
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED EL-BACHIR EL-IBRAHIMI *BORDJ BOU-ARRERIDJ*

FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT GENIE CIVIL



MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

En vue de l'obtention du diplôme de Master GENIE CIVIL

OPTION : STRUCTURE

Thème

**Optimisations des systèmes
structuraux de couverture en béton
armé : Cas des coupoles à nervures
méridiennes de grandes portées.**

Présenté par :

- BENTOUMI AHLEM
- KHABABA INES

Encadré par :

Mr : NACER LOGZIT

Soutenu le : 01/07/2019

Devant le jury :

Président : ATTIA ABDELKADER

Examinateur : ABDEMEZIANE NABIL

Examinateur : ZIANI HOCINE

Année universitaire : 2018-2019



Remerciements



Nous remercions tout d'abord le grand Allah pour l'achèvement de ce mémoire.

Nous remercions Monsieur NACER LOGZIT notre encadreur, pour ses conseils et suggestions avisés qui nous aidés à mener à bien ce travail, et d'avoir rapporté à ce mémoire ces remarques et conseils.

Nous remercions Monsieur EL HADJ RAOUACHE qui nous aidé.

Nous exprimons nos gratitude à Monsieur le président de jury d'avoir accepté pour examiner ce mémoire.

Nous remercions Messieurs les membres de jury, d'avoir accepté de prendre part à ce jury ainsi que pour l'intérêt qu'ils l'ont porté à ce travail.

Nous remercions chaleureusement tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à l'élaboration de cette modeste recherche.

BENTOUMI Ahlem et KHABABA Ines.



Dédicace

Je dédie ce travail à :

*Mes très chers parents qui ont tous sacrifié pour que je puisse arriver
Jusque-là et qui m'a beaucoup soutenu durant mon cursus.*

*Mes adorables sœurs Souhila et Yasmine Qui sont toujours à mes coté et
n'ont jamais cessé de me soutenir.*

MES CHÈRES Frères Hicham, Abdelmalek et Amine

Toute ma famille.

Tous mes amis (es).

Tous ceux qui m'aiment

AHLEM

Je dédie du fond du cœur ce modeste travail à :

L'âme de mon père

Ma chère maman pour ses sacrifices

L'homme de ma vie : ADEL BELAYADI

Mes chers frères et sœurs

Aux anges : ANIS ET DJAWED

Toute ma famille.

Tous mes amis (es).

INES

Résumé

Dans ce travail nous avons étudié le problème d'optimisation des structures en coques minces de béton armé, le cas des coupoles avec nervures méridiennes a été traité, l'objectif est de proposer une stratégie basée sur les configurations géométriques paramétrées.

L'étude a pu mettre en évidence un programme sous tableur Excel pour résoudre le problème d'RDM de ce genre de structures, les résultats ont été exploités par la suite dans l'étape suivante afin de présenter une optimisation par la méthode des plans d'expériences, la résolution du problème d'influence de chaque paramètre a été présentée avec la fonction globale de la réponse (poids de la structure).

Les paramètres de notre étude sont :

- L'épaisseur de la coupole,*
- La distance entre les nervures méridiennes,*
- Le diamètre de la coupole (portée),*
- Et la charge supportée.*

Plusieurs cas des coupoles à nervures méridiennes ont été présentés, les coefficients de portance ont été nettement améliorés.

Les résultats montrent la satisfaction des modèles mathématiques proposés, et présentent l'efficacité des outils adoptés.

Mots clés : *Coupoles en béton armé, Nervures méridiennes, optimisation, coefficient de portance, Plans des expériences.*

Abstract

In this work we have studied the problem of optimization of structures in thin reinforced concrete shells, the case of domes with meridian ribs has been treated, the objective is to propose a strategy based on parameterized geometrical configurations.

The study was able to highlight an Excel spreadsheet program to solve the RDM problem of this kind of structures, the results were exploited later in the next step to present an optimization by the method in experiments, the resolution of the influence problem of each parameter was presented with the global function of the response (weight of the structure).

The parameters of our study are:

- The thickness of the dome,
- The distance between the meridian veins,
- The diameter of the cupola (span),
- And the load supported.

Several cases of meridian vein cupolas were presented; the lift coefficients were significantly improved.

The results show the satisfaction of the mathematical models proposed, and show the effectiveness of the tools adopted.

Key words: Reinforced concrete cupolas, Meridian ribs, optimization, lift coefficient, Plans of the experiments.

Listes des Figures

<u>Chapitre 1</u>	page
Figure 1 .1.1 : Différente formes des coupoles selon le modèle.	4
Figure 1.1 .2 : Différentes formes des coupoles selon la méridienne.	4
Figure 1.1 .3 : Disposition de la coupole au sommet	5
Figure 1 .1.4 : Disposition en plan des coupoles polygonales.	5
Figure1.1 .5 : Dispositions constructives des coupoles.	6
Figure 1 .2.1: Technique de renforcement des coupoles par les nervures [2].	8
Figure 1 .2.2 : Transmission de forces dans une coupole dûe au poids propre	
Forces méridiennes et forces circonférentielles.	10
Figure 1. 2.3 : Dimension de la coupole et coordonnées du système	11
Figure 1 .2.4 : Le volume matériel en fonction de la flèche.	12
Figure 1.2.5 : Modélisation d'une coupole en béton armé avec 8 nervures [7].	13
Figure1.2.6 : Résultats des calculs d'une coupole en béton armé avec 8 nervures [7].	13
Figure 1. 2.7 : Influence du diamètre de la coupole avec 8 nervures [7].	14
Figure 1.2.8 : Influence du nombre des nervures sur le comportement de la coupole [7].	14
Figure I.2.9 : Influence de la résistance du béton sur le comportement de la coupole [7].	15
Figure 1.2.10 : Influence de l'épaisseur de la couverture sur le comportement de la coupole [7].	15
<u>Chapitre 2</u>	
Figure 2.1 : Schéma de la citerne - Les variables x_1 , x_2 et x_3 sont les variables d'optimisation qui pilotent la forme de la citerne.	22
Figure 2.2 : Coupoles à nervures méridiennes.	23
<u>Chapitre 3</u>	
Figure 3.1.1 : Caractéristiques géométriques d'une coupole de 21 mètres de diamètre.	24
Figure 3.1.2 : Poids total de la coupole en fonction du diamètre.	34

Figure 3.1.3 : Epaisseur en fonction du diamètre.	37
Figure 3.1.4 : Effort normal en fonction du diamètre.	39
Figure 3.2.1 : Charge répartie au niveau de la nervure.	40
Figure 3.2.2 : Surface d'application La charge pour chaque nervure.	40
Figure 3.2.3 : Coordonnée d'un point dans l'arc.	40
Figure 3.2.4 : Sollicitations au niveau de l'arc.	42

Chapitre 4

Figure 4.1.1 : Vocabulaire d'un plan d'expérience.	49
Figure 4.1.2 : Les réponses associées aux points du domaine d'étude forment la surface de réponse.	53

Chapitre 5

Figure 5.1 : Caractéristiques géométriques de la coupole à nervures méridiennes.	58
Figure 5.2 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m ² pour un espacement des nervures égal à 2 m.	59
Figure 5.3 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m ² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m.	59
Figure 5.4 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m ² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m.	60
Figure 5.5 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m ² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m. Présentation en 3D.	60
Figure 5.6 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m ² pour un espacement des nervures égal à 3 m.	61
Figure 5.7 : Poids de la coupole en fonction de l'espacement et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m ² pour un espacement des nervures variable.	62
Figure 5.8 : Poids de la coupole en fonction de l'espacement et du diamètre à une charge constante de 150 Kg/m ² et épaisseur constante, pour un espacement des nervures variable. Présentation en 3D.	62

Figure 5.9 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 200 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m. 63

Figure 5.10 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 100 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m. 64

Liste des tableaux

Chapitre 3

page

Coupole sans nervures

Avant l'optimisation

Tableau 3.1.1 Dimensionnement de la coupole sans nervures, Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m.	27
Tableau 3.1.2 Charges et efforts au niveau de la coupole, Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m	28
Tableau 3.1.3 Vérification de la contrainte de compression par rapport à la contrainte limite réglementaire : Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m	29

Après l'optimisation

Tableau 3.1.4 : Dimensionnement de la coupole sans nervures, Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m	30
Tableau 3.1.5 : Charges et efforts au niveau de la coupole, Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m	31
Tableau 3.1.6 Vérification de la contrainte de compression par rapport à la contrainte limite réglementaire, Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m	32
Tableau 3.1.7 : Courbe de dimensionnement et d'optimisation, Poids total de la structure	33
Tableau 3.1.8 : Epaisseur de dimensionnement et épaisseur d'optimisation.	34
Tableau 3.1.9 : Comparaison de l'effort normal entre le dimensionnement et l'optimisation.	38

Coupole avec nervures

Tableau 3.2.1 : Etapes de calcul des coupoles à nervures méridiennes – fichier Excel, Cas du diamètre 21 m	43
Tableau 3.2.2 : Etapes de calcul des coupoles à nervures méridiennes – fichier Excel, Cas du diamètre 24 m	45
Tableau 3.2.3 : Etapes de calcul des coupoles à nervures méridiennes – fichier Excel, Cas du diamètre 27 m	46
Tableau 3.2.4: Ferrailage des nervures.	47
Tableau 3.2.5 : Ferrailage du corps de la coupole.	47
Tableau 3.2.6 : Poids total de la coupole sans et avec nervures.	48

