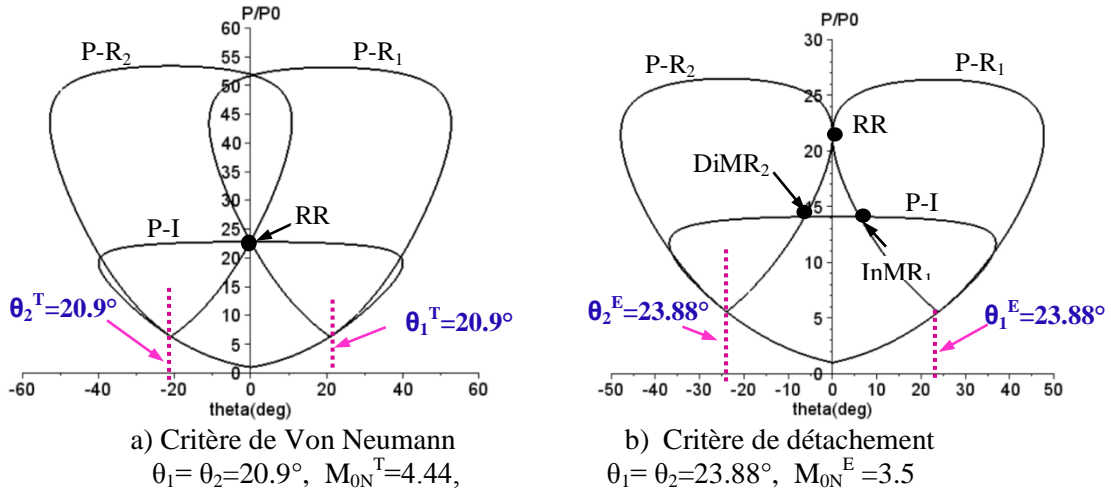


Figure 4.19 : Représentation des polaires de choc obtenues pour des angles des cônes convexes (cas symétrique) et de Mach numériques de Von Neumann (à gauche) et de détachement (à droite).

- **Les parcours des transitions globaux sont les suivants :**

Pour le calcul de la configuration (2) des cônes concaves :

- RR (M=9) \rightarrow MR (à $M_{0ccN}^E=5.7$), puis;
- RR (M=5.7) \rightarrow MR (à $M_{0ccN}^T=9$)

Pour le calcul de la configuration (3) des cônes convexes :

- RR (M=4.48) \rightarrow MR (à $M_{0cvN}^E=3.5$), puis;
- RR (M=3.5) \rightarrow MR (à $M_{0cvN}^T=4.44$)

- **Les phénomènes d'hystérésis:**

Chapitre 4: Résultats et discussion

Pour le calcul de la configuration (2) des cônes droits :

$$\text{Ou :} \quad \begin{array}{ccc} \text{à } M_{0ccN}^E=5.7 & & \text{à } M_{0ccN}^T=9 \\ \text{RR} \rightarrow \text{MR (DiMR}_1 + \text{DiMR}_2) & \rightarrow & \text{RR} \end{array}$$

Pour le calcul de la configuration(3) des cônes droits :

$$\text{Ou :} \quad \begin{array}{ccc} \text{à } M_{0cvN}^E=3.5 & & \text{à } M_{0cvN}^T=4.44 \\ \text{RR} \rightarrow \text{MR (DiMR}_1 + \text{DiMR}_2) & \rightarrow & \text{RR} \end{array}$$

- *Hauteurs de Mach*

Les parcours ou les boucles des phénomènes d'hystérésis peuvent être présentés dans la figure 4.20 par les évolutions des hauteurs de disque de Mach en fonction du nombre de Mach pour les trois configurations, des cônes droits, concaves et convexes. A partir de cette figure, la première boucle (A), colorée en bleue (désigné pour la configuration(1)) est présentée par le chemin, à savoir A – B – C– D – B, tandis que la deuxième boucle (B), colorée en rouge (concernant la configuration (2)) est suivi par un autre chemin était E–F–G–H–E. La troisième boucle (C), colorée en noire (concernant la configuration (3)) est suivie un chemin était I-J-K-L-I. A partir de cette figure, on observe:

- Des augmentations brusques, puis des évolutions linéaires ensuite des diminutions brusques aussi des hauteurs de disque de Mach,
- Que les valeurs maximums des hauteurs de disque de Mach en configuration (1) et (2) sont de mêmes ordre, tandis que pour celle de la configuration (3) un peut courte.
- La hauteur de disque de Mach est suivie presque la même évolution pour les trois configurations, exceptant la configuration (1) on observe il y a d'une apparition de disque de Mach avec une hauteur courte, puis revient à augmenter lorsque le nombre de Mach diminue.
- Que la boucle (B) de la configuration (2) est plus large que la boucle (B) de la configuration (3), puis cette dernière est plus grande que la boucle (A) de la configuration (1). Ces différentes tailles, correspondantes des marges de nombre de Mach importante de la configuration (2) puis (3) enfin (1). Aussi ces différentes tailles liées directement aux formes des surfaces des cônes générant les ondes de choc incidentes.
- Que les zones duales de la configuration (2) est plus grande que de celle de la configuration (3), celle-ci est plus grande par rapport de celle de la configuration (1).
- Que la transition de la réflexion de Mach était marqué rapide en configuration (1) que la configuration (3) puis la configuration (2),
- Que la transition de la réflexion de Mach vers la réflexion régulière dans le cas de la configuration (1) de calcul inverse est captée plus rapides que les autres configurations (2 et 3).

Le calcul de la configuration (1) a commencé à $M=3.5$, cette valeur correspond à $H_m=0$. Lorsqu'on diminue le nombre de Mach jusqu'à la valeur $M=2.75$, la hauteur de disque de Mach reste nulle. A partir de cette dernière valeur (en diminuant le nombre de Mach), une augmentation brusque de $H_m= 3.61\text{mm}$, correspond à une apparition de la réflexion de Mach (MR) où $M=2.73$. Ensuite, en sens inverse, une diminution progressive de cette hauteur, suivi par une augmentation supplémentaire de nombre de Mach jusqu'à en revient à la valeur zéro de H_m où $M=3$, traduisant une apparition à nouveau la réflexion régulière (RR). Au-delà de cette valeur, la hauteur H_m reste nulle.

