

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية  
الشعبية

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث  
العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة محمد البشير الإبراهيمي - برج بوعريريج

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département Electromécanique

**MÉMOIRE**

Présenté pour l'obtention du **diplôme de MASTER**

En : **Electromécanique**

**Spécialité : Automatique et informatique industrielle**

Présenté par : - Debbache walid

- Zellagui Mohammed

**Sujet**

**Commande avancée par mode glissant des systèmes  
non linéaires**

**Jury de soutenance :**

**Président:** Bengueddoudj Abdallah

**Encadreur:** Bensidhoum Tarek

**Examineur:** Merwan Saad Saoud

**2022-2023**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# *Remerciements*

Je remercie Dieu, le tout puissant, pour m'avoir donné, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaires, pour affronter toutes les difficultés et les obstacles, qui se sont hissés au travers de mon chemin, durant toutes mes années d'études.

Je adresse mes sincères remerciements à tous mes enseignants département électromécanique de L'université de bordj bou arreridj, notamment à mon promoteur **Mr. Tarek bensidhom**, d'avoir proposé le sujet sur lequel j'ai travaillé, et qui a assuré la direction et l'encadrement du travail présenté dans ce mémoire.

Je tiens notamment, à adresser l'expression de ma sincère reconnaissance aux membres du jury d'examen, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Enfin, mes remerciements vont à tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin à réussir ce travail.

Mes vives salutations

# *Dédicaces*

Tout d'abord, je voudrais exprimer ma profonde gratitude à Dieu tout-puissant, qui m'a donné la force et la patience de faire cette humble œuvre. Je lui dédie ce succès.

Ma mère, véritable pilier de ma vie, a fait d'innombrables sacrifices pour mon éducation.

Pour mon père, source de motivation et de soutien inépuisable, je suis très reconnaissant. Des paroles d'encouragement et de sacrifice ont été la clé de ma croissance. Vos précieux conseils m'ont informé de ma façon de réussir.

Je suis reconnaissant à mes frères, sœurs et enfants pour votre disponibilité et votre soutien continu.

À tous mes collègues et amis, je tiens à vous remercier du fond du cœur pour votre disponibilité et vos précieux conseils.

Enfin, j'espère que cette modeste réalisation reflète ma gratitude à vous tous.

*Mohammed*

# *Dédicaces*

Tout d'abord, je souhaite exprimer ma gratitude envers Dieu tout-puissant pour m'avoir accordé la force et la persévérance nécessaires pour accomplir cette tâche malgré les nombreuses difficultés auxquelles j'ai été confronté.

Je voudrais dédier ce modeste travail à plusieurs personnes importantes dans ma vie :

À mes parents bien-aimés, que Dieu les bénisse et les protège, pour leur soutien moral et financier, ainsi que pour leurs encouragements et les sacrifices qu'ils ont consentis.

À mes frères.

À mes précieux amis.

À tous mes camarades d'études

*walid*

# *Table des matières*

**Notations et Abréviations**

**Liste des figures**

**Liste des tableaux**

**Introduction générale.....01**

## **Chapitre I: Généralités sur les techniques de Commandes Non linéaires**

I.1. Introduction.....	03
I.2. Systèmes non linéaires.....	03
I.3. Représentation des systèmes non linéaire.....	04
I.3.1. Système libre.....	04
I.3.2. Système autonome .....	04
I.3.3. Point Equilibre .....	05
I.3.4.Systèmes à structure variables .....	05
I.4. Etude de la Stabilité des systèmes non linéaire .....	06
I.4.1. La stabilité locale par la méthode de linéarisation.....	06
I.4.2. La méthode de Lyapunov .....	07
I.4.3. Stabilité locale et Stabilité globale .....	08
I.5. Les techniques de commande pour les systèmes non linéaires.....	10
I.5.1. Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie .....	10
I.5.2. La commande par mode glissant .....	10
I.5.3. La commande floue .....	11
I.5.4. Backstepping .....	11
I.5.5. RÉGULATION PID .....	12
I.5.6. La commande robuste .....	12
I.5.7. La commande adaptative .....	13
I.5.8. La commande prédictive .....	13
I.6. Conclusion .....	14

## **Chapitre II : la commande par mode glissant**

II.1 Introduction.....	16
II.2 Historique .....	16
II.3 Systèmes à structure variables .....	17
II.4 Conception de la commande par mode glissant .....	18
II.4.1 Choix de la surface de glissement .....	18
II.4.2 Conditions d'existence de la convergence .....	21
II.4.3 Calcul de la commande .....	22
II.5 Elimination du phénomène de chattering .....	25
II.6 Domaines d'application de la commande par mode glissant .....	27
II.7 Avantages et inconvénients de la commande par mode de glissement .....	27
II.8 Conclusion .....	28

## **Chapitre III *Commande du système CE105***

III.1 Introduction .....	30
III.2 Le système hydrauliques CE105 .....	31
III.2.1 Description du système .....	31
III.2.2 Modélisation du système hydraulique CE105 .....	32
III.3. La commande par mode glissant appliquée au système CE105 .....	38
III.3.1. La synthèse de la loi de commande.....	38
III.3.2. Résultats de simulation .....	41
III.3.3. Test de robustesse .....	45
III.4. Commande par Backstepping appliquée au système CE105 .....	46
III.4.1 Principe de la commande par backstepping .....	47
III.4.2 La synthèse de la loi de commande .....	48
III.4.3. Résultats de simulation .....	52
III.8. Conclusion .....	54
<b>CONCLUSION GENERAL</b> .....	55
Références bibliographiques .....	57

## Notations et Abréviations

$f(x), g(x), h(t)$	fonctions non linéaire
$u(t)$	Vecteur de commande.
$\forall$	Quelque soit.
$x_e$	Point d'équilibre du système.
$V$	Fonction de Lyapunov.
$\dot{V}$	Dérivé de la fonction de Lyapunov.
$s$	Surface de glissement.
$\dot{s}(x)$	la dérivée de surface
$K$	Gain de glissement.
$v_{equ}$	La commande équivalente.
$x_d$	Etat désiré
$u$	Variable manipulée (Commande)
$x$	Variable d'état
$y$	Variable de sortie
MC	Mode de Convergence.
MG	Mode Glissant.
MRP	Mode du Régime Permanent.
CSV	Commande à Structure Variable.
$Q_e$	le débit d'entrée génère par la pompe.
$Q_0$	Débit sortant par la valve C.
$Q_{12}$	Débit entre les deux réservoirs.
$S_n$	Section des valves.
$(a_0 a_{12})$	Coefficients de décharge de la valve A et C.
$A$	la section du réservoir.
$g$	Constant de gravite $9,8 \text{ m/s}^2$
$h_i$	Niveau du liquide dans le réservoir $i$ .
$K_Q$	le gain de la pompe
$K_h$	le gain de capteur de niveau $y_i$ .
$y_i$	Capteur de niveau.

# Liste des figures

<b>Figure II.1.</b> Différents modes pour la trajectoire dans le plant de phase.....	18
<b>Figure. II.2.</b> Exemple d'une surface de glissement .....	20
<b>Figure II.3.</b> Commande appliquée aux systèmes à structure variable .....	23
<b>Figure II.4.</b> Représentation de la fonction « Sign » .....	25
<b>Figure II.5.</b> Fonction « SAT » .....	26
<b>Figure II.6.</b> Fonction « SMOOTH » .....	27
<b>FigureIII.1.</b> Présentation du système hydraulique CE105 à réservoirs couplés .....	31
<b>Figure III.2.</b> Système hydraulique CE105 à réservoirs couplés .....	32
<b>Figure III.3.</b> Caractéristiques de la pompe et des capteurs de niveau .....	33
<b>Figure. III.4.</b> Schéma bloc de la commande VSC appliquée au système CE105.....	39
<b>Figure III.5.</b> Schéma block du système CE105 en boucle ouvert sur MATLAB.....	40
<b>Figure III.6.</b> Signal de référence choisie .....	41
<b>Figure. III.7.</b> Variation du coefficient de décharge $a_0$ de la valve $C$ .....	42
<b>FigureIII.8.</b> Résultats de simulation de la commande VSC appliquée au système CE105.....	43
<b>FigureIII.9.</b> sortie réelle et désirée après le test .....	44
<b>FigureIII.10.</b> l'erreur de poursuite après le test .....	44
<b>FigureIII.11.</b> Schéma bloc de la commande backstepping appliquée au système CE105- .....	50
<b>Figure III.12.</b> Sortie réelle et désirée de système .....	51
<b>Figure III.13.</b> L'erreur de poursuite .....	52
<b>Figure III.14.</b> le signal de la commande .....	52

## *Liste des tableaux :*

<b>Tableau III.1.</b> La relation entre la tension d'alimentation et le débit d'entrée .....	35
<b>Tableau III.2.</b> La relation entre la tension indiquée par le capteur et le niveau dans le réservoir- .....	35
<b>Tableau III.3.</b> paramètres du système hydraulique .....	40

# *Introduction générale*

Dans le domaine d'automatique, le rôle principal d'un automaticien est de concevoir des correcteurs de commande afin d'atteindre les objectifs désirés.

Cependant, l'univers de la commande des systèmes non linéaires est une discipline passionnante et complexe qui englobe un large éventail de techniques avancées visant à réguler et contrôler des systèmes présentant des comportements non linéaires. Contrairement aux systèmes linéaires, les systèmes non linéaires peuvent exhiber des réponses imprévisibles et difficiles à modéliser à l'aide des méthodes conventionnelles.

D'autre part, plusieurs systèmes industriels sont des systèmes hydrauliques, dans laquelle la régulation des réservoirs des liquides utilisés est une tâche importante pour obtenir les résultats souhaités. A cause de leurs architecture complexe et non linéaire, il est difficile de faire la commande pour cette classe des systèmes non linéaire. Un exemple de cette classe, réservoirs couplés CE 105.

Pour surmonter ces défis, deux approches de commande ont été présenter dans cette mémoire pour faire la régulation de réservoirs, la première est la "Commande par Mode Glissant" se démarque comme une stratégie efficace pour traiter les systèmes non linéaires. La deuxième est la technique de commande par Backstepping sur le systèmes hydraulique CE 105.

Ce travail est structuré en trois chapitre :

- Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art sur les systèmes non linéaire, leurs principes et les méthodes de vérification de la stabilité. Ainsi les différentes techniques de la commande des systèmes non linéaire
- Le deuxième chapitre est dédié à la théorie de la commande par mode glissant qui est destiné aux classes des systèmes non linéaire à structure variable et la démonstration de la stabilité par la méthode de Lyapunov.
- Enfin, dans le chapitre trois le modèle mathématique de réservoir CE105 se présente et la démonstration mathématique des commandes utiliser sera détailler suivi par des résultats de simulation.

# **Chapitre I.**

## ***Généralités sur les techniques de Commandes Non linéaires***

**I.1.Introduction :**

Lorsque on applique des lois de commande linéaires sur des classes des systèmes non linéaires seront insuffisante car elles ne sont pas robustes, en particulier lorsque les exigences en matière de précision, de rapidité et d'autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes. Pour cette raison, l'utilisation de lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux dynamiques négligées, aux perturbations et aux non-linéarités intrinsèques du système est nécessaire.

Afin d'atteindre cet objectif, plusieurs recherches et des travaux ont été proposés dans la littérature. Parmi ceux-ci, on peut citer l'utilisation de la géométrie différentielle pour la linéarisation des systèmes non linéaire, la commande basée sur l'approche de la stabilité des systèmes par la théorie de Lyapunov, la commande à structure variable, la commande adaptative, et bien d'autres encore...

**I.2 Systèmes non linéaires :**

La définition la plus simple d'un système non linéaire est un ensemble d'équations, telles que des équations différentielles, qui nous permet décrivent l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'influence d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commande. Ces entrées peuvent être choisies librement pour atteindre des objectifs spécifiques et peuvent être sélectionnées en boucle ouverte, ce qui signifie qu'elles ne dépendent que du temps, ou en boucle fermée, ce qui signifie qu'elles dépendent des variables mesurées, appelées observations.

Contrairement aux classes des systèmes non linéaire, plusieurs phénomènes différents peuvent se présenter dans les classes des systèmes non linéaire. Par exemple, ils peuvent converger, en régime permanent, à différents points d'équilibre, contrairement aux systèmes linéaires qui n'en ont qu'un seul. En effet, les systèmes non linéaires sont caractérisés par le fait que le théorème de superposition ne peut pas être appliqué.

Les non-linéarités peuvent être présentes naturellement dans un système, telles que la saturation dans une machine électrique, ou être introduites artificiellement par le concepteur des structures de commande. On peut avoir d'autre non linéarité soit à l'entrée de système ou bien à sa sortie par exemple le Dead-zone (la zone morte), Hystérésis[2]...

**I.3. Représentation des systèmes non linéaire :**

On considère un phénomène comme non linéaire lorsque ses grandeurs caractéristiques ne varient pas proportionnellement l'une par rapport à l'autre. Dans ce cas, son comportement ne peut pas être décrit

par des équations linéaires impliquant des variables au premier degré. Il est alors nécessaire d'utiliser des expressions, des modèles ou des équations qui font intervenir les variables autrement qu'au premier degré.

La représentation générale d'un système non linéaire est de forme (I.1) :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Où  $y$  est la sortie du système,  $x$  est le vecteur d'état et  $u$  est le vecteur de commande

$f(x)$ ,  $g(x)$  et  $h(x)$  sont des fonctions non linéaire du vecteur d'état décrivant le système[2]

### **I.3.1. Système libre :**

Un système dynamique est dit libre si son équation d'état est indépendante de la commande  $u(t)$ . Cette équation est alors

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.2})$$

Sinon, le système est dit forcé.

### **I.3.2. Système autonome :**

Si l'évolution d'un système peut être décrite par une équation différentielle de la forme (I.1), on dit que le système est non linéaire et autonome lorsque la représentation d'état s'écrit se la forme suivante.

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.3})$$

ou  $x(t)$  : vecteur d'état

### **I .3.3. Point Equilibre :**

Physiquement, un système est en équilibre quand il conserve son état en absence des forces externes. Mathématiquement, cela équivaut à dire que la dérivée  $\dot{x}$  de son état est nulle. Pour un système

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.4})$$

L'état (ou les états) d'équilibre  $x_e$  est la solution (sont les solutions) de l'équation algébrique

$$f(x_e(t)) = 0 \quad (I.5)$$

Dans le cas de systèmes linéaires, on a  $f(x)=Ax$  ce qui implique que  $x = 0$  est un factor équilibre pour tout système linéaire. Si  $A$  est régulière, l'origine est le seul factor d'équilibre. Dans le cas où la matrice  $A$  est singulière, tout le sous-espace défini par  $Ax = 0$  Constitue une région d'équilibre. Pour les systèmes non linéaires, la solution est moins évidente et l'origine n'est pas forcément un factor d'équilibre. En plus, en présence de plusieurs équilibres, ces derniers peuvent se présenter, comme dans le cas linéaire, sous forme de domaines continus, mais aussi de factor isolés, voire de combinaisons des deux[3].

### **I.3.4. Systèmes à structure variables**

La notion de système à structures variables est utilisée lorsque la structure du système change de manière discontinue et implique l'utilisation de deux ou plusieurs expressions. Les définitions suivantes en découlent :

#### **Définition 1**

Un système à structures variables est un système dont la configuration change pendant son fonctionnement. Il est défini par le choix d'une structure initiale et d'une logique de commutation. Cette logique permet au système de basculer d'une structure à une autre à tout moment. En outre, un tel système peut présenter de nouvelles propriétés qui ne se manifestent pas dans chacune des structures individuelles[2].

