

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

*Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arréridj*

*Faculté des Sciences et de la technologie*

*Département Génie Mécanique.*

# **Mémoire**

*Présenté pour obtenir*

**LE DIPLOME DE MASTER**

**FILIERE : Génie Mécanique**

**Spécialité : Énergétique**

Par

- **ZID Ramzi**
- **SAHRAOUI Aymene**

Intitulé

**Modélisation numérique du transfert thermique au sein d'une cavité  
poreuse ventilée.**

*Soutenu le : 26.06.2022*

*Devant le Jury composé de :*

<b>Nom &amp; Prénom</b>	<b>Grade</b>	<b>Qualité</b>	<b>Etablissement</b>
<b>M.BENTOUMI Mohamed</b>	<b>MCA</b>	<b>Président</b>	<b>Univ-BBA</b>
<b>M.HAMIMID Saber</b>	<b>MCB</b>	<b>Encadreur</b>	<b>Univ-BBA</b>
<b>M.IMAKHLAF Anis</b>	<b>MCB</b>	<b>Examinateur</b>	<b>Univ-BBA</b>

*Année Universitaire 2021/2022*

# *Remerciements*

Je remercie tout d'abord, ALLAH, le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin et qui nous a donné le courage et le pouvoir pour réaliser ce travail.

Je remercie vivement et chaleureusement mon encadreur Monsieur H.Saber professeur à l'Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arréridj.

Je le remercie pour son aide et ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Enfin, nos profonds remerciements vont à nos chers parents, frères et sœurs, pour leurs soutiens et leur confiance en nous, sans oublier nos amis et nos camarades en particulier. Et tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin à la réalisation de notre projet.

Nous remercions également, les membres du jury qui ont accepté d'examiner et de juger ce modeste travail.

## Dédicaces

A Nos parents

Grâce à leurs tendres encouragements et leurs grands sacrifices, ils ont pu créer le climat affectueux et propice à la poursuite de nos études.

Aucune dédicace ne pourrait exprimer notre respect, notre considération et nos profonds sentiments envers eux.

Nous prions le bon Dieu de les bénir, en espérant qu'ils seront toujours fiers de nous.

A nos très chers frères et sœurs

On vous dédie ce travail en vous souhaitant un avenir radieux, pleins de bonheur et du succès. Que dieu, le tout puissant, vous préserve et vous procure santé et longue vie.

A nos ami(e)s et nos collègues

En témoignage de l'amitié qui nous unie et des souvenirs de tous les moments que nous avons passé ensemble, on vous dédie ce travail et on vous souhaite une vie pleine de réussite et de bonheur.

A tous nos professeurs qui nous ont enseigné ou aide.

## Table des matières

<i>Remerciement</i>	i
Dédicaces	ii
Nomenclature	iv
Liste des figures	v
Liste des tableaux	vi
Introduction générale	1

### Chapitre I Généralité et étude bibliographique

I.1	Transfert de chaleur par convection	4
1.	Convection naturelle (libre)	4
2.	Convection forcée	5
3.	Convection mixte	5
4.	Milieu poreux	5
I.2	Volume élémentaire représentatif (V. E. R.)	6
I.3	Modèles d'écoulement dans les milieux poreux	7
1.	Modèle de Darcy	7
2.	Modèle de Darcy-Brinkman	8
3.	Modèle de Brinkman-Wooding	8
4.	Modèle de Forchheimer	8
5.	Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer	8
I.4	Revue bibliographique	8

### Chapitre II Formulation mathématique

II.1	Géométrie du problème considéré	18
II.2	Equation du Darcy généralisées pour un milieu poreux	19
II.3	Hypothèse de Boussinesq	19

## Sommaire

II.4	Equation de conservation (continuité, quantité de mouvement, énergie)	20
1.	Équation de continuité :	20
II.5	Équations de conservation de la quantité de mouvement suivant x et y	20
	Equation de conservation énergie	20
II.6	Equation de continuité	20
II.7	Équation de bilan de la quantité de mouvement	21
1.	Région fluide	21
2.	Région Poreuse	21
II.8	Équation de Darcy	21
II.9	Modèle de Brinkman	21
II.10	Modèle de Darcy vs modèle de Brinkman	22
II.11	Equation d'énergie	22
II.12	Conditions aux limites	22
II.13	A dimensionnement des équations gouvernantes et conditions aux limites	23

### Chapitre III Résolution numérique

III.1	Introduction	25
III.2	Volumes finis	25
III.3	Discrétisation des équations par volumes finis	26
III.4	Schémas numériques	28
III.5	Méthode et algorithme de calcul	30
1.	Couplage vitesse-Pression (Algorithme SIMPLER)	30
2.	Résolution du système discrétisé (Algorithme de THOMAS, Méthode line by line)	36
3.	Validation du model	37

### Chapitre IV Résultats et interprétation

IV.1	Effet du nombre de Reynolds	38
IV.2	Effet du nombre de Darcy	40
IV.3	Effet de la porosité	42
	<b>Conclusion générale</b>	<b>45</b>

## Sommaire

---

<b>Références bibliographique</b>	<b>46</b>
<b>Résumé</b>	<b>49</b>

## Nomenclature

Symboles	Definition	Unités
A	coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées	S.D
A P	fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet	S.D
B	terme source dans le système d'équations algébriques discrétisées	S.D
Cp <sub>f</sub>	capacité calorifique du fluide	J/kg. K
D	terme de diffusion dans le système d'équations algébriques discrétisées	S.D
Da	nombre de Darcy, $\left(\frac{K}{H^2}\right)$	S.D
$dX_e, dX_w, dY_n, dY_s$	Distances entre le nœud considéré P et les nœuds E, W, N, S	S.D
F <sub>c</sub>	coefficient de Forchheimer, $\left(= \frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon^2}}\right)$	S.D
X <sub>p</sub>	épaisseur de la couche poreuse	m
K	permiabilité	m <sup>-1</sup>
p	pression	Pascal
P	pression adimensionnelle, $\left(= p / \rho V_{ref}^2\right)$	S.D
H	hauteur de la cavité	m
Re	nombre de Reynolds, $\left(\frac{\rho H V_{ref}}{\mu}\right)$	S.D
Pr	nombre de Prandtl, $\left(\frac{\mu C_p}{K}\right)$	S.D
Ra	nombre de Rayleigh, $\left(\frac{g \beta \Delta T H}{\nu \alpha}\right)$	S.D
T	température	K
U	composantes de la vitesse suivant la direction x	m.s <sup>-1</sup>
V	composantes de la vitesse suivant la direction y	m.s <sup>-1</sup>
X	direction longitudinale	m
Y	direction transversale	m
α	coefficient de diffusion thermique effective	m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
μ	viscosité dynamique	kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup>
ρ	masse volumique	kg.m <sup>-3</sup>
ν	viscosité cinématique	m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
ΔX, ΔY	dimensions du volume de contrôle considéré	S.D
ε	porosité	S.D

Liste des figures

Figure I-1mécanisme du transfert de chaleur par convection[1]	4
Figure I-2Types de milieu poreux : milieu consolidé (b) et non consolidé (a) [3]	5
Figure I-3 : Diagramme schématique d'un milieu poreux et d'un volume élémentaire représentatif.	6
Figure I-4: Configuration étudiée par Pakdee et Rattanadecho[14].	9
Figure I-5 : Configurations étudiées par Basak et Roy [17].	11
Figure I-6Cavité du problème étudié parOztop et al [19].	12
Figure I-7Configurations étudiées parBENMENZER.S [26].	14
Figure I-8 : Géométrie étudiées par Beckermann et al. [34].	17
Figure II-1: Model physique et conditions aux limites	18
Figure III-1 : Description du maillage (volume de contrôle typique)[23].	25
Figure III-2 : Volume de contrôle typique	26
Figure III-3 : Volume de contrôle décalé vers la droite.	26
Figure III-4 : Volume de contrôle décalé vers le haut.	26
Figure III-5:Algorithme SIMPLER	35
Figure IV-1: lignes de courants (gauche) et isothermes (droite) pour $Da=10^{-4}$ , $Ra=0.001$ et pour différentes valeurs de $Re$ .	40
Figure IV-2: vecteurs vitesse de l'écoulement dans la cavité.	40
Figure IV-3: le nombre de Nusselt sur le mid-plan de la couche poreuse.	40
Figure IV-4:lignes de courants (gauche) et isothermes (droite) pour $Re=100$ , $Ra=10e-3$ et pour différentes valeurs de $Da$ .	42
Figure IV-5:le nombre de Nusselt sur le mid-plan de lma couche poreuse.	42
Figure IV-6:lignes de courants (gauche) et isothermes (droite) pour $Da=0.001$ , $Re=100$ , $Ra=0.001$ et pour différentes valeurs de la porosité.	44
Figure IV-7:le nombre de Nusselt sur le mid-plan de lma couche poreuse.	44

### Liste des tableaux

Table III-1: Fonction $A( P )$ pour différents schémas numériques (Patanker [23])	29
Table III-2: Darcy-Brinkman model	37

# Introduction générale

### Introduction générale

Au cours de ces dernières années, les études numériques, analytiques et expérimentales des écoulements thermiques dans les milieux poreux ont reçu beaucoup d'attention afin d'améliorer les performances de leurs utilisations industrielles, ceci étant dû à un grand nombre d'applications techniques et à l'intérêt croissant pour les applications d'ingénierie telles que l'écoulement des fluides dans les réservoirs géothermiques, les systèmes d'énergie géothermique, les échangeurs de chaleur compacts, processus de séparation dans les industries chimiques, dispersion de contaminants chimiques à travers un sol saturé d'eau, solidification de la coulée, migration de l'humidité dans le système de stockage des céréales, production de pétrole brut, ingénierie nucléaire, refroidissement des conteneurs de déchets radioactifs, etc.

En fait, le transfert de chaleur dans un milieu poreux saturé par un fluide est effectué essentiellement en deux modes : la conduction à travers la matrice solide qui compose le milieu poreux sous l'effet des gradients de température, et la convection qui permet le transfert d'énergie à travers le mouvement du fluide en saturant le milieu poreux.

La présence du milieu poreux a un effet considérable sur les régimes hydrodynamique et thermique, afin d'améliorer le transfert de chaleur. Cependant, il est difficile de déterminer les conditions d'écoulement et de transfert de chaleur dans de telles structures, en raison des différents phénomènes mis en jeu et de la présence de deux phases, solide et liquide.

L'objet de ce travail est d'étudier l'effet de la présence d'une couche poreuse sur l'état d'écoulement de convection forcée et le transfert thermique dans une cavité ventilée.

Le premier chapitre est consacré à un rappel des généralités sur les milieux poreux et les modèles d'écoulement dans ces milieux. Après avoir caractérisé un milieu poreux, nous passons en revue les travaux antérieurs sur la convection dans les milieux poreux, en particulier, nous concentrons notre attention sur la convection forcée.

Le deuxième chapitre constitue le prolongement mathématique du chapitre 1. Nous présentons la géométrie physique étudiée et établissons les équations de bilan régissant la

## Introduction générale

---

convection dans un milieu poreux. Nous insistons sur les différents modèles possibles et en particulier celui de Darcy - Brinkman – Forchheimer.

Dans le troisième chapitre, à l'aide de la méthode des volumes finis pour la discrétisation des équations de conservation, l'algorithme SIMPLER pour le couplage vitesse-pression et l'algorithme de THOMAS, nous présentons les outils numériques pour la modélisation numérique du problème étudié.

Les résultats de simulation numérique portés sur l'effet de régime d'écoulement, la perméabilité et la porosité du milieu poreux, sont présentés dans un quatrième chapitre.

Et on termine par une conclusion générale, où les principaux résultats sont mis en valeur, et des perspectives pour des travaux futures sont présentées.

# Chapitre I

## Généralité et étude bibliographique

## Chapitre I Généralité et étude bibliographique

### I.1 Transfert de chaleur par convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton [1]

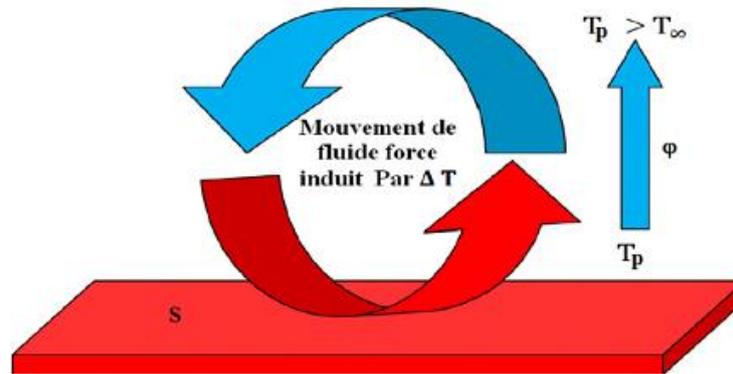


Figure I-1 mécanisme du transfert de chaleur par convection [1]

Le flux de chaleur mis en jeu s'écrit alors d'après la loi de Newton :

$$\varphi = h.s.(T_p - T_\infty) \quad (\text{I.1})$$

$\varphi$  : Le flux de chaleur transmis par convection (W).

$h$  : Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ).

$s$  : Aire de la surface de contact solide/fluide.

$T_p$  : Température de la surface du solide (K).

$T_\infty$  : Température du fluide loin de la surface du solide (K)

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un fluide. On distingue généralement trois types de convection :

#### 1. Convection naturelle (libre)

La convection naturelle dans laquelle le mouvement du fluide est produit par les différences de densité entre les particules chaudes et celles froides existant dans un fluide, situées dans un champ de forces massiques.

Cette différence de densité, qui est la plupart du temps provoquée par une différence de température. Elle crée avec la force de gravité une force de flottabilité, qui par conséquent génère une différence de quantité de mouvement [2].

## 2. Convection forcée

En convection forcée le mouvement du fluide est provoqué par l'action des forces extérieures (par exemple pompe, ventilateur...etc.), qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes. En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement du fluide.