Chapitre 4

Tableau 4.2.1 : Domaine de l'étude.	56
Tableau 4.2.2 : Matrice d'expériences et résultats expérimentaux	57

Chapitre 5

Tableau 5.1 : Validation des résultats (ANOVA)	65
--	----

Table de Matière

Matière	Page
Introduction Générale	1
1 – Généralités	3
Introduction :	3
1-1 Définition d'une coupole	3
1-2 Classification des coupoles	4
1-2-1 Selon le modèle de la coupole	4
1-2-2 Selon la forme de la méridienne	4
1-2-3 Selon la disposition ou sommet :	5
1-2-4 Selon la forme en plan :	5
1-2-5 Différentes formes des coupoles polygonales :	5
1-2-6 Selon les dispositions constructives :	6
1-2-7 Selon le mode de construction :	6
1-3 Eléments assurant la transition avec la coupole	6
1-4 Les avantages des coupoles	7
1-5 Utilisations des voûtes et des coupoles	7
2- Les coupoles à nervures	7
Introduction	7
2-1 Apparition des coupoles à nervures	8
2-2 Développement de la conception des voiles minces en béton armé	9
2-3 Cheminement des efforts dans une coupole	9
2-4 Rôle du poids des coupoles dans la conception optimale	10
2-5 Optimisation du poids d'une coupole	10
2-6 Calcul par éléments finis des coupoles à nervures	13
Introduction :	17
2-1 Calcul des sollicitations :	17
2-2 La contrainte de compression à l'ELS au pied de la coupole est donnée par la formule	17
2-3 Disposition réglementaires (fascicule 74) :	18
2-3-1 Elancement :	18
2-3-2 Epaisseur :	18
2-3-3 Contrainte de compression du béton :	18
2-3-4 Dispositions des armatures :	19
2-4 Calcul des nervures :	19
2-4-1 Calcul de moment (M) l'effort normal (N) et l'effort tranchant (T) au niveau d'arc	19
2-5 Calcul des dalles (selon forfaitaire) :	20
2-6 Calcul du ferrailage	20
2-6-1 Etapes principales :	20
1- Calcul du moment réduit :	20
2- position relative de la fibre neutre :	20
3- Bras de levier réduit	20
4- Section d'armature.	20

2-7 Poids de la coupole avec nervure :	21
2-8 Optimisation des coupoles à nervures	21
2-8-1 Rappels sur la définition d'un problème d'optimisation	21
2-8-2 Application du principe d'optimisation sur les coupoles à nervures méridiennes	22
3-1-2 Exemple de calcul de dimensionnement de la coupole	24
3-1-3 Calculons les charges au m ² qui arrivent sur la coupole	24
3-1-4 Pondération de la charge à l'ELU	25
3-1-5 La surface de la coupole	25
3-1-6 Le poids total de la coupole	25
3-1-6 Calcul de l'effort normal à l'ELS	25
3-1-7 Calcul des contraintes	25
3-1-8 Vérification de la contrainte par rapport à la contrainte limite réglementaire	25
3-1-9 Calcul des armatures	26
3-1-9-1 Les méridiens : (armature principale)	26
3-1-9-2 Les cerces : (armatures de répartitions)	26
3-1-10 Dimensionnement de la coupole sans nervures avant l'optimisation	27
3-1-11 Dimensionnement de la coupole sans nervures Après l'optimisation	30
3-1-12 Comparaison des dimensions d'optimisation et de dimensionnement	36
Partie 2 : Coupole avec nervure	40
3-2-1 Intégration des nervures dans la coupole	43
Partie 1 : Aspect théorique	49
Introduction	49
4.1 Définition	49
4.2 Intérêts des plans d'expériences :	50
4-3 Terminologie	50
4-4 Facteurs	50
4-4-1 Niveau des facteurs	50
4-4-2 Domaine expérimental	50
4-4-3 Réponses	50
4-4-4 Effet	50
4-4-5 Interaction	51
4-5 Méthodologie des plans d'expériences	51
4-5-1 La recherche des facteurs influents	51
4-5-2 La modélisation	51
4-5-3 L'optimisation	51
4-6 Différents types de plans d'expériences	51
4-6-1 Plans factoriels complets à deux niveaux	51
4-6-2 Plans Fractionnaires A Deux Niveaux	52
4-7 Plan de surface de réponse	52
4-7-1 Notion de surface de réponse	52
4-7-2 Notion de modélisation mathématique	53
4-7-3 Le modèle de l'expérimentateur	54
4-7-4 Système d'équations	54
4-8 Présentation de logiciel « Design-Expert »	55

Conclusion	55
Partie 2 : Application numérique	56
4-2-2 Préparation du plan d'expériences	56
4-2-2-1 Description de l'étude	56
Introduction	58
5-1 Rappel des caractéristiques géométriques de la structure	58
5-2 Influence du diamètre et de l'épaisseur sur le poids de la coupole à espacement variable	59
5-3 Influence de la charge sur le comportement mécanique de la coupole	63
5-4 Interaction numérique globale entre les différents paramètres de l'étude	64
5-6 Equation du modèle :	66
Final Equation in Termes of Actuel Factor	66
Conclusion	67
Conclusion générale	68
Références bibliographiques	70

Introduction Générale

Introduction Générale

Les structures tridimensionnelles à parois minces en béton armé sont employées généralement en constructions civiles et industrielles. Elles ont toutefois la particularité commune d'être parmi les structures les plus délicates à étudier.

Les structures en coupôles de béton armé renforcées par des nervures méridiennes constituent l'une des composantes principales de cette gamme de structures.

Qu'il s'agisse d'une couverture en voile mince ou d'un ouvrage quelconque, l'ingénieur reste confronté aux deux impératifs classiques suivants ; Savoir analyser la structure pour la dimensionner avec sécurité, Savoir concevoir, planifier et construire la structure de manière rationnelle et économique.

Mais pour l'ingénieur civil, dans le domaine des coques et structures élancées, survient une troisième exigence essentielle : Savoir choisir des formes optimales.

Ce troisième impératif est trop souvent négligé, ou abandonné à l'architecte et à l'ingénieur, alors que, dans ce type de structures, analyse, construction et optimisation sont intimement liées.

L'analyse et la construction s'appuyant sur des notions mathématiques et pratiques éprouvées, l'optimisation par contre reste beaucoup plus, floue, intuitive, subjective et difficile à cerner avec précision. Dans les structures tridimensionnelles de l'ingénieur civil, elle est un pivot essentiel du projet ; les grands projeteurs de coques l'ont bien compris ; ils sont de bons scientifiques, mais ils sont aussi artistes.

L'optimisation automatique de formes présente dans ce contexte un intérêt certain. Elle permet de déterminer la meilleure configuration à donner à une structure de coupole avec nervures méridiennes pour qu'elle puisse remplir au mieux sa fonction.

L'objectif de ce manuscrit est de proposer une nouvelle méthode permettant de traiter des problèmes complexes d'optimisation, à l'aide de l'analyse iso géométrique, pour des critères de dimensionnement. Cette méthode consiste à exploiter les équations de coques en intégrant dans leur définition les informations géométriques issues des modèles paramétrés. Ceux-ci sont composés d'éléments dont la forme est régie par des entités appelées points de contrôle qui seront naturellement choisis comme variables d'optimisation.

Dans le cadre de l'optimisation de formes paramétrique, la forme est régie par un petit nombre de paramètres.

Ces paramètres ont en général une signification physique et la dépendance du modèle vis à vis de ces derniers est explicite. Il peut s'agir de longueur, de rayon, d'angle ou encore d'épaisseur.

Au cours de l'optimisation, la forme sera modifiée au travers de l'évolution des paramètres présents dans le modèle. Cette approche a pour effet de limiter l'exploration de l'espace de conception puisqu'elle n'offre pas de variation de la frontière de la forme ou de sa topologie. La forme optimale trouvée sera semblable à l'initiale mais avec des dimensions différentes.

Une fois le paramétrage de la forme choisie, une procédure d'optimisation peut être mise en place. La formulation générale d'un problème d'optimisation est constituée des trois principaux paramètres :

- La fonction objective ;
- L'ensemble des variables admissibles ;
- Les n contraintes d'étude.

Après avoir posé le problème d'optimisation, l'étape suivante consiste à adopter une stratégie pour le résoudre. L'optimisation par plans d'expériences et surfaces de réponse sont les approches les plus répandues dans l'industrie.

Ce présent mémoire contient en plus de cette introduction générale cinq chapitres.

Le premier chapitre pose le cadre des recherches bibliographiques en relation directe avec notre sujet.

Dans un second temps, le chapitre 2 présente les méthodes de calcul et de dimensionnement de ce genre de structure complexes.

Dans le chapitre 3 des exemples de dimensionnement pour des structures de coupes ont été traités, le point est accentué sur la comparaison entre les deux aspects : dimensionnement et optimisation, l'intérêt de cette dernière a été clairement justifié.

Le quatrième chapitre a été réservé à l'exposé de la méthode des plans d'expériences, cette méthode a été exploitée dans le chapitre qui suit.