#### **Définition 2**

Un système est dit à structure variable s'il admet une représentation par des équations

Différentielles du type :

$$\dot{x} = \begin{cases} f_1(X) \text{ si la condition } l \text{ est vérifiée} \\ \vdots \\ f_n(X) \text{ si la condition } n \text{ est vérifiée} \end{cases}$$

Où  $f_i$  les fonctions appartiennent à un ensemble de sous-systèmes de classe  $C^k$ . Par conséquent, les systèmes à structures variables sont caractérisés par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation [4].

#### I.4. Etude de la Stabilité des systèmes non linéaire :

De façon générale, on dit qu'un système est stable s'il reste au voisinage de sa position d'équilibre. Il est instable, s'il s'écarte et diverge de sa position d'équilibre. Lyapunov fournit une explication un peu plus mathématique de la stabilité. Prenons comme exemple un système dont l'état est défini par le vecteur qui possède la position d'équilibre  $x_e$ .

Comme expliqué précédemment, les systèmes non linéaires sont régis par des équations différentielles non linéaires et leur étude de stabilité est très complexe. Pour résoudre ce problème, l'approche de Lyapunov est la plus couramment utilisée. Cette méthode a été introduite au 19<sup>ème</sup> siècle par le mathématicien russe Alexandre Mikhailovich Lyapunov dans son travail intitulé « The général problème of the motion stability ». Elle repose sur deux méthodes distinctes pour l'analyse de la stabilité[5] :

- La méthode de linéarisation
- La méthode directe de Lyapunov

La première concerne la stabilité locale autour d'un point d'équilibre, tandis que la seconde étudie la stabilité des systèmes en créant une fonction scalaire des états du système et en examinant leur variation temporelle.

##### I.4.1 La stabilité locale par la méthode de linéarisation:

Cette méthode permet d'analyser la stabilité locale des systèmes non linéaires en supposant que le comportement du système non linéaire est similaire à celui de son approximation linéaire pour de petites variations autour du point d'équilibre. On considère le système régi par l'équation (I.4) [5] :

Le développement en série de Taylor de ce système autour du point d'équilibre  $x_{e=0}$  est :

$$\dot{x} = f(x_e) + (x - x_e) \cdot \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{x=x_e} + h(x, t) \quad (I.6)$$

$h(x, t)$  Regroupe les termes d'ordre élevé de  $x$ . Considérons maintenant le développement en série de Taylor d'ordre un de  $f$  avec  $f(0) = 0$ , car le point d'équilibre  $x_e=0$ . Alors, l'approximation linéaire devient :

$$\dot{x} = A \cdot x \quad (I.7)$$

Tel que  $A = \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{x_e=0}$

En prenant en compte le système régulé par cette équation suivante  $\dot{x}=f(x,u)$  Tel que  $f(0,0) = 0$

Alors son approximation linéaire devient

$$\dot{x} = A.x + Bu \quad (\text{I.8})$$

Avec  $A = \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{(x_e=0,u=0)}$  ,  $B = \left( \frac{\partial f}{\partial u} \right)_{(x_e=0,u=0)}$

**Théorème I.1:** Dans le cas où le système linéaire est stable (c'est-à-dire que les valeurs propres de A ont une partie réelle négative), le point d'équilibre du système non linéaire considéré est également asymptotiquement stable[5].

#### I.4.2 La méthode de Lyapunov :

L'objectif de cette méthode est de fournir une analyse de la stabilité d'un système, qu'il soit linéaire ou non linéaire, sans avoir à connaître explicitement les solutions des équations différentielles qui le décrivent. Cette approche est basée sur l'extension mathématique d'un phénomène physique bien connu, où les systèmes mécaniques et électriques perdent de l'énergie pour atteindre un état stable au point d'équilibre[6].

La méthode des fonctions de Lyapunov, également appelée méthode directe de Lyapunov, est une technique qui permet d'évaluer la stabilité d'un système autonome en utilisant un critère énergétique. Cette méthode repose sur la substitution de la notion d'énergie du système par une "fonction de Lyapunov" définie comme étant positive (comme l'énergie). Cette fonction de Lyapunov permet d'appliquer le critère énergétique de stabilité de manière indépendante du concept d'énergie.

L'existence d'une fonction scalaire réelle continue  $V(x)$  ayant une dérivée partielle par rapport au temps  $\dot{V}(x)$  également continue, peut garantir la stabilité globalement asymptotique du point d'équilibre  $x_e = 0$  d'un système. Cette fonction doit respecter certaines propriétés comme suit[6] :

1.  $V(0) = 0$

2.  $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$

$$3. \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty \quad (\text{radialement non bornée})$$

$$4. \dot{V} < 0 \quad \forall x \neq 0$$

### **La synthèse de la commande par la méthode directe de Lyapunov :**

Les paragraphes précédents ont abordé la question de la stabilité des systèmes, en supposant implicitement que la loi de commande avait déjà été choisie. Notre objectif était alors de vérifier la stabilité du système avec cette loi de commande. Toutefois, le véritable défi de cette synthèse consiste à trouver une commande qui permettra de stabiliser le système.

Nous allons présenter une méthode pour combiner la recherche de la fonction de Lyapunov et la loi stabilisante afin de parvenir à une commande stable pour le système. En général, il y a deux concepts clés à considérer lorsqu'on utilise la méthode directe de Lyapunov pour synthétiser une commande stable[6]:

**\*Le premier concept :** consiste à supposer que la loi de commande est déjà établie, et à chercher la fonction de Lyapunov correspondante.

**\*Le deuxième concept :** consiste à choisir une fonction de Lyapunov candidate  $V(x)$  et à chercher la loi de commande qui transforme cette fonction candidate en une fonction de Lyapunov réelle.

### **I.4.3 Stabilité locale et Stabilité globale :**

Les systèmes non linéaires peuvent avoir plusieurs positions d'équilibre, et la stabilité d'une seule de ces positions ne suffit pas pour prédire la stabilité globale du système. Ainsi, de nouvelles définitions ont été introduites pour quantifier l'influence de la stabilité d'un point d'équilibre sur la stabilité globale du système. On parle de stabilité locale pour décrire la stabilité d'un point d'équilibre particulier, et de région d'attraction pour décrire la zone autour de ce point où le système est attiré vers cet équilibre.

En d'autres termes, la stabilité locale décrit la stabilité d'un point d'équilibre spécifique, tandis que la région d'attraction décrit l'espace autour de ce point où le système est attiré vers cet équilibre. C'est grâce à la combinaison de ces deux concepts que l'on peut prédire la stabilité globale d'un système non linéaire[7].

**Stabilité locale :**

La notion de stabilité locale se réfère exclusivement à la position d'équilibre considérée, sans fournir d'informations quant à la validité de cette stabilité dans un certain domaine. Bien que cette condition soit nécessaire, elle ne suffit pas à garantir la stabilité du système dans un domaine  $\Omega$  donné qui inclut ladite position d'équilibre.

Si dans une boule  $B(\rho)$  il existe une fonction scalaire  $V(x)$ , dont les dérivées partielles d'ordre un sont continués, et telle que :

1.  $V(x)$  est définie positive dans  $B(\rho)$ .
2.  $V'(x)$  est semi-définie négative dans  $B(\rho)$ .

Alors l'origine est stable.

Si  $V(x)$  est localement définie négative dans  $B(\rho)$ , alors l'origine est asymptotiquement stable.

**Stabilité globale :**

La stabilité globale d'un système est atteinte lorsqu'il est stable pour toutes les valeurs possibles des variables du système. Contrairement à la stabilité locale, la stabilité globale est d'un intérêt pratique considérable, car elle dépend non seulement du système, mais également des valeurs que peuvent prendre les variables du problème considéré. Par conséquent, un même système peut être globalement stable ou instable en fonction du domaine de valeurs des variables étudiées.

S'il existe une fonction scalaire  $V(x)$ , dont les dérivées partielles d'ordre un sont continués, et telle que :

1.  $V(x)$  est définie positive.
2.  $V'(x)$  est définie négative.
3. La condition  $\|x\| \rightarrow \infty$  implique  $V(x) \rightarrow +\infty$

**Stabilité d'une trajectoire**

Il arrive parfois que les systèmes ne possèdent pas de points d'équilibre ou que le point d'équilibre existant ne soit pas stable. Malgré cela, les trajectoires ne se dispersent pas. Différents scénarios peuvent se présenter :

-Il est possible que le système possède un domaine stable : cela signifie qu'il existe un ensemble de conditions initiales (appelé bassin d'attraction) dans lequel toutes les trajectoires restent confinées à l'intérieur de ce domaine stable.

-Le système admet un domaine attractif : il existe un domaine de conditions initiales tel que toutes les trajectoires sont comprises dans le domaine attractif au bout d'un certain temps

-Le système admet une trajectoire stable[8].

## **I.5 Les techniques de commande pour les systèmes non linéaires :**

### **I.5.1 Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie :**

Les méthodes de "linéarisation par bouclage" (ou "linearizing feedback" en anglais) sont des techniques classiques de synthèse de commande pour les systèmes non linéaires. Dans ces méthodes, une loi de commande est conçue pour "compenser les non-linéarités" afin de satisfaire un cahier des charges généralement simple (stabilité, suivi de référence ou rejet de perturbation). Cette approche est donc appelée méthode "de type des non-linéarités".

La première étape consiste à boucler le système pour obtenir un système linéaire stationnaire. Ensuite, un correcteur est synthétisé pour ce système linéaire stationnaire afin d'assurer les propriétés du cahier des charges. Cette étape peut être réalisée à l'aide de n'importe quelle méthode de synthèse pour les systèmes linéaires stationnaires[9].

### **I.5.2 : La commande par mode glissant :**

La technique de commande par mode glissant est une méthode très intéressante qui a été développée dans les années 1970 par Utkin. Son principe consiste à intégrer des éléments de commutation dans la loi de commande afin de conduire le point représentatif de l'évolution du système sur une hypersurface de l'espace de phase, indépendamment des conditions initiales. Cette commande garantit également que le point représentatif atteint l'hypersurface en un temps fini. Une fois que le système atteint la surface de glissement, il entre en régime glissant et devient insensible aux perturbations de sortie et

aux variations paramétriques. Cependant, cette méthode de commande peut rapidement entraîner des problèmes de "broutement" ou de chattering, qui sont des oscillations hautes fréquences négligées qui peuvent parfois conduire à l'instabilité. Il est important de noter que des méthodes ont été développées pour réduire ce phénomène[9].

### **I.5.3 : La commande floue :**

La logique floue, qui a été introduite par Lotfi Zadeh, a été largement utilisée pour modéliser et commander des systèmes complexes non linéaires. Cette méthode a connu un grand succès et a été appliquée dans divers domaines, tels que le traitement d'images où elle permet d'améliorer les caractéristiques des images numériques couleur, la robotique mobile, etc. Les modèles flous ont l'avantage d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire. L'un des avantages clés de la commande par logique floue est la possibilité de se passer d'un modèle explicite du procédé. Cette approche est basée sur la décomposition d'un univers de discours d'une ou de plusieurs variables mesurées sous forme de symboles linguistiques, ainsi que sur des règles basées sur l'expertise de l'opérateur humain, qui décrivent comment les commandes du système doivent évoluer en fonction des variables observées. Les systèmes flous peuvent être classés en trois groupes : les systèmes flous linguistiques ou systèmes de Mamdani, les systèmes flous relationnels et les systèmes à conséquence fonctionnelle ou encore connus sous le nom de systèmes flous de type Takagi-Sugeno-Kang (TSK). Les contrôleurs flous de type TSK sont les plus couramment utilisés dans la littérature relative à la commande floue, mais on trouve également les systèmes flous de Mamdani avec l'introduction des régulateurs flous à structure PID. Dans un article de Procyk et Mamdani, le Self-Organized Controller (SOC) est présenté comme un contrôleur capable de contrôler une large variété de systèmes non linéaires[9].

**I.5.4 :Backstepping :**

Le backstepping est une technique de commande non linéaire qui a été développée dans les années 1990 par P. Kokotovic, et son historique est résumé dans l'ouvrage de Krstic. Contrairement à la linéarisation entrée-état ou entrée-sortie, qui peut annuler certaines non-linéarités utiles, le backstepping est moins restrictif et ne contraint pas le système à devenir linéaire. La méthode fondamentale du backstepping est de synthétiser de manière récursive la loi de commande. Certaines composantes du vecteur d'état sont considérées comme des "commandes virtuelles", pour lesquelles des lois de commande intermédiaires sont élaborées. Le backstepping est applicable aux systèmes non linéaires triangulaires, également connus sous le nom de systèmes en rétroaction stricte (strict feedback systems en anglais) [9].

**I.5.5 : RÉGULATION PID :**

Les principes fondamentaux de la régulation PID reposent sur une structure de régulation qui vise à maintenir une certaine grandeur physique (pression, température, etc.) à une valeur de consigne prédéfinie. Pour ce faire, le régulateur a besoin de connaître l'état actuel du système, qui est mesuré par un capteur et renvoyé sous forme de signal de retour PID.

Le régulateur PID est généralement constitué de trois parties principales : la partie proportionnelle (P), qui réagit à la différence entre la valeur de consigne et la mesure actuelle du système ; la partie intégrale (I), qui corrige l'erreur de manière continue au fil du temps ; et la partie différentielle (D), qui prend en compte la vitesse à laquelle l'erreur change afin de réduire les oscillations[9].

**I.5.6. La commande robuste :**

La modélisation précise d'un procédé est une tâche difficile. Les imprécisions dans le modèle peuvent provenir de diverses sources, telles que des paramètres mal connus ou difficiles à identifier, des dynamiques du système non prises en compte, ou encore un choix de modélisation simplifié. Ces imprécisions sont classées en deux catégories : les incertitudes paramétriques et les dynamiques

négligées. Les premières ont un impact direct sur le modèle tandis que les secondes conduisent à une sous-estimation de l'ordre du système.

La commande robuste est une technique de commande en automatique qui permet de traiter ces problèmes. Elle utilise un modèle nominal du procédé à contrôler, ainsi que les incertitudes paramétriques associées au modèle, pour synthétiser la loi de commande. La structure du contrôleur robuste se compose d'une partie « nominale » ainsi que de termes supplémentaires permettant de compenser au mieux les imprécisions liées au modèle[9].

### **I.5.7. La commande adaptative :**

La commande adaptative a été développée dans les années 1950 pour pallier les limites des contrôleurs à paramètres fixes, qui ne sont pas toujours capables de maintenir les performances souhaitées en cas de variations des paramètres du système au fil du temps. Les stratégies de commande adaptative sont généralement divisées en deux types : les méthodes directes, comme la commande adaptative à modèle de référence (MRAC), qui consistent à créer un modèle de référence dont les performances sont similaires à celles du système en boucle fermée, et dont la fonction est d'éliminer toute divergence entre la réponse du modèle et celle du système, quels que soient le signal d'entrée et les perturbations internes ou externes. Les méthodes indirectes, quant à elles, se basent sur l'identification en temps réel du processus, puis le placement des pôles. Chaque méthode utilise des techniques différentes pour atteindre le même objectif : annuler l'erreur entre la consigne et la sortie du modèle[9].

### **I.5.8 La commande prédictive :**

La commande prédictive (MPC) est devenue de plus en plus populaire dans l'industrie ces dernières années en raison de sa capacité à tolérer différents types de systèmes et à respecter les contraintes imposées, ainsi que de sa compatibilité avec les systèmes comportant plusieurs entrées et sorties pour lesquels le simple régulateur PID est insuffisant. Cette technique est particulièrement utile lorsque les systèmes présentent des retards importants, des réponses inverses et de nombreuses perturbations. Les

principaux utilisateurs de la commande prédictive sont les raffineries de pétrole, l'industrie chimique et agroalimentaire, la métallurgie et l'aérospatiale[9].