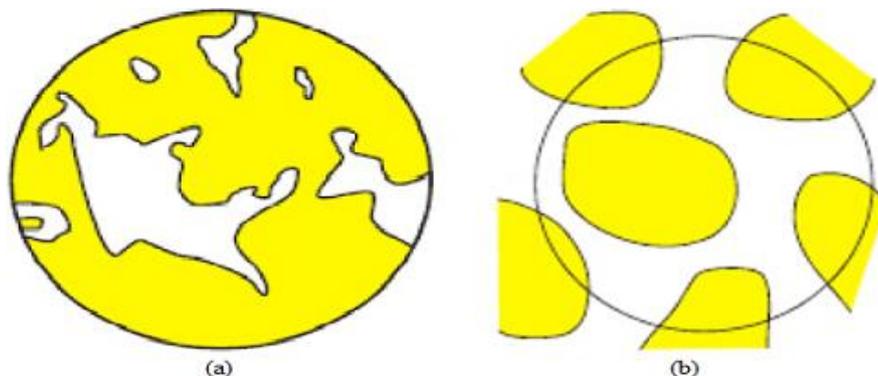
## 3. Convection mixte

Elle correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcé) quand les vitesses d'écoulement fictives dues aux deux types de convection sont, considérées séparément sont du même ordre de grandeur. Quel que soit le type de convection considéré, on distingue deux régimes d'écoulement : laminaire et turbulent.

## 4. Milieu poreux

On appelle un milieu poreux toute matrice solide comportant des vides au travers desquelles un ou plusieurs fluides peuvent s'écouler. Ces espaces vides qui peuvent être connectés sont appelés pores. On rencontre plusieurs milieux poreux dans la nature ou l'industrie, on distingue ainsi deux sortes de milieux poreux :

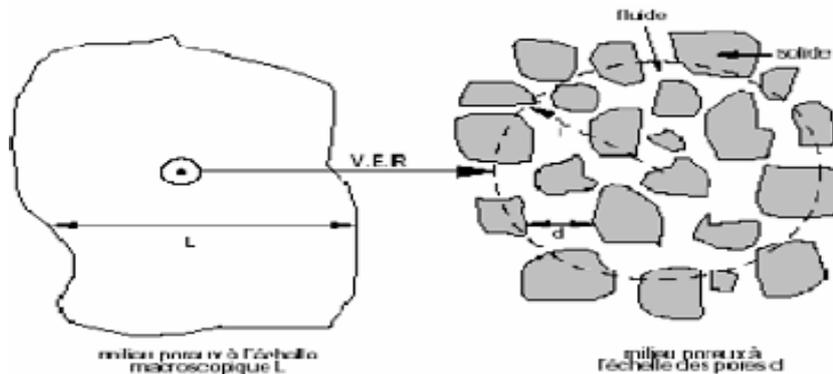
- **milieux solides non consolidés : la phase solide est formée de grain (par exemple d'empilement de billes, de panneaux de fibre de verre, de sable ...etc.),**
- **milieux solides consolidés : tel que les roches, le bois ...etc.,**



**Figure I-2**Types de milieu poreux : milieu consolidé (b) et non consolidé (a) [3]

## I.2 Volume élémentaire représentatif (V. E. R.)

Dans un milieu poreux, les propriétés physiques (porosité, perméabilité,...) sont des fonctions discontinues au niveau microscopique (à l'échelle des pores). La dérivation de la solution du problème d'écoulement doit donc définir la notion d'un volume élémentaire représentatif (V. E. R.). Donc un V. E. R. est un volume pour lequel les propriétés caractéristiques du milieu poreux (comme la porosité, la perméabilité) peuvent être déduites par une prise de moyennes (**Delache**, [4]). Ce volume doit être suffisamment grand pour contenir beaucoup de pores et assez petit pour rendre compte des variations des grandeurs physiques étudiées par de fonctions continues.



**Figure I-3 : Diagramme schématique d'un milieu poreux et d'un volume élémentaire représentatif.**

Un milieu poreux est caractérisé principalement par deux propriétés macroscopiques qui sont la porosité et la perméabilité [3].

- **La porosité :**

La porosité est définie comme étant le rapport du volume occupé par ces pores (espaces vides) au volume du milieu poreux.

$$\varepsilon = \frac{\text{Volumedespores}}{\text{Volumetotaledemilieu poreux}} \quad (\text{I.2})$$

- **La perméabilité**

La perméabilité est une grandeur intrinsèque du matériau. Elle traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule dans le milieu poreux sous l'effet d'un gradient de pression. La perméabilité  $K$ , peut-être donnée par les relations empiriques suivantes :

- La relation de **Kozeny-Carman** (1937)

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{36C_0(1-\varepsilon)^2} \quad (\text{I.3})$$

➤ La relation d'**Ergun** [5]

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{150(1-\varepsilon^2)} \quad (\text{I.4})$$

Où désigne une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse (diamètre pour les billes, arêtes pour les cubes, ...),  $\varepsilon$  la porosité effective du milieu poreux,  $C_0$  une constante dépendant de la forme des grains ( $3,6 < C_0 < 5$ ).

### I.3 Modèles d'écoulement dans les milieux poreux

La formulation adoptée dans les études antérieures repose en majorité sur la validité de la loi de Darcy pour décrire l'écoulement au sein du milieu poreux. Cette loi n'est valable que pour des écoulements à faibles vitesses et pour des milieux poreux de porosité pas trop élevée.

En effet, avec l'augmentation des vitesses de filtration, les effets d'inertie deviennent de plus en plus importants. Plusieurs extensions de la loi de Darcy ont été proposées afin de permettre une meilleure description et prendre en considération tous les paramètres qui interviennent dans un écoulement en milieux poreux.

#### 1. Modèle de Darcy

En 1856, **Darcy**[6] a proposé une loi expérimentale pour décrire la dynamique des fluides homogènes dans les milieux poreux qui s'écrit :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{k} \vec{V} \quad (\text{I.5})$$

Où  $\vec{V}$  est la vitesse de filtration,  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide,  $K$  est la perméabilité du milieu poreux et  $\vec{\nabla}P$  le gradient de pression appliqué.

La loi de Darcy ne tient pas en compte les effets de diffusion visqueuse créés par le frottement fluide-parois ainsi que les effets inertiels. Pour cela, d'autres modèles plus complets sont utilisés.

Parmi ces modèles, nous citons:

## 2. Modèle de Darcy-Brinkman

**Brinkman** (1947) a étendu la loi de Darcy en introduisant un terme équivalent au terme de diffusion visqueuse dans l'équation de Stokes.

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{k}\vec{V} + \mu_{eff}\vec{\nabla}^2V \quad (\text{I.6})$$

Où le premier terme de second membre de droite est le terme de Darcy et le deuxième et appelé le terme de **Brinkman**.

## 3. Modèle de Brinkman-Wooding

En 1957 **Wooding**[7] a proposé une extension de l'équation de **Darcy -Brinkman** en introduisant un terme convectif par analogie avec les équations de Navier -Stokes.

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2}(\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V} = -\vec{\nabla}P - \frac{\mu}{k}\vec{V} + \mu_{eff}\vec{\nabla}^2V \quad (\text{I.7})$$

Le terme de gauche de l'équation est le terme de convection qui tient compte des effets inertiels quand les vitesses sont importantes.

## 4. Modèle de Forchheimer

Pour des vitesses de filtration assez élevées, l'effet inertiel non linéaire devient important et l'équation de Darcy est insuffisante pour décrire l'écoulement dans un milieu poreux. **Ward**[8](1964) a proposé le modèle suivant:

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{k}\vec{V} + \frac{\rho.F}{\sqrt{k}}|\vec{V}|V \quad (\text{I.8})$$

Où F est la constante adimensionnelle de **Forchheimer**.

## 5. Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer

Les modifications initialement proposées par **Forchheimer** et **Brinkman** ont conduit au modèle générale suivant:

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2}(\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V} = -\vec{\nabla}P - \frac{\mu}{k}\vec{V} + \mu_{eff}\vec{\nabla}^2V - \frac{\rho.F}{\sqrt{k}}|\vec{V}|\vec{V} \quad (\text{I.9})$$

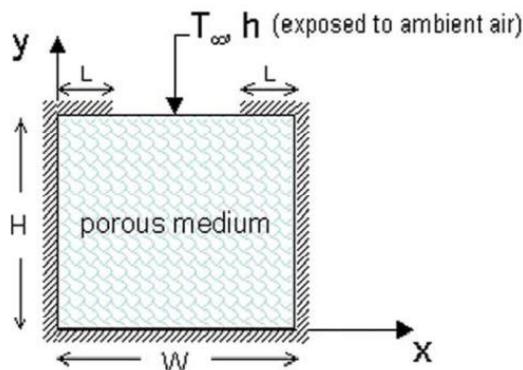
### I.4 Revue bibliographique

Vu de multiples applications du transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux tels que: l'isolation thermique, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composantes électroniques, le séchage, les réacteurs nucléaires, l'énergie solaire, ...etc. [9-12]

Beaucoup des travaux numériques, analytiques et expérimentaux ont été réalisés afin de comprendre le mécanisme de transfert de chaleur par convection à l'intérieur des cavités totalement ou partiellement poreuse saturées par un fluide. Dans cet inventaire, nous exposons un ensemble de travaux en relation avec notre étude.

**Basak et al. [13]** se sont intéressés au transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse dont les parois gauche et inférieure, sont soumises à une température uniforme ou sinusoïdale. La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre les équations de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Ils ont constaté que le chauffage sinusoïdal produit un régime de transfert de chaleur plus important au centre de la paroi inférieure comparativement à un chauffage uniforme pour toute la gamme des valeurs du nombre de Rayleigh utilisée. De plus, le régime devient conductif pour les faibles valeurs du nombre de Darcy. Des corrélations du nombre de Nusselt moyen sont présentées en fonction du nombre de Rayleigh.

**Pakdee et Rattanadecho [14]** ont également étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité isolée thermiquement à l'exception de la paroi supérieure qui est partiellement exposé à un flux de chaleur convectif. La méthode des différences finies est employée pour résoudre les équations de **Darcy-Brinkmann**. Ils ont observé que l'écoulement est caractérisé principalement par deux cellules symétriques résultantes de l'effet de flottabilité. Pour les faibles valeurs de Darcy, ces cellules sont situées au voisinage de la surface supérieure de la cavité dont l'écoulement s'effectue à une faible vitesse. Cependant, pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh, les cellules de circulation occupent une zone importante dans la cavité. De plus, l'augmentation du coefficient de convection avec le milieu extérieure améliore le transfert de chaleur.



**Figure I-4: Configuration étudiée par Pakdee et Rattanadecho[14].**

L'influence du rapport d'aspect sur la convection naturelle dans une cavité poreuse avec des parois verticales partiellement actives à été examinée par Bhuvanewari et al.

La formulation mathématique des équations est basée sur le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Cinq positions de chauffage/refroidissement sont considérées, (bas-bas, haut-haut, milieu-milieu, bas-haut et haut-bas). Leurs résultats montrent que la position de la zone chauffage/refroidissement une influence considérable sur la structure de l'écoulement et le

taux de transfert de chaleur. Par ailleurs, ils ont constaté que le taux de transfert diminue avec l'augmentation de rapport d'aspect.

L'influence de l'inclinaison d'un champ magnétique sur la convection naturelle dans une cavité poreuse en présence d'une génération interne de chaleur a été étudiée par **Grosan et al[16]**.

Les parois horizontales sont maintenues à la même température, par contre, les parois verticales sont adiabatiques. Les auteurs ont constaté que l'application d'un champ magnétique organise l'écoulement dans l'enceinte, ce qui engendre une décélération des vitesses et une diminution considérable du transfert de chaleur. L'effet du champ magnétique vertical est plus important que celui d'un champ magnétique horizontal.

**Basak et Roy [17]** ont étudié la convection naturelle dans deux cavités triangulaires poreuses (Figure I.5). Les équations de **Brinkman-Wooding** sont résolues numériquement par la méthode des éléments finis. Leur étude est basée sur la variation du nombre de Darcy, du nombre de Prandtl et du nombre de Rayleigh. Ils ont constaté qu'aux faibles valeurs du nombre de Darcy, le transfert de chaleur est globalement conductif.

Cependant, pour des valeurs élevées du nombre de Darcy, le régime d'écoulement devient multicellulaire dans la cavité triangulaire inférieure. Par contre, dans la cavité triangulaire supérieure, pratiquement aucun changement qualitatif n'est observé dans le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement.

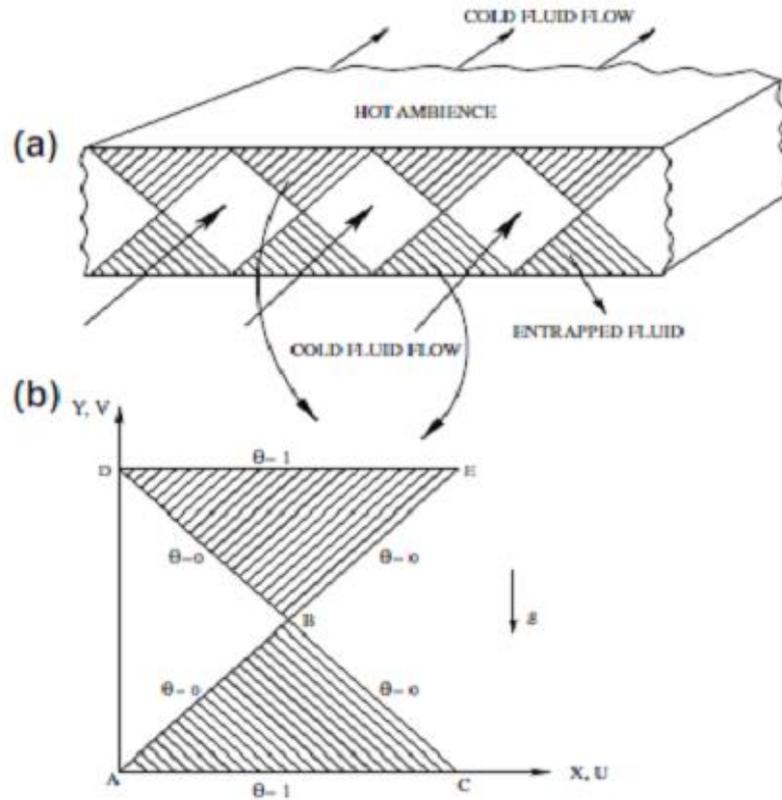


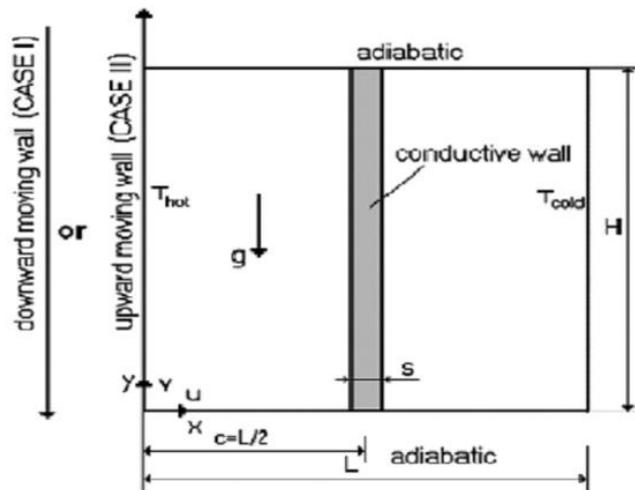
Figure I-5: Configurations étudiées par Basak et Roy [17].