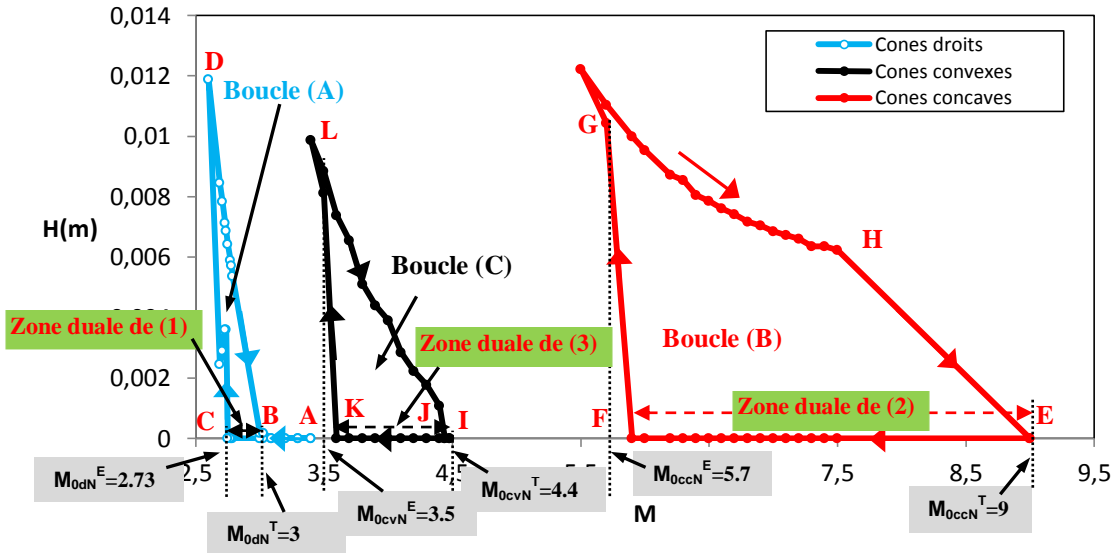


Figure 4.20: Evolutions de la hauteur de disque de Mach en fonction du nombre de Mach tracées pour les trois configurations : (a) droite, (b) concave et (c) convexe.

4.7.2 Effet d'angle du cône supérieur sur les phénomènes de transitions : cas dissymétrique

Dans cette partie de calcul numérique, on insiste beaucoup plus à la variation de l'angle du cône supérieur, varié entre 17° et 33° et en fixant celui du cône inférieur à la valeur $\theta_1=28^\circ$ durant le calcul. Cependant, tous les calculs sont effectués pour un nombre de Mach $M=4.96$, et par l'augmentation et la diminution de cet angle du cône supérieur. On présente par la suite les résultats obtenus au cours de ce calcul numérique.

Les séquences présentées dans la figure 4.21 par les contours des iso-densité d'écoulement montrent clairement les différentes configurations d'ondes de choc (RR) et (MR) et les phénomènes de transitions de telle configuration à autre. Cette figure montre clairement que lors du premier parcours, une interaction de Mach MR ($DiMR_1+DiMR_2$) a été observé à $\theta_2=29^\circ$, correspondre la valeur limite du critère numérique de détachement notée $\theta_{2N}^E=29^\circ$, lui supérieure à la valeur du critère théorique où $\theta_2^E=27.4^\circ$. En parcours inverse, où l'angle d'inclinaison décroît, la réflexion régulière (RR) est atteinte pour un angle d'inclinaison d'environ de 17° peut loin de la valeur critique de critère de Von Neumann qu'était égale à cette valeur $\theta_2^T=14.2^\circ$. La valeur $\theta_2=17^\circ$, correspondre la valeur numérique limite de critère de Von Neumann peut notée $\theta_{2N}^T=17^\circ$.

Il convient également de noter que, sur la base des résultats analytiques actuels (voir figure 4.22), la séquence d'événements pour certaines valeurs de θ_1 , par ex. pour $\theta_1=28^\circ$, rencontre une configuration d'onde MR qui consiste en une configuration d'onde d'interaction de Mach inverse (InMR) pour des valeurs de $\theta_2^T < \theta_2 < \theta_2^N$.

Sur la base de la présente théorie bidimensionnelle et sur cet intervalle de θ_2 tracé par la ligne verticale en couleur mauve présentée dans la figure précédente 4.22, la configuration d'onde de choc pour une telle combinaison de paramètres est soit une interaction régulière RR, soit une interaction de Mach MR composé d'une configuration de Mach inverse InMR et d'une configuration de Mach directe DiMR. Cette remarque a été introduite par notre calcul numérique présentée dans la figure 4.21-b et 4.21-h où les deux configurations DiMR et InMR sont observées. C'est-à-dire notre calcul numérique a vérifié l'étude expérimentale de H. Li et al [9] présentées dans figure 4.23. La figure 4.24 présente les polaires de chocs présentées pour visualiser la configuration combinée les deux interactions, l'interaction de

Mach directe (DiMR) et l'interaction de Mach inverse (InMR). Cette figure est traduire les strioscopies expérimentale et numérique.