### **I.6 Conclusion :**

Au cours de ce chapitre, nous avons abordé plusieurs rappels sur les propriétés générales des systèmes non linéaires, ainsi que les éléments les plus importants pour assurer leur stabilité. Nous avons également présenté quelques méthodes qui sont utilisées pour la commande de ces systèmes à partir de ces commandes. Dans le prochain chapitre, nous nous concentrerons sur la commande par mode glissant, qui permet d'assurer la stabilité et la robustesse des systèmes non linéaires.

## ***Chapitre II***

### ***La commande par mode glissant***

# *Chapitre II.*

## *La commande par mode glissant*

### **II.1. Introduction :**

La commande à structure variable (CSV) est une commande non linéaire par nature, caractérisée par une loi de commande qui se modifie de manière discontinue. Les commutations de la commande dépendent des variables d'état pour créer une hypersurface de glissement, qui vise à aligner la dynamique du système avec celle définie par l'équation de l'hypersurface. Lorsque le système se trouve sur cette hypersurface, il est considéré en régime glissant. Ainsi, tant que les conditions de glissement sont maintenues, le système reste insensible aux variations des paramètres du processus, aux erreurs de modélisation (dans une gamme plus large par rapport aux approches classiques de l'automatique) et à certaines perturbations.

### **II.2 Historique :**

Cette technique de commande à été introduite au début des années 60 après les recherches théoriques du mathématicien russe Aleksei Filippov. Par la suite, elle devient la commande la plus utilisée pour les systèmes non linéaires. Des travaux de recherche sur la commande à structure variable ont été réalisés par l'auteur soviétique Decarlo et ses collègues (1998) ainsi que par Hung et al. (1993). La procédure de contrôle de la trajectoire du système impose une zone d'état appelée "surface de glissement". Lors de l'utilisation de commandes à haute fréquence de commutation, les trajectoires du système et la surface de glissement se confondent. Le principal avantage de la commande à structure variable avec mode glissant est sa robustesse face aux changements de paramètres ou aux perturbations.

Cependant, la commande par mode glissant présente un inconvénient majeur appelé "phénomène de chattering", qui peut exciter la dynamique de la commutation à haute fréquence, ce qui le rend indésirable. Pour atténuer ce problème, une méthode utilise une couche limite autour de la commutation. Une autre méthode remplace la commande de type maximum / minimum par une fonction de vecteur d'unité avec une constante positive. Cependant, ces approches ne garantissent pas une convergence exacte vers le mode glissant et présentent des problèmes de robustesse dus au chattering.[10]

### II.3 Systèmes à structure variables :

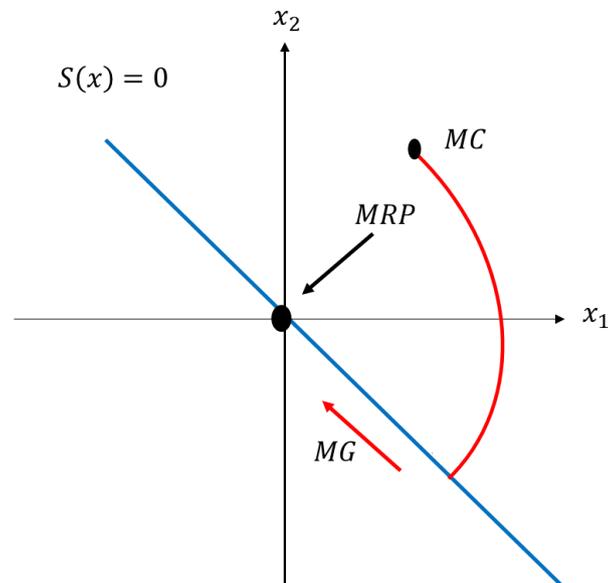
Lorsqu'une discontinuité se produit dans la structure d'un système ou d'un correcteur, impliquant deux ou plusieurs expressions différentes, le concept de système à structure variable entre en jeu. Cela conduit à la définition suivante :

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement. Il est caractérisé par le choix d'une structure et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de passer d'une structure à une autre à tout moment. De plus, un tel système peut présenter de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure individuelle

Dans le cadre de la commande des systèmes à structure variable par mode de glissement, la trajectoire de l'état est dirigée vers une surface spécifique, puis, grâce à une loi de commutation, elle est maintenue à proximité de cette surface. Cette surface est appelée surface de glissement, et le mouvement le long de celle-ci est appelé mouvement de glissement.[11]

La trajectoire dans le plan de phase se compose de trois parties distinctes [12] :

- **Le mode de convergence (MC)** : il s'agit du mode au cours duquel la variable à réguler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et converge vers la surface de commutation  $S(x, y) = 0$ . Ce mode est caractérisé par une loi de commande et un critère de convergence.
- **Le mode de glissement (MG)** : c'est le mode où la variable d'état atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est déterminée par le choix de la surface de glissement  $S(x, y) = 0$ .
- **Le mode de régime permanent (MRP)** : ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (l'origine du plan de phase). Il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.



**Figure II.1.** Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase

#### II.4 Conception de la commande par mode glissant :

La conception des régulateurs par mode glissant permet de résoudre les problèmes de stabilité et d'atteindre de manière systématique les performances souhaitées. Pour mettre en œuvre cette méthode de commande, trois étapes sont nécessaires [9] :

- le choix de la surface.
- l'établissement des conditions d'existence.
- la détermination de la loi de commande.

##### II.4.1 Choix de la surface de glissement :

Le choix de la surface de glissement dépend à la fois de l'objectif visé et de l'application spécifique, et il concerne à la fois le nombre requis de ces surfaces et leur forme. Soit un système défini par l'équation d'état non linéaire de la forme :

$$\begin{aligned}x^{(n)} &= f(x) + g(x)u \\ y &= x\end{aligned}\quad (\text{II.1})$$

Où :  $x^{(n)}$  est la  $n^{\text{ième}}$  dérivée de  $x$  en fonction du temps,  $u$  la commande du système et

$x = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]$  Le vecteur d'état.

Dans l'équation (II.1),  $f(x)$  et  $g(x)$  ne sont pas connus mais la limite supérieure et le signe de  $g(x)$  sont connus. Notre but est d'atteindre un état désiré  $y_d = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}]$  en présence des incertitudes du modèle sur  $f(x)$  et  $g(x)$ . On définit le vecteur de l'erreur de poursuite comme  $e = y - y_d = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T$ . Une surface de glissement  $s(t)$  variant en fonction du temps dans l'espace d'état  $\mathcal{R}^n$  est donnée par [13] :

$$s(t) = \left( \frac{d}{dt} + \sigma \right)^{n-1} e \quad (\text{II.2})$$

Où  $\sigma$  est une constante strictement positive et  $s(t)$  un scalaire.

Sachant que la condition initiale est donnée par  $y_d(0) = y(0)$ , le problème de poursuite de l'état désiré  $x(t) = x_d(t)$  revient à maintenir les états du système sur la surface  $s(t)$  pour tout  $t > 0$

La solution unique de  $s(t)=0$  est  $e=0$ . La commande  $u$  est choisie de telle sorte que l'existence du mode glissant est établie et que  $s\dot{s} \leq 0$ .

Un choix particulier est donné par l'équation (II.2):

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(t) \leq -\eta |s(t)|, \eta > 0 \quad (\text{II.3})$$

L'équation (II.3) [14] qui est appelée condition d'attraction, force les trajectoires d'état à se diriger vers la surface de glissement comme il est indiqué en Fig. II.2.

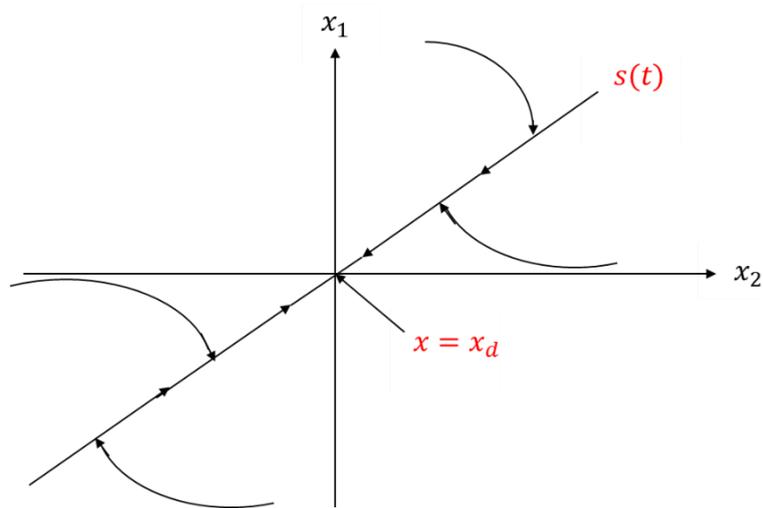


Figure. II.2. Exemple d'une surface de glissement

On assume que  $s(0) > 0$  et on définit  $t_f$  comme étant le temps nécessaire à une trajectoire pour atteindre la surface  $s$ .

L'équation (II.3) peut être réécrite comme :

$$\frac{d}{dt}s(t) \leq -\eta \tag{II.4}$$

En intégrant (II.4) de  $t = 0$  à  $t = t_f$  on obtient :

$$s(t_f) - s(0) \leq -\eta(t_f - 0) \tag{II.5}$$

Vu que  $s(t_f) = 0$ , l'équation (2.5) deviendra :

$$t_f \leq \frac{s(0)}{\eta}. \tag{II.6}$$

$t_f$  Peut aussi être obtenu en considérant le cas où  $s(0) < 0$ , ce qui va nous mener à :

$$t_f < |s(0)|/\eta \tag{II.7}$$

L'équation (II.7) garantit que si les trajectoires sont à l'extérieur de  $s(t)$ , elles atteindront la surface de glissement dans un temps fini inférieur à  $|s(0)|/\eta$ . Lorsque la surface de glissement  $s = 0$  est atteinte, l'erreur tend vers zéro ( $x = x_d$ ) exponentiellement avec une constante de temps égale à  $(n-1)/\sigma$ .

### II.4.2 Conditions d'existence de la convergence :

Ces critères permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement, indépendamment des perturbations externes. Pour assurer cette convergence, il y a deux considérations à prendre en compte.

#### Condition d'attractivité :

Cette condition permet de donner à la surface de glissement une dynamique de convergence vers zéro. Elle est exprimée par[15]:

$$\begin{aligned} \dot{s}(x) &> 0 \text{ si } s(x) < 0 \\ \dot{s}(x) &< 0 \text{ si } s(x) > 0 \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Elle peut donc être formulée comme :

$$\dot{s}(x)s(x) < 0 \quad (\text{II.9})$$

L'inégalité (II.9) est appelée condition d'attractivité. Elle est globale mais elle n'est pas suffisante pour assurer une convergence en temps fini vers la surface de glissement.

Pour assurer une convergence de  $s(x,t)$  vers 0 en un temps fini, une condition plus forte doit être respectée. Dans le cas des modes glissants classiques, on utilise généralement la condition d'attractivité non-linéaire dite condition de  $\eta$ -attractivité.

#### Fonction de Lyapunov

$$s(x)\dot{s}(x) \leq -\eta|s(x)| \quad (\text{II.10})$$

Une fonction de Lyapunov est une fonction scalaire positive qui  $V(x)$  dépend des variables d'état du système. La loi de commande est choisie de manière que la dérivée de la fonction de Lyapunov  $\dot{V}(x)$  soit négative. L'idée est de choisir une fonction scalaire  $s(x)$  qui assure l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence, puis de définir une fonction de Lyapunov comme suit :

$$V(x) = \frac{1}{2} s^T(x)s(x) \quad (\text{II.11})$$

D'après l'équation (2.11), on peut observer que le carré de la distance entre un point donné du plan de phase et la surface de glissement diminue continuellement. Cela contraint la trajectoire du système à

se rapprocher de la surface depuis les deux côtés. Cette condition suppose un régime glissant idéal où la fréquence de commutation est infinie [15].

La fonction de Lyapunov est définie positive de manière évidente et sa dérivée est :

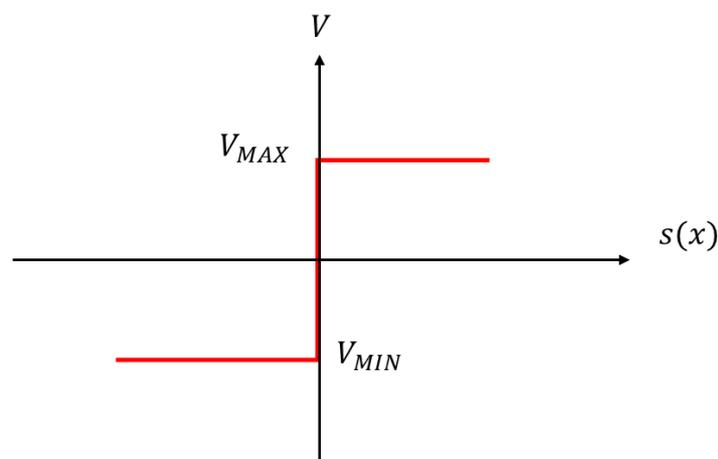
$$\dot{V}(x) = (x)\dot{s}(x) \quad (\text{II.12})$$

Pour que la fonction  $V(x)$  puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative. Ceci n'est vérifié que si la condition (II.9) est vérifiée.

### II.4.3 Calcul de la commande :

Une fois que la surface de glissement et le critère de convergence sont déterminés, il reste à calculer la commande nécessaire pour ramener la variable à contrôler vers la surface, puis vers son point

d'équilibre, tout en maintenant la condition des modes glissants. L'une des hypothèses fondamentales dans la conception des systèmes à structure variable contrôlés par les modes glissants est que la commande doit commuter instantanément (à une fréquence infinie) entre  $V_{MAX}$  et  $V_{MIN}$  en fonction du sign de la surface de glissement, comme illustré dans la figure (II.3). Dans ce cas, des oscillations de très haute fréquence, communément appelées "broutement" ou "chattering", apparaissent dans le mode de glissement [11].



**Figure II.3.** Commande appliquée aux systèmes à structure variable.

Comme mentionné précédemment, la surface de glissement est déterminée en fonction du système et des performances souhaitées, indépendamment de la commande. L'obtention du régime glissant nécessite l'utilisation d'une commande discontinue. Cependant, cela n'empêche pas, au contraire, d'ajouter une composante continue à la commande afin de réduire l'amplitude de la discontinuité.

Ainsi, la structure d'un contrôleur se compose de deux parties : une première partie dédiée à la linéarisation exacte et une deuxième partie qui assure la stabilisation. Cette dernière est cruciale dans la technique de commande par modes de glissement, car elle est utilisée pour rejeter les perturbations extérieures. Nous posons donc :

$$v(t) = v_{equ}(t) + v_n \quad (\text{II.13})$$

$v_{equ}(t)$ : Il s'agit de la commande équivalente proposée par Utkin [15] et Filipov [16] .