L'étude du transfert de chaleur et de masse par convection naturelle dans une cavité poreuse a été réalisée numériquement et analytiquement par **Bennaceret Tobbal [18]**. Le milieu étudié est globalement homogène et présente une anisotropie thermique. Le modèle mathématique qui gouverne l'écoulement est celui de Darcy-Brinkman. Le système d'équations couplées est résolu par la méthode des volumes finis. L'existence d'une situation où le transfert de masse est maximal a été établie pour une valeur critique du taux d'anisotropie thermique. Une corrélation globale a été établie permettant de prédire le transfert de masse pour les milieux poreux thermiquement anisotropes.

$$Sh = 0.325Ra^{*0.57}Le^{0.5} \left(1 + \frac{\lambda_r}{\lambda^r}\right)^{0.58} \quad (\text{I.10})$$

Le problème du transfert de chaleur par convection mixte dans les cavités poreuses a été aussi abordé par plusieurs auteurs.

**Oztop et al [19]** ont étudié numériquement la convection mixte dans la même configuration étudiée par Ho et **Yih[20]**. Dans cette étude la convection mixte est assurée par l'effet d'entraînement de la paroi gauche (vers le bas ou vers le haut) comme illustrée par la figure suivante.



**Figure I-6** Cavité du problème étudié par **Oztop et al [19]**.

Leur étude est basée sur l'effet du rapport de la conductivité thermique fluide-solide (0.001, 1, 10), du nombre de Richardson (0.1, 1, 10) pour une épaisseur de la couche solide 0.1. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du rapport de la conductivité thermique pour toutes les valeurs de  $Ri$ . Pour les faibles valeurs de  $Ri$ , l'effet du rapport de la conductivité thermique est insignifiant sur le nombre de **Nusselt** moyen.

**Abderrahim BOUROUIS [24]**. La première application consiste à examiner les effets du nombre de Richardson ( $Ri = 0.1, 1, 10$ ) et le rapport de la conductivité

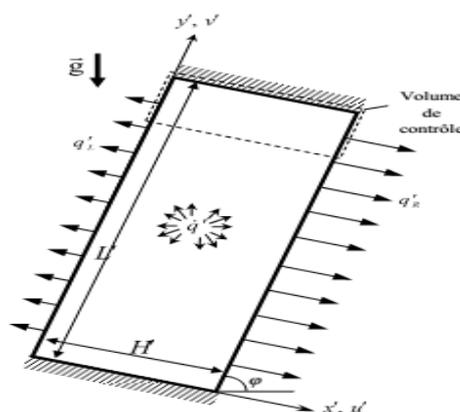
thermique ( $R_k = 0.1, 1, 10, 100$ ) sur le transfert de chaleur par convection mixte conjuguée dans une cavité carrée occupée par une couche poreuse verticale. Deux orientations du mouvement de la paroi gauche sont considérées ; (i) paroi mobile vers le haut, (ii) paroi mobile vers le bas. Dans cette partie, une compression des isothermes dans la couche poreuse est observée aux faibles valeurs du rapport de la conductivité thermique, par contre, une distribution uniforme de température dans le milieu fluide. Les deux nombres de **Nusselt** moyens à la paroi chaude et à l'interface fluide-couche poreuse tendent vers zéro, respectivement aux valeurs élevées et aux faibles valeurs de rapport de la conductivité thermique  $R_k$ .

Dans la deuxième application, nous avons intéressé au transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse en hors équilibre thermique local. L'écoulement bidimensionnel stationnaire est déclenché en maintenant partiellement les deux parois verticales à des températures constantes chaude  $T_c$  et froide  $T_f$ .

Deux positions des parties actives sont considérée : Bas-Haut et Haut-Bas. Les effets du nombre de Rayleigh, nombre de Darcy, coefficient d'échange interphase et le rapport de la conductivité thermique modifiée sont examinées. Les résultats obtenus montrent que la position de la zone de chauffage/refroidissement à une influence considérable sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur.

**TARZALT.A et HARIK.M [25]**, Ont étudié l'influence du nombre de Grashof et le nombre de Richardson, Les résultats obtenus montrent que les paramètres précédents ont une influence sur le transfert de chaleur, ce dernier s'améliore en augmentant le Grashof, Richardson, Darcy et la conductivité thermique du solide-fluide.

**BENMENZER.S[26]**, Ont étudié le problème bidimensionnel de la convection naturelle dans une cavité poreuse inclinée dont les parois latérales sont soumises à des conditions aux limites de type Neumann (flux de chaleur constant), avec génération de chaleur a été étudié, en utilisant une méthode analytique et numérique comme outils d'investigation.



**Figure I-7** Configurations étudiées par **BENMENZER.S [26]**.

**Khanafer et chamkha [27]** ont étudié numériquement le problème de la convection mixte à l'intérieur d'une cavité poreuse en présence d'une génération interne de chaleur et dont la paroi supérieure est mobile. Ils observent une suppression des lignes du courant par la présence d'un milieu poreux (diminution du nombre de Darcy). Pour des faibles valeurs de Richardson, l'effet du nombre de Rayleigh interne devient insignifiant sur la structure d'écoulement alors que les isothermes sont fortement affectées. Les auteurs ont élaboré la corrélation suivante pour estimer le transfert de chaleur pour  $10^{-4} \leq Da \leq 10^{-1}$  :

$$\overline{Nu} = \frac{1.6064}{(1 + Da^{-1})^{0.1659}} (Ri)^{-0.1593} \quad (\text{I.11})$$

La convection mixte double diffusive dans une cavité rectangulaire poreuse saturée par un fluide est étudiée numériquement par **Khanafer et Vafai [28]**. Les deux parois horizontales sont fixes et maintenues à des températures et des concentrations différentes. Par contre les deux parois verticales sont adiabatiques et se déplacent par une vitesse constante. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations de transport. Les résultats indiquent que le nombre de Darcy, le nombre de Lewis et le nombre de Richardson ont un grand effet sur le transfert de chaleur et de masse.

**Elaprolu et Das [29]** ont réalisé une étude numérique de la convection mixte dans une cavité poreuse. Les parois verticales sont maintenues respectivement à des températures constantes froide et chaude et se déplacent vers le haut par la même vitesse. Quant aux parois horizontales sont fixes et adiabatiques. Les auteurs ont utilisé le modèle de Brinkman-Wooding. Les principaux résultats montrent que la diminution du nombre de Darcy engendre une suppression des cellules de convection près des parois verticales. De plus, le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation du nombre de Ri. Les auteurs ont proposé la corrélation suivante pour l'évaluation du nombre de Nusselt moyen :

$$\overline{Nu} = 1 + \frac{0.0363}{(1 + Da^{-1})^{0.266}} (Ri)^{-0.3897} (Gr)^{0.4521} \quad (\text{I.12})$$

Oztop et Varol ils ont étudié le problème de la convection mixte dans une cavité poreuse inclinée. La paroi supérieur maintenue à une température froide et se déplace par une vitesse constante. La parois inférieure fixe et maintenue à une température sinusoïdale. Les parois verticales sont également fixes et adiabatiques. Ils ont adopté le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour écrire les équations régissant. Une

étude paramétriquedétaillée a été présentée pour différents nombre de Reynolds ( $10 \leq Re \leq 1000$ ), nombre de Grashof ( $10^4 \leq Gr \leq 10^5$ ), nombre de Darcy ( $0.01 \leq Da \leq 0.1$ ) et l'angle d'inclinaison ( $0 \leq \alpha \leq 180$ ). Ils ont constaté que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de  $Re$ ,  $Gr$  et  $\alpha$ .

En plus, le nombre des cellules de recirculation d'écoulement augmente avec l'angle d'inclinaison,  $\alpha$ .

L'analyse du transfert de chaleur par convection mixte dans la même configuration avec une génération interne de chaleur a été effectuée numériquement par **Muthamilselvan et al. [35]**. Les parois inférieure et supérieure maintenues respectivement à des températures chaude (constante ou sinusoïdale) et froide et se déplacent inversement avec la même vitesse. Les parois verticales sont fixes et adiabatiques. L'étude est basée sur la variation du nombre de Darcy ( $10^{-4} Da \leq 10^{-1}$ ) et du nombre de Rayleigh interne ( $0 \leq Ra_I \leq 10^5$ ). Ils ont constaté que le passage d'un régime conductif à un régime convectif est obtenu au-delà de  $Da > 10^{-3}$ .

En plus, en l'absence de la source de chaleur ( $Ra_I = 0$ ), le taux de transfert augmente avec le

nombre de Darcy. Cependant, pour des valeurs élevées de Rayleigh interne, l'échange de

chaleur devient une fonction décroissante avec le nombre de Darcy.

**Basak et al. [30]** ont également étudié la convection mixte dans une cavité poreuse en se basant sur le modèle de Brinkman-Wooding et la méthode numérique des éléments finis. Les parois verticales de la cavité sont fixes et maintenues à une distribution linéaire de température. La paroi supérieure adiabatique et mobile avec une vitesse constante. Leur étude est basée sur l'effet du nombre de Darcy, de Grashof, de Prandtl et le nombre de Reynolds. Ils ont observé que l'intensité de l'écoulement est faible pour les faibles valeurs du nombre de Darcy et de Prandtl. En plus, l'effet du nombre de Grashof est insignifiant sur le taux de transfert de chaleur aux faibles valeurs du nombre de Darcy.

L'effet d'une distribution sinusoïdale de température aux parois verticales sur la convection mixte dans une cavité poreuse a été examiné par **Sivasankaran et Pan [31]**. L'étude est réalisée pour différentes valeurs du rapport d'amplitude, de l'écart de phase, de la porosité, du nombre de Richardson et du nombre de Darcy. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du rapport

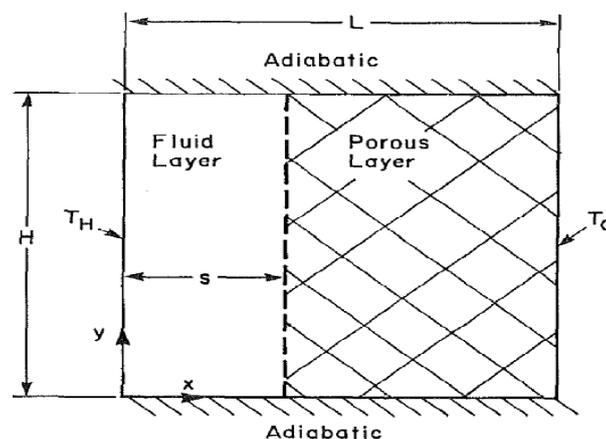
d'amplitude et la porosité du milieu poreux. En plus, ils ont montré que le chauffage non uniforme sur les deux parois permet d'obtenir un taux de transfert de chaleur plus élevé comparativement avec celui d'un chauffage non uniforme sur une seule paroi.

**Mahmud et al. [32]** ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité poreuse ventilée. Ils ont examiné l'influence du nombre de Péclet, du nombre de Rayleigh et de la largeur d'admission ( $D/H$ ) sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats montrent que la largeur d'admission a un effet considérable sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. De plus, l'augmentation du nombre de Péclet et de Rayleigh conduit à une transformation du régime d'écoulement unicellulaire en régime multicellulaire.

L'effet de l'intensité du milieu poreux sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité poreuse a été réalisé par **Bourouis et Mezaache [33]**. Ils ont observé que l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur diminuent avec l'atténuation du nombre de Darcy.

L'étude de la convection conjuguée dans les cavités contenant simultanément une couche fluide et une couche poreuse ou solide a été l'objet de beaucoup de travaux expérimentaux et théoriques vu son intérêt pour la résolution de certains problèmes technologiques. Parmi ces travaux, **Beckermann et al. [34]** ont étudié numériquement et expérimentalement la convection naturelle dans une cavité rectangulaire partiellement occupée par une couche poreuse verticale. Les parois verticales sont maintenues sous l'effet d'un gradient de température tandis que les parois horizontales sont adiabatiques (Figure I.8).

L'écoulement dans la couche poreuse est modélisé par les équations de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Le modèle numérique est vérifié par certains nombres d'expériences en utilisant les grains de verre sphériques comme milieu poreux et l'eau ou la glycérine comme fluide. Il est constaté que la pénétration de l'écoulement dans la couche poreuse dépend fortement des nombres de Darcy et de Rayleigh et que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'épaisseur de la couche fluide.