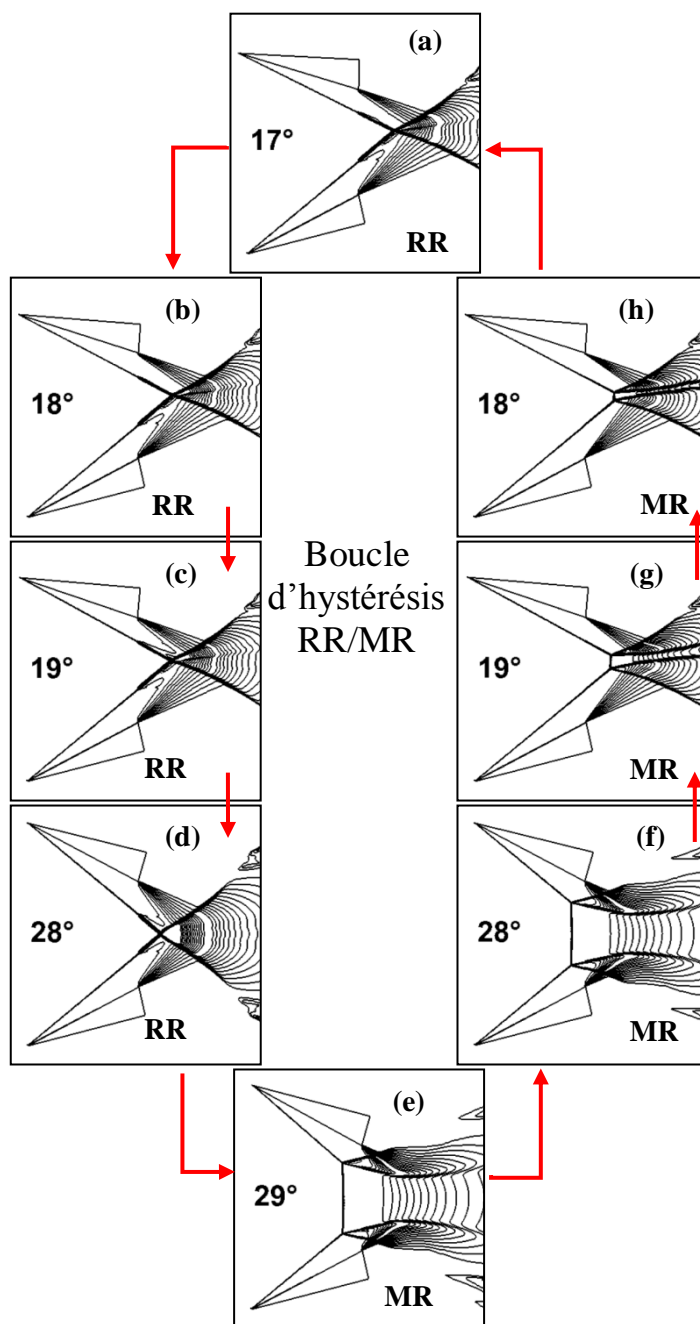


Figure 4.21: Contours d'iso-densité, présentent l'effet d'angle du cône droit supérieur sur les configurations d'ondes de choc associées la boucle d'hystérésis pour $\theta_1=28^\circ$.

Les parcours des transitions globaux sont les suivants :

Pour le calcul de la configuration dissymétrique : cônes droits

- RR ($\theta_2=14^\circ$) \rightarrow MR (à $\theta_{2N}^E=29$), puis;
- RR ($\theta_2=29^\circ$) \rightarrow MR (à $\theta_{2N}^T=17$)

Les phénomènes d'hystérésis:

Pour le calcul de la configuration dissymétrique : cônes droits

Ou : $\theta_{2N}^E = 29^\circ$ \rightarrow $\theta_{2N} = 18^\circ$ \rightarrow $\theta_{2N}^T = 17^\circ$
 RR \rightarrow MR (DiMR₁ + DiMR₂) \rightarrow MR(DiMR₁ + InMR₂) \rightarrow RR

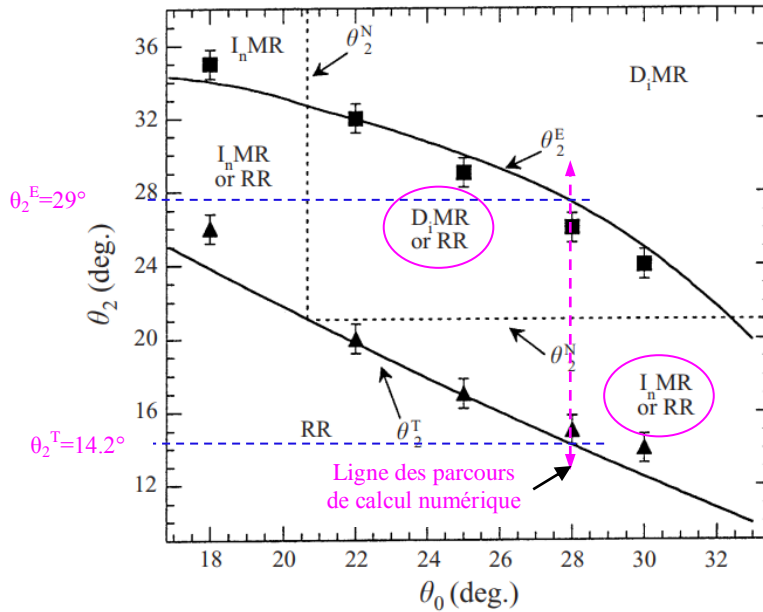


Figure 4.22 : La comparaison entre la ligne de transition analytique bidimensionnelle et le bord tridimensionnel a affecté les expériences pour $M_0=4.96$ dans le plan $(\theta_1; \theta_2)$. Carrés pleins, enregistrés expérimentalement points de transition RR \leftrightarrow RM ; triangles pleins, enregistrés expérimentalement Points de transition MR \leftrightarrow RR [9].

La figure 4.22 montre les deux critères numériques de Von Neumann et de détachement sont observés à partir d'un calcul numérique a été effectué pour un nombre de Mach égal à $M=4.96$ et pour un angle $\theta_1=28^\circ=cte$ du cône inférieur et introduite à partir des polaires de chocs. On observe à partir des ces figures, la solution numérique pour le critère de détachement est bonne par rapport celle de la théorie, tandis que pour le critère numérique de Von Neumann, elle est peut loin par rapport à celle de la théorie.

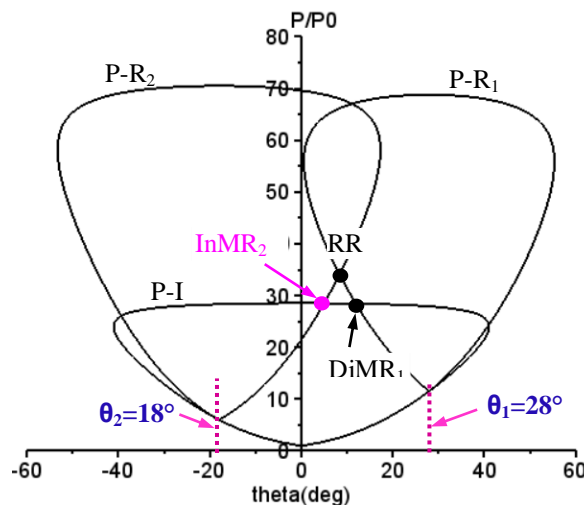


Figure 4.24 : Représentation des polaires de choc obtenues pour un nombre de Mach égal à 4.96 et : a) à $\theta_1=28^\circ$ et $\theta_2=18^\circ$ correspond d'une interaction de Mach MR combinée: Interaction de Mach directe (DiMR) et interaction de Mach inverse (InMR).