Cette commande est reconnue comme étant la plus directe et la plus simple. Elle est calculée en prenant en compte que le comportement du système pendant le mode de glissement est décrit par :

$$\dot{S}(x) = \dot{e}(t) = 0 \quad (\text{II.14})$$

$v_n(t)$ : est un terme introduit afin de satisfaire la condition de convergence suivante :

$S(x)\dot{S}(x) < 0$ , Il détermine ainsi le comportement dynamique du système pendant le mode de convergence, garantissant ainsi l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface de glissement. Le terme  $v_n$  est donné par :

$$v_n = \dot{S}(x) = -K \text{sign } S(x) \quad (\text{II.15})$$

Avec :  $K > 0$  et  $S(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } S > 0 \\ -1 & \text{si } S < 0 \end{cases}$

Notre objectif est de calculer la commande équivalente, puis de déterminer la commande attractive du système, défini dans l'espace d'état par l'équation suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)v(t) \quad (\text{II.16})$$

La dérivée de la surface devient :

$$\dot{S}(x, t) = \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial s}{\partial x} \{f(x, t) + g(x, t)v_{equ}(t)\} + \frac{\partial s}{\partial x} \{g(x, t)v_n(t)\} \quad (\text{II.17})$$

En mode de glissement et en régime permanent, la dérivée de la surface est nulle puisque la surface est égale à zéro. Par conséquent, nous obtenons :

$$v_{equ}(t) = - \left\{ \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t) \right\}^{-1} \left\{ \frac{\partial s}{\partial x} f(x, t) \right\} \quad v_n = 0 \quad (\text{II.18})$$

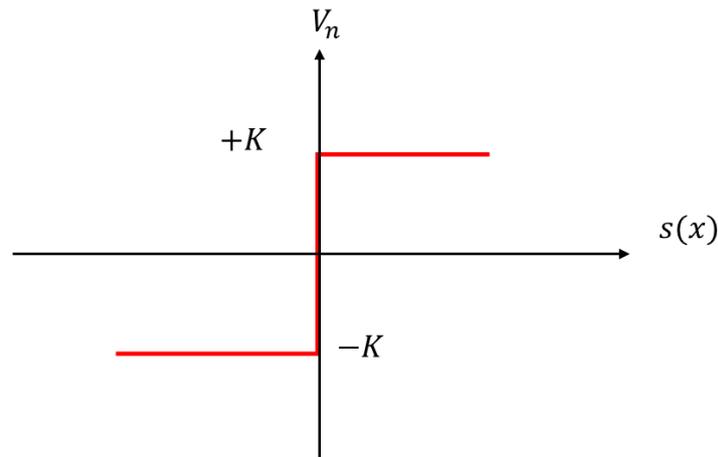
Durant le mode de convergence, en remplaçant le terme  $v_{equ}$  par sa valeur (II.18) dans l'équation (II.16), nous obtenons une nouvelle expression de la dérivée de la surface :

$$\dot{S}(x) = \left\{ \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t) v_n \right\} \quad (\text{II.19})$$

Le problème revient à trouver  $v_n$  tel que :

$$S(x)\dot{S}(x) = S(x) \left\{ \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t) v_n \right\} < 0 \quad (\text{II.20})$$

La solution la plus simple est de choisir  $v_n$  sous la forme de relais Figure (II.4). Dans ce cas, la commande s'écrit comme suit :



**Figure II.4.** Représentation de la fonction « Sign »

En remplaçant l'expression (2-21) dans (2-20), on obtient :

$$S(x)\dot{S}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t)K|S(x)| < 0 \quad (\text{II.21})$$

Où le facteur  $\frac{\partial s}{\partial x} g(x, t)$  est toujours négatif pour la classe des systèmes que nous considérons.

Le choix d'un gain  $K$  positif est effectué de manière à satisfaire la condition (2-22). Ce choix de gain est crucial car s'il est très petit, le temps de réponse sera très long, tandis que s'il est choisi trop grand, des oscillations importantes peuvent apparaître au niveau de l'organe de commande. Ces oscillations peuvent exciter des dynamiques négligées (phénomène de chattering) ou même endommager l'organe de commande.

### II.5 Elimination du phénomène de chattering:

Le phénomène de chattering se produit en raison d'une commutation non suffisamment rapide de la commande lorsque les techniques de modes glissants sont utilisées. Ce phénomène est indésirable car il ajoute des composantes de haute fréquence au spectre de la commande.

Le broutement, également connu sous le nom de phénomène de chattering, peut être atténué en remplaçant la fonction "sign" par une fonction de saturation appropriée qui filtre les hautes fréquences. On donne ci-dessous un exemple de fonction de saturation Figure (II.5) :

• Fonction **SAT** :

$$\begin{cases} Sat(S) = 1 & si \ S > \mu \\ Sat(S) = -1 & si \ S < -\mu \\ Sat(S) = S/\mu & si \ |S| < \mu \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

$\mu$ : Un paramètre petit et positif.

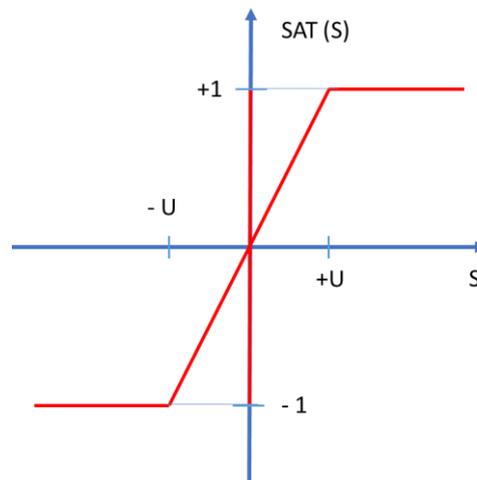


Figure II.5. Fonction « SAT ».

La fonction pseudo-sign [17]

$$V(S, \epsilon) = \frac{s}{|s| + \epsilon} \quad (\text{II.23})$$

La fonction avec tangente [17]

$$V(S, \epsilon) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{S}{\epsilon}\right) \quad (\text{II.24})$$

La fonction avec tangente hyperbolique [17]

$$V(S, \epsilon) = \tanh\left(\frac{S}{\epsilon}\right) \quad (\text{II.25})$$

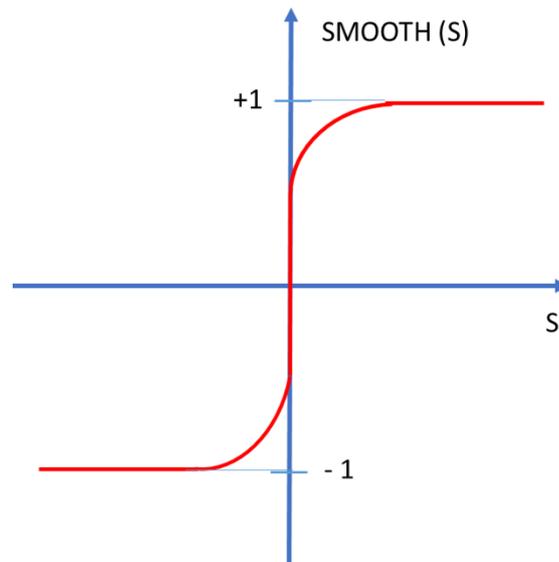
La fonction avec tangente sigmoïde [17]

$$V(S) = \left(\frac{1}{1 + e^{-2x}}\right) \quad (\text{II.26})$$

• Fonction **SMOOTH** :

Une autre approche consiste à remplacer la fonction "signe" par une fonction de classe  $C^1$ . Un exemple de ce type de fonction est illustré dans la Figure II.6. ci-dessous.

$$\text{Smooth}(S) = \frac{S}{|S| + \mu} \quad (\text{II.27})$$



**Figure II.6.** Fonction « SMOOTH ».

## II.6 Domaines d'application de la commande par mode glissant

Les développements importants de la technique du réglage par mode glissant se sont étendus à tous les domaines de la commande. Dans le domaine des commandes hydrauliques ou pneumatiques, des vannes à tout ou rien sont utilisées, ne disposant que de deux états stables, soit complètement ouvertes, soit fermées.

Pour les machines électriques ou les robots nécessitant un réglage de la vitesse de rotation ou de la position, les entraînements électriques sont utilisés. Dans ce cas, il est essentiel d'avoir une réponse dynamique de haute performance et la possibilité de limiter facilement certaines grandeurs, telles que le courant et la vitesse de rotation [11].

Il convient de mentionner que dans certains domaines tels que les processus chimiques et métallurgiques, des réglages sont effectués à l'aide de régulateurs à deux positions.

## II.7 Avantages et inconvénients de la commande par mode de glissement

La commande par mode de glissement est reconnue pour sa robustesse face aux perturbations et aux incertitudes du modèle. Contrairement à une loi de commande classique, elle maintient les performances dynamiques du système quelles que soient les variations des paramètres et l'amplitude

des perturbations. De plus, elle présente l'avantage de réduire l'ordre du système, simplifiant ainsi sa complexité

Cependant, l'obtention de ces performances s'accompagne de certains inconvénients :

1. La présence d'un phénomène de chattering ou broutement, provoqué par la partie discontinue de cette commande, peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs.
2. Le système est constamment soumis à une commande à fréquence élevée pour assurer sa convergence vers l'état désiré, ce qui n'est pas souhaitable. Pour remédier à ces problèmes, une solution proposée est la commande par mode glissant à bande limite. Cette approche consiste à remplacer la fonction de commutation dans la commande par une fonction de saturation (telle que l'hystérésis, l'arc tangente, etc.).

### **II.8 Conclusion :**

Ce chapitre présente une récapitulation de la théorie de la commande par mode glissant qui est destiné aux classes des systèmes non linéaire à structure variable. Dans lesquelles, ses paramètres sont incertains ou variables à travers le temps. L'avantage principale de cette technique de commande est sa robustesse. De plus, il est possible de choisir différentes formes de surfaces de glissement et de travailler sur plusieurs surfaces simultanément. Dans ce chapitre nous avons présenté la démonstration de la stabilité par la méthode de Lyapunov.

***Chapitre III***  
***Commande du système CE105***

# *Chapitre III.*

## *Commande du système CE105*

### **III.1 Introduction**

Le comportement dynamique d'un système quelconque ne peut être exploré que si sa représentation au moyen d'un modèle mathématique est envisageable, généralement formulé sous la forme d'un ensemble d'équations différentielles ordinaires. Le processus de création d'un modèle dynamique, également appelé modélisation, implique l'utilisation des principes de la physique et/ou des règles empiriques de calcul pour édifier un modèle dynamique relativement simple et adéquat, en fonction des objectifs visés et des ressources disponibles. En conséquence, la phase de modélisation revêt une importance cruciale dans la conception de systèmes de commande performants.

Dans ce chapitre, nous abordons la modélisation d'un système hydraulique CE105, qui est composé de réservoirs couplés. Par la suite, nous présentons deux approches de commande sur ce système.

Dans la première partie, synthèse de la loi de commande basée sur le concept de mode glissant, accompagnée d'une exposition des résultats de simulations appliqués au ce système. Dans ce contexte, nous explorons l'utilisation de surfaces de glissement non linéaires, suivies de l'application de la commande par mode glissant au modèle correspondant.

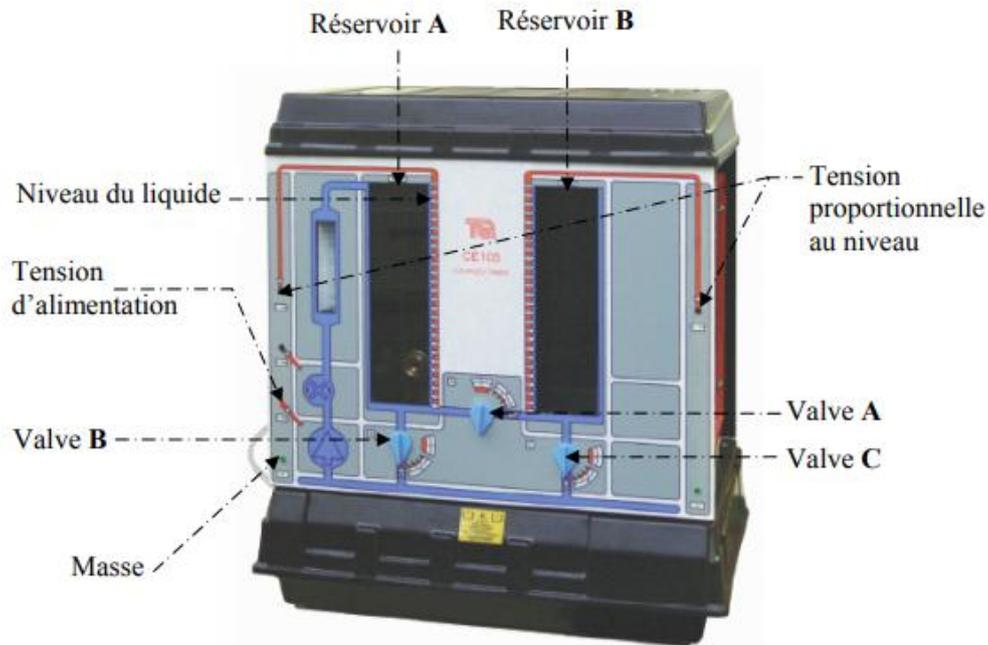
Dans la deuxième partie, la synthèse d'une loi de commande par Backstepping se présenté pour commander en poursuite le même système [21][22].

## **III.2 Le système hydrauliques CE105 :**

### **II.2.1 Description du système :**

Le dispositif d'apprentissage pratique pour l'étude de la régulation de niveau sur un ou deux réservoirs, appelé CE105, est largement reconnu comme une référence pour l'étude et l'analyse des problèmes de commande des systèmes hydrauliques (Figure III.1). Conçu par la société "TQ Education And Training", cet équipement permet de réguler le niveau de liquide dans un ou deux réservoirs en modifiant le débit à l'aide d'une pompe. Il se compose de deux réservoirs verticaux reliés par un canal d'écoulement, ainsi que d'une vanne rotative utilisée pour modifier la section du canal et, par conséquent, les caractéristiques d'écoulement entre les réservoirs. De plus, des capteurs de débit et de niveau de liquide sont présents sur chaque réservoir [18] [19].

La vitesse de la pompe peut être ajustée manuellement ou automatiquement afin de remplir le réservoir de gauche jusqu'au niveau souhaité, tout en surveillant le fonctionnement du système. Le réservoir de droite peut être rempli à partir du réservoir de gauche en utilisant une vanne à ouverture variable située entre les deux réservoirs. Les trois vannes rotatives (A, B, C) du dispositif permettent de modifier les caractéristiques d'écoulement du système et, par conséquent, de changer le comportement dynamique du système. Chaque réservoir est équipé d'un canal de débordement. Un capteur de débit mesure la sortie de la pompe. L'objectif de l'étude consiste à maintenir le niveau de liquide souhaité dans le deuxième réservoir lors du fonctionnement avec différentes conditions de débits d'entrée et de sortie.



**Figure III.1** : Présentation du système hydraulique CE105 à réservoirs couplés.

### III.2.2 Modélisation du système hydraulique CE105 :

Il est important de connaître la relation mathématique qui décrit le comportement du système CE105 à réservoirs couplés, surtout pour un automaticien où la modélisation est une phase très importante dans la synthèse de la loi de commande.

Comme il est illustré sur la figure (II.2), le CE105 contient deux réservoirs, et caractérisé par deux états  $h_1$  (le niveau dans le premier réservoir) et  $h_2$  (le niveau dans le deuxième réservoir)

et trois débits,  $Q_e$  c'est le débit d'entrée et  $Q_{12}$  est le débit entre le premier et le deuxième réservoir ;  $Q_0$  est le débit sortant par la valve C [18].