**Figure I-8 : Géométrie étudiées par Beckermann et al. [34].**

# Chapitre II

## Formulation mathématique

## Chapitre II Formulation mathématique

Nous présentons dans cette partie la géométrie physique étudiée et établissons les équations de bilan régissant la convection dans un milieu poreux. Nous insistons sur les différents modèles possibles et en particulier celui de Darcy - Brinkman – Forchheimer

### II.1 Géométrie du problème considéré

Le domaine considéré est une enceinte carrée d'arrête ( $H$ ) contenant une couche poreuse saturée de fluide d'épaisseur finie ( $x_p$ ) placée au centre de la cavité, et délimitée par deux couches fluides verticales de largeurs égales. Les surfaces verticales sont maintenues à température constante  $T_c$  (à  $x = 0$ ) et  $T_f$  (à  $x = L$ ) telles que  $T_c > T_f$  provoquant ainsi le phénomène de convection libre au sein de la cavité. Les parois horizontales sont considérées comme adiabatiques (des gradients de température normaux nuls sont imposés aux surfaces horizontales).

Le système composite fluide/poreux, les conditions aux limites et le système de coordonnées pour le problème considéré sont représentés sur la Fig. II.1.

L'air forcée pénètre à l'intérieur de la cavité de son coté gauche à travers une ouverture de hauteur ( $w$ ) avec une vitesse  $U_{in}$  et à une température froide  $T_{in}$  et sortie à travers une ouverture de même hauteur ( $w$ ) située sur la coté droite de la cavité.

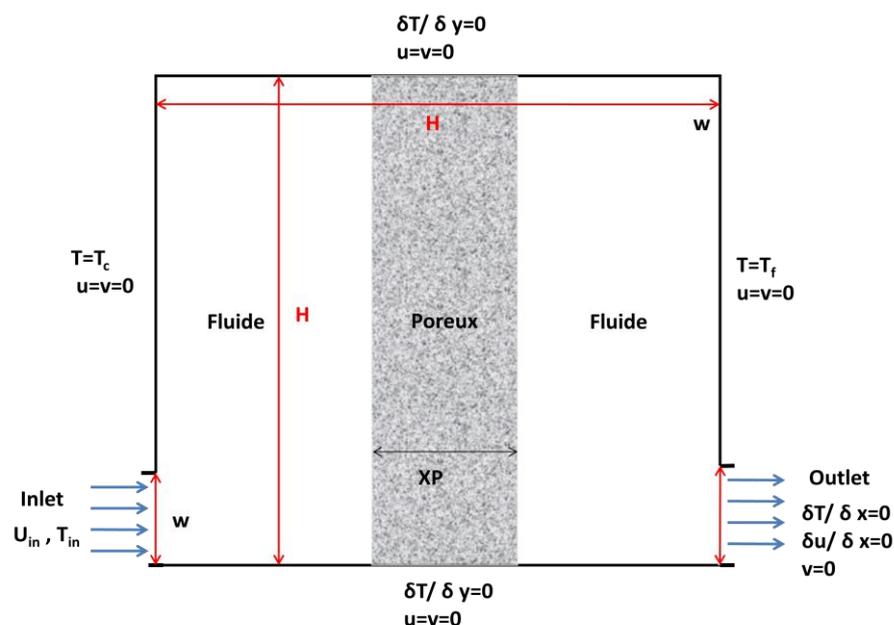


Figure II-1: Model physique et conditions aux limites

Les hypothèses qui permettent une description mathématique relativement simple du phénomène étudié sont :

- 1- fluide newtonien incompressible en régime laminaire stationnaire.
- 2- La matrice poreuse est homogène, perméable et non déformable.
- 3- la couche poreuse est complètement saturée par le fluide.
- 4- Équilibre thermique local à l'interface solide/fluide.
- 5- la dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligée.

6- La densité du fluide est considéré constante excepté dans le terme des forces de volume contenu dans l'équation de conservation de quantité de mouvement. Cette hypothèse est justifiée en convection mixte est constitue une des hypothèses de l'approximation de Boussinesq.

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \beta_t (T - T_0)] \quad (\text{II.1})$$

## II.2 Equation du Darcy généralisées pour un milieu poreux

En 1856, **Darcy [6]** a proposé une loi expérimentale pour décrire la dynamique des fluides homogènes dans les milieux poreux qui s'écrit :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{k} \vec{V} \quad (\text{II.2})$$

Où  $\vec{V}$  est la vitesse de filtration,  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide,  $K$  est la perméabilité du milieu poreux et  $\vec{\nabla}P$  le gradient de pression appliqué.

La loi de Darcy ne tient pas en compte les effets de diffusion visqueuse créés par le frottement fluide-parois ainsi que les effets inertiels. Pour cela, d'autres modèles plus complets sont utilisés.

## II.3 Hypothèse de Boussinesq

Cette hypothèse est justifiée en convection mixte est constitue une des hypothèses de l'approximation de Boussinesq.

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \beta_t (T - T_0)] \quad (\text{II.3})$$

Où  $\rho_0$  : est la masse volumique de référence de fluide à  $T_0$ .

$\beta_t$  Représente le coefficient d'expansion volumique thermique est donnée par l'équation suivante :

$$\beta_t = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T_0} \right)_p \quad (\text{II.4})$$

En se basant sur ces hypothèses simplificatrices, l'ensemble des équations de conservation sont comme suit [21] :

Le Modèles d'écoulement en milieu poreux utilisé dans ce travail est Modèle général de Darcy - Brinkman – Forchheimer.

#### II.4 Equation de conservation (continuité, quantité de mouvement, énergie)

##### 1. Équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.5})$$

#### II.5 Équations de conservation de la quantité de mouvement suivant x et y

Selon la direction x :

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.6})$$

Selon la direction y :

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho_{ref} g + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

Équation de conservation énergie

$$\rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.8})$$

#### II.6 Equation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{II.9})$$

II.7 Équation de bilan de la quantité de mouvement

1. Région fluide

Selon la direction x :

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.10})$$

Selon la direction y :

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_{ref} g + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.11})$$

2. Région Poreuse

Selon la direction x :

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{eff}}{\rho \varepsilon} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu_{eff}}{\rho k} u - \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{|\vec{V}|}{\varepsilon^{\frac{3}{2}}} u \quad (\text{II.12})$$

Selon la direction y :

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{eff}}{\rho \varepsilon} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \beta_l (T - T_0) g - \frac{\mu_{eff}}{\rho k} v - \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{|\vec{V}|}{\varepsilon^{\frac{3}{2}}} v \quad (\text{II.13})$$

II.8 Équation de Darcy

Il est le rapport entre la perméabilité du milieu et l'aire de section transversale (généralement de diamètre de pore au carré).

$$Da = \frac{K}{H^2} \quad (\text{II.14})$$

II.9 Modèle de Brinkman

Cette relation porte le nom de l'équation de Brinkman.

$$\nabla p = \rho g - \frac{\mu}{k} \vec{V} + \mu_{eff} \nabla^2 V \quad (\text{II.15})$$

## II.10 Modèle de Darcy vs modèle de Brinkman

Où le premier terme de second membre de droite est le terme de Darcy et le deuxième et appelé le terme de Brinkman.

$$\vec{\nabla} P = -\frac{\mu}{k} \vec{V} + \mu_{eff} \vec{\nabla}^2 V \quad (\text{II.16})$$

## II.11 Equation d'énergie

## Phase poreuse

$$(\rho C_p)_f \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{eff} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.17})$$

$$(\rho C_p)_{eff} = \varepsilon (\rho C_p)_f + (1 - \varepsilon) (\rho C_p)_s \quad (\text{II.18})$$

$k_{eff}$  Conductivité thermique effective.

$C_p$  Capacité calorifique.

$\mu_{eff}$  Viscosité dynamique effective.

$\rho$  Masse volumique.

$\varepsilon$  Porosité.

## II.12 Conditions aux limites

A l'entrée : ( $x=0, 0 \leq y \leq w$ )

$u = U_{in} ; v = 0 ; T = T_{in} = T_0$

à la sortie: ( $x=H, H-w \leq y \leq H$ )

$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, v = 0.$

à la paroi horizontale supérieure : ( $0 \leq x \leq L; y = H$ )

$T = T_f, u = v = 0.$

À la paroi horizontale inférieure : ( $0 \leq x \leq \frac{1}{2}(H - xp), (x \geq \frac{1}{2}(H + xp); y = 0$ )

$$T = T_c, u = v = 0.$$

aux parois verticales gauche ( $x=0, w \leq y \leq H$ ) et droite ( $x=H, H-w \leq y \leq H$ ) :

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0, u = v = 0.$$

### II.13 A dimensionnement des équations gouvernantes et conditions aux limites

Les propriétés effectives du milieu poreux (indice eff) sont généralement une fonction complexe de la porosité et de la tortuosité de la matrice solide ainsi que de la vitesse locale du fluide. Dans les simulations suivantes, l'intérêt n'est pas porté sur l'influence de ces paramètres, et dans un souci de simplicité, les propriétés correspondantes du fluide sont utilisées tout au long de l'étude.

Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence suivantes :

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H}, (U, V) = \frac{(u, v)}{U_{in}}, P = \frac{p}{\rho U_{in}^2}, \theta = \frac{T - T_0}{T_c - T_{in}}$$

$$\text{Avec : } T_0 = \frac{T_c + T_{in}}{2}$$

Et :  $T_{in} = T_f$  est la température froide.

Le système d'équations précédent devient alors :

#### Région Fluide

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \theta$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{RePr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II.19})$$

#### Région Poreuse

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \nabla^2 U - \frac{\varepsilon^2}{\text{Da Re}} U - \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\varepsilon^{1/2}}{\sqrt{\text{Da}}} \left| \sqrt{U^2 + V^2} \right| U \quad (\text{II.20})$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \nabla^2 V + \frac{\text{Ra}}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \varepsilon^2 \theta - \frac{\varepsilon^2}{\text{Da Re}} V - \frac{1.75}{\sqrt{150}} \frac{\varepsilon^{1/2}}{\sqrt{\text{Da}}} \left| \sqrt{U^2 + V^2} \right| V \quad (\text{II.21})$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II.22})$$

Avec

$$F_c = \frac{1.75}{\varepsilon^2 \sqrt{150}} : \text{Coefficient de Forchheimer.}$$

Ri, Pr, Da e Re : sont respectivement les nombres de Richardson, de Prandtl, de Darcy et de Reynolds.

### Condition aux limites adimensionnelles :

A l'entrée :  $(X=0, 0 \leq Y \leq \frac{w}{H})$

$$U = 1; V = 0; \theta = 0$$

à la sortie:  $(X=1, 1 - \frac{w}{H} \leq Y \leq 1)$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, V = 0.$$

à la paroi horizontale supérieure :  $(0 \leq X \leq 1; Y = 1)$

$$\theta = -0.5_f, U = V = 0.$$

À la paroi horizontale inférieure :  $(0 \leq X \leq 1, Y = 0)$

$$\theta = 0.5, U = V = 0.$$

aux parois verticales gauche  $(X=0, \frac{w}{H} \leq Y \leq 1)$  et droite  $(X=H, 1 - \frac{w}{H} \leq Y \leq 1)$  :

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, U = V = 0.$$

# Chapitre III

## Résolution numérique

## Chapitre III Résolution numérique

### III.1 Introduction

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volume fondamentalement finis couvrant le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique qui relie la valeur de variable en un point adjacent.

Nous avons choisi la méthode des volumes finis à cause de ces nombreux avantages, en particulier des bilans de quantités de mouvement et de l'énergie.

### III.2 Volumes finis

Le domaine physique est divisé en un ensemble de volumes élémentaires. Les faces du volume de contrôle typique sont localisées au point  $e$ ,  $w$ ,  $n$ ,  $s$  (Figure III.1). Notons que le nœud  $P$  est le centre du volume de contrôle considéré, et les nœuds  $E$ ,  $W$ ,  $N$ ,  $S$  sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, Ouest, Nord et Sud. Les quantités scalaires (pression et température) sont stockées aux centres des volumes finis, par contre, les composantes de la vitesse sont localisées aux faces des volumes finis.

Ce volume de contrôle est utilisé pour l'expression des bilans des grandeurs scalaires, appelé volume de contrôle typique (Figure III.1), et pour l'expression des grandeurs vectorielles, un volume de contrôle décalé est utilisé (Figure III.3a et III.3b), **Patankar[23]**.

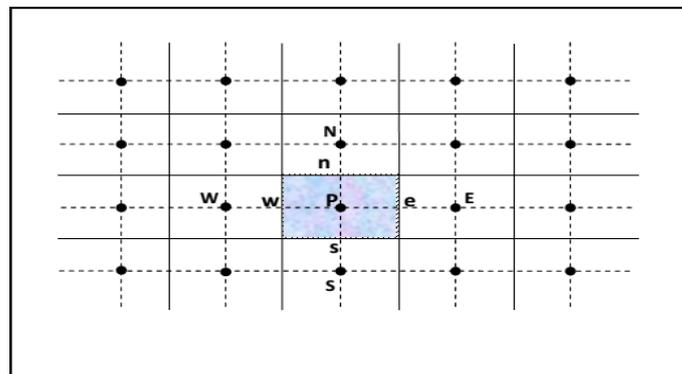


Figure III-1 : Description du maillage (volume de contrôle typique)[23].

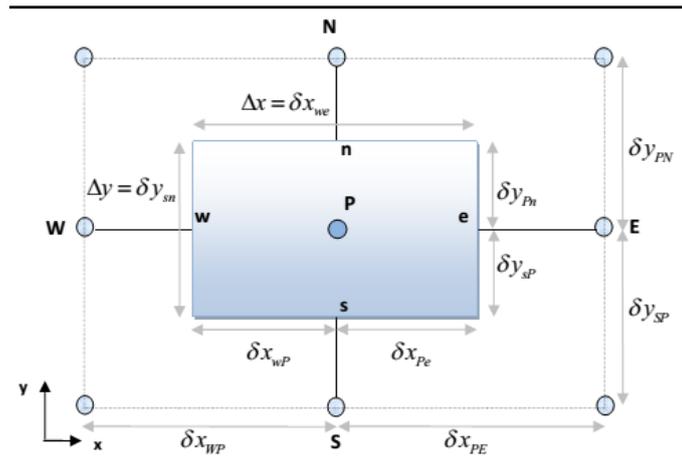


Figure III-2 : Volume de contrôle typique

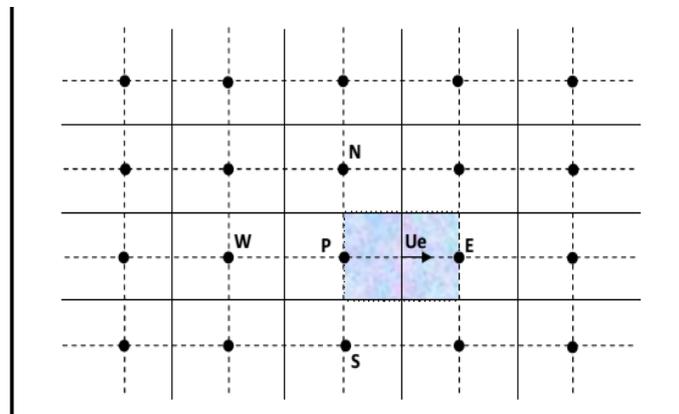


Figure III-3 : Volume de contrôle décalé vers la droite.