Le cinquième chapitre présentera les résultats d'optimisation avec les commentaires et justifications possibles.

Ce manuscrit a été finalisé par une conclusion générale regroupant les résultats de l'étude et les perspectives à tracer.

Chapitre 1

Recherches bibliographiques

1 - Généralités

Introduction :

L'architecture est l'art majeur de concevoir des espaces et de bâtir des édifices, en respectant des règles de construction empiriques ou scientifiques, ainsi que des concepts esthétiques, classiques ou nouveaux, de forme et d'agencement d'espace, en y incluant les aspects sociaux et environnementaux liés à la fonction de l'édifice et à son intégration dans son environnement, quelle que soit cette fonction : habitable, sépulcrale, rituelle, institutionnelle, religieuse, défensive, artisanale, commerciale, scientifique, signalétique, muséale, industrielle, monumentale, décorative, paysagère, voire purement artistique. C'est pourquoi l'architecture est définie comme « une expression de la culture ».

En particulier l'objet de notre étude qui est la coupole. Connues dès l'antiquité mycénienne les coupoles en pierres sèches édifiées sans cintre utilisées dans certaines cabanes en architecture rurale mais Les grandes coupoles hémisphériques sont apparues dans l'architecture romaine antique. [1]

1-1 Définition d'une coupole

Le sens étymologique vient du latin « cupula » qui signifie petite cuve ou tonnelet. Une coupole est une voûte hémisphérique, de profil semi-circulaire, elliptique ou polygonal, parfois exhaussée par un tambour. La toiture de cette voûte est un dôme. Dans son façonnement le plus "ordinaire", chaque assise forme un anneau de voussoirs dont les lits sont inclinés vers l'intérieur ; mais cela peut être différent. En principe, la coupole comporte une coque mince, généralement de révolution, raidie ou non par des nervures, soit méridiennes, soit parallèles, soit dans les deux sens. Elle est munie généralement d'une ceinture de base, reposant sur des appuis soit continus, soit ponctuels. [1]

1-2 Classification des coupoles

1-2-1 Selon le modèle de la coupole :

- coupole surbaissée
- coupole en plein cintre
- coupole surhaussée

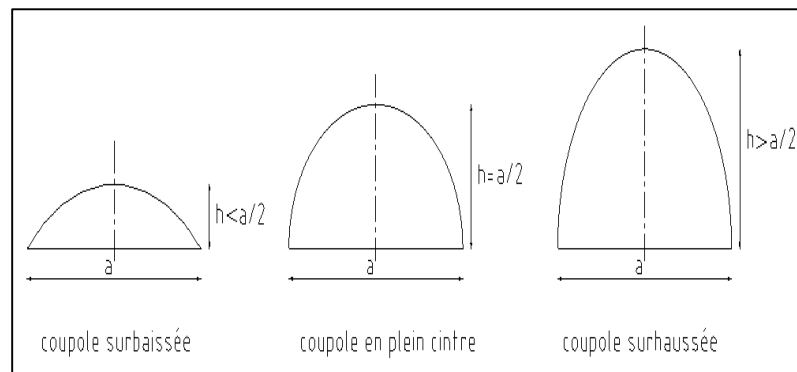


Figure 1.1.1 : Différentes formes des coupoles selon le modèle.

1-2-2 Selon la forme de la méridienne :

- circulaire
- elliptique
- parabolique
- en ogive
- conique

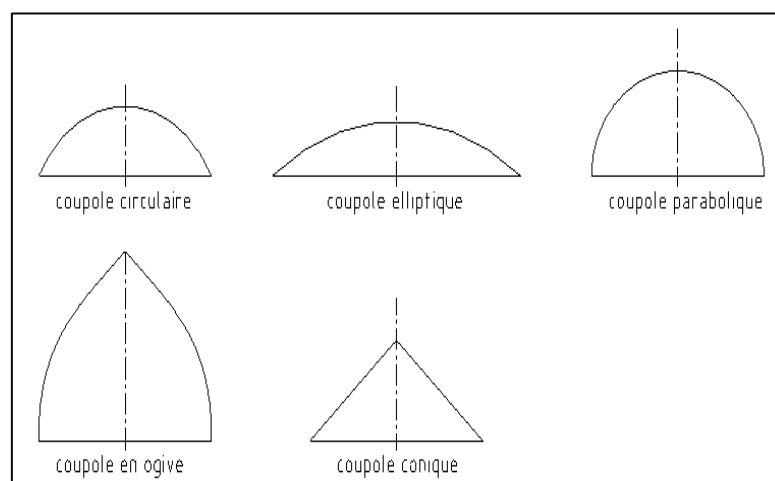


Figure 1.1.2 : Différentes formes des coupoles selon la méridienne.

1-2-3 Selon la disposition ou sommet :

Suivant le schéma de la figure suivante :

- coupole fermée (01)
- coupole ouverte (en anneau) (02)
- coupole ouverte peut supporter à son sommet une autre coupole (03)

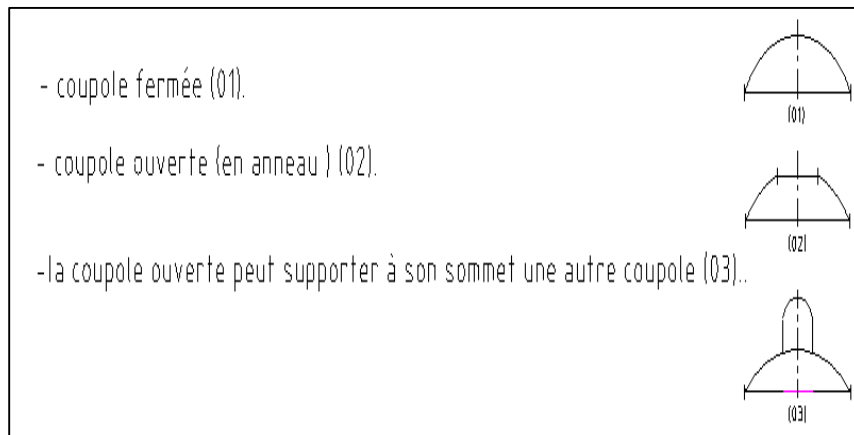


Figure 1.1 .3 : Disposition de la coupole au sommet.

1-2-4 Selon la forme en plan :

- Sur plan circulaire (coupole de révolution).
- Sur plan elliptique (coupole elliptique).
- Sur plan polygonal (coupole polygonal).

1-2-5 Différentes formes des coupoles polygonales :

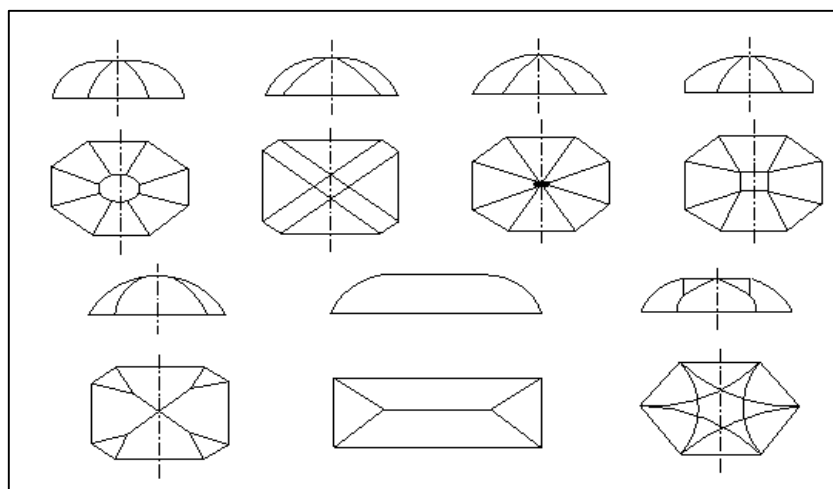


Figure 1 .1.4 : Disposition en plan des coupoles polygonales.

1-2-6 Selon les dispositions constructives :

- Coupole d'épaisseur constante
- Coupole d'épaisseur variable
- Coupole à nervures méridiennes
- Coupole à nervures parallèles
- Coupole à nervures orthogonales

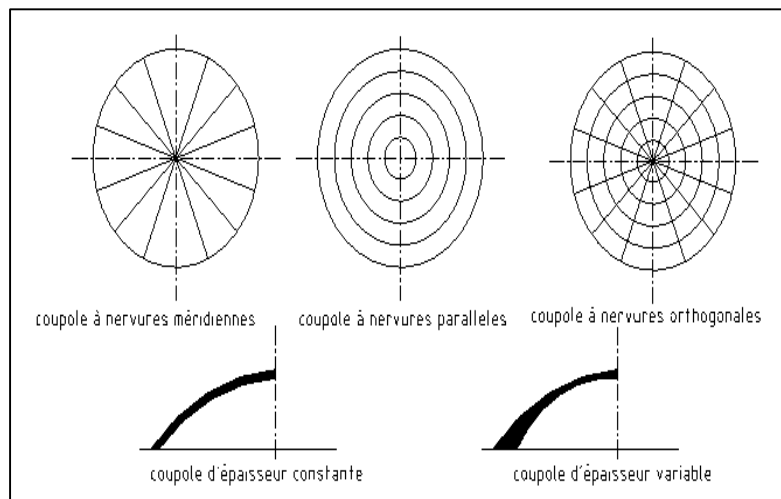


Figure1.1 .5 : Dispositions constructives des coupoles.