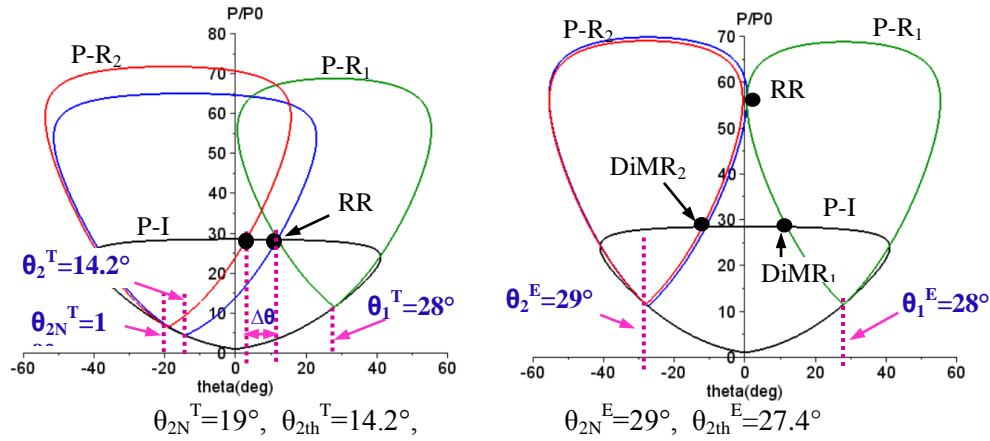


Figure 4.25 : Représentation des polaires de choc obtenues pour un nombre de Mach égal à 4.96 et :
 a) à $\theta_1^T=28^\circ$, correspond un angle de Détachement $\theta_2^E=29^\circ$; et b) correspond un angle de Von Neumann $\theta_2^T=19^\circ$.

Le phénomène d'hystérésis est effectué dans la configuration dissymétrique par l'influence de l'angle du cône supérieur de celle-ci pour un nombre de Mach $M=4.96$ et pour $\theta_1=28^\circ$ du cône inférieur. Ce phénomène est présenté sur la figure 4.26 dans le plan (θ_1, H_m) .

Il est claire que, pour une configuration d'onde RR correspond $h_m=0$; c'est-à-dire $H_m=0$: les états d'écoulement stationnaire, qu'ont été rencontrés lorsque en variant l'angle de rotation du cône supérieur sur le point de son bord de fuite, de $\theta_1=14^\circ$ à 33° où l'interaction de Mach MR été apparait, puis on inverse la rotation ou on diminué l'angle de $\theta_1=33^\circ$ à 17° , en revient d'apparaitre l'interaction régulière RR.

La boucle de phénomène d'hystérésis est présentée dans la figure 4.26 par l'évolution de la hauteur de disque de Mach. A partir de cette figure, la boucle est présentée par le chemin, à savoir A – B – C – D – B. A partir de cette figure, on observe:

- Des augmentations brusques en fonction d'augmentation de l'angle θ_2 , puis de diminution progressive linéaire ensuite des diminutions brusques aussi des hauteurs de disque de Mach lors de diminution de l'angle du cône supérieur,

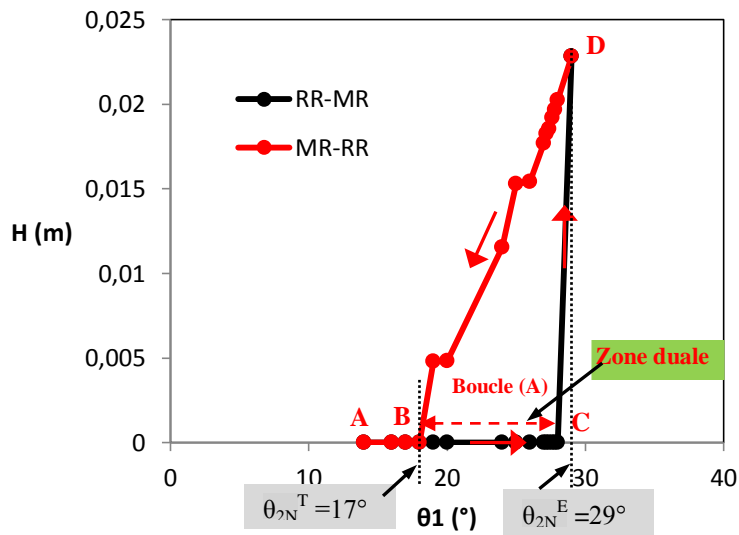


Figure 4.26 : Evolution de la hauteur de disque de Mach en fonction de l'angle du cône supérieur droit tracée à $M_0=4.96$ et $\theta_1=28^\circ$.

4.7.3 Effet de déplacement du cône inférieur sur la structure globale d'ondes de choc - Cas de deux cônes : droit/droit

Une enquête numérique a été réalisée pour un autre paramètre géométrique lié aux phénomènes des configurations d'ondes de choc et les phénomènes d'hystérésis associés à celles-ci. Le paramètre est le déplacement de l'un des cônes sur l'axe x, le long de la direction de l'écoulement et en laissant l'autre cône supérieur fixe.

On utilise deux configurations, la première comporte deux cônes, les deux droits et la deuxième est composée de deux cônes, l'un des cônes inférieur est concave ou curviligne utilisé par A. Chpoun et al [1], leur surface est suivie la fonction suivante : $f(x)=0.000115x^3+0.002717x^2+0.08749x$ où les dimensions sont exprimées en mm sont présentées dans la figure III.23. Les paramètres de l'écoulement infini sont les mêmes que l'ont utilisées dans les précédents calculs. Les calculs numériques sont effectués pour un nombre de Mach infini égale à 4.96 et l'angle du cône supérieur égale à $\theta_1=20.8^\circ$.

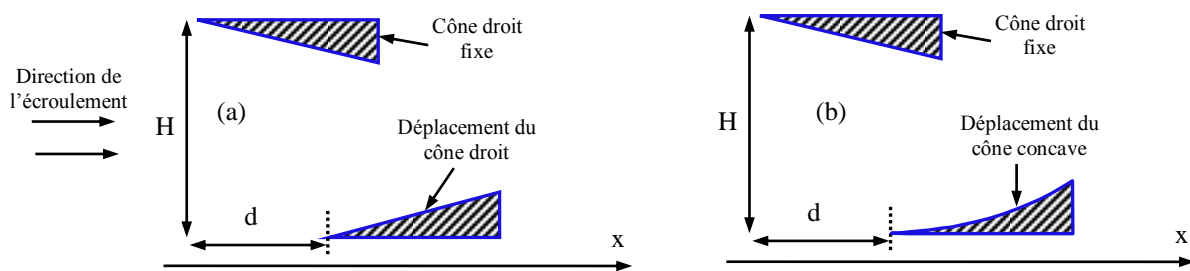


Figure 4.27 : Configuration de déplacement du cône inférieur : a) cône, b) concave.