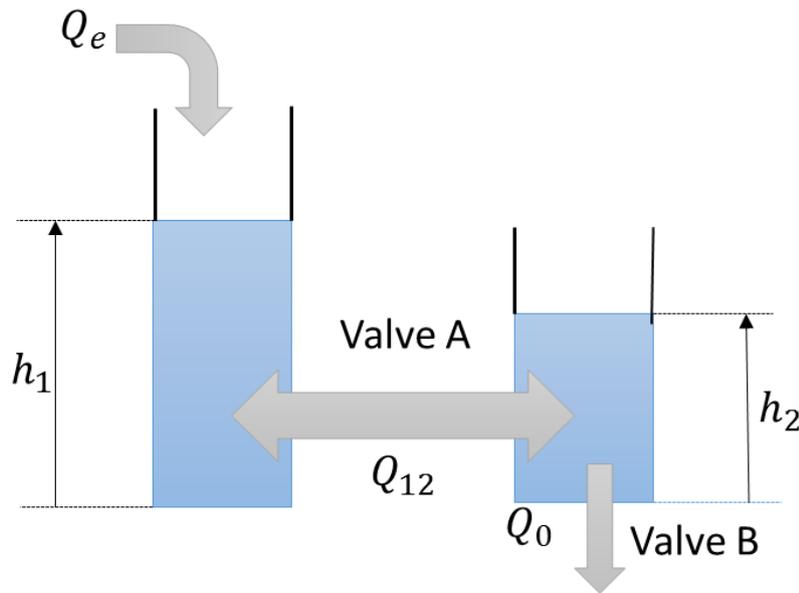


Figure III.2 : Système hydraulique CE105 à réservoirs couplés [20].

En utilisant l'équation d'équilibre d'écoulement, pour le premier réservoir, on obtient :

$$A \frac{dh_1}{dt} = Q_e - Q_{12} \quad (\text{III.1})$$

Pour le deuxième réservoir

$$A \frac{dh_2}{dt} = Q_{12} - Q_0 \quad (\text{III.2})$$

Avec,  $A$  la section du réservoir,  $h$  le niveau du liquide dans le réservoir  $i$ ,  $Q_e$  le débit d'entrée généré par la pompe ; et  $Q_{12}$  est le débit entre les deux réservoirs [7], tels que :

$$\begin{cases} Q_{12} = S_n \cdot a_{12} \cdot \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \\ Q_0 = S_n \cdot a_0 \cdot \sqrt{2g \cdot h_2} \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Avec :

- $S_n$  : est la section des valves A et C. Dans la pratique, cette section est donnée par les dimensions de la valve et du canal d'écoulement.
- $(a_{12}a_0)$  : représentent les coefficients de décharge de la valve A et C.
- $g$  : la constante de la gravité, avec  $g = 980 \text{ cm/sec}^2$

Finalement, le système hydraulique est régi par l'équation différentielle non linéaire suivante :

Suivante :

$$\begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A} (Q_e - S_n \cdot a_{12} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}) \\ \frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{A} (S_n \cdot a_{12} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} - S_n \cdot a_0 \sqrt{2g \cdot h_2}) \end{cases} \quad (III.4)$$

- **Détermination des caractéristiques de la pompe et des capteurs**

Il est évident que dans l'équation différentielle (III.4),  $h_1$  et  $h_2$  sont les variables d'état, et  $Q_e$  représente l'entrée ou la commande. En pratique, la tension d'alimentation  $u$  de la pompe est ajustée pour contrôler le débit d'entrée, tandis que le capteur de niveau  $Q_e$  nous fournit une tension  $y_i$  qui est proportionnelle au niveau  $h_i$  comme le montre le schéma suivant :



Figure III.3: Caractéristiques de la pompe et des capteurs de niveau

Si nous supposons une relation linéaire entre le débit d'entrée  $Q_e$  et la tension d'alimentation de la pompe  $u$ , ainsi qu'entre le niveau  $h_i$  et la tension  $y_i$  mesurée par le capteur de niveau, nous pouvons formuler cela de la manière suivante :

$$\begin{cases} Q_e = K_Q \cdot u \\ y_i = K_h \cdot h_i, i = 1,2 \end{cases} \quad (III.5)$$

Donc, il nous reste qu'à déterminer les gains  $K_Q$  et  $K_h$ . Ceci constitue l'objectif de l'étape suivante [7].

- **Procédure de calcul  $K_Q$  et  $K_h$**

Pour cette phase d'identification, l'équipement utilisé comprend le système hydraulique CE105 et des instruments de mesure. Les gains ( $K_Q, K_h$ ) sont déterminés de manière à minimiser le phénomène d'hystérésis.

**Gain  $k_Q$**  : Premièrement, nous fermons complètement la valve A (l'ouverture variable d'écoulement entre les deux réservoirs) et la valve B (de débordement). Ensuite, nous varions la tension d'alimentation de la pompe. Dès que, le flotteur indique la valeur  $400\text{cm}^3/\text{min}$  pour le débit, on note

la valeur de la tension correspondante. Cette procédure est répétée pour des grandes valeurs de débit (d'une manière croissante) et chaque fois nous prenons la tension correspondante jusqu'à la valeur maximale du débit  $4000\text{cm}^3/\text{min}$  . Lorsque le débit maximum est atteint, on répète la même procédure mais dans la direction inverse (décroissante) de  $4000\text{cm}^3/\text{min}$  jusqu'à  $0\text{cm}^3/\text{min}$  . Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau II.2.

**Gain  $k_h$**  : Dans ce cas, on ferme les deux valves A et B et on fixe la tension d'alimentation de la pompe à une petite valeur, et on laisse le réservoir se remplir. Lorsque le niveau du liquide atteint 50 mm on prend la tension correspondante. Ainsi de suite, jusqu'au niveau 250 mm avec un incrément de 50 mm.

Lorsque le niveau 250 mm est atteint, on arrête l'alimentation ( $u = 0$ ) et on ouvre la valve B jusqu'à ce que le liquide commence à diminuer et on prend les tensions correspondantes à chaque niveau (le niveau dans ce cas est décroissant).

La même procédure a été faite sur le deuxième réservoir et pratiquement les mêmes résultats ont été obtenus (voir tableau III.2) :

**Tableau III.1.** La relation entre la tension d'alimentation et le débit d'entrée[20]

Débit( $cm^3/min$ )	La tension(v)	
	Croissante	Decroissante
0	< 1.2	< 1.1
400	2.4	2.3
1000	4.29	4.22
1500	5.26	5.24
2000	6.38	6.34
2500	7.46	7.34
3000	8.44	8.31
3500	9.3	9.26
4000	10.3	10.3

**Tableau III.2.** La relation entre la tension indiquée par le capteur et le niveau dans le réservoir[20]

Débit( $cm^3/min$ )	La tension(v)	
	Croissante	Decroissante
0	0.1	0.1
50	2.1	2.12
150	4.18	4.22
1500	6.25	6.3
200	8.3	8.34
250	10.3	10.3

Comme nous l'avons présenté au paragraphe précédent, le modèle qui décrit le comportement du système CE105 est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{A} (-S_n \cdot a_{12} \cdot \sqrt{2g(h_1 - h_2)} + K_Q \cdot u \\ \dot{h}_2 = \frac{1}{A} (-S_n \cdot a_{12} \cdot \sqrt{2g(h_1 - h_2)} - S_n \cdot a_0 \cdot \sqrt{2g \cdot h_2} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Avec :

- $A$  : la section de chaque réservoir ;
- $K_Q$  : le gain de la pompe ;
- $u$  : la tension d'alimentation de la pompe

Pour ce système, on définit le modèle d'état avec  $[x_1, x_2]^T = [h_1, h_2]^T$  et  $y = K_h \cdot x_1$ .

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{A} (-S_n \cdot a_{12} \cdot \sqrt{2g(x_1 - x_2)} - S_n \cdot a_0 \cdot \sqrt{2g \cdot x_2} \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{A} (-S_n \cdot a_{12} \cdot \sqrt{2g(x_1 - x_2)} + K_Q \cdot u \\ \text{et} \\ y = K_h \cdot x_1 \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

En choisissant :  $\beta_1 = \frac{S_n \cdot a_{12} \sqrt{2g}}{A}$ ,  $\beta_2 = \frac{S_n \cdot a_0 \sqrt{2g}}{A}$  et  $K_u = \frac{K_Q}{A}$

Le modèle simplifié devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \beta_1 \sqrt{(x_2 - x_1)} - \beta_2 \sqrt{x_1} \\ \dot{x}_2 = -\beta_1 \sqrt{(x_2 - x_1)} + K_u \cdot u \\ y = K_h \cdot x_1 \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Donc

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 \cdot (x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 = f_2 \cdot (x_1, x_2) + K_u \cdot u \\ \text{et} \\ y = K_h \cdot x_1 \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Avec les notations suivantes :

$$\begin{cases} x = [f_1(x_1, x_2); f_2(x_1, x_2)]^T \\ f_1(x) = \beta_1 \sqrt{(x_2 - x_1)} - \beta_2 \sqrt{x_1} \\ f_2(x) = -\beta_1 \sqrt{(x_2 - x_1)} \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

**Remarque II.1** : Nous pouvons étudier le système CE 105 comme étant un système linéaire (autour d'un point de fonctionnement) ou bien non linéaire (dans de large domaine de fonctionnement), et avec couplage ou non [19]. Ceci, suivant les positions des valves (A, B, C). Dans notre travail, nous avons opté pour le cas où le système est non linéaire et couplé (avec la valve B fermée).

### III.3. La commande par mode glissant appliquée au système CE105 :

#### III.3.1. La synthèse de la loi de commande

Dans cette étape, l'objectif est la synthèse d'une loi de commande en utilisant la surface non linéaire proposée à la section précédente, et la sortie  $y(t) = K_h \cdot x_1(t)$ , doit suivre au mieux un signal de référence donnée  $y_r(t)$  tout en garantissant la bornitude de l'état  $x_2(t)$  le niveau  $h_1$  ne doit pas déborder l'intervalle admissible,  $h_1 < h_{max1}$  ).

Le degré relatif de ce système est,  $r = 2$  et pour ceci on définit pour ce système une surface de glissement d'ordre,  $r - 1$

$$S = \dot{e} + \Lambda(e) \quad (\text{III.11})$$

Avec  $e = K_h \cdot x_1 - y_r$  ou  $e = K_h \cdot h_2 - y_r$  ;  $y_r$  c'est une tension (elle est proportionnelle au niveau désiré  $h_{r2} = \frac{y_r}{K_h}$  )

$\Lambda(.)$  : est choisi comme une fonction du type sigmoïde, telle que :

$$\begin{cases} \Lambda(t) = \frac{2}{1 + e^{-\mu x}} - 1 \\ \frac{d\Lambda(t)}{dx} = \frac{\mu}{2} [(1 - \Lambda(e))^2] \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

La dérivée temporelle de  $s$  est,  $\dot{s}$  telle que :

$$\dot{s} = \ddot{e} + \dot{e} \frac{d\Lambda(t)}{dt} \int_{t=e} \quad (III.13)$$

Nous avons

$$\frac{d\Lambda(t)}{dt} \int_{t=0} = \frac{u}{2} (1 - \Lambda(e))^2 \quad (III.14)$$

Et

$$\ddot{e} = K_h \cdot \left( \frac{\Lambda f_1(x)}{\partial x_1} \cdot \dot{x}_1 + \frac{\partial \Lambda f_2(x)}{\partial x_2} \cdot \dot{x}_2 \right) - \ddot{y}_d \quad (III.15)$$

Une fonction de Lyapunov est définie par :

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (III.16)$$

Alors :

$$\dot{V} = s \cdot \dot{s} \quad (III.17)$$

Avec :

$$\dot{s} = K_h \cdot \left( \beta_1 \cdot \frac{(f_2(x) - f_1(x))}{2 \cdot \sqrt{(x_1 - x_2)}} - \beta_2 \frac{f_1(x)}{2 \cdot \sqrt{x_1}} \right) + \frac{K_h \cdot \beta_1 \cdot K_u}{2 \cdot \sqrt{(x_1 - x_2)}} \cdot u + (K_h \cdot f_1(x) - \dot{y}_r(K_h \cdot f_1(x) - \dot{y}_r)) \quad (III.18)$$

Et

$$\begin{cases} B(x) = K_h \cdot \left( \beta_1 \cdot \frac{(f_2(x) - f_1(x))}{2 \cdot \sqrt{(x_1 - x_2)}} - \beta_2 \frac{f_1(x)}{2 \cdot \sqrt{x_1}} \right) + \frac{K_h \cdot \beta_1 \cdot K_u}{2 \cdot \sqrt{(x_1 - x_2)}} \cdot u \\ A(x) = \frac{K_h \cdot \beta_1 \cdot K_u}{2 \cdot \sqrt{(x_1 - x_2)}} \cdot u \\ C(x) = (K_h \cdot f_1(x) - \dot{y}_r(K_h \cdot f_1(x) - \dot{y}_r)) \end{cases} \quad (III.19)$$

Finalement, on peut mettre

$$\dot{s} = B(x) + A(x) \cdot u + C(x) \quad (III.20)$$

De toute évidence, par un choix de  $\dot{s} = -m \cdot \text{sign}(s)$  avec  $m > 0$ , on trouve :

$$\dot{V} = -m \cdot |S| < 0 \quad (III.21)$$

En tenant compte de ce qui est passé, il suffit de calculer  $u$  pour que :

$$B(x) + A(x).u + C(x) = -m.sgn(s) \tag{III.22}$$

Donc :

$$u = -A^{-1}(x).(B(x) + C(x)) - A^{-1}(x).m.sgn(s) \tag{III.23}$$

On définit un gain positif, tel que :  $K = \max \left| \frac{m}{A(x)} \right|$

$$u = -A^{-1}(x).(B(x) + C(x)) - A^{-1}(x).m.sgn(s) \tag{III.24}$$

Finalement, la commande est définie par la formule suivante :

$$u = u_{eq} + u_{glis} \tag{III.25}$$

Avec:

$$u_{eq} = -A^{-1}(x).(B(x) + C(x)) \text{ et } u_{glis} = -K.sgn(s) \tag{III.26}$$

Le schéma bloc de la commande est donné par la figure III.4 :

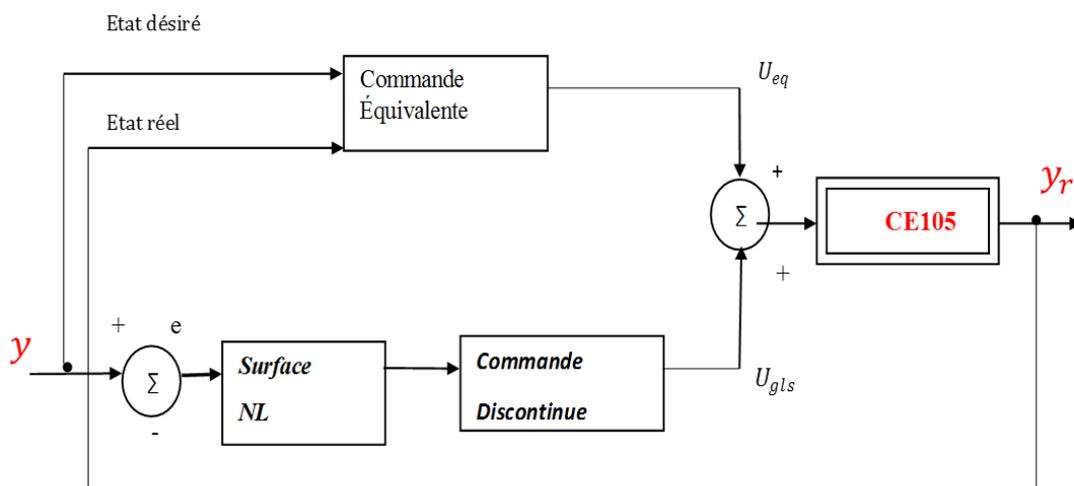


Figure. III.4. Schéma bloc de la commande VSC appliquée au système CE105.