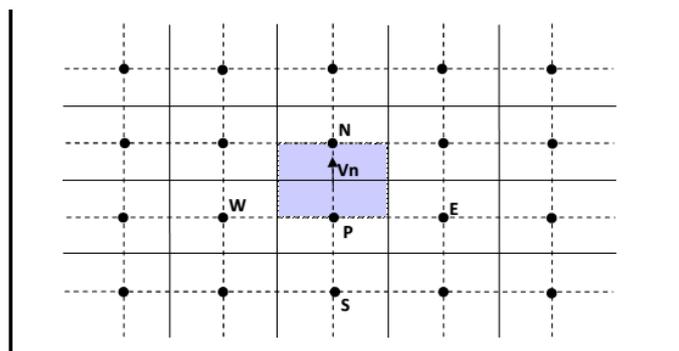


Figure III-4 : Volume de contrôle décalé vers le haut.

### III.3 Discrétisation des équations par volumes finis

$$\int\int_{s\ w}^n\ e\ \frac{\partial}{\partial X}(U\phi)\ dXdY + \int\int_{s\ w}^n\ e\ \frac{\partial}{\partial Y}(U\phi)\ dXdY$$

$$= \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dXdY + \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dXdY + \int_s^e \int_w^e S_\phi dXdY \quad (\text{III.1})$$

**Le terme convectif :**

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} (U \cdot \phi) dXdY = \int_s^n [U \cdot \phi]_w^e dY = [(U \cdot \phi)_e - (U \cdot \phi)_w] \Delta Y$$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} (V \cdot \phi) dXdY = \int_s^n [V \cdot \phi]_w^e dY = [(V \cdot \phi)_e - (V \cdot \phi)_w] \Delta X \quad (\text{III.2})$$

**Le terme diffusif :**

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dXdY = \int_s^n \left[ \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right] dY = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y$$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dXdY = \int_s^n \left[ \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right] dX = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X \quad (\text{III.3})$$

**Le terme source :**

$$\int_s^e \int_w^e S_\phi dXdY = \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.4})$$

**L'équation (34) s'écrira alors :**

$$\begin{aligned} & [(U \cdot \phi)_e - (U \cdot \phi)_w] \Delta Y + [(V \cdot \phi)_e - (V \cdot \phi)_w] \Delta X \\ & = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y + \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X + \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

**En utilisant les différences centrées :**

$$\begin{aligned} (U \cdot \phi)_e &= U_e \left( \frac{\phi_P + \phi_E}{2} \right), (U \cdot \phi)_w = U_w \left( \frac{\phi_P + \phi_W}{2} \right), (V \cdot \phi)_n = V_n \left( \frac{\phi_P + \phi_N}{2} \right), \\ (U \cdot \phi)_s &= V_s \left( \frac{\phi_P + \phi_S}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}\right)_e = \Gamma_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{(dX)_e}\right); \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}\right)_w = \Gamma_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{(dX)_w}\right)$$

$$\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}\right)_n = \Gamma_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{(dY)_n}\right); \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}\right)_s = \Gamma_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{(dY)_s}\right)$$

L'équation discrétisée s'exprime ainsi :

$$\left[ U_e \left(\frac{\phi_P + \phi_E}{2}\right) - U_w \left(\frac{\phi_P + \phi_W}{2}\right) \right] \Delta Y + \left[ V_n \left(\frac{\phi_P + \phi_N}{2}\right) - V_s \left(\frac{\phi_P + \phi_S}{2}\right) \right] \Delta X =$$

$$\left[ \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}\right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}\right)_w \right] \Delta Y + \left[ \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}\right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}\right)_s \right] \Delta X + \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \quad \text{(III.6)}$$

L'étape suivante consiste à discrétiser les termes des flux convectifs et diffusifs aux interfaces du volume de contrôle. Afin de réaliser cette opération, on fait appel aux schémas de discrétisation (différences centrées, exponentiel, Power Law, hybride, ...). Ces schémas se différencient par la façon avec laquelle on procède à la discrétisation des termes convectifs et diffusifs. Dans notre étude, le schéma de différences centrées est appliqué.

### III.4 Schémas numériques

La présentation générale de l'équation algébrique discrétisée où le flux total de convection et diffusion est calculé par une fonction  $A(|P|)$ , s'écrit comme suit :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b \quad \text{(III.7)}$$

Les coefficients de linéarisations sont donnés par :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(-F_w, 0)$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(-F_s, 0)$$

$$b = (S_C) \Delta X \Delta Y \quad \text{(III.8)}$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S - S_p \Delta X \Delta Y$$

$$F_e = U_e \Delta Y ; F_w = U_w \Delta Y ; F_n = V_n \Delta X ; F_s = V_s \Delta X$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y ; D_w = \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y ; D_n = \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X ; D_s = \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} ; P_w = \frac{F_w}{D_w} ; P_n = \frac{F_n}{D_n} ; P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

Notons que  $A_E, A_W, A_N, A_S, A_p$  sont les coefficients correspondants, respectivement, aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud et Centre du volume. Le coefficient  $b$  est un terme source supposé être constant dans le volume de contrôle. Les coefficients  $F_e, F_w, F_n, F_s$  et  $D_e, D_w, D_n, D_s$  sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord et Sud.

Les coefficients  $P_e, P_w, P_n, P_s$  désignent le rapport du flux convectif au flux diffusif aux différentes faces du volume de contrôle (nombres de Péclet).

**Fonction d'interpolation  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques**

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques.

Schéma numérique	$A( P )$
Centré	$1-0.5 P $
Upwind	1
Hybird	Max [ $1-0.5 P $ ]
Power law	Max [ $1-0.5 P ^5$ ]
Exponentiel	$\frac{ P }{Exp( P )-1}$

**Table III-1: Fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques (Patanker [23])**

## III.5 Méthode et algorithme de calcul

## 1. Couplage vitesse-Pression (Algorithme SIMPLER)

L'algorithme SIMPLER[36] (Semi Implicit Method for Pressure Linked Revised) de Patankar a été utilisé dans ce travail pour la résolution des équations régissant l'écoulement. Il présente une extension de l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked). Le choix de développer SIMPLER provient des difficultés que présente SIMPLE. Ce dernier est basé sur l'approximation de l'omission des termes qui présentent l'influence des vitesses des voisins, ce qui risque d'exagérer la pression, et ensuite il y aura tendance vers la divergence sans l'utilisation des relaxations appropriées. À partir de cette difficulté l'algorithme SIMPLER est basé sur le fait que l'équation de correction de pression est employée seule pour corriger la vitesse et une autre procédure est utilisée pour obtenir le champ de pression.

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_P - p_E) A_e + b_u \quad (\text{III.9})$$

$$a_n v_n = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_P - p_N) A_n + b_v \quad (\text{III.10})$$

Les équations peuvent s'écrire :

$$u_e = \frac{\sum a_{nb} u_{nb} + b_u}{a_e} + d_e (P_P - P_E) \quad (\text{III.11})$$

$$v_n = \frac{\sum a_{nb} v_{nb} + b_v}{a_n} + d_n (P_P - P_N) \quad (\text{III.12})$$

Avec :

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}, d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

Lorsqu'on initialise le champ de vitesse, le champ de pression est inconnu. On annule donc le terme qui représente la pression et on introduit les pseudo-vitesses définies comme suit :

$$\hat{u}_e = \frac{\sum a_{nb} u_{nb} + b_u}{a_e} \quad \text{(III.13)}$$

$$\hat{v}_n = \frac{\sum a_{nb} v_{nb} + b_v}{a_n} \quad \text{(III.14)}$$

Ainsi les équations de quantité de mouvement s'écrivent :

$$u_e = \hat{u}_e + d_e (P_P - P_E) \quad \text{(III.15)}$$

$$v_n = \hat{v}_n + d_n (P_P - P_N) \quad \text{(III.16)}$$

En reportant les expressions précédentes (III.15 et III.16) dans l'équation discrète de conservation de la masse (III.10) on obtient directement une équation en pression :

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad \text{(III.17)}$$

Avec :

$$a_E = (\rho A d)_e ; a_W = (\rho A d)_w ; a_N = (\rho A d)_n ; a_S = (\rho A d)_s$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (\rho \hat{u} A)_w - (\rho \hat{u} A)_e + (\rho \hat{v} A)_s - (\rho \hat{v} A)_n - (\rho_P - \rho_P^0) \frac{\Delta \Omega}{\Delta t} \quad \text{(III.18)}$$

Considérons maintenant une estimation du champ de pression :  $P^* = P$ .

À partir du champ de pression obtenu  $P^*$ , on résout les équations de quantité de mouvement pour obtenir  $u^*$  et  $v^*$  :

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (P_P^* - P_E^*) A_e + b_u \quad (\text{III.19})$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + (P_P^* - P_N^*) A_n + b_v \quad (\text{III.20})$$

Où :

$$u_e^* = \hat{u}_e + d_e (P_P^* - P_E^*) \quad (\text{III.21})$$

$$v_n^* = \hat{v}_n + d_n (P_P^* - P_N^*) \quad (\text{III.22})$$

On utilise ce champ de vitesse dans la résolution de l'équation de continuité pour obtenir les équations de correction de pression  $P'$  (comme dans SIMPLE).

L'équation de cette dernière s'écrit sous la même forme que l'équation de la pression.

En conservant l'équation de correction de vitesse de SIMPLE, on écrit :

$$u_e = u_e^* + d_e (P'_P - P'_E) \quad (\text{III.23})$$

$$v_n = v_n^* + d_n (P'_P - P'_N) \quad (\text{III.24})$$

Ce qui donne l'équation de correction de pression :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{III.25})$$

$$a_E = (\rho Ad)_e; a_W = (\rho Ad)_w; a_N = (\rho Ad)_n; a_S = (\rho Ad)_s \quad (\text{III.26})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{III.27})$$

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n - (\rho_p - \rho_p^0) \frac{\Delta\Omega}{\Delta t} \quad (\text{III.28})$$

On en déduit la vitesse mais on ne corrige pas la pression. Cette démarche représente l'algorithme **SIMPLE Révisé (SIMPLER)**.

Lorsque la convergence est atteinte, les valeurs de  $b$  s'annulent dans tous les volumes de contrôle.

Le fait que le terme source  $b$  soit nul partout est une preuve que nous avons obtenu le champ de pression correct, et que la solution actuelle de  $p'$  n'est pas demandée durant l'itération finale. Ainsi le terme source  $b$  est employé comme un indicateur utile pour la convergence de la solution du problème.

Les étapes à suivre dans l'algorithme de SIMPLER sont résumées comme suit:

- 1- Choisir un champ de vitesse (initialisé par des valeurs :  $u^*, v^*$ )
- 2- Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et déduire les « pseudo vitesse ». (Eq,III.15 et III.16)

$$\hat{u}_e = \frac{\sum a_{nb} u_{nb}^* + b_u}{a_e}$$

$$\hat{v}_n = \frac{\sum a_{nb} v_{nb}^* + b_v}{a_n}$$

- 3- évaluer le terme source de la masse de l'équation

$$(\text{III.23}) \quad b = (\rho \hat{u} A)_w - (\rho \hat{u} A)_e + (\rho \hat{v} A)_s - (\rho \hat{v} A)_n - (\rho_p - \rho_p^0) \frac{\Delta\Omega}{\Delta t}$$

et résoudre l'équation de pression (III.19)

$$a_p P_p = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b$$

- 4- Utiliser le champ de pression ( $P^* = P$ ) pour résoudre les équations de quantité de mouvement  $u^*, v^*$  (III.19, 20), (ne pas corriger la pression).

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (P_P^* - P_E^*) A_e + b_u$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + (P_P^* - P_N^*) A_n + b_v$$

5- Calculer le terme source de la masse  $b$ , (III.28)

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n - (\rho_p - \rho_p^0) \frac{\Delta \Omega}{\Delta t}$$

de l'équation (III.28) et résoudre les équations (III.25) de correction de pression (comme dans SIMPLE).

$$a_p P_p' = a_E P_E' + a_W P_W' + a_N P_N' + a_S P_S' + b$$

6- Corriger le champ de vitesse via l'équation (III.23 et 24), mais ne pas corriger la pression.

$$u_e = u_e^* + d_e (P_p' - P_E')$$

$$v_n = v_n^* + d_n (P_p' - P_N')$$

7- Résoudre les autres équations de transport  $\phi$  (énergie, masse, ...).

8- Retourner à l'étape -2-, avec les nouveaux champs de (vitesse, température, pression).

Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables.