1-2-7 Selon le mode de construction :

- Coupole coulée sur cintre
- Coupole préfabriquée

1-3 Eléments assurant la transition avec la coupole

Comme la coupole est définie par rapport à son intrados, et par rapport à l'espace intérieur, on a classifié ces composants en deux types d'éléments :

a- Eléments principaux :

- Arcs doubleaux : l'arc-doubleau est l'arc qui relie d'une pile à l'autre dans les coupoles
- Eléments de transition :

Pendentifs : ce sont donc les triangles hémisphériques qui assurent le passage entre les arcs doubleaux et le cercle du dôme

Trompes : donc ce dispositif a pour but essentiel de transformer le carré qui n'offrirait que quatre points de contact à la base de la coupole en un octogone, transition qui conduit plus aisément au cercle

- Dôme

b- Eléments secondaires :

Tambour : c'est le cylindre sur lequel la coupole se repose. On le trouve aussi sous forme octogonale

Mur tympan : on donne aussi le nom de mur tympan aux surfaces pleines situées à l'intrados d'un arc doubleau. On le trouve souvent percé d'ouverture

Ouvertures :

Corniches :

1-4 Les avantages des coupoles

- Considération économiques
- Economie de devises
- Un grand potentiel esthétique

1-5 Utilisations des voûtes et des coupoles

Les voûtes et les coupoles arrivent à couvrir des espaces en ayant recours ou non à des supports. Elles peuvent être utilisées pour créer des ouvertures, des toitures (revêtues d'un système d'étanchéité) mais elles sont surtout utilisées dans le but d'être un élément de support. Leur utilisation est extrêmement diversifiée, allant de la construction d'un simple habitat, de bâtiments, de monuments (cathédrale, dôme, mausolée, église, temple, ...) à la construction d'un tunnel et d'un pont en maçonnerie

2- Les coupoles à nervures

Introduction

Les coupoles à nervures sont des éléments de la structure qui ont une apparence esthétique. Dans cette partie nous allons parler sur l'apparition des coupoles à nervures et le développement de la conception des voiles minces en béton armé, ces voiles minces sont les éléments de base des coupoles. Une partie sera consacrée au cheminement des efforts dans une coupole, et enfin, le point sera mentionné sur le rôle du poids des coupoles dans la conception optimale, l'optimisation du poids d'une coupole c'est l'objectif pour réaliser une coupole légère. Cette partie a été achevée par une présentation d'un exemple de calcul par éléments finis des coupoles à nervures.

2-1 Apparition des coupoles à nervures

Les trois coupoles de la mosquée de Cordoue, réalisées autour de 963, présentent une particularité architecturale majeure : elles sont dites "à nervures". Il s'agit des plus anciennes coupoles connues utilisant cette technique très sophistiquée supposant des connaissances poussées en géométrie. La voûte est soutenue par 16 nervures qui s'entrecroisent sur la périphérie en laissant libre le centre. Ce procédé permet de renforcer la structure de la coupole tout travaillant la partie centrale de façon très élaborée.

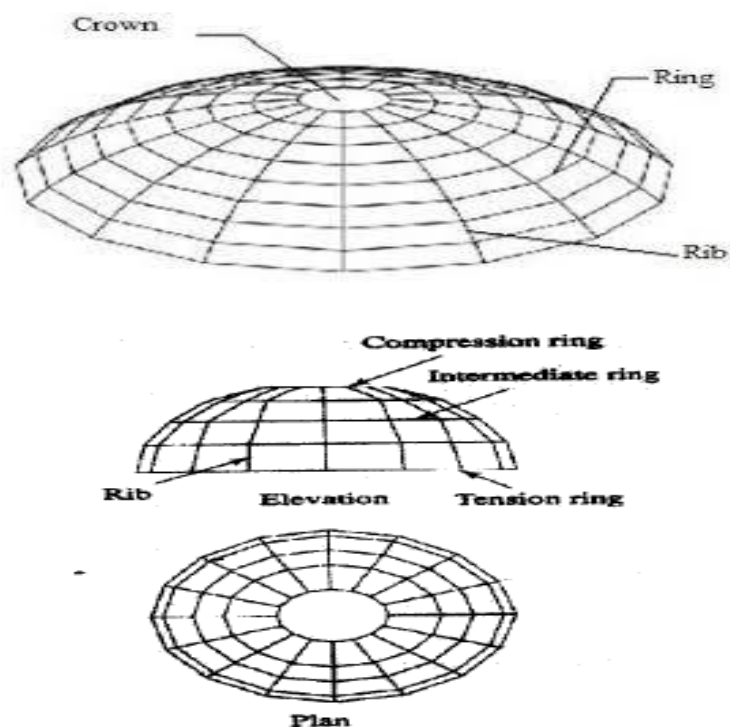


Figure 1 .2.1: Technique de renforcement des coupoles par les nervures [2].

Rib = Méridiens Ring = parallèles

Crown = Partie centrale soumise à la compression.

La technique se diffuse dans le reste de l'Espagne, puis au XI^e siècle en Afrique du Nord (Tlemcen). Le dernier exemple d'emploi de cette technique date du XVIII^e siècle, à Turin dans l'église San Lorenzo.

Les coupoles à nervures [3] sont généralement composées par les nervures pleines. Ces nervures pleines sont reliées ensemble à la couronne centrale de compression, et à la base seront raidies par un anneau de tension.

Les coupoles à nervures qui sont maintenant employées souvent et sont fréquemment construits par la technologie de préfabrication des unités arquées de nervure.

Les coupoles à nervures prennent une gamme d'envergure importante allons à environ 150 mètres suivant l'utilisation des matériaux [4].

2-2 Développement de la conception des voiles minces en béton armé

On entend ci-dessous par « voile mince en béton armé » [5] des structures spatiales dont l'épaisseur est très faible par rapport aux deux autres dimensions (le rapport épaisseur/portée est typiquement moins, voire beaucoup moins, que 1/100) et dans lequel l'état de contrainte est essentiellement membranaire. Même si l'on peut trouver quelques constructions d'avant les années 1920 qui pourraient peut-être entrer dans cette définition, il est généralement admis que l'aventure constructive des voiles minces en béton armé commence au début des années 1920 en s'accompagnant de développements de modèles mathématiques spécifiques d'analyse du comportement structural pour permettre un dimensionnement rationnel. Auparavant, les seuls modèles dont disposent les ingénieurs pour dimensionner les constructions en béton armé sont le fonctionnement unidimensionnel en poutre droite et en arc, ce qui induit la typologie structurale depuis les origines du béton armé. Or, il s'agit ici d'aborder le fonctionnement de surfaces minces qui est bidimensionnel. C'est ce comportement qui va permettre d'atteindre de grandes portées de couverture avec une économie de matière et de poids considérable par rapport aux solutions constructives antérieures.

2-3 Cheminement des efforts dans une coupole

Le cheminement des forces dans une coque mince ne peut pas être comparé à cela d'une voûte. La transmission dans une coque est presque toujours dans le tiers moyen de la section transversale pour tout chargement. S'il sortirait il est retiré par les forces de cercle. Par conséquent, une coque bien projetée n'a pas besoin de moments pour supporter la charge.

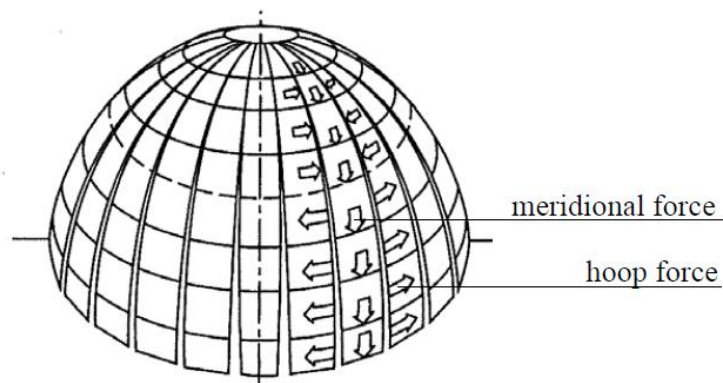


Figure 1 .2.2 : Transmission de forces dans une coupole dûe au poids propre
Forces méridiennes et forces circonférentielles.

2-4 Rôle du poids des coupoles dans la conception optimale

Nous donnons ici à titre indicatif des ordres de grandeurs [6] pour une simple comparaison entre les conceptions des différentes sortes de coupoles :

-Une graphique donne une idée très nette de la valeur des coques. Pour une ouverture de 100 m. il nous faudrait donc avoir les poids suivants :

Coupole en pierres soit naturelles soit artificielles ...100.000 t
Coupole à nervures en béton armé ...23.000 t
Coupole construite comme coque ...4.800 t
Et plus particulièrement la coupole de l'église de St. Pierre à Rome dont
L'ouverture mesure 44 m. pèse 10.000 t
La coupole à nervures du Centenaire de Breslau dont l'ouverture mesure 63 m c'est-à-dire 1,5 plus que la précédente pèse seulement ...6.340 t

2-5 Optimisation du poids d'une coupole

Une coupole avec une flèche environ de 30% du diamètre présentera la meilleure solution pour minimiser les matériaux. Cette étude présente la preuve.