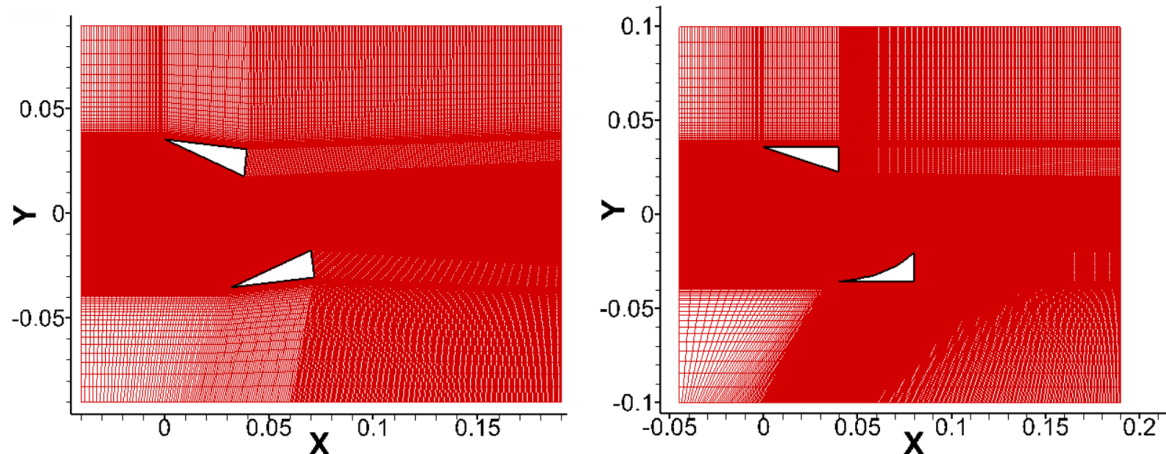


Figure 4.28 : Maillage des domaines des calculs des deux configurations : a) droite et b) concave.

4.7.3.1. Configuration des deux cônes droits

Dans un premier temps, on commence par la configuration des cônes droits lors du déplacement le cône inférieur pour traiter les phénomènes recentrés des configurations des ondes de choc et leurs phénomènes d'hystérésis si l'on retrouvée. Les calculs numériques sont commencés à une distance $d=0$. La solution convergée montre qu'il y a une interaction de mach (MR) a été observé à cause d'utiliser la condition où les paramètres initiaux de l'écoulement du domaine de calcul sont inférieure aux celles de l'écoulement d'entrée, voir la figure 4.29-a. Cette interaction a été obtenue en partant d'un champ uniforme. Cette configuration a été obtenue en partant d'un champ uniforme. Ensuite, le du cône droit continue se déplacé sur l'axe x et à chaque fois une solution stationnaire stable a été atteinte, à

partir du champ initial convergé pour une distance d précédente. On observe que la configuration de Mach atteinte aussi, mais la hauteur de disque de Mach est légèrement diminué. On continue encore d'augmenter la distance d jusqu'à $d=32\text{mm}$, une interaction de Mach reste atteinte avec une diminution de la hauteur de disque de Mach légèrement aussi. A partir de cette distance d où à la valeur 32mm , on commence d'inverser la direction de déplacement le sens contraire de l'écoulement, on observe toujours une interaction de Mach, voir la figure 4.29. Ces remarques montrent clairement que les configurations d'ondes de choc sont indépendantes de l'effet de déplacement du cône, car leurs surfaces sont droites.

Pour cette raison, on peut changer le cône droit inférieur par un autre cône concave, et on peut le tester pour traiter les phénomènes de transitions des configurations d'ondes de choc et leurs phénomènes d'hystérésis. Nous avons lancé les calculs dans les mêmes conditions d'écoulement à une distance $d=0$, mais on prend que les conditions initiales sont les mêmes que de l'entrée. Les résultats obtenus montrent qu'il y a une interaction régulière (RR) a été observée. On continue se déplace le cône concave jusqu'à $d=36$, une interaction de Mach a été obtenue, elle est combinée l'interaction de Mach directe et inverse (DiMR et InMR), cette valeur correspond la distance limite le critère numérique de détachement notée $d_N^E=36\text{mm}$. On inverse le déplacement en sens contraire de l'écoulement jusqu'à l'obtention de l'interaction régulière (RR) à $d=0$, l'on a revient à la même position initiale. Cette valeur à $d=16\text{mm}$, correspond la distance limite de critère numérique de Von Neumann, notée $d_N^T=16\text{mm}$.

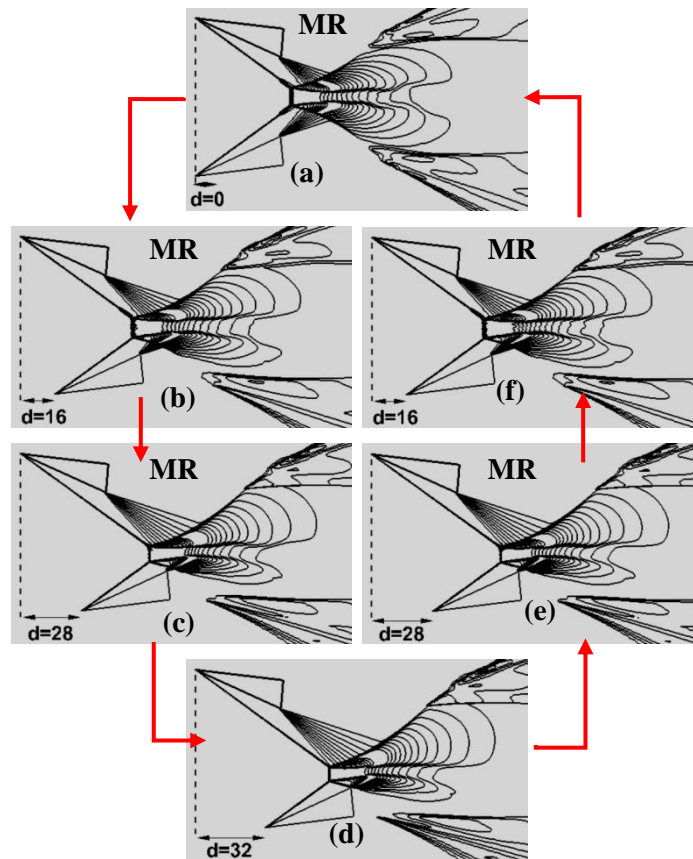


Figure 4.29: Contours d'iso-densité, présentent l'effet de déplacement du cône droit inférieur sur les configurations d'ondes de choc pour $\theta_1 = \theta_2 = 20^\circ$.

Une boucle d'hystérésis induite par le déplacement du cône concave inférieur le long de la direction x de sens de l'écoulement est clairement reproduite par des calculs numériques

effectués pour un nombre de Mach égal à 4.96 et pour $\theta_1=20.8$ du cône droit supérieur, elle est présentée dans la figure 4.30 par les contours des iso-densité.