III.3.2. Résultats de simulation :

Tableau III.3.paramètres du système hydraulique[7]

Section du chaque réservoir	A	$9350 S^{-6} m^2$
Section de l'ouverture variable de chaque valve	$S_n$	$78.5 \cdot 10^{-6} m^2$
Coefficient de décharge	$a_{12}$	1
	$a_0$	0.5
Tension d'entrée maximale	$u_{max}$	10
Gain de la pompe	$K_p$	$7.5 \cdot 10^{-6} m^3/s V$
Constante de gravité	g	$9.80 m/S^2$

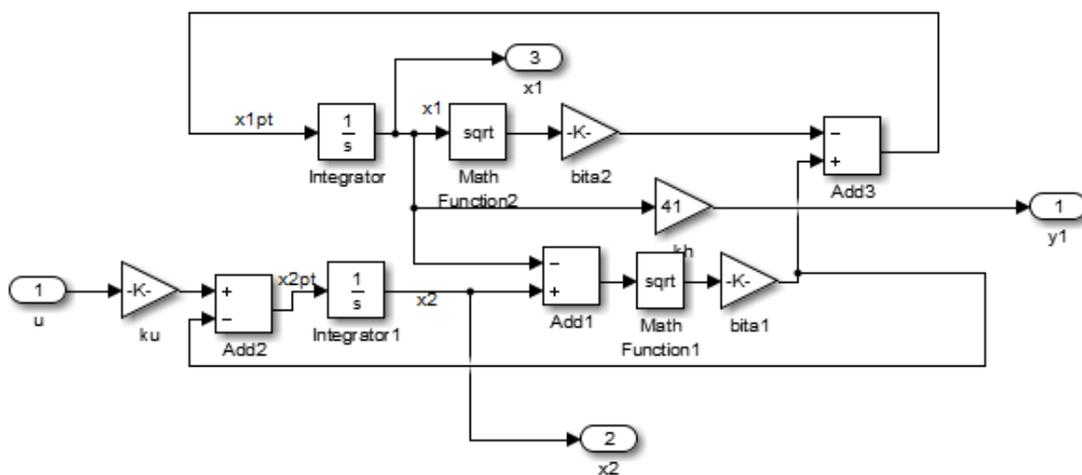
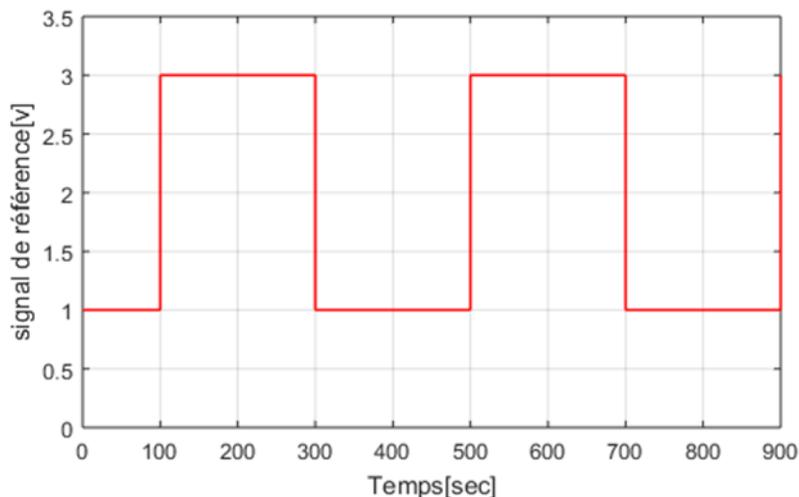


Figure III.5. Schéma block du système CE105 en boucle ouvert sur MATLAB

Dans cette partie, nous exposons les résultats de simulation relatifs à l'implémentation de la loi de commande par mode de glissement synthétisée précédemment. Ces résultats ont été obtenus en utilisant le modèle mathématique du système hydraulique CE105, qui est composé de réservoirs couplés, avec les paramètres de simulation suivants : la section de chaque réservoir  $A = 9350.10^{-6}m^2$  ; la section de chaque valve  $S_n = 78.5.10^{-6}m^2$ ; coefficient de décharge  $a_0 = 0.6$  ; coefficient de décharge  $a_{12} = 1$ ; le gain de la pompe  $K_Q = 450 cm^3/min/V$  ;

le gain  $K_h = 41V/m$  ; la période d'échantillonnage  $T = 0.2sec$  et le temps de simulation  $T_{max} = 900sec$ ; la constante de gravité  $g = 9.81m/sec^2$  . un gain de commutation  $K = 8$ , et le paramètre de la surface de glissement  $u = 0.5$

On définit le profil  $y_r$  (voir Figure III.6), comme étant une consigne pour la sortie  $y = K_h \cdot x_1$ . Cette référence est proportionnelle au niveau désiré dans le deuxième réservoir, telle que  $h_{r2} = \frac{y_r}{K_h}$ . Les résultats sont montrés sur les Figure III.7, III.8.



**Figure III.6.** Signal de référence choisie.

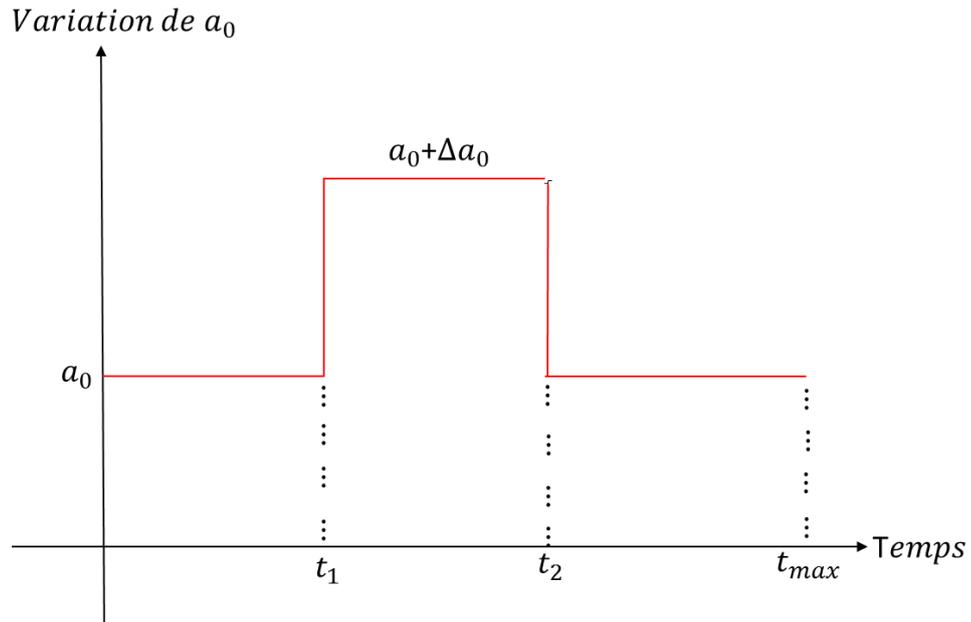
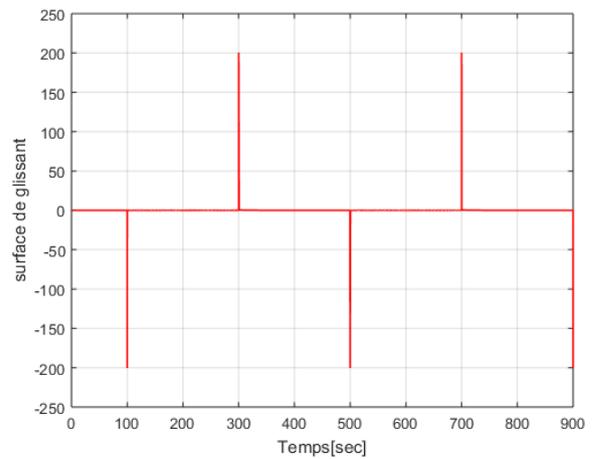
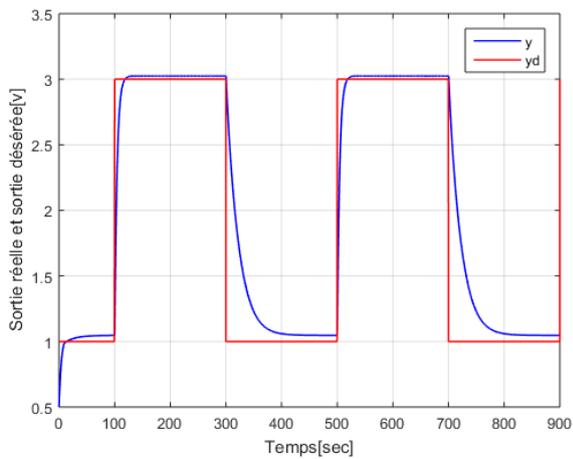
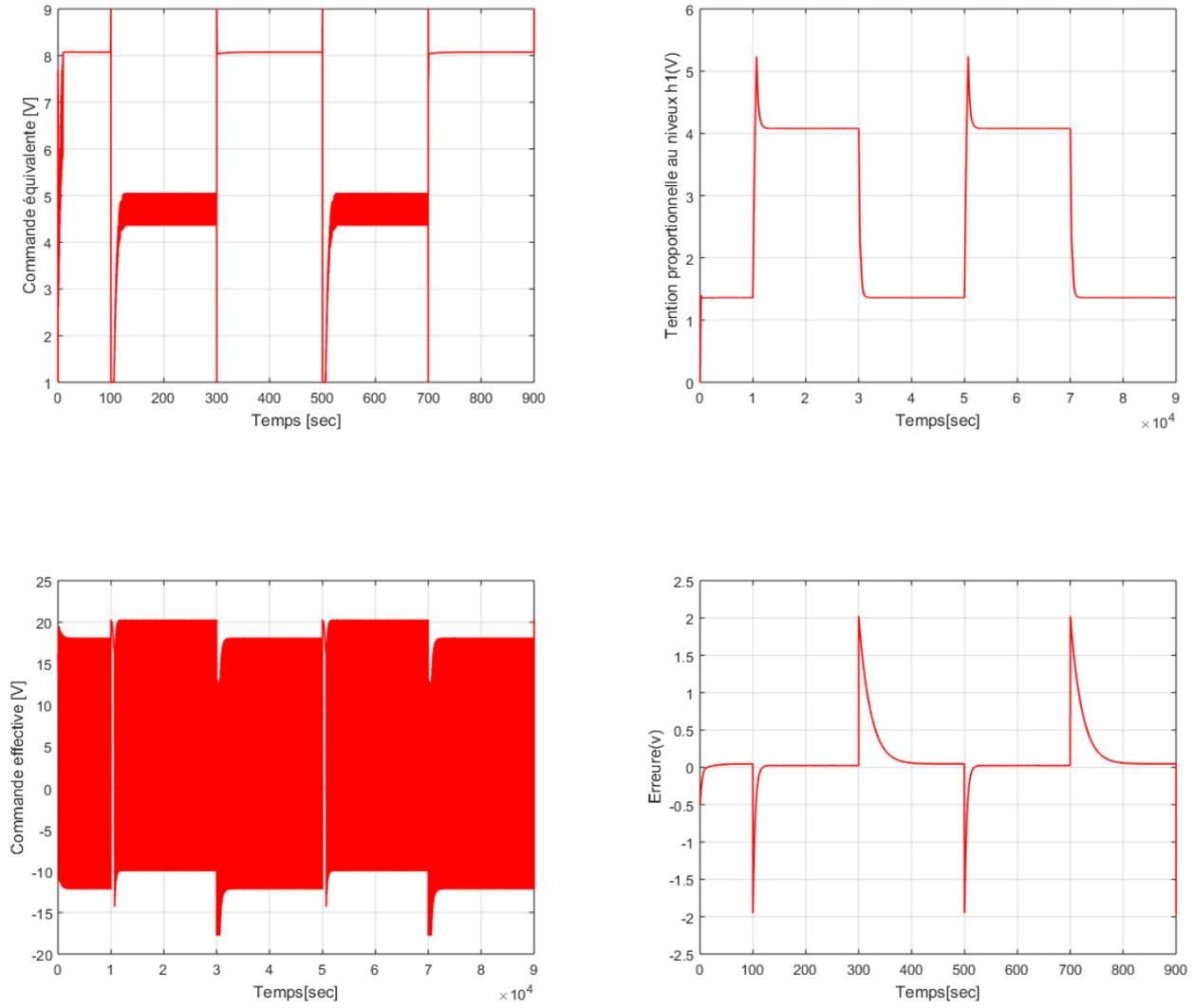


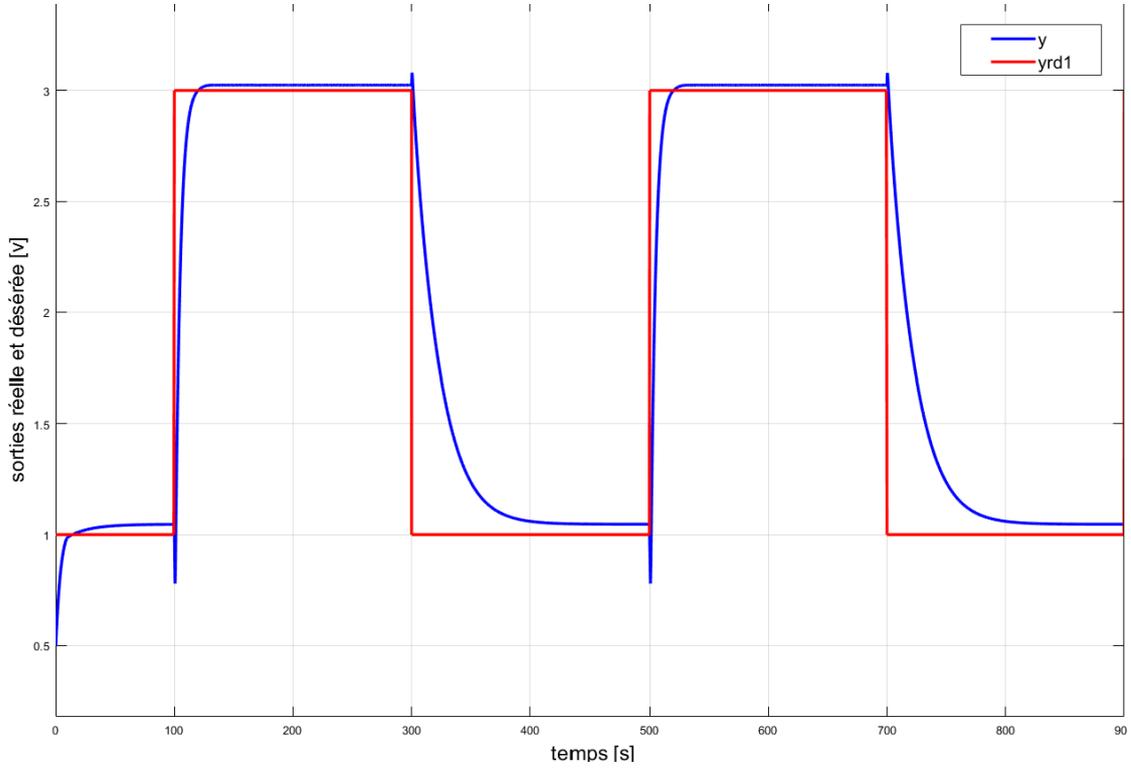
Figure III.7. Variation du coefficient de décharge  $a_0$  de la valve C.