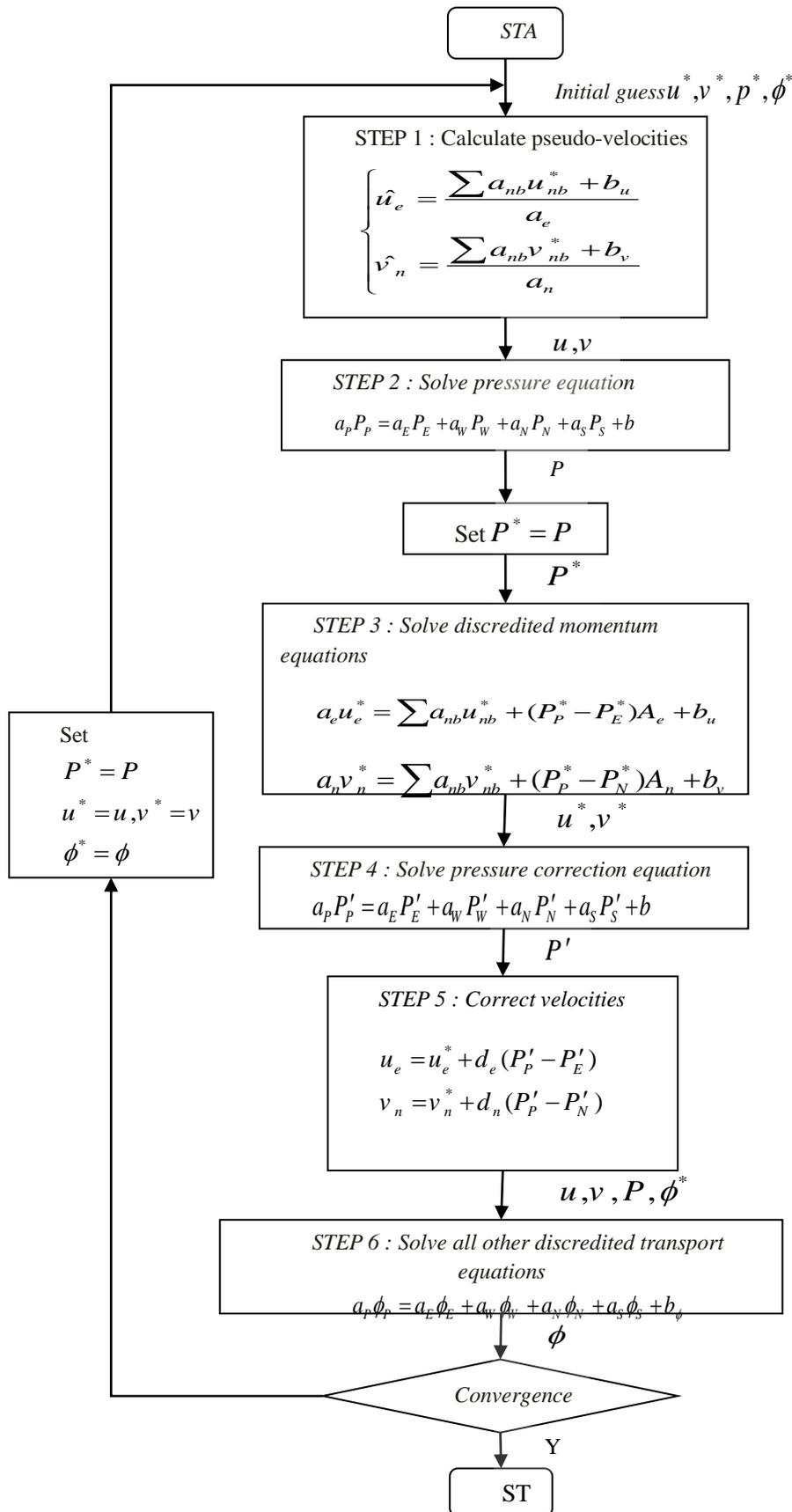


Figure III-5: Algorithme SIMPLER

**2. Résolution du système discrétisé (Algorithme de THOMAS, Méthode line by line)**

C'est un algorithme développé par Thomas [37] en 1949, c'est une méthode directe pour la situation unidimensionnelle (1D), mais peut être utilisée d'une manière itérative ligne par ligne (line by line) pour la résolution des problèmes bidimensionnels (2D).

La discrétisation par volumes finis donne un système tri diagonal pour le cas 1D, un système penta-diagonal pour le cas 2D et un système sept-diagonal pour le cas 3D. D'autres schémas de discrétisation donnent plusieurs diagonal, par exemple le schéma QUICK donne sept diagonal dans le cas 2D. Dans ce cas on pose deux diagonal dans le terme source.

Un système tri diagonal peut s'écrire sous la forme générale:

$$a_i\phi_{i-1} + b_i\phi_i + c_i\phi_{i+1} = d_i \tag{III.29}$$

Sous forme d'une matrice, ce systèmes'écrit

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & \cdot \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & c_{n-1} \\ 0 & & & & a_n & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ d_n \end{bmatrix}$$

**Le calcul se fait de la manière suivante :**

- Pour  $i=2$ , on utilise les équations :

$$P_2 = \frac{b_2}{a_2}, \quad Q_2 = \frac{d_2 + c_2\phi_1}{a_2} \tag{III.30}$$

- Pour  $i$  variant de 3 à  $N-1$ , on utilise les équations :

$$P_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}}, \quad Q_i = \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}} \tag{III.31}$$

Avec  $P_N = 0$  et  $Q_N = \phi_N$  (où  $\phi_N$  est une condition aux limites).

La dernière étape détermine les inconnues, pour  $i$  variant de  $N-1$  à  $1$ , on utilise l'équation :

$$\phi_i = P_i \phi_{i+1} + Q_i$$

$\phi_1$  et  $\phi_N$  sont des valeurs aux limites du domaine.

### 3. Validation du model

La précision numérique du code de calcul a été vérifiée sur un grand nombre de cas de convection purement thermique. Les résultats sont comparés à des études antérieures dans les tableaux 1 et 2, pour la représentation Darcy et Darcy Brinkman combinée de l'écoulement du milieu poreux. La validation a été effectuée à l'aide de grilles non uniformes de  $120 \times 120$ . Il ressort des tableaux que l'accord avec **Lauriat et Prasad (1989) [38]** et **Nithiarasu et al. (1998b)[39]** est excellent dans la plupart des cas (en effet, nos résultats présentent une différence inférieure à 2% par rapport à Nithiarasu et al.).

$Ra^* = Ra.Da$	$Da$	$Nu_{avg}$		
		Lauriat and Prasad (1989)	Nithiarasu et al. (1998b)	Present work
10	$10^{-6}$	1.07	1.08	1.120
100	$10^{-6}$	3.06	3.00	3.118
1000	$10^{-6}$	13.2	12.25	12.205
10	$10^{-2}$	1.02	1.02	1.110
100	$10^{-2}$	1.7	1.71	1.732
1000	$10^{-2}$	4.26	4.26	4.253

**Table III-2: Darcy-Brinkman model**

# Chapitre IV

Résultats

et

interprétations

## Chapitre IV Résultats et interprétations

Cette partie consiste à étudier la convection forcée dans une cavité ventilée en présence d'une couche poreuse verticale. L'objectif ici est d'analyser l'effet des régimes d'écoulement, la perméabilité et la porosité du milieu poreux sur l'écoulement et sur le transfert thermique dans la cavité.

Dans ce qui suit, nous limitons cette étude à une cavité carrée ( $A = 1$ ) remplie d'air ( $Pr = 0,71$ ) séparée en deux parties égales ( $X1 = 0,4$ ) par un milieu poreux saturé d'épaisseur fixé  $XP = 0,2$ . Le nombre de Reynolds varie de 100 à 1000 et le nombre de Darcy de  $10^{-4}$  à 1, tandis que la porosité prends des valeurs entre 0 et 1. Le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) décrivant les effets de la convection naturelle (la force d'Archimède) est pris égal à  $10^{-3}$  à laquelle on ne conserve que la convection forcée dans la cavité.

Les résultats sont présentés en termes de lignes de courant, isothermes et en termes de nombre de Nusselt local sur le mi-plan vertical de la couche poreuse.

### IV.1 Effet du nombre de Reynolds

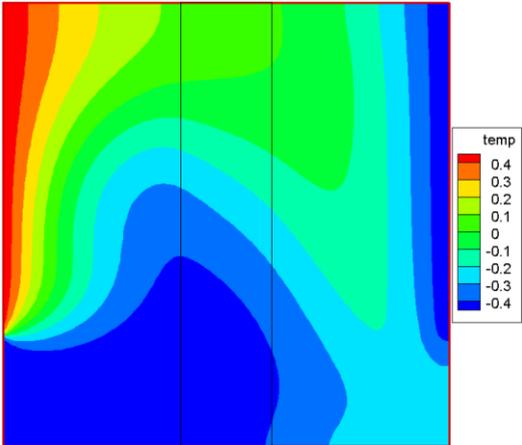
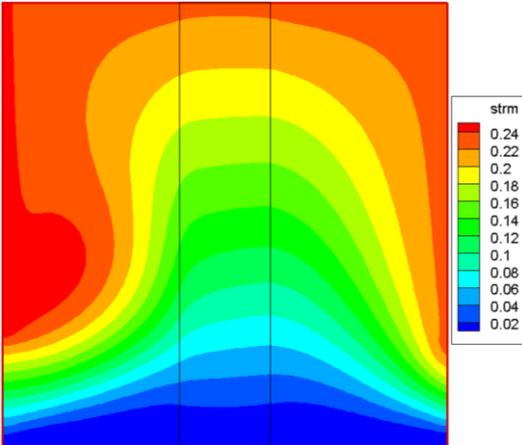
La figure IV-1 représente les profils des iso valeurs des lignes de courant et des isothermes pour  $XP=0.2$ ,  $Pr=0.71$ ,  $Ra=0.001$ ,  $Da=0.0001$ ,  $\varepsilon=0.4$  et pour différentes valeurs de  $Re$ . Les résultats montrent que pour de faibles valeurs de  $Re$ , les lignes de courant dans la couche poreuse sont presque des droites parallèles due aux faibles forces de viscosité dans cette région et une faible recirculation est observée près de la paroi chaude. En augmentant la valeur de  $Re$ , les lignes de courant sont de plus en plus déformées dans la couche poreuse. Le petit recirculation près de la paroi chaude augmente de plus en plus en taille en augmentant  $Re$ , caractérisant un décollement de la couche limite dynamique dans cette paroi.

Les courants froids à l'entrée de la cavité diffuse dans la grande partie de la cavité en augmentant les valeurs de  $Re$ . L'échange thermique à travers la couche poreuse est important pour de faibles valeurs de  $Re$  dans la grande partie du bas de la couche poreuse ( $Y < 0.72$ ). des pics de transfert thermique sont observés à  $Y=0.45$  pour  $Re=500$  et  $1000$  et à  $Y=0.6$  pour  $Re=100$ .

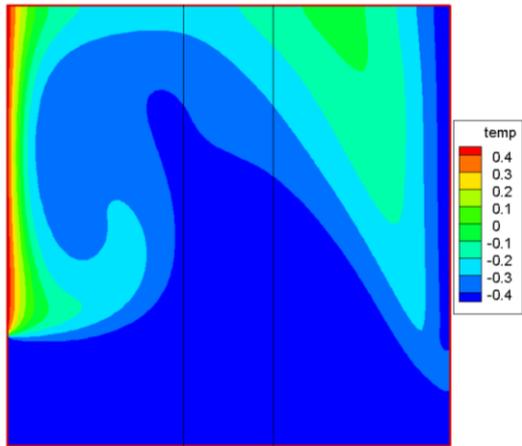
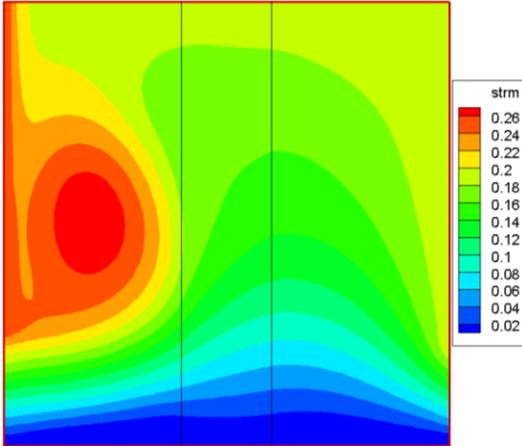
a) Ligne de courant

b) Isothermes

Re=100.



Re=500.



Re=1000.

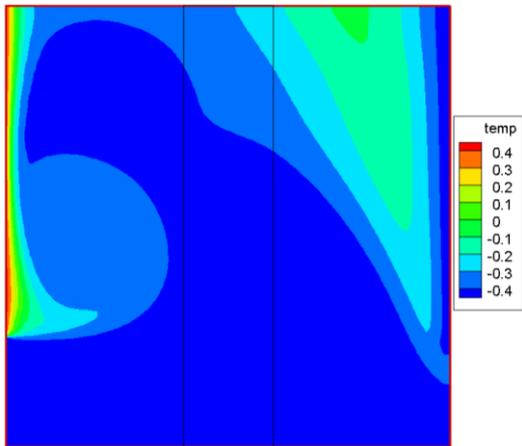
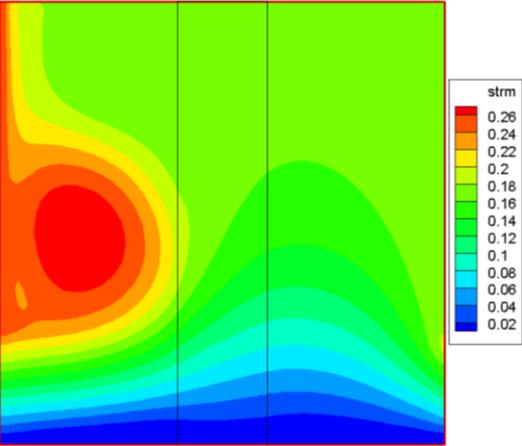


Figure IV-1: lignes de courants (gauche) et isothermes (droite) pour  $Da=10^{-4}$ ,  $Ra=0.001$  et pour différentes valeurs de  $Re$ .

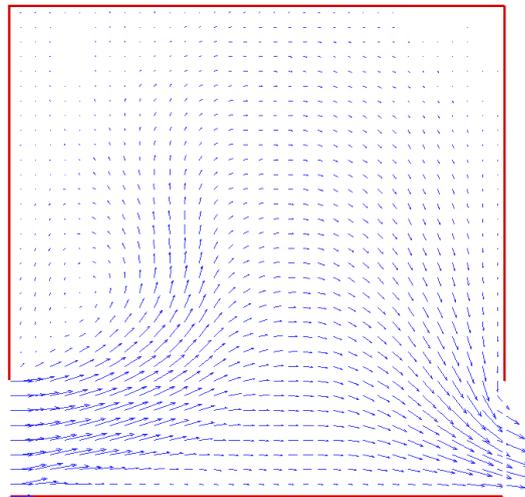


Figure IV-2: vecteurs vitesse de l'écoulement dans la cavité.