On suppose que la forme est un chapeau sphérique (fig. suivante).

$$y = -\sqrt{a^2 - x^2} .$$

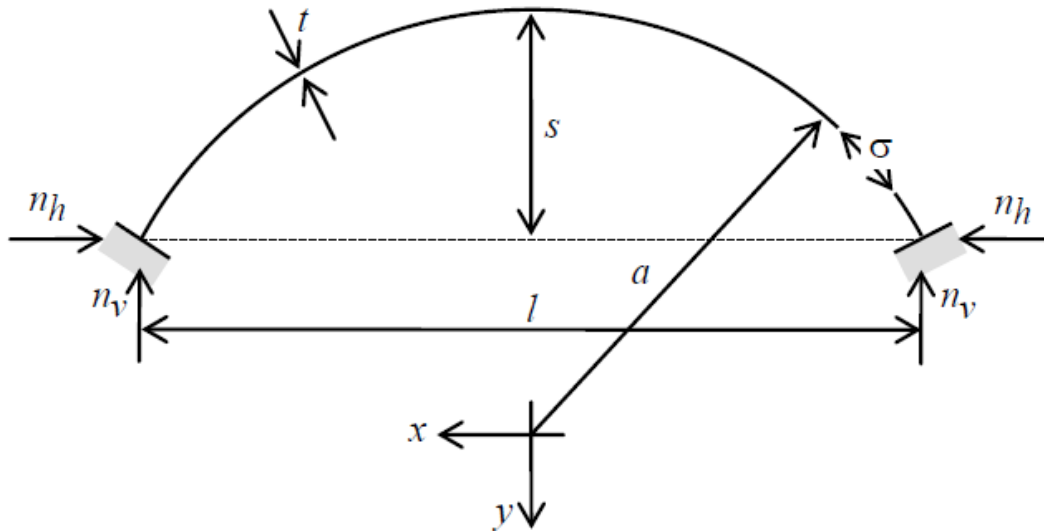


Figure 1. 2.3 : Dimension de la coupole et coordonnées du système.

Le rayon de courbure est :

$$a = \frac{s}{2} + \frac{l^2}{8s} .$$

La surface de la coupole sera donc :

$$A = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{x=0}^{\frac{l}{2}} \sqrt{dx^2 + dy^2} x d\varphi = 2\pi \int_{x=0}^{\frac{l}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} x dx = \pi a \left(2a - \sqrt{4a^2 - l^2} \right) . \quad (1)$$

Si on suppose que l'épaisseur t est constante, alors la réaction verticale est :

$$n_v = \frac{A \rho g t}{\pi l} ,$$

Où ρ est le poids spécifique, et g est l'accélération gravitaire. La réaction horizontale vaut :

$$n_h = n_v \frac{dx}{dy} \Big|_{x=\frac{1}{2}l} = a \rho g t \left(\frac{2a}{\sqrt{4a^2 - l^2}} - 1 \right).$$

La contrainte méridienne dans la coupole est donc :

$$\sigma = \frac{1}{t} \sqrt{n_v^2 + n_h^2} = 2 \frac{a^2 \rho g}{l^2} (2a - \sqrt{4a^2 - l^2}).$$

La figure suivante montre le volume matériel sans dimensions en fonction du rapport : flèche/diamètre.

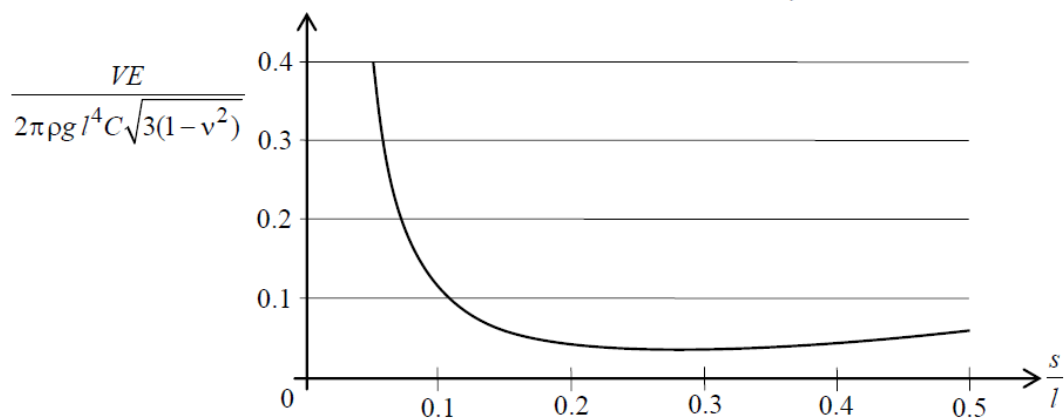


Figure 1 .2.4 : Le volume matériel en fonction de la flèche.

Par conséquent, le volume matériel minimum se produit à :

$$\frac{s}{l} = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0.3.$$

Et l'épaisseur minimale donnant une solution optimale (volume minimal de la coupole) est :

$$t = \frac{2}{9} C \sqrt{3(1-v^2)} \frac{\rho g l^2}{E}.$$

Où, C : est un facteur des imperfections.

2-6 Calcul par éléments finis des coupoles à nervures

Une large étude paramétrique sur l'impact du diamètre des coupoles à nervures a été abordé par Hani Aziz Amender en 2010 [7], plusieurs paramètres ont été pris en charge : le nombre de nervures, le pourcentage d'acier, la résistance à la compression du béton, et l'épaisseur de couverture.

Trois cas des constitutions et des propriétés matérielles évaluent l'influence du paramètre dans les aspects de la géométrie. Des pourcentages numériques de la variation des charges finales et du déplacement vertical au centre de la coupole avec la variation de chacun de ces paramètres ont été calculés, à la fin, des directives fondamentales pour la conception structurale d'une telle coupole sont données.

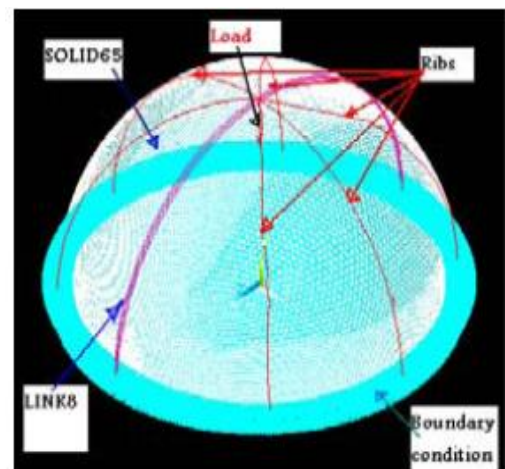
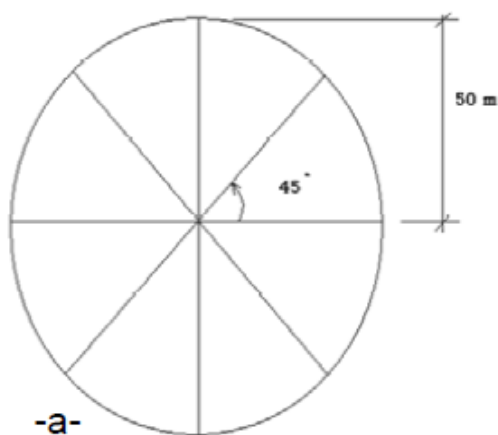


Figure 1.2.5 : Modélisation d'une coupole en béton armé avec 8 nervures [7].

\emptyset , degrés	σ_x MPa	σ_y MPa	σ_z MPa	Deflection,mm
0	-6.29	0.256	-8.68	-4.3
15	-0.367	-0.607	-2.68	-1.1
30	0.855	-0.0964	-0.423	-0.13
45	0.458	-0.169	0.132	-0.1
60	0.285	-0.145	0.0515	-0.06
75	0.16	-0.146	0.0011	-0.034
90	0.0054	-0.134	0.035	-0.021

Figure1.2.6 : Résultats des calculs d'une coupole en béton armé avec 8 nervures [7].