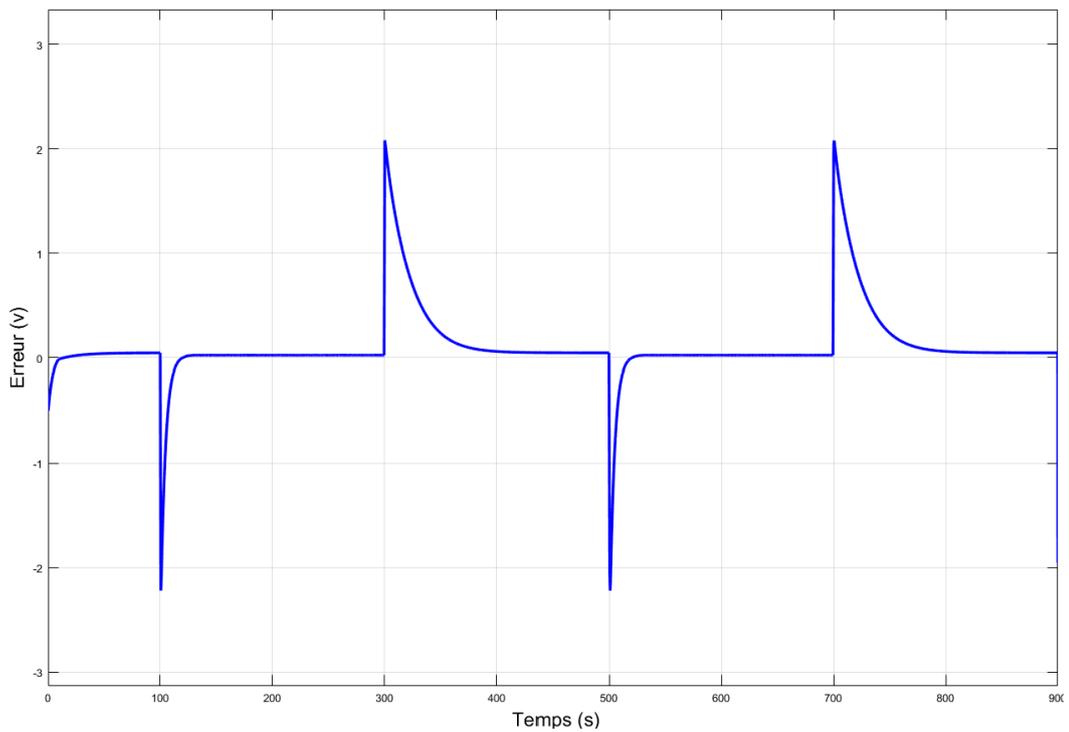


**FigureIII.8** : Résultats de simulation de la commande VSC appliquée au système CE105

III.3.3. Test de robustesse



FigureIII.9 : sortie réelle et désirée après le test



FigureIII.10 : l'erreur de poursuite après le test

Les résultats de la simulation sont illustrés dans les figures (III.8) et (III.9). Il est observable que nous avons obtenu des résultats satisfaisants en ce qui concerne le suivi, tout en respectant le dépassement maximal permis et en atteignant un temps de réponse d'environ 60 secondes, ce temps de réponse on peut l'accepter par rapport à la nature des systèmes hydrauliques. Des pics ont fait leur apparition au niveau de la surface de glissement, un phénomène attribuable à la transition brusque de la consigne.

D'après les résultats de simulation de test de robustesse de la commande qui sont présentés dans les figures (III.9) et (III.10), il est notable que cette approche de commande présente une solide résilience face aux erreurs de modélisation ainsi qu'aux interférences provenant des variations de mesure. Cette performance est d'autant plus remarquable du fait que cette stratégie de commande est basée sur un modèle simplifié du système hydraulique, négligeant certaines dynamiques (comme celles de la pompe), et en utilisant des paramètres systémiques considérablement décalés par rapport à leurs valeurs réelles. De plus, il est important de souligner que les changements de position de la vanne C n'ont que peu d'effet sur le comportement global du système.

Une observation supplémentaire consiste en l'évolution du niveau dans le premier réservoir, qui demeure dans les limites acceptables. En d'autres termes, cette stratégie de commande garantit la convergence du niveau dans le second réservoir vers la valeur désirée, tout en maintenant le niveau du premier réservoir dans des bornes admissibles

#### **III.4. Commande par Backstepping appliquée au système CE105 :**

Le backstepping est une méthode récursive utilisée pour la synthèse de lois de commande dans le contexte des systèmes non linéaires. Cette approche permet de construire de manière systématique et simultanée la loi de commande basée sur l'état et la fonction de Lyapunov associée. Elle permet de résoudre efficacement le problème de conception de la commande pour des systèmes complets en le décomposant en une série de problèmes de conception pour des systèmes de moindre ordre, généralement de nature scalaire.[23][22]

En tirant parti de la simplicité et de la flexibilité offertes par les systèmes scalaires, le backstepping peut souvent résoudre des problèmes de stabilisation et de poursuite avec moins de contraintes que d'autres méthodes. Le terme "backstepping" fait référence à l'idée de remonter la chaîne des

intégrateurs jusqu'à la commande, tout en construisant progressivement la fonction de Lyapunov et la commande basée sur l'état. Il convient de noter que cette approche présente une limitation, étant applicable uniquement aux systèmes qui peuvent être formulés sous une forme triangulaire inférieure [23].

Dans cette partie, notre intérêt se porte sur l'application de la méthode du backstepping au système hydraulique CE105.

compensé, tout en permettant un fonctionnement en mode de poursuite et de régulation [24].

### **III.4.1 Principe de la commande par backstepping**

Dans ce contexte, l'idée est d'élaborer une loi de commande en vue de garantir que la dérivée d'une certaine fonction (issue de la fonction de Lyapunov), définie comme positive, demeure constamment négative. Pour ce faire, le système est décomposé en un ensemble de sous-systèmes imbriqués.

Ensuite, le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue de manière récursive en partant de l'intérieur de la boucle. À chaque étape, l'ordre du système est accru et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. [25]

La loi de commande à mettre en œuvre est synthétisée à la dernière étape. Cette loi doit garantir à tout moment la stabilité globale du système compensé, tout en travaillant en suivi ou en régulation. [26]

Cette approche implique la décomposition du système en une série de sous-systèmes imbriqués, avec des ordres décroissants. Le calcul de la fonction de Lyapunov est ensuite réalisé de manière récursive,

en commençant depuis l'intérieur de cette hiérarchie de sous-systèmes. À chaque étape, l'ordre du système est progressivement augmenté, et la partie du système qui n'a pas été stabilisée dans l'étape précédente est traitée.

Au terme de cette séquence d'étapes, la loi de commande finale est déterminée. Cette loi de commande assure en permanence la stabilité globale du système

### III.4.2 La synthèse de la loi de commande

L'application de la technique du backstepping pour le système hydraulique CE105 est effectuée en deux étapes.

**Etape1** : La première variable d'erreur se définit par  $e_1 = y - y_r = k_h \cdot x_1 - y_r$ , avec  $y_r$  la sortie désirée

Dérivons cette dernière équation, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= k_h \cdot \dot{x}_1 - \dot{y}_r \\ &= k_h \left( \beta_1 \sqrt{(x_1 - x_2)} - \beta_2 \sqrt{x_1} \right) - \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

Pour débiter le processus de backstepping, nous devons sélectionner la première fonction de Lyapunov candidate. Dans le but de simplifier la synthèse de commande, la première fonction candidate est choisie comme suit :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{III.28})$$

La dérivée temporelle de cette fonction le long de la solution du système (III.26), est

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (k_h \left( \beta_1 \sqrt{(x_2 - x_1)} - \beta_2 \sqrt{x_1} \right) - \dot{y}_r) \quad (\text{III.29})$$

On choisit  $k_h(\beta_1\sqrt{(x_2 - x_1)})$  En tant que commande virtuelle. Ensuite, nous examinons la valeur que cette commande, notée  $a = \emptyset$ , doit prendre afin d'assurer la stabilité du point d'origine  $e_1 = 0$  du système (3.36). À cette fin, la dérivée  $\dot{V}_1$  peut être exprimée de la manière suivante :

$$\dot{V}_1 = e_1(a - \beta_2\sqrt{x_1}) - \dot{y}_r \quad (\text{III.30})$$

Selon la stabilité au sens de Lyapunov, l'origine du système (3.3) est asymptotiquement stable lorsque  $V_1 < 0$  Ainsi, On définit la fonction stabilisante pour avoir

$\dot{V}_1 = -c_1 e_1^2 < 0$  , avec est un paramètre positif.

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{III.28})$$

La dérivée temporelle de cette fonction le long de la solution du système (III.26), est

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(k_h(\beta_1\sqrt{(x_2 - x_1)}) - \beta_2\sqrt{x_1}) - \dot{y}_r \quad (\text{III.29})$$

On choisit  $k_h(\beta_1\sqrt{(x_2 - x_1)})$  En tant que commande virtuelle. Ensuite, nous examinons la valeur que cette commande, notée  $a = \emptyset$ , doit prendre afin d'assurer la stabilité du point d'origine  $e_1 = 0$  du système (3.36). À cette fin, la dérivée  $\dot{V}_1$  peut être exprimée de la manière suivante :

$$\dot{V}_1 = e_1(a - \beta_2\sqrt{x_1}) - \dot{y}_r \quad (\text{III.30})$$

Selon la stabilité au sens de Lyapunov, l'origine du système (3.3) est asymptotiquement stable lorsque  $V_1 < 0$  Ainsi, On définit la fonction stabilisante pour avoir

$\dot{V}_1 = -c_1 e_1^2 < 0$  , avec est un paramètre positif.

$$a = k_h \beta_2 \sqrt{x_1} - \dot{y}_r - c_1 e_1 \quad (\text{III.31})$$

Finalement, on définit la deuxième variable d'erreur  $e_1$ , à stabiliser dans la deuxième étape, telle que :

$$\begin{aligned} e_2 &= \emptyset - a \\ &= (k_h (\beta_1 \sqrt{(x_2 - x_1)}) - k_h \beta_2 \sqrt{x_1} - \dot{y}_r - c_1 e_1 \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

**Etape2 :** Les équations du système dans l'espace des phases  $(e_1 e_2)$ , s'écrivent :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 - c_1 e_1 \\ \dot{e}_2 &= k_h \beta_1 \left( \frac{f_2(x_1 - x_2) + k_h \cdot u - f_1(x_1 - x_2)}{2\sqrt{(x_2 - x_1)}} - k_h \beta_2 \frac{f_1(x_1, x_2)}{2\sqrt{x_1}} - \ddot{y} + c_1(e_2 - c_1 e_1) \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

On peut mettre  $\dot{e}_2$ , sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{x}) &= \frac{\mathbf{K}_h \cdot \beta_1 K_u}{2\sqrt{(x_1 - x_2)}} \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}) &= \mathbf{K}_h \cdot \left( \beta_1 \cdot \frac{f_2(x_1, x_2) - f_1(x_1, x_2)}{2\sqrt{(x_1 - x_2)}} - \beta_2 \frac{f_1(x_1, x_2)}{2\sqrt{x_1}} \right) - \ddot{y} + c_1(e_2 - c_1 e_1) \end{aligned} \right. \quad (\text{III.34})$$

Donc le système (III.32) s'écrit

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - c_1 e_1 \\ \mathbf{A}(\mathbf{x})u + \mathbf{B}(\mathbf{x}) + c_1(e_2 - c_1 e_1) \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

Afin de stabiliser l'origine  $(e_1 = 0, e_2 = 0)$  du système (3.46). On définit la fonction de Lyapunov candidate  $V_2$  comme suit :

$$V_2(e_1, e_2) = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{III.36})$$

La dérivée de  $V_2$  le long de la solution du système (III.34), donne :

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= e_1(e_2 - c_1 e_1) + e_2(A(x)u + B(x) + c_1(e_2 - c_1 e_1)) \\ &= -c_1 e_1^2 + e_2(e_1(A(x)u + B(x) + c_1(e_2 - c_1 e_1))) - c_2 e_2 \\ &= e_1 + A(x)u + B(x) + c_1(e_2 - c_1 e_1)\end{aligned}\quad (\text{III.37})$$

Après utilisation du critère de stabilité au sens de Lyapunov, loi de commande stabilisante s'écrit de la manière suivante :

$$u = -\frac{((c_1 + c_2)e_2 + (1 - c_1^2)e_1 + B(x))}{A(x)} \quad (\text{III.38})$$

Où  $c_1, c_2$  deux paramètres de synthèse positif.

Dans ce cas la dérivée de la fonction de Lyapunov  $\dot{V}$ , s'écrit :

$$\dot{V} = -c_1 e_1 - c_2 e_2 \quad (\text{III.39})$$

et le système (3.36) devient :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - c_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = -c_2 e_2 \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

Par conséquent, l'origine  $(e_1 = 0, e_2 = 0)$  est asymptotiquement stable. La loi de commande synthétisée et la fonction de Lyapunov sont les suivantes,

Le schéma bloc de cette commande est illustré par la figure (3.2)

$$\begin{cases} u = -\frac{\left((c_1 + c_2)(k_h(\beta_1\sqrt{(x_2 - x_1)}) - k_h\beta_2\sqrt{x_1} - \dot{y}_r - c_1 e_1) + (1 - c_1^2)e_1 + B(x)\right)}{A(x)} \\ V(x_1, x_2) = \frac{1}{2e^2} + \frac{1}{2}(k_h(\beta_1\sqrt{(x_2 - x_1)}) - k_h\beta_2\sqrt{x_1} - \dot{y}_r - c_1 e_1)^2 + \frac{1}{2}(((1 - c_1^2)e_1)^2 \end{cases} \quad (\text{III.41})$$



Figure III.11. Schéma bloc de la commande backstepping appliquée au système CE105

**III.4.3. Résultats de simulation :**

Dans cette section, on va appliquer la loi de commande par backstepping (III.41) présentée dans la section précédente sur le même système hydraulique CE105.