Ce phénomène se traduit par une augmentation, puis une diminution la distance d défini par l'ensemble des deux passages de transition, de $RR \rightarrow DiMR + DiMR$ et de $DiMR + DiMR \rightarrow RR$ il est présenté par un schéma détaillé sur la figure 4.30.

- Pour le calcul d'effet d'angle de la divergence de la tuyère α :

La transition de $d_N=0mm \rightarrow d_N^E=36mm$ est obtenue pour d augmente et variée de ;

$$0mm \leq d \leq d_N^E = 16mm,$$

La transition de $d_N^E=36mm \rightarrow d_N^T=16mm$ est obtenue pour d diminue variée de ;

$$d_N^T = 16mm \leq d \leq d_N^T = 36mm.$$

Le phénomène d'hystérésis

- Pour le calcul d'effet de déplacement du cône concave :

$$RR (d=0mm) \rightarrow MR (\text{à } d_N^E=36mm) \rightarrow RR (\text{à } d_N^T=16mm)$$

Les figures 4.31-a et 4.31-b, représentent la représentation graphique ou l'hodographe des polaires de choc pour le calcul numérique. Ces figures montrent les critères de transition des réflexions de chocs. Les figures 4.15a et 4.15b montrent, les critères de détachement à $\theta_2^E=32.55^\circ$ et de Von Neumann à $\theta_2^T=20.8^\circ$. On observe aussi qu'à partir de ces courbes, la solution de la polaire R1 donne toujours une interaction de Mach stationnaire (StMR1), tandis que pour la polaire 2 donne une interaction de Mach directe (DiMR2).

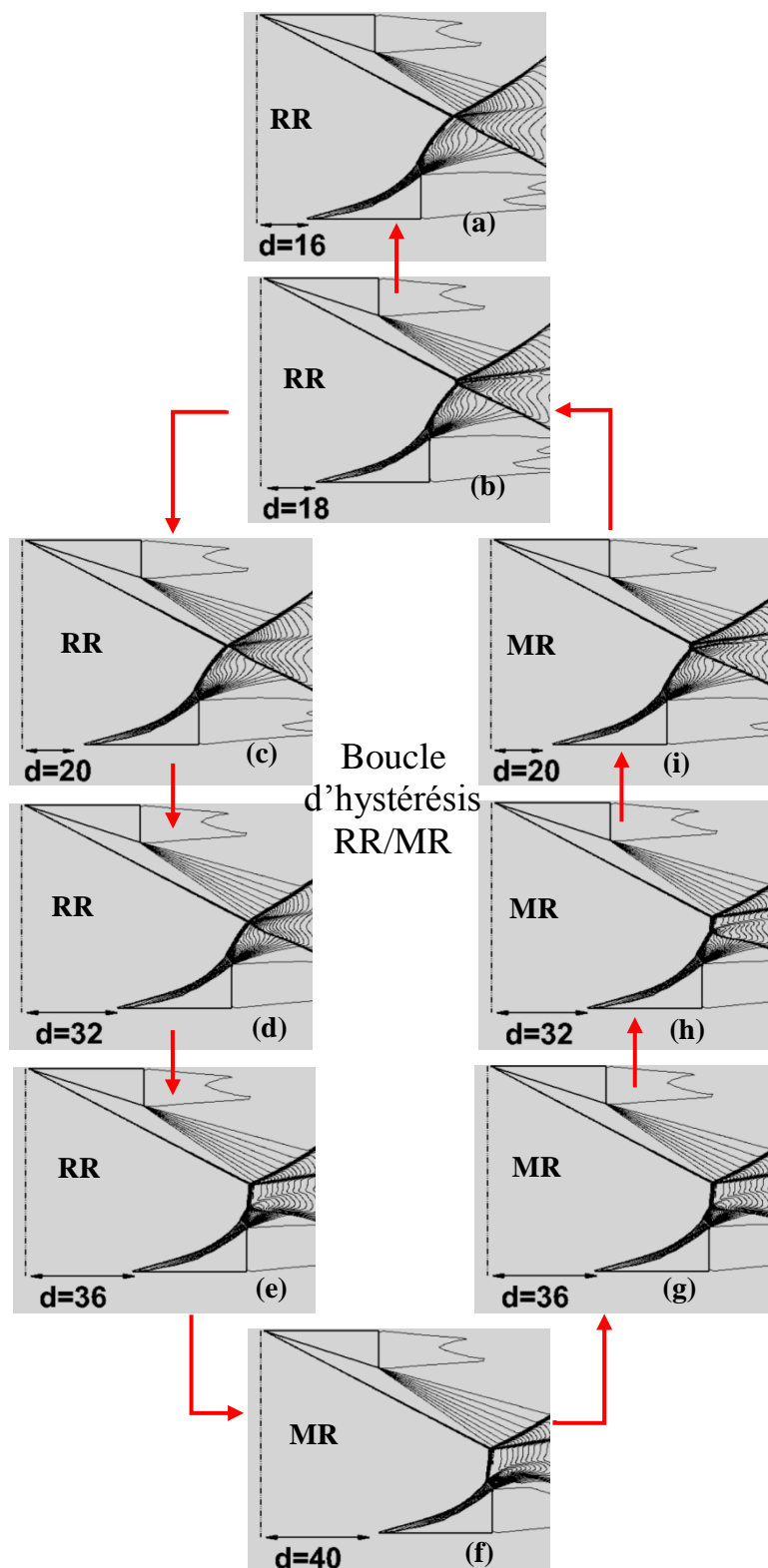


Figure 4.31: Contours d'iso-densité, présentent l'effet d'angle du cône droit supérieur sur les configurations d'ondes de choc associées la boucle d'hystérésis au cours de déplacement du cône concave inférieur pour $\theta_1=20.8^\circ$ et pour $M=4.96$.