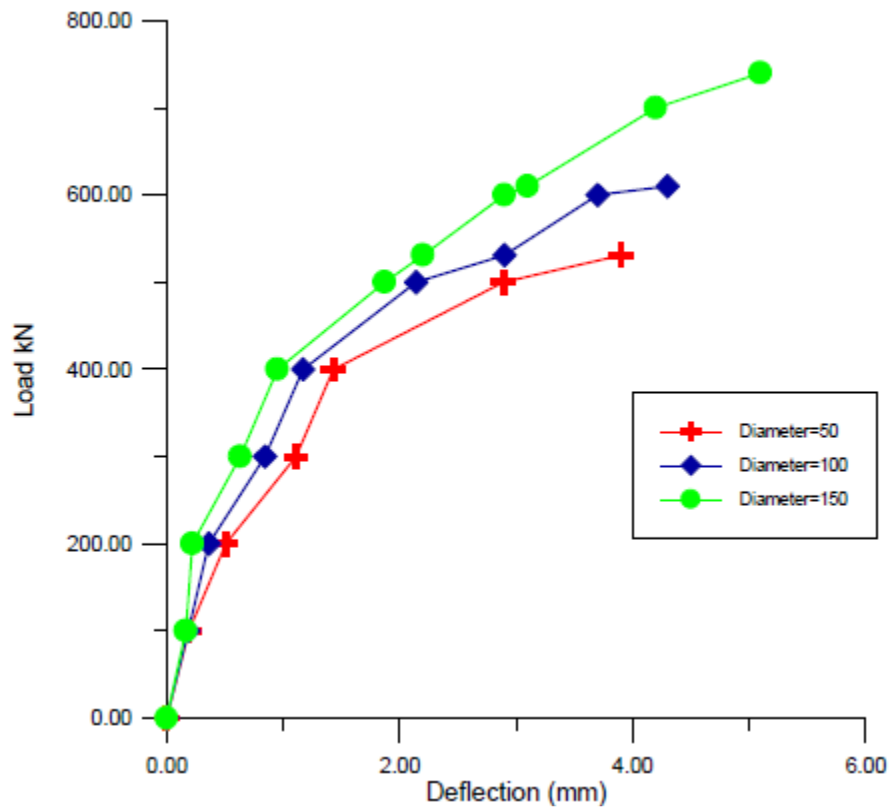


Figure 1. 2.7 : Influence du diamètre de la coupole avec 8 nervures [7].

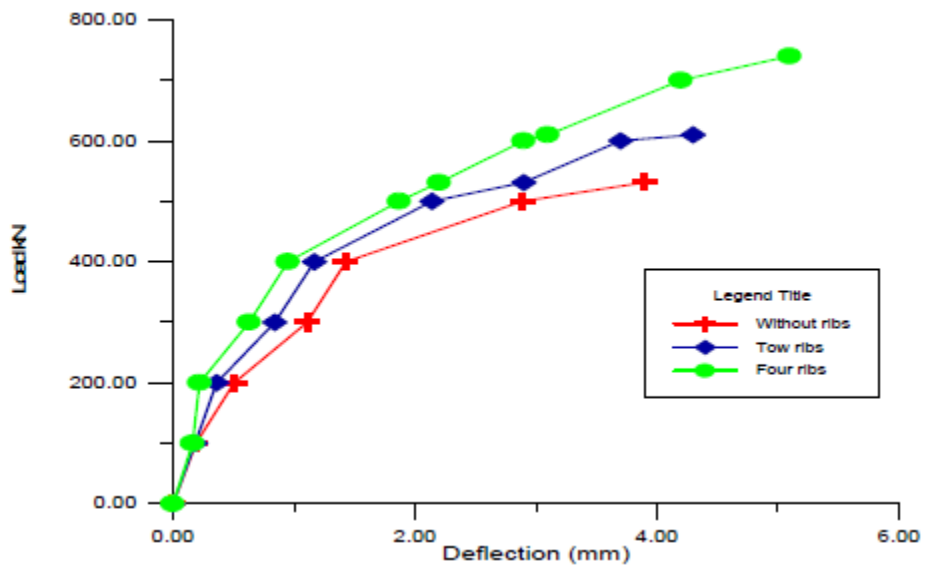


Figure 1.2.8 : Influence du nombre des nervures sur le comportement de la coupole [7].

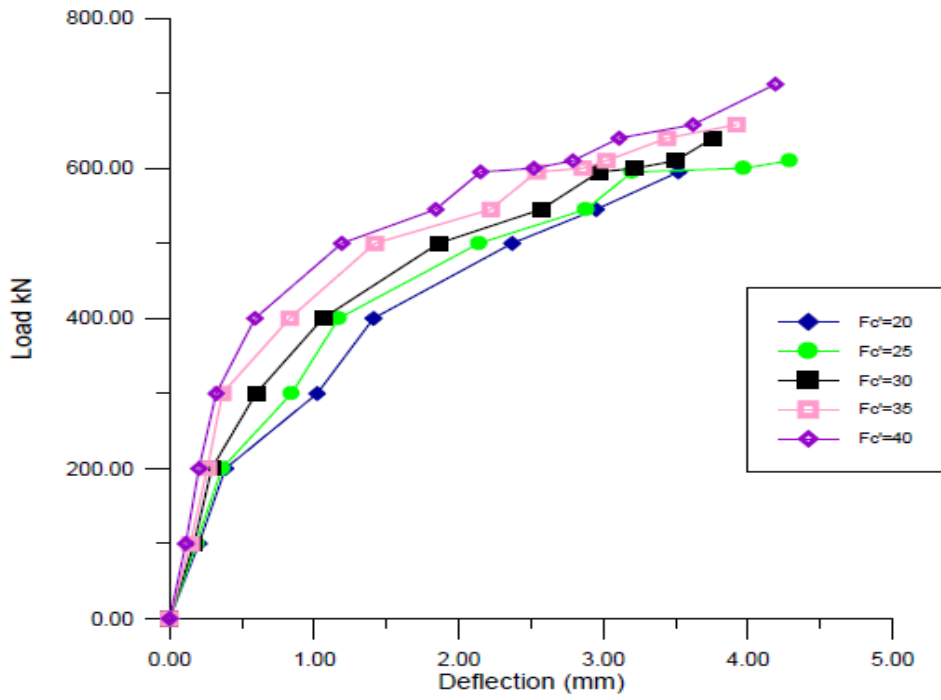


Figure I.2.9 : Influence de la résistance du béton sur le comportement de la coupole [7].

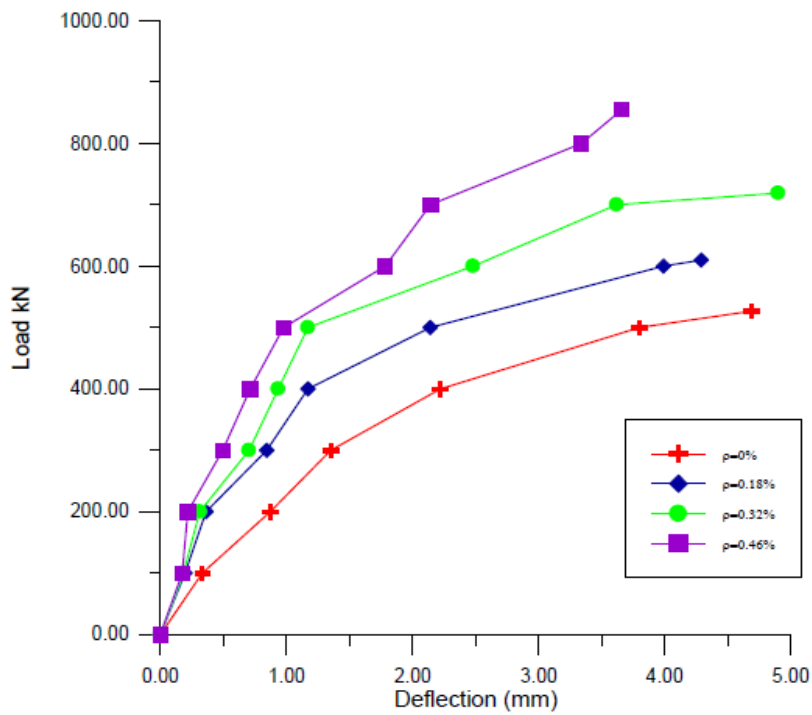


Figure 1.2.10 : Influence de l'épaisseur de la couverture sur le comportement de la coupole [7].

L'étude paramétrique [7] par élément finis en utilisant le logiciel ANSYS a donné satisfaction en comparaison avec la théorie classique de calcul des membranes, les paramètres d'étude ont été bien caractérisés en étudiant l'influence sur le comportement mécanique de la coupole.

Dans le même contexte [8], une autre étude paramétrique par éléments finis sur les coupoles à nervures montre que l'augmentation du diamètre de la coupole de 70-100 m cause une augmentation de la capacité de charge finale à environ de 32.5 %. La diminution du diamètre de la coupole de 70-50 m cause la diminution de la capacité de charge finale par environ 31.2 %.

En augmentant la résistance à la pression du béton de 30 MPA jusqu'à 35 MPA, cause une augmentation dans la capacité de charge finale d'environ 10 %. La diminution de la résistance à la compression du béton de 30 MPA à 25 MPA, cause à diminuer dans la capacité de charge finale d'environ 8 %.

L'augmentation des nombres de nervures méridionales axisymétrique de deux à quatre dans le dôme, causes l'augmentation dans la capacité de charge finale d'environ de 25%. Le déplacement des deux nervures méridionales originales dans la coupole, cause à diminuer dans toute la capacité de charge finale avec 21.2 %.

Chapitre 2

Méthode de calcul

Introduction :

Ce chapitre est réservé aux calculs des coupoles sphériques en béton armé constituées par une coque mince en béton et charge supporté par la coupe supportée par une ceinture périphérique

- Poids propre
- Charge d'exploitation 100- 150- 200kg/m²

Dans les cas courant l'épaisseur de la coupole est 6 à 8 cm et 8 à 12 cm à la base

Rapport $f/r = (1/12 \text{ à } 1/8)$

F : la flèche de la coupole

R : rayon de la coupole

2-1 Calcul des sollicitations :

La coupole est sollicitée à la compression due à la transmission des charges permanentes et des surcharges.

La compression au niveau de la coupole sera transmise aux appuis (généralement une ceinture circulaire en béton armé).