En choisissant  $C1=0.2$  et  $c2=0.5$  on obtient les résultats de simulation suivante

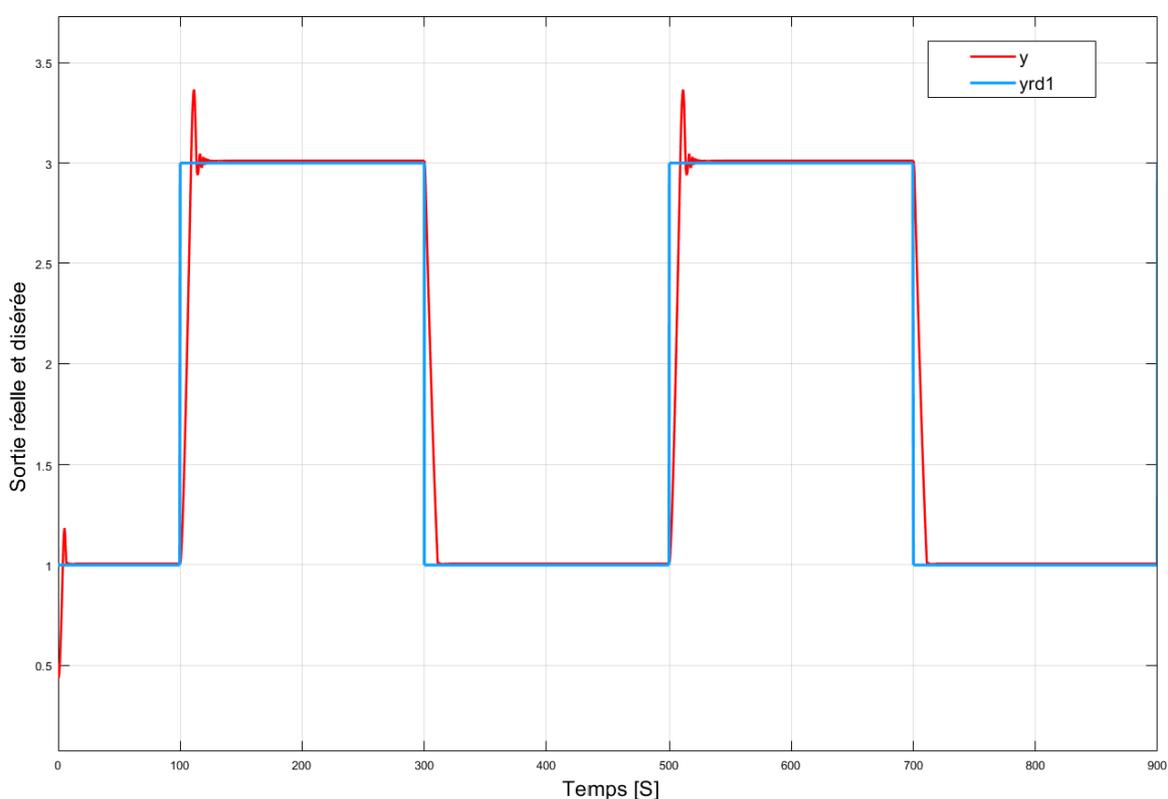


Figure III.12 Sortie réelle et désirée de système

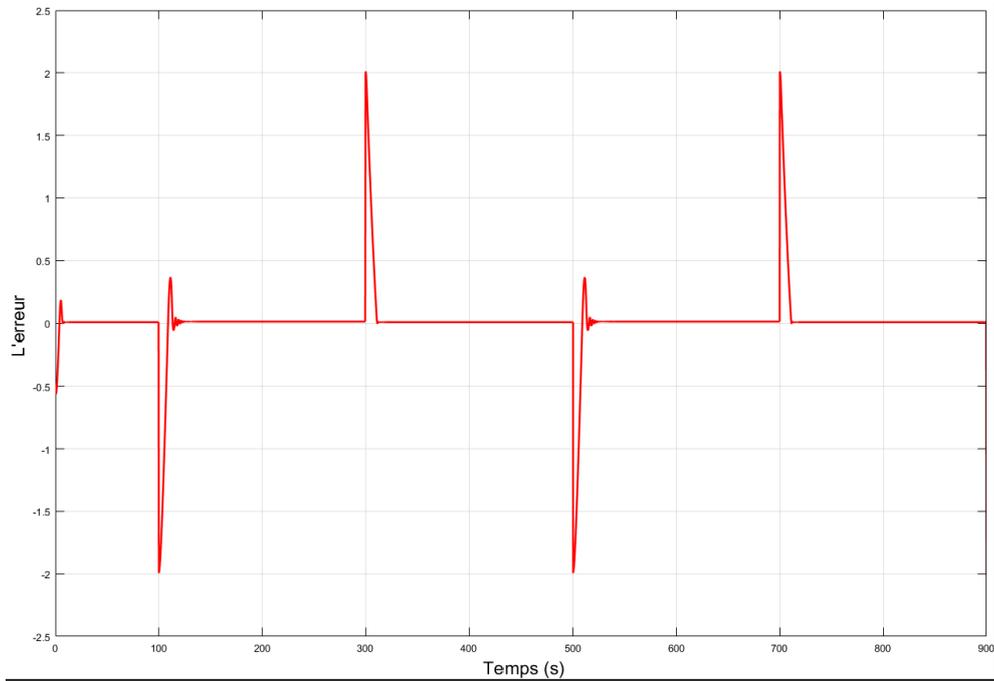


Figure III.13 L'erreur de poursuite

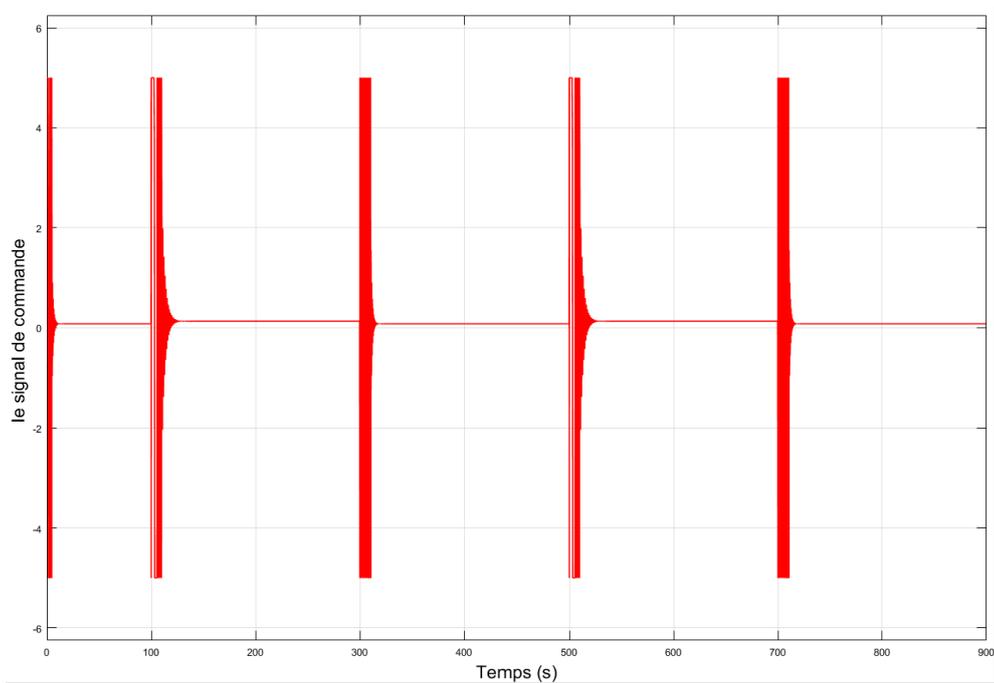


Figure III.14 le signal de la commande

La figure (III.12) présente les trajectoire réelles et désirées de système lorsque la loi de commande par backstepping est appliquée. L'erreur de poursuite est illustrée dans la figure (III.13). La figure (III.14) présente le signal de la commande de backstepping

Il est clair que la trajectoire réelle suive presque exactement le trajectoire désirée et l'erreur presque égale à zéro a long de trajectoire sauf au moment de transition on voit un petit pic, on peut l'accepter par rapport à la nature des systèmes hydrauliques. D'autre part on obtient un temps de réponse minimal qui est inférieur à 15 seconde.

Ces résultats nous confirment l'efficacité de la commande utilisée.

### **III.8. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux approches de commande non linéaire appliquer sur un système hydraulique CE105. La première commande est basée sur le concept de mode de glissement, en utilisant la catégorie des surfaces de glissement non linéaires qui ont été proposées. La deuxième loi de commande est basée sur la technique de Backstepping

La simulation réalisée sur le système hydraulique CE105 a clairement démontré l'efficacité de ces stratégies de commande. En effet, il est évident que les erreurs de suivi sont maintenues à des niveaux relativement bas. De plus, les résultats obtenus révèlent que ces commandes possèdent une robustesse face aux fluctuations des paramètres.

# Conclusion générale

## *Conclusion générale :*

Dans ce travail de mémoire, nous avons traité l'un des grands problèmes qui on peut le rencontrer dans le domaine industriel est le problème de poursuite des trajectoires des systèmes non linéaire, l'exemple de ce type des systèmes est le système hydraulique qui contient deux réservoirs couplé CE 105.

Nous avons commencé dans le premier chapitre par l'état de l'art sur les systèmes non linéaire, leurs principes, les différents types des techniques de commande appliquer sur les systèmes non linéaires et les méthodes de la preuve de la stabilité.

Par la suite, dans le deuxième chapitre nous avons bien détailler la technique de la commande par mode glissant qui est destiné aux classes des systèmes non linéaire à structure variable. Bien sur avant d'appliquer la commande sur le système dans le troisième chapitre on a présenté on détaille le modèle mathématique de système hydraulique CE 105. Deux approches de la commande ont été présenter sur le système. La première est la "Commande par Mode Glissant" se démarque comme une stratégie efficace pour traiter les systèmes non linéaires. La deuxième est la technique de commande par Backstepping

L'étude de la stabilité de système pour les deux techniques proposer est vérifier par l'utilisation de la théorie de Lyapunov. Par l'utilisation de l'environnement MATLAB, nous avons obtenir des bons résultats pour les deux techniques utilisées par rapport à l'erreur de poursuite, temps de réponse et la robustesse. Ces résultats nous confirment l'efficacité des lois de commande utilisée.

## *Références bibliographiques :*

- [1] Boudjemai Houa . Ayadi Loucif , Etude comparative d'une commande équivalente par les modes glissants et d'une commande non linéaire par la théorie de Lyapunov d'une MSAP, Master en Electrotechnique, Abderrahmane Mira de Bejai, 2013.
- [2] Daikh fatima zohra , contribution des approches de l'intelligence artificielle pour la stabilisation robuste des systèmes non linéaire , doctorat en sciences , Université Ahmed bin Bella d'Oran, 2015.
- [3] Bouguerne.Otman , Bounib.Khayreddine, Commande adaptative via le backstepping filtré d'une classe des systèmes non- linéaires incertains avec zone-morte à l'entrée, Université Mohamed Seddik Benyahia – Jijel,2019.
- [4] TARAFT, Saci, RÉKIOUA, Djamila, et AOUZELLAG, Djamel. Commande en mode glissant de la MADA dans une éolienne à vitesse variable connectée au réseau. Revue des Energies Renouvelables SMEE, 2010, vol. 10.
- [5] J.E. Slotine and W. Li, "Applied nonlinear control", Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [6] H. Khalil, "Nonlinear systems", Edition Printence Hall, 1996.
- [7] M. Boubakir, « Méthodes de commande par mode de glissement appliquées au bras manipulateur et au système hydraulique CE105 à réservoirs couplés», Ecole Militaire Polytechnique, Mémoire de magistère, 2007.
- [8] Safta de Hillerin , Commande robuste de systèmes non linéaires incertains , thèse de doctorat sciences physique , Universiy Hal Normandy, 2013.
- [9] Hadji abd elmelek et Amirat Boudjema'' commande des systèmes non linéaires par mode glissant 'mémoire de MASTER ACADEMIQUE en Automatique et système, UNIVERSITÉ KASDI MERBAH OUARGLA, Algérie, 2020.

## Références bibliographiques

- [10] BELALA Fateh -HAMDI Yahia ‘‘ La commande par mode glissant basée sur la technique de réseau de neurones ‘‘ Mémoire de Master Académique, Université Larbi Tébessi Tébessa, Algérie, 2022.
- [11] Zouaoui Yamina ‘‘ Commande par mode glissant des courants statoriques de la machine asynchrone’’ Mémoire de MAGISTER, Université de Sétif, Algérie,2010.
- [12] SAIBI Hayat-KASSOURI Dalila’’Commande par mode glissant d’ordre fractionnaire d’un réseau électrique’’ Mémoire Master Académique en Automatique , Université Mouloud MAMMERI, Tizi-Ouzou , 2018.
- [13] H. Asada and J. J. Slotine, Robot Analysis and Control, J. Wiley, New York, 1986.
- [14] J.J.E.Slotine, and W. Li, Applied nonlinear control, Prentice Hall, N.J., 1991.
- [15] V. I. Utkin, ‘‘Variable Structure Systems with Sliding Modes’’, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 22, no. 2, pp. 212–222, 1977.
- [16] A.G. Fillipov, « application of the theory of differential equations with discontinuous right –hands sides to non-linear problems in automatic control », in Proc. Ist IFAC congress, p.923-927,1960
- [17] Åström K.J., Wittenmark. B, Adaptive control, NewYork: Addison-Wesley publishing company, 1995.
- [18] A. Boubakir, F. Boudjema, S. Labiod, A neuro-fuzzy-sliding mode controller using nonlinear sliding surface applied to the coupled tanks system, International Journal of Automation and Computing, Vol. 06, pp. 72-80, February 2009.
- [19] Manuel d’utilisation, ‘‘TecQuipment CE105 Coupled Tanks Apparatus’’, Control Systems, UMIST, Manchester, U, K.
- [20] CHERRAT Nidhal «Méthodes de Commande non Linéaires Appliquées au Système Hydraulique CE105 à Réservoirs Couplés et au Bras Manipulateur » MEMOIRE DE MASTER EN GENIE ELECTRIQUE-UNIVERSITE DE M’SILA-2013

## Références bibliographiques

- [21] Mokrani Houssam - Bouloudnine Wail ‘’Sur la commande d’un système hydraulique à deux réservoirs couplés’’» MEMOIRE DE MASTER EN Automatique et Informatique Industrielle-Université Mohamed Seddik Benyahia – Jijel-Algerie-2019.
- [22] M. Krstic, I. Kannellakopoulos and P. Kokotovic, Nonlinear and adaptive control design, Wiley and Sons Inc, New York, 1995.
- [23] L. Douha, Commande adaptative par backstepping en utilisant les réseaux de neurones, Mémoire de magister, Université de Batna, 2004.
- [24] H. MEKKI, « Commande tolérante aux défauts applications à la MAS ». Mémoire de magister, Spécialité Automatique, ENP, Alger, Février 2009.
- [25] DJAFAR Djamel Eddine, « Commande tolérante de la machine asynchrone en tenant compte des défauts » Mémoire d’ingénieur Université de M’sila 2011/2012.
- [26] : Khatir Abdelfattah, « Etude comparative des modèles des machines asynchrones utilisés un diagnostic des défauts », Thèse de Magister, Université Ferhat Abbas-Sétif, 2009.

## *Résumé*

Dans ce travail de mémoire, deux techniques de commande des systèmes non linéaire ont été présenter pour étudier le problème de poursuite d'un système hydraulique CE 105 qui est contient deux réservoirs couplés. La première technique de commande est la commande par mode glissant et la deuxième est la commande par Backstepping. Pour les deux techniques proposées, la méthode de Lyapunov est utilisée pour vérifier et montrer la stabilité de système. A la fin des, en utilisant l'environnement MATLAB des résultats de simulations sur le modèle mathématique de système hydraulique CE 105 ont été présenter pour valider et montrer l'efficacité des techniques utilisé.

**Mots clés :** Mode de glissement, système hydraulique, CE105, Backstepping

## *Summary*

In this dissertation work. Two control schemes for non linear systems were presented to study the problem of tracking trajectories for the hydraulic systems CE 105, which that contains two coupled reservoirs. The first control technique is sliding mode control and the second is the Backstepping control. For both proposed techniques, the Lyapunov method is used to verify and show the system stability. At the end, by using the MATLAB environment, the simulation results on the mathematical model of the CE 105 hydraulic system were presented to validate and show the effectiveness of the techniques used.

**Key words:** Sliding mode, hydraulic system, CE105, Backstepping

## *ملخص*

في هذه الأطروحة، تم تقديم تقنيتين للتحكم في الأنظمة غير الخطية لدراسة مشكلة تتبع الأنظمة الهيدروليكية من النوع CE 105 الذي يحتوي على خزانين مرتبطين ببعض. تقنية التحكم الأولى المستعملة هي التحكم في الوضع المنزلق والثانية هي تقنية التحكم في الخطوة الخلفية. لكلا التقنيتين المقترحتين، تم استخدام طريقة ليابونوف للتحقق من استقرار النظام وإظهاره. في النهاية، وباستخدام برنامج ماطلاب، تم عرض نتائج المحاكاة على النموذج الرياضي للنظام الهيدروليكي CE 105 للتحقق من فعالية التقنيات المستخدمة وإظهار مدى قدرة التحكم فيه.

**الكلمات المفتاحية:** وضع الانزلاق، النظام الهيدروليكي، CE105. الخطوة الخلفية