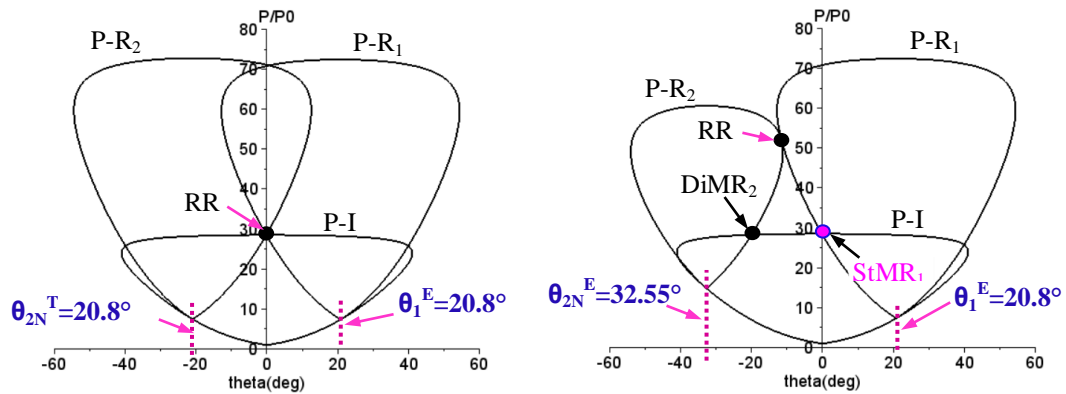


Figure 4.31 : Représentation des polaires de choc obtenues pour un nombre de Mach égal à 4.96 et : a) à $\theta_1^E=20.8^\circ$, correspond un angle de Détachement $\theta_2^E=32.55^\circ$; et b) correspond un angle de Von Neumann $\theta_2^T=20.8^\circ$.

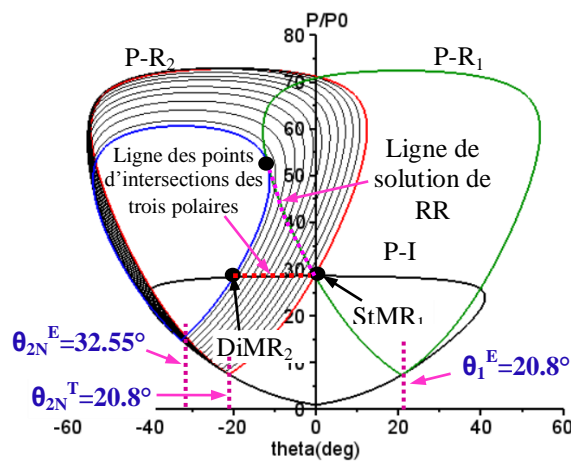


Figure 4.32: Représentation des polaires de choc obtenue pour un nombre de Mach égal à 4.96 montrent la ligne des points d'intersections des trois polaires pour un angle de Von Neumann varié de $\theta_2^T=20.8^\circ$ à 32.55° pour $\theta_1=20.8^\circ$.

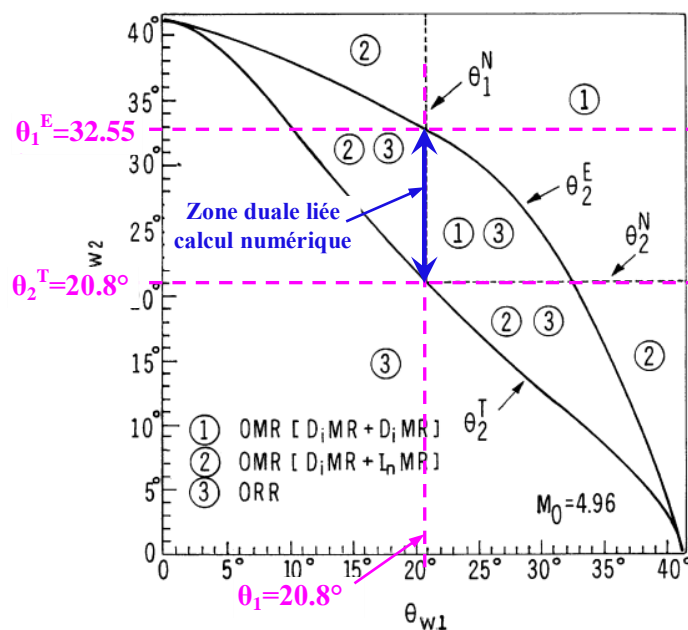


Figure 4.33 : Les domaines de divers types de réflexions théoriquement possibles : Domaines dans le plan (θ_2, θ_1) pour $\theta_1=20^\circ$ et $M=4.96$.

Chapitre 4: Résultats et discussion

La figure 4.32 montre les deux solutions théoriques obtenues par les polaires de chocs, elles suivent les lignes courbes des passages de critère de détachement vers le critère de Von Neumann des calculs numériques. La figure 4.33 représente les domaines de divers types d'interactions théoriquement possibles : Domaines dans le plan (θ_2, θ_1) pour $\theta_1=20^\circ$ et $M=4.96$. La ligne verticale de couleur bleue indique la solution dans la zone duale de calcul numérique comporte des deux type d'interaction, l'interaction double DiMR et l'interaction régulière RR.

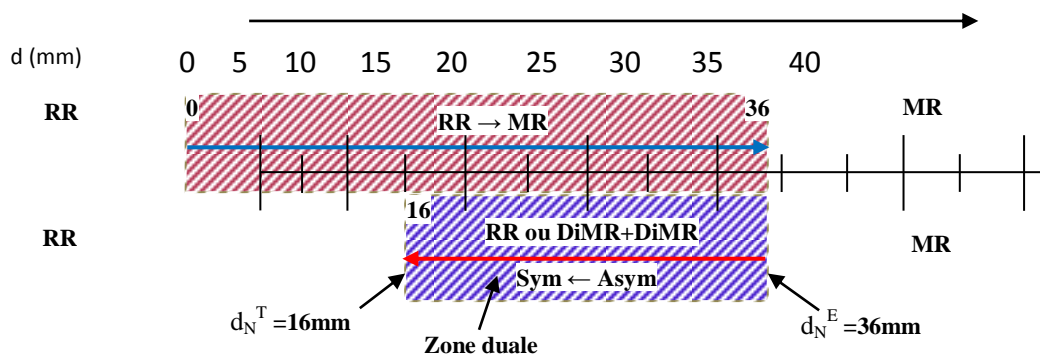


Figure 4.34 : Schéma du phénomène d'hystérésis $RR \leftrightarrow MR$ (DiMR+DiMR) obtenu par simulations 2D induit par l'effet d'angle α de la divergence.