Le moment dus à la charge supportée sont nuls

D : le diamètre de l'ouvrage cylindrique

F : la flèche de la coupole

R : rayon de courbure

La coupole sera donnée par :

$$R = \frac{D^2 + 4 \times f^2}{8 \times f}$$

$$N = \frac{q \times D}{24 \times f} \sqrt{36 \times f^2 + D^2}$$

2-2 La contrainte de compression à l'ELS au pied de la coupole est donnée par la formule

:

$$\sigma = N/S$$

N : est l'effort de compression à la base de la coupole.

S : est la surface d'application = $e \times 100$ en cm^2

2-3 Disposition réglementaires (fascicule 74) :

Le fascicule 74 recommande pour les coupoles et les ceintures des réservoirs en béton armé :

2-3-1 Elancement :

Il est recommandé d'adopter pour la des coupoles une valeur supérieure à :

- $D/10$ pour les coupoles de couverture.
- $D/8$ pour les coupoles, fonds de réservoir.

2-3-2 Epaisseur :

L'épaisseur des coupoles est au moins de :

- 8 cm pour les coupoles de couverture.
- 15 cm pour les coupoles, fonds de réservoir.

Les coupoles d'épaisseur inférieure à 15 cm comprennent des goussets de raccordement avec la ceinture.

2-3-3 Contrainte de compression du béton :

Sous combinaisons ELS, la contrainte de compression du béton est limitée à la plus petite des deux valeurs suivantes :

$$\frac{h_0 + 0.55}{3} f_{c28}$$
$$\frac{100 \times h_0}{R} (f_{c28})^{\frac{1}{3}} \quad (\text{En MPa})$$

Où :

- h_0 est l'épaisseur de la coupole en mètres.
- R est le rayon de courbure de la coupole, en mètres.
- f_{c28} est la résistance caractéristique à 28 jours du béton à la compression, en MPa

2-3-4 Dispositions des armatures :

Le rapport du volume des armatures au volume du béton satisfait pour chaque direction, les valeurs suivantes :

- 0.20 % pour les coupes de couverture.

- 0.30 % pour les coupes, fonds de réservoir.

L'écartement maximal des aciers est de 20 cm ; leur diamètre est inférieur ou égal au dixième de l'épaisseur de la coupole. Dans les coupes d'épaisseur supérieure ou égale à 15 cm, les armatures sont disposées en deux lits.

2-4 Calcul des nervures :

Charge répartie au niveau de la nervure P' :

Surface de la coupole : $S = 2 \times \pi \times R \times f$

Surface de la ceinture supérieur : $S' = \pi \times R'^2$

$$S(F) \rightarrow \pi \times D$$

$$S'' \rightarrow L$$

D' : diamètre de la ceinture supérieur.

$$S(F) = S - S'$$

$$P' = q \times S'' / \left(\frac{D}{2} - \frac{D'}{2} \right)$$

L'angle d'inclinaison de fibre moyenne est défini par : $\theta = \frac{4 \times f}{D} (D - 2x)$ [9]

Cas d'une charge uniformément répartie :

P' est une charge linéique

2-4-1 Calcul de moment (M) l'effort normal (N) et l'effort tranchant (T) au niveau de l'arc :

$$N(x) = p' \times \left(x - \frac{D}{2} \right) \sin \theta \quad [9]$$

$$T(x) = p' \times \left(x - \frac{D}{2} \right) \cos \theta \quad [9]$$

$$M(x) = \frac{P \times X(D-X)}{2} \quad [9]$$

2-5 Calcul des dalles (selon forfaitaire) :

- Moment dans l'appui : $M_a = 0.3 \times M_0$

- moment dans la travée : $M_t = 0.8 \times M_0$

Avec :

$$M_0 = q \times l^2 / 8 \quad \text{avec } (q=G+Q)$$

2-6 Calcul du ferrailage

E.L.U.R : flexion simple

Section rectangulaire sans armature comprimée

2-6-1 Etapes principales :

1- Calcul du moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M}{b \times d^2 \times f_{bu}}$$

Avec :

$$f_{bu} = \frac{0.85 \times f_{c28}}{\gamma_b}$$

2- position relative de la fibre neutre :

$$\alpha_u = 1.25 \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times \mu_{bu}})$$

3- Bras de levier réduit :

$$\beta_u = 1 - 0.4 \times \alpha_u$$

4- Section d'armature.

La formule donne :

$$A_u = \frac{M}{\beta_u \times d \times f_{su}}$$

Avec :

$$f_{su} = \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

2-7 Poids de la coupole avec nervure :

$P = \text{poids des nervure} + \text{poids de la coupole sans nervure}$

Avec :

- Poids des nervures : $B \times h \times \text{longueur de l'arc} \times \text{nombre des nervures} \times \text{poids volumique de béton (2500kg/m}^3\text{)}$

Remarque : longueur de l'arc donner selon l'auto CAD

- Poids de la coupole : $S \times e \times \text{poids volumique de béton (2500kg/m}^3\text{)}$

2-8 Optimisation des coupoles à nervures :

2-8-1 Rappels sur la définition d'un problème d'optimisation :

L'optimisation est un vaste domaine de recherche [10] dont les applications concernent de nombreuses disciplines telles que le Génie Civil, la mécanique, l'économie, la gestion ou encore les sciences biologiques.

Par définition, un problème d'optimisation consiste à trouver la configuration donnant la meilleure valeur à

Une certaine quantité en tenant compte, si besoin, de contraintes.

Prenons l'exemple d'un problème de dimensionnement de la citerne d'un camion-citerne. L'objectif est de consommer le moins de matière possible pour fabriquer la citerne sachant que cette dernière doit contenir un volume fixé. La quantité à minimiser, appelée fonction objectif ou fonction coût, est donc la surface de la citerne. Comme le montre la figure 2.1, la citerne est composée d'un cylindre de rayon x_1 et de longueur x_2 auquel deux calottes sphériques de hauteur x_3 s'ajoutent aux extrémités. Dans cette configuration, les variables x_1 ; x_2 et x_3 sont les variables d'optimisation. En plus du volume fixé, disons à 35 m³, d'autres contraintes peuvent être prises en compte. En effet, nous pouvons considérer que le diamètre de la citerne ne peut excéder la taille de la cabine du camion soit 2,4 m et la longueur ne doit pas dépasser une certaine limite 13,2 m ici. Puisque les variables d'optimisation représentent des dimensions, il paraît naturel de choisir l'ensemble des réels positifs comme espace des variables admissibles. En d'autres termes, les variables (x_1 ; x_2 ; x_3) prennent leurs valeurs dans \mathbb{R}^+ .

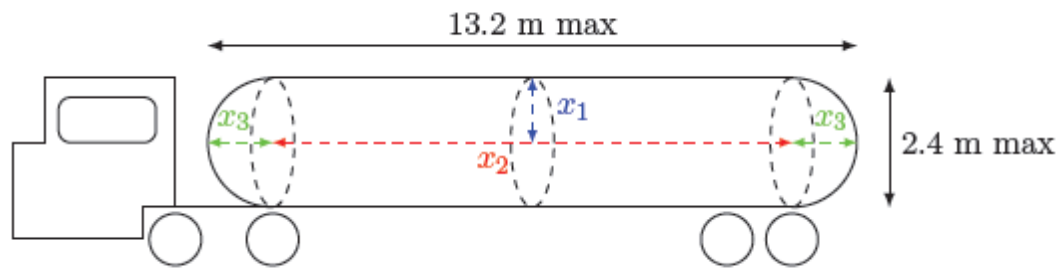


Figure 2.1 : Schéma de la citerne - Les variables x_1 , x_2 et x_3 sont les variables d'optimisation qui pilotent la forme de la citerne.

Ce problème d'optimisation classique peut être formalisé mathématiquement par l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{(x_1, x_2, x_3) \in (\mathbb{R}_+)^3} 2\pi(x_1^2 + x_3^2 + x_1x_2) \\ \text{tel que} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 + 2x_3 \leq 13.2 \\ 2x_1 \leq 2.40 \\ \frac{2\pi x_3^2}{3} \left(3 \frac{x_1^2 + x_3^2}{2x_3} - x_3 \right) + \pi x_3 x_1^2 = 35 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

La résolution du problème précédent, de façon générale, de tout problème d'optimisation peut être effectuée au moyen de différents algorithmes d'optimisation basés sur des méthodes déterministes (avec ou sans gradient) ou sur des méthodes stochastiques. Certaines de ces méthodes seront présentées dans la suite de ce chapitre.

L'écriture de ce problème simple permet de mettre en évidence les différents éléments constituant un problème d'optimisation : un espace de variables admissibles, une fonction objective et selon les problèmes étudiés, des contraintes. Nous retrouverons ces éléments lors de la définition des problèmes d'optimisation de formes, sujet au cœur de ce manuscrit. Des ouvrages comme [Ciarlet, 2007] ou [Culioli, 2012] expliquent de façon approfondie les règles de l'optimisation.

2-8-2 Application du principe d'optimisation sur les coupoles à nervures méridiennes

L'objectif est de consommer le moins de matière possible (béton et ferrailage) pour réaliser la coupole avec ses nervures méridiennes, sachant que cette dernière doit respecter le diamètre fixé.