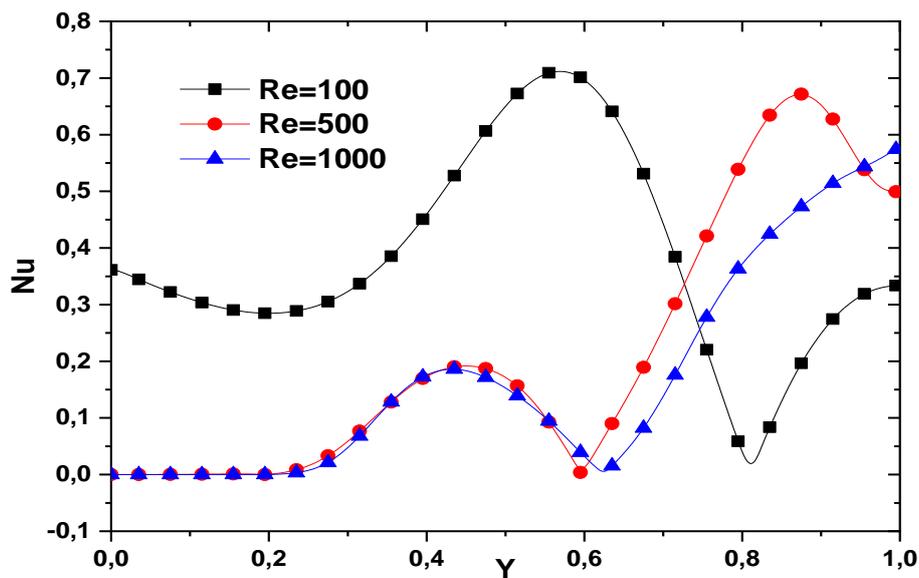


Figure IV-3: le nombre de Nusselt sur le mid-plan de la couche poreuse.

#### IV.2 Effet du nombre de Darcy

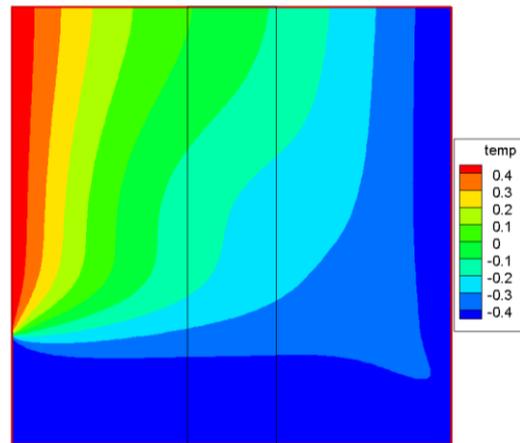
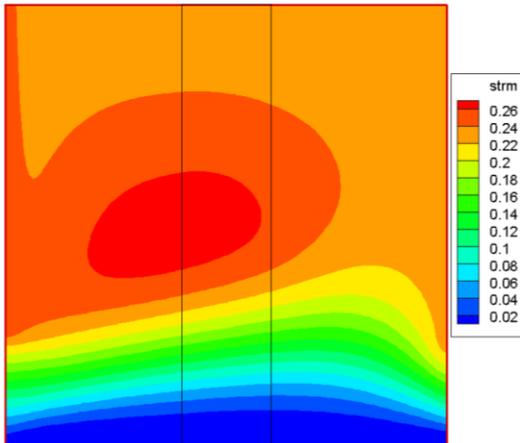
Aux faibles nombres de Darcy ( $Da < 10^{-4}$ ), la couche poreuse se comporte comme une paroi pleine, ainsi, interdire le passage des courants froids à la coté droite de la cavité, figure IV.4, les lignes de courant sont des droites parallèles, à laquelle le frottement devient moins important, cela est remarquable pour  $Da=10^{-4}$  ou les courants froids ne peuvent dépasser la couche poreuse. Puis, à mesure que la perméabilité augmente, le flux pénètre dans le domaine poreux et le transfert de chaleur correspondant augmente de manière monotone, figure IV.5.

En conséquence, le nombre de Nusselt, figure IV.5, atteint des valeurs maximales, correspondant à la solution pour une cavité entièrement fluide. Évidemment, ces cas représentent une transition progressive de la conduction à la convection dans la région poreuse.

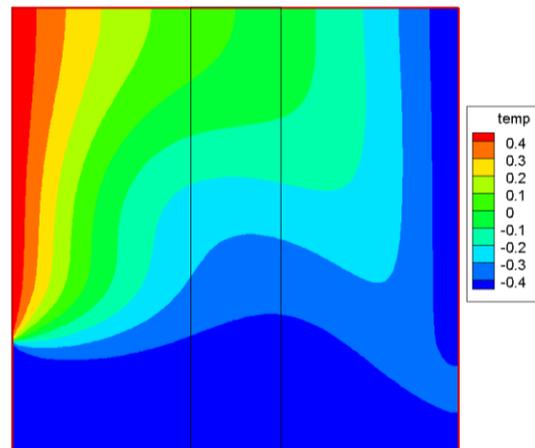
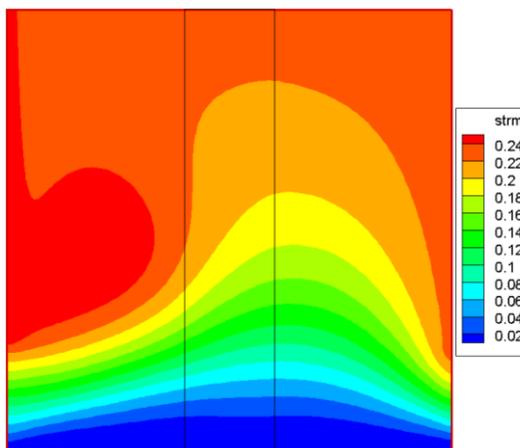
### a) Ligne de courant

### b) Isothermes

Da=1



Da=0.001



Da=0.0001

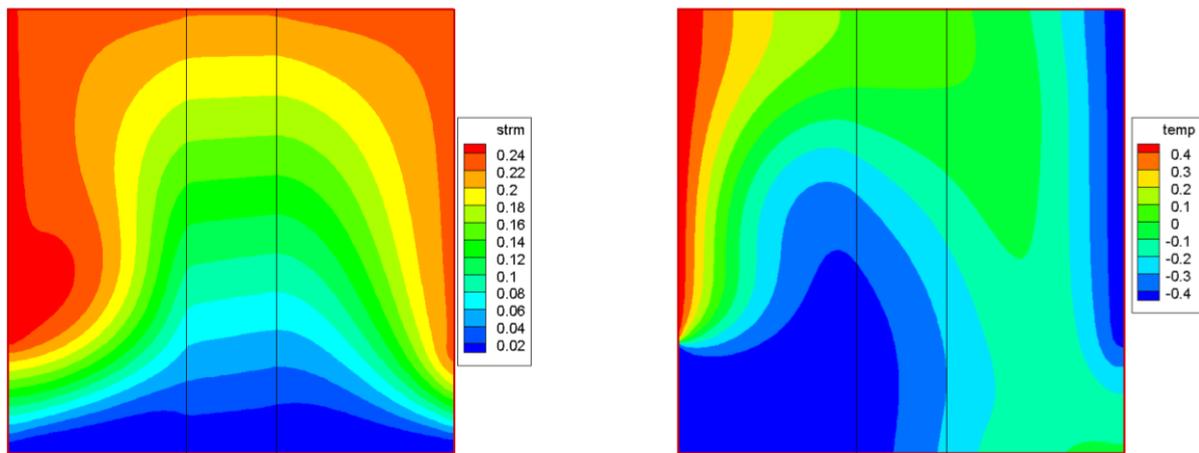


Figure IV-4: lignes de courants (gauche) et isothermes (droite) pour  $Re=100, Ra=10e-3$  et pour différentes valeurs de  $Da$ .

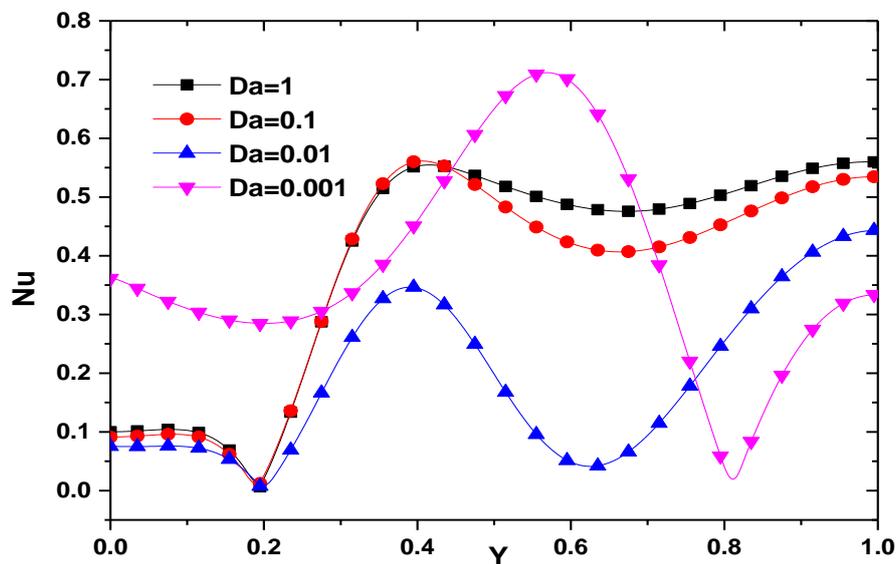


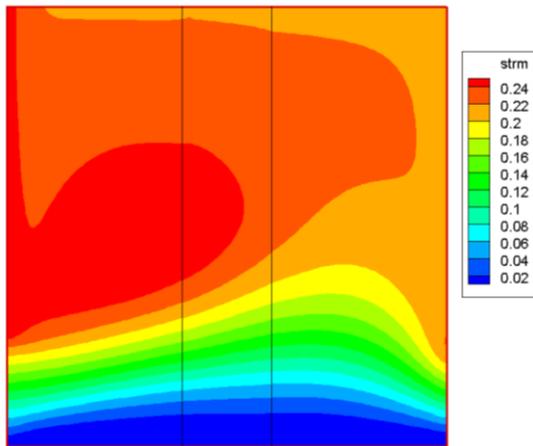
Figure IV-5: le nombre de Nusselt sur le mid-plan de lma couche poreuse.

### IV.3 Effet de la porosité

Pour différentes valeurs de la porosité ( $\varepsilon = 0.1$   $\varepsilon = 0.5$   $\varepsilon = 0.8$ ), les résultats montrent qu'en augmentant la porosité du milieu poreux, la diffusion des courants froides dans la partie droite de la cavité sont moins efficaces et la couche poreuse se comporte comme un paroi pleine, Le transfert thermique à travers la couche poreuse est caractérisé par un régime convectif pour de faible valeurs de porosité et par un régime conductif pour des valeurs importantes, présentant ainsi des pics le long de la couche poreuse.

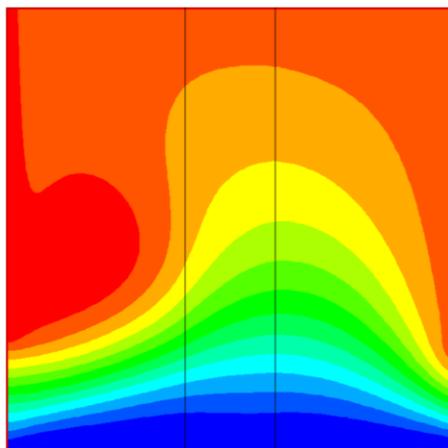
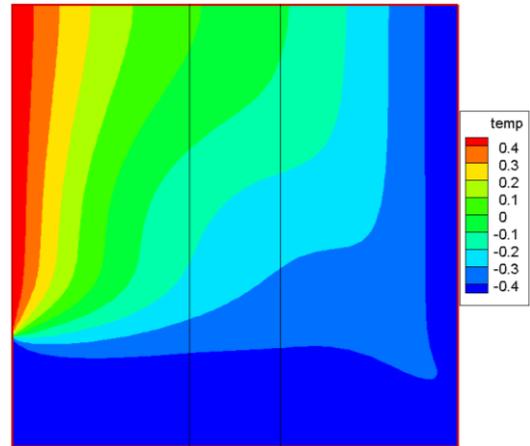
$$\varepsilon = 0.1$$

a) Ligne de courant



$\varepsilon = 0.5$

b) Isothermes



$\varepsilon = 0.8$

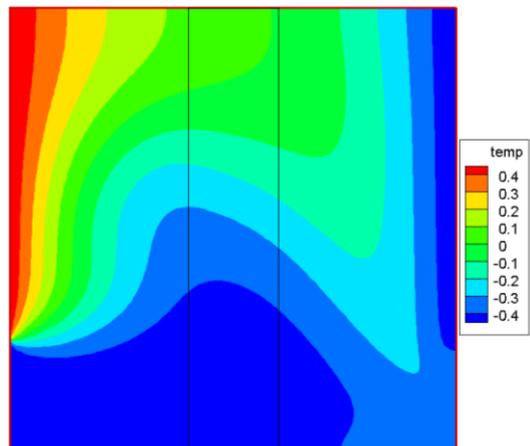
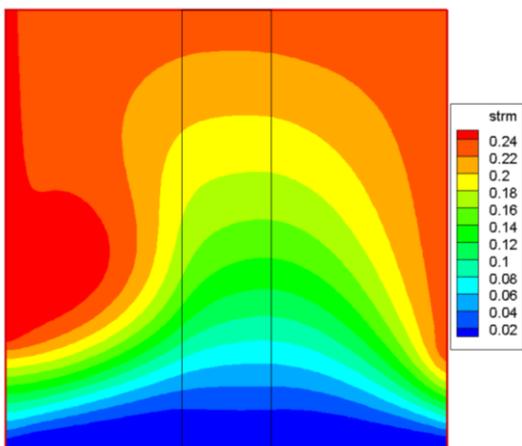
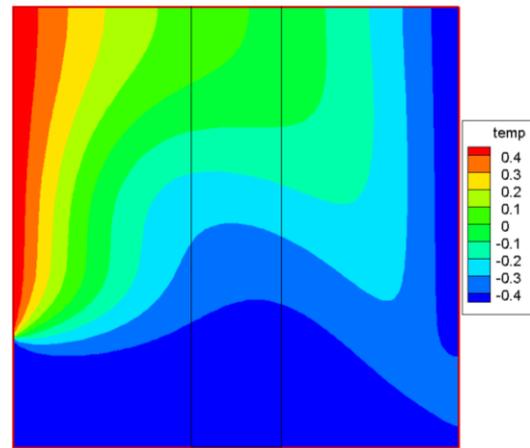


Figure IV-6: lignes de courants (gauche) et isothermes (droite) pour  $Da=0.001$ ,  $Re=100, Ra=0.001$  et pour différentes valeurs de la porosité.