Reference du chapitre 04 :

- [1] Chpoun A, Passerel D, Li H, Ben-Dor G, 1995. Reconsideration of oblique shock wave reflections in steady flows. Part 1. Experimental investigation. *J. Fluid Mech*, 301 : p. 19-35
- [2] H. LI et G. BEN-DOR A parametric study of Mach reflection in steady flows. Pearlstone Center for Aeronautical Engineering Studies,. *J. Fluid Mech.* (1997), Šol. 341, pp. 101–125
- [3] G, Ben-dor et al, Hysteresis phenomena in the interaction process of conical shock waves: experimental and numerical investigations. *J. Fluid Mech.* (2001), vol. 448, pp. 147–174
- [4] M. S. ivanov et al. The reflection of asymmetric shock waves in steady flows: a numerical investigation. *J. Fluid Mech.* (2002), vol. 469, pp. 71–87. c

Conclusion

Ce travail de recherche vise à étudier numériquement les phénomènes d'interactions dans des configurations coniques 2D assimilées comme des entrées d'air supersoniques comportent deux cônes, de forme droit concave et convexe. La simulation numérique, présentée dans ce mémoire, a été réalisée avec le logiciel commercial CFD-FASTRANT basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes d'un écoulement compressible supersonique en régime stationnaire.

Notre étude consiste à traiter les phénomènes d'interactions entre deux ondes choc coniques générées par des cônes droits, concaves et convexes, en particulier les phénomènes de transitions entre ces configurations puis suivies par le phénomène d'hystérésis $RR \leftrightarrow MR$. Plusieurs calculs numériques ont été réalisés dans ce mémoire, sont basé sur les effets des surfaces de générateurs des chocs incidents (cônes droits, concaves et convexes) et de nombre de Mach amont. Les effets de ces paramètres sur plusieurs phénomènes, tels que, les phénomènes d'interactions et celui de réflexion d'ondes de choc qui conduisant les phénomènes d'hystérésis, sont bien présentées.

Nous avons présentés nos résultats numériques obtenus et les projeter sur des techniques graphiques de polaires de choc qu'ont donné une comparaison lisible et d'une façon correcte. Ces résultats numériques ont abouti aux conclusions suivantes:

Les parcours des transitions globaux obtenus pour l'effet du nombre de Mach ainsi que l'effet d'angle de l'un des cônes par rapport à l'autre sont traduits par certains phénomènes de d'hystérésis comme suit:

Les phénomènes d'hystérésis induits par l'effet de Mach.:

Cas symétriques :

Pour le calcul de la configuration (1) des cônes droits :

Ou : $\begin{matrix} \text{à } M_0^E=2.73 & & \text{à } M_0^T=3 \\ RR \rightarrow MR (DiMR_1 + DiMR_2) & \rightarrow & RR \end{matrix}$

Pour le calcul de la configuration (2) des cônes concaves :

Ou : $\begin{matrix} \text{à } M_{0ccN}^E=5.7 & & \text{à } M_{0ccN}^T=9 \\ RR \rightarrow MR (DiMR_1 + DiMR_2) & \rightarrow & RR \end{matrix}$

Pour le calcul de la configuration(3) des cônes convexes :

Ou : $\begin{matrix} \text{à } M_{0cvN}^E=3.5 & & \text{à } M_{0cvN}^T=4.44 \\ RR \rightarrow MR (DiMR_1 + DiMR_2) & \rightarrow & RR \end{matrix}$

Les phénomènes d'hystérésis induits par l'effet d'angle du cône supérieur :

Cas dissymétrique :

Pour le calcul de la configuration dissymétrique : cônes droits

Résumé :

Les phénomènes d'hystérésis d'interactions d'ondes de choc ont été étudiés numériquement par la résolution des équations d'Euler stationnaire d'écoulement bidimensionnel compressible et supersonique, en utilisant le code de calcul CFD-FASTRAN. Cette étude numérique est effectuée dans des plusieurs configurations comportent deux cônes, droits, concaves et convexe. Trois calculs principaux ont été effectués dans cette étude, le premier basé sur l'effet de nombre de Mach en prenant les configurations symétriques, tandis que le deuxième a concentré au influence de l'angle de l'un des cônes droits, en choisissant la configuration dissymétrique, enfin la troisième est consacré au effet de déplacement de cône inférieur, soit le cône droit ou concave les deux derniers calculs ont été effectuée dans une nombre de mach égal à 4.96. Deux types de transition de RR→MR ou de RR→MR ont été retrouvés, elles sont suivies par des phénomènes d'hystérésis RR↔MR. Ces phénomènes ont été reproduits et vérifiés clairement les tracer des polaires de choc qui ont identifiés et découvert les points de transition.

Mots-clés : Ondes de choc, interaction régulière(RR), interaction de Mach (MR), phénomène d'hystérésis.

Abstract :

The hysteresis phenomena of shock wave interactions have been studied numerically by solving steady-state Euler equations of two-dimensional compressible and supersonic flow, using the CFD-FASTRAN computer code. This numerical study is carried out in several configurations comprising two cones, rights, concave and convex. Three main calculations were performed in this study, the first based on the Mach number effect by taking the symmetric configurations, while the second concentrated on the influence of the angle of one of the right cones, choosing the asymmetrical configuration, finally the third is devoted to the effect of lower cone displacement, either the right or concave cone the last two calculations were carried out in a mach number equal to 4.96. Two types of RR→MR or RR→MR transition have been found, they are followed by RR↔MR hysteresis phenomena. These phenomena have been reproduced and verified clearly by plotting shock polars which have identified and discovered the transition points.

Keywords: Shock waves, regular interaction (RR), Mach interaction (MR), hysteresis phenomenon.

ملخص:

تمت دراسة ظاهرة التباطؤ لتفاعلات موجة الصدمة عددياً عن طريق حل معادلات أويلر الثابتة للتدفق ثنائي الأبعاد القابل للضغط والتدفق الأسرع من الصوت، باستخدام كود الحاسوب CFD-FASTRAN. أجريت هذه الدراسة العددية في عدة تكوينات تتألف من مخروطين، ذو مساحات مستقيمة، مقعرة ومحدبة. تم إجراء ثلاث حسابات رئيسية في هذه الدراسة، الأولى تعتمد على تأثير رقم Mach بأخذ التكوينات المتماثلة، بينما ركزت الثانية على تأثير زاوية أحد المخاريط المستقيمة، واختيار التكوين غير المتماثل، وأخيراً تم تخصيص الثالثة لتأثير الإزاحة للمخروط السفلي، إما المخروط المستقيم أو المخروط المقعر، تم إجراء الحسابين الأخيرين برقم ماخ يساوي 4.96. تم العثور على نوعين من RR → MR أو MR → RR، تتبعهما ظواهر التباطؤ. RR↔MR تم إعادة إنتاج هذه الظواهر والتحقق منها بوضوح من خلال رسم أقطاب الصدمة التي حددت واكتشفت نقاط الانتقال.

الكلمات المفتاحية: موجات الصدمة، التفاعل المنتظم (RR) التفاعل الماخ(MR)، ظاهرة التباطؤ.