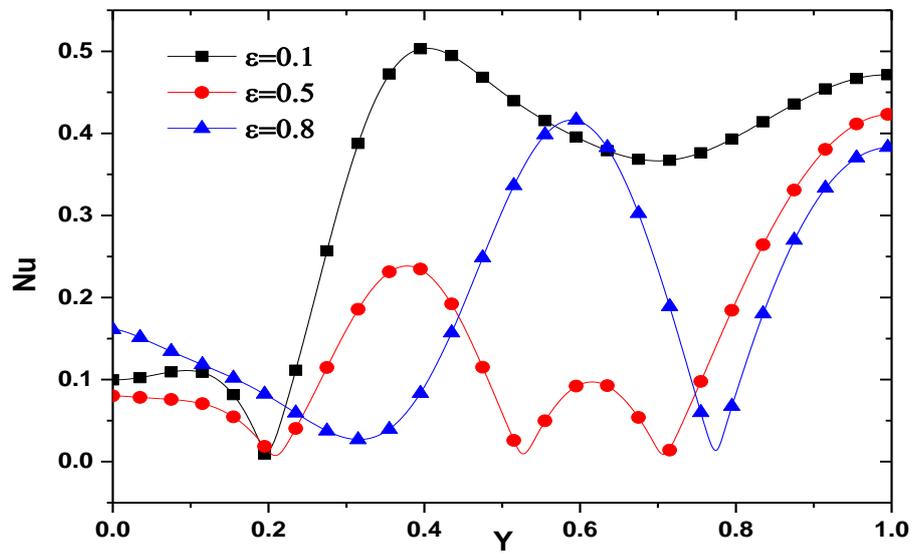


Figure IV-7: le nombre de Nusselt sur le mid-plan de lma couche poreuse.

# Conclusion générale

### Conclusion générale

La convection mixte dans des compartiments verticaux contenant à la fois des couches fluides et poreuses a été étudiée à l'aide du modèle de Darcy, y compris les termes de Brinkman et Forchheimer, pour expliquer les effets visqueux et d'inertie, respectivement, dans l'équation du moment.

L'influence de la perméabilité de la couche poreuse sur les caractéristiques moyennes et locales de transfert de chaleur dans l'enceinte a été évaluée. Les résultats numériques correspondants conduisent à la conclusion principale que le transfert de chaleur global augmente avec l'augmentation de la perméabilité, ceci étant dû à une meilleure pénétration de la couche poreuse par le flux convectif.

En outre, selon les résultats, l'échange thermique est également sensible au nombre de Rayleigh (l'augmentation de  $Ra$  augmentant la convection dans les compartiments fluides de la cavité, avec la convection dans la couche poreuse étant renforcée par l'augmentation de  $Da$ ).

Dans la région des plus grands nombres de Darcy ( $Da > 10^{-4}$ ), l'effet est lié à la meilleure pénétration du milieu poreux due à la plus grande perméabilité, et l'augmentation des forces de flottabilité due à un plus grand gradient de température effective dans toute la couche combinent si pour augmenter l'intensité du flux et le nombre total de Nusselt qui en résulte. Tous les indicateurs locaux représentés sur la figure (IV.4) (composants de vitesse et de transfert de chaleur locaux) croissent avec  $Da$  et atteignent une valeur finale de perméabilité infinie correspondant au cas idéal dans lequel toute la cavité est fluide.

Ces résultats sont une étape importante vers une compréhension complète de l'espace de paramètres pour le transfert de chaleur par convection dans les systèmes composites.

# Références

## Bibliographiques

## Références bibliographiques

- [1] Y. Jannot, Transferts thermiques, Cours 2eme année, Ecole des Mines Nancy, 2011.
- [2] T. Amel, Etude de l'échange thermique dans une cavité rectangulaire avec deux côtés partiellement actifs, Mémoire de Magister, Université Kasdi Merbah Ouargla, 2011.
- [3] B. Lyes, Etude Numérique de la Convection Mixte en Milieu Poreux dans un Canal Contenant des Composants électronique, thèse de Doctorat, Université Constantine 1, 2014.
- [4] A. Delache, Etude analytique et numérique des instabilités spatiales temporelles des écoulements de convection mixte en milieux poreux : comparaison avec l'expérience, Thèse de Doctorat, de l'Université des Sciences et Technologie de Lille. (2005).
- [5] S. Ergun, Fluid flow through packed columns, Chem. Eng. Progr., vol. 48, pp. 88-94 (1988).
- [6] H. Darcy, Les fontaines publiques de la ville de Dijon, Paris, Victor Dalmont (1856).
- [7] R. A. Wooding, Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium. Journal Fluid Mech., vol. 2, pp. 273-285, 1957.
- [8] J. C. Ward, Turbulent flow in porous media, J. Hyd. Div. ASCE, vol. 90, pp. 1-12, 1964.
- [9] M. Kaviany, Principles of heat transfer in porous media, Mechanical Engineering Series, New York, 2001.
- [10] K. Vafai, Handbook of porous media, Second edition, New York, 2005.
- [11] A. Nield, A. Bejan, convection in porous media, 2<sup>nd</sup>ed., Verlag, New York, 1999.
- [12] E. Zoltán, "fluid flow in porous media", Textbook Series, vol.1, 2003.
- [13] T. Basak, S. Roy, et H.S. Takhar, Effect of nonuniformly heated wall(s) on a natural-convection flow in a square cavity filled with a porous medium, Numerical Heat Transfer: Part-A, vol. 51, pp. 959-978, 2007.
- [14] W. Pakdee et P. Rattanadecho, Unsteady effects on natural convective heat transfer through porous media in cavity due to top surface partial convection, Applied Thermal Engineering, Vol. 26, pp. 2316-2326, 2006.
- [15] M. Bhuvaneswari, S. Sivasankaran, et Y.J. Kim, Effect of aspect ratio on convection in a porous enclosure with partially active thermal walls, Computers and Mathematics with Applications, vol.62, pp. 3844-3856, 2006.

- [16] T. Grosan, C. Revnic, I. Pop et D. Ingham, Magnetic field and internal heat generation effects on the free convection in a rectangular cavity filled with a porous medium, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, pp. 1525-1533, 2009.
- [17] T. Basak, S. Roy, D. Ramakrishna et I. Pop, Visualization of heat transport due to natural convection for hot materials confined within two entrapped porous triangular cavities via heatline concept, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, pp. 2100-2112, 2010.
- [18] R. Bennacer, A. Tobbal et H. Beji, Convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse anisotrope”, *Revue des Energies renouvelables*, vol. 5, pp. 1-21, 2002
- [19] H. F. Oztop, Z. Zhao, et Yu. Bo, Conduction-combined forced and natural convection in lid-driven enclosures divided by a vertical solid partition, *Int. Communication in Heat Mass Transfer*, vol. 36, pp. 661-668, 2009.
- [20] C. J. Ho et Y. L. Yih, conjugate natural convection heat transfer in an air-filled rectangular cavity, *Int. comm. Heat mass transfer*, vol. 14, pp. 91-100, 1987.
- [21] P. Huang et C. Chen, Simulation of mixed convection in a vertical channel containing discrete porous-covering heat blocks, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 3147-3159, 2012.
- [22] P. Bera, S. Pippal, et A. K. Sharma, A thermal non-equilibrium approach on double diffusive natural convection in a square porous-medium cavity, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, vol. 78, pp. 1080-1094, 2014.
- [23] S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, DC, Company, New York. 1980.
- [24] A. BOUROUIS, *Transfert Convectif dans une Cavité Totale ou Partiellement Occupée par une Matrice Poreuse en ETL ou HETL*, thèse de Doctorat, UNIVERSITÉ DES FRÈRES MENTOURI CONSTANTINE 1, 2016
- [25] TARZALT. A et HARIK. M, *Convection mixte dans une cavité carrée ventilée en présence d'un milieu poreux*, Mémoire de Master, Université Abderrahmane Mira – Bejaïa, 2018.
- [26] BENMENZER. S, *Etude phénoménologique de la convection dans plusieurs situations*, thèse de Doctorat, Université de Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd, 2018.
- [27] K. M. Khanfar, et Ali. J. Chamkha, Mixed convection in a lid-driven enclosure filled with a fluid-saturated porous medium”, *Int. Journal of Heat Mass Transfer*, vol. 42, pp. 2465-2481, 1999.
- [28] K. Khanafer et K. Vafai, Double-diffusive mixed convection in a lid-driven enclosure filled with a fluid-saturated porous medium, *Numerical Heat transfer*, Part A, vol. 42, pp. 465-486, 2002.

- [29] V. Elaprolu, M. Das, Laminar mixed convection in a parallel two-sided lid-driven differentially heated square cavity fluid with a fluid-saturated porous medium, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 53:1, pp. 88-110, 2008.
- [30] T. Basak, S. Roy, S. Kumar et I. Pop, Analysis of mixed convection in a lid-driven porous square cavity with linearly heated side wall(s), *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, pp.1819-1840, 2010.
- [31] S. Sivasankaran, et K.L. Pan, Numerical simulation on mixed convection in a porous lid-driven cavity with non-uniform heating on both side walls, *Numerical Heat Transfer: Part-A*, vol. 61, pp. 101-1210, 2012.
- [32] S. Mahmud et I. Pop, Mixed convection in a square vented enclosure filled with a porous medium, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp. 2190-2206, 2006.
- [33] A. Bourouis, E. Mezaache, Etude théorique et numérique de l'écoulement et dutransfert de chaleur dans un milieu poreux, Thèse de Magistère, de l'Université 20 août 1955 Skikda, 2011.
- [34] C. Beckermann, S. Ramadhyani et R. Viskanta, Natural convection flow and Heat Transfer between a fluid layer and a porous layer inside a rectangular enclosure, *Journal of Heat Transfer*, vol.109, pp. 363-370, 1987.
- [35] M. Muthamilselvan M. Das et P. Kandaswamy, Convection in a Lid-Driven HeatGenerating Porous Cavity with Alternative Thermal Boundary Conditions, *Transp.Porous Media*, vol. 82, 337–346, 2010.
- [36] Jang, D. S., Jetli, R. and Acharya, S. (1986). Comparison of the PISO, SIMPLER, and SIMPLEC Algorithms for the Treatment of the Pressure-Velocity Coupling in Steady Flow Problems, *Numer. Heat Transfer*, Vol. 19, pp. 209–228.
- [37] Thomas, L.H. (1949), *Elliptic Problems in Linear Differential Equations over a Network*, Watson Sci. Comput. Lab Report, Columbia University, New York.
- [38] Lauriat, G. and Prasad, V. (1989) : Non-Darcian effects on natural convection in a square cavity with thin porous enclosure. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp-2135-2148.
- [39] Nithiarasu, P. ;Seetharamu, K. N. and Sundararajan, T. (1998b) : Double-diffusive natural convection in an enclosure filled with fluid-saturated porous medium : a generalized non-Darcy approach. *NumericalHeat Transfer, Part A*, Vol. 30, pp. 413-426.

### Résumé

**Résumé :** La présente étude numérique concerne la caractérisation du transfert thermique en mode de convection mixte, au sein d'une cavité carrée poreuse ventilée. L'ouverture d'entrée est placée au niveau de la partie inférieure gauche de la cavité et celle de sortie est fixée au sous de la partie supérieure de la paroi droite. Les équations de Navier - Stokes sont résolues à l'aide de la méthode des volumes finis à l'aide de l'algorithme SIMPLER. L'effet de la perméabilité ainsi que l'intensité de l'écoulement sur le transfert thermique est investigué.

**Mots clefs :** (Convection mixte dans des enclosures, cavités ventilées, convection mixte dans les milieux poreux)

#### **Numerical modeling of heat transfer within a ventilated porous cavity.**

**Abstract:** This numerical study concerns the characterization of heat transfer in mixed convection mode within a ventilated porous square cavity. The inlet opening is located at the bottom left of the cavity and the outlet opening is located at the under of the right wall. The Navier- Stokes equations are solved using the finite volume method using the SIMPLER algorithm. The effect of permeability as well as the intensity of the flow on the thermal transfer is investigated.

**Keywords:** (Mixed convection in enclosures, ventilated cavities, mixed convection in porous media).

#### **النمذجة العددية لنقل الحرارة داخل تجويف مسامي مهوى.**

**ملخص:** تتعلق هذه الدراسة العددية بتوصيف نقل الحرارة في وضع الحمل المختلط داخل تجويف مربع مسامي مهوى. تقع فتحة المدخل في أسفل يسار التجويف وتقع فتحة المنفذ في الجزء السفلي من الجدار الأيمن. يتم حل معادلات Navier-Stokes باستخدام طريقة الحجم المحدود باستخدام خوارزمية SIMPLER. يتم فحص تأثير النفاذية وكذلك شدة التدفق على النقل الحراري.

**الكلمات المفتاحية:** (حمل حراري مختلط في حاويات، وتجاويف تهوية، وحمل حراري مختلط في وسائط مسامية).