La quantité à minimiser, appelée **fonction objectif** ou **fonction coût**, est donc le volume de la coupole et des nervures V . Comme le montre la figure 2.2, la coupole est composée d'une coque mince d'une épaisseur « e » et de rayon R_1 et une flèche f , avec des nervures en arcs de section s , de longueur l et de nombre n .

Dans cette configuration, le variable e , R_1 , f , s , l , et n sont les **variables d'optimisation**. En plus du diamètre fixé D , d'autres **contraintes** peuvent être prises en compte. En effet, nous pouvons considérer que la flèche de la coupole doit rester dans l'intervalle $D/8$ et $D/10$.

Puisque les variables d'optimisation représentent des dimensions, il paraît naturel de choisir l'ensemble des réels positifs comme espace des variables admissibles. En d'autres termes, les variables (e , R_1 , f , s , l , et n) prennent leurs valeurs dans R^+ .



Figure 2.2 : Coupoles à nervures méridiennes.

La variable : e , R_1 , f , s , l , et n sont les variables d'optimisation qui pilotent la forme de la coupole.

Ce problème d'optimisation classique peut être formalisé mathématiquement par l'équation suivante :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min} \\ (e, R_1, f, s, l, \text{ et } n) \in R^6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} V = 2 \pi .R_1 . f . e + (s . l . n) \\ \\ \text{Tel que :} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} D = \text{Fixe} \\ f = \text{entre } D/8 \text{ et } D/10 \\ \text{Vérification des limites règlementaires} \\ \text{Et des dispositions constructives.} \end{array} \right.$$

Chapitre 3

Dimensionnement des coupoles

Partie 1 : Coupole sans nervure

3-1-1 Exemple de calcul de dimensionnement de la coupole :

La coupole de couverture a une forme sphérique dont les caractéristiques sont :

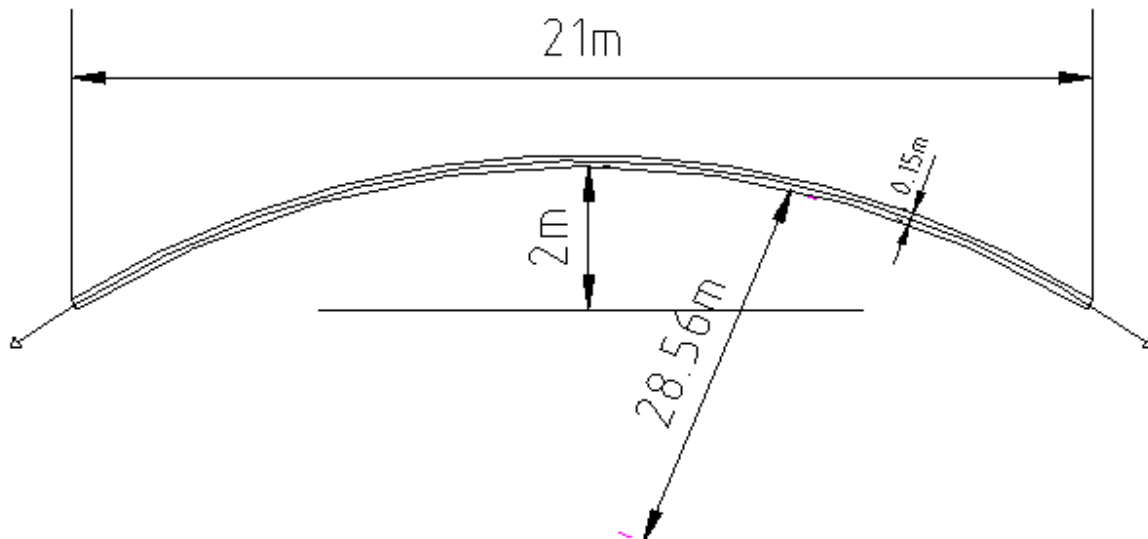


Figure 3.1.1 : Caractéristiques géométriques d'une coupole de 21 mètres de diamètre.

- La flèche : $f = 2$ m
- Le diamètre de coupole : $D = 21$ m
- Epaisseur de la coupole : $e = 15$ cm
- La fissuration : peu nuisible $\sigma_s = 348$ MPa
- Type d'acier : FeF400
- Le rayon de courbure : le rayon de courbure R est déduit de la formule :
-

$$R = \frac{D^2 + 4 \times f^2}{8 \times f}$$

$$R = \frac{21^2 + 4 \times 2^2}{8 \times 2}$$

Donc : $R = 28.56$ m.

3-1-2 Calculons les charges au m² qui arrivent sur la coupole :

- Charge permanente (poids ; propre) de la coupole : $e \times 2500 = 0.15 \times 2500$

$$G = 375 \text{ Kg /m}^2.$$

- Surcharge d'exploitation : 100 kg/m²

3-1-3 Pondération de la charge à l'ELU : 1.35 G + 1.5 Q

$$P = 1.35 \times 375 + 1.5 \times 100$$

$$P = 656.25 \text{ Kg/m}^2.$$

3-1-4 La surface de la coupole : $S = 2 \times \pi \times R \times f$

$$S = 2 \times 3.14 \times 28.56 \times 2$$

$$\text{On trouve : } S = 358.75 \text{ m}^2$$

3-1-5 Le poids total de la coupole :

$$S \times e \times 2500 = 358.75 \times 0.15 \times 2500$$

$$P = 134529.38 \text{ Kg}$$

3-1-6 Calcul de l'effort normal à l'ELS :

$$q = G + Q = 100 + 375$$

$$q = 475 \text{ kg/m}^2$$

$$N = \frac{q \times D}{24 \times f} \sqrt{36 \times f^2 + D^2}$$

$$N = \frac{475 \times 21}{24 \times 2} \sqrt{36 \times 2^2 + 21^2}$$

$$N = 5026.31 \text{ Kg.}$$

3-1-7 Calcul des contraintes :

S : surface d'application : $e \times 100$ en cm²

$$S = 15 \times 100 = 1500 \text{ cm}^2$$

La contrainte de compression à l'ELS au pied de la coupole est donnée par la formule suivant :

$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{5026.31}{1500}$$

$$\sigma = 0.34 \text{ MPa}$$

3-1-8 Vérification de la contrainte par rapport à la contrainte limite réglementaire :

Sous la combinaison ELS, la contrainte de compression du béton est limitée à la plus petite des deux valeurs suivantes :

$$\frac{h_0 + 0.55}{3} f_{c28}$$

$$\frac{100 \times h_0}{R} (f_{c28})^{\frac{1}{3}} \quad (\text{En MPa})$$

- h_0 : l'épaisseur de la coupole, en mètres.
- R : le rayon de courbure de la coupole, en mètre.
- f_{c28} : la résistance caractéristique à 28 jours du béton à la compression, en MPa

Dans ce cas $f_{c28} = 25$ MPa

$$\frac{h_0 + 0.55}{3} f_{c28} = \frac{0.15 + 0.55}{3} \times 25 = 5.83 \text{ MPa}$$

$$\frac{100 \times h_0}{R} (f_{c28})^{\frac{1}{3}} = \frac{100 \times 0.15}{28.56} \times (25)^{\frac{1}{3}} = 1.53 \text{ MPa}$$

La plus petite de ces deux valeurs est 1.53 MPa

0.34 MPa < 1.53 MPa Condition vérifiée

La contrainte appliquée est inférieure à la contrainte limite réglementaire.

3-1-9 Calcul des armatures :

Les armatures de la coupole sont constituées des :

3-1-9-1 Les méridiens : (armature principale)

Sont calculés à ELS

$$Q = G + Q = 375 + 100 = 475 \text{ Kg/m}^2$$

$$D = 21 \text{ m}$$

$$A' = Q \cdot D / 4 \cdot \tau$$

$$A' = 475 \cdot 21 / 4 \cdot 348$$

$$A' = 7.17 \text{ cm}^2$$

Choix des aciers :

Armature réglementaire :

$$(0.2/100) \cdot (100 \cdot 15) = 3 \text{ cm}^2$$

3-1-9-2 Les cerces : (armatures de répartitions)

$$A_{rep} = A' / 3 \text{ à } A' / 4$$

Dans ce cas

$$A_{rep} = 7.17 / 3 = 2.39 \text{ Cm}^2$$

3-1-10 Dimensionnement de la coupole sans nervures avant l'optimisation**Tableau 3.1.1 Dimensionnement de la coupole sans nervures****Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m**

Cas N°	Diamètre (m)	Epaisseur (cm)	Flèche (m)	Rayon de courbure (m)	Surface (m²)	Poids Total 1 (kg)
1	21	15	1,5	37,50	353,25	132468,75
2	21	15	2	28,56	358,75	134529,38
3	21	15	3	19,88	374,45	140416,88
4	24	12	1,5	48,75	459,23	137767,50
5	24	15	1,5	48,75	459,23	172209,38
6	21	12	2	28,56	358,75	107623,50
7	21	15	1,5	37,50	353,25	132468,75
8	24	12	2	37,00	464,72	139416,00
9	27	15	2	46,56	584,83	219309,38
10	27	10	2,5	37,70	591,89	147972,50

Tableau 3.1.2 Charges et efforts au niveau de la coupole**Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m**

Cas N°	diamètre (m)	Flèche (m)	Q (kg/m²)	G (kg/m²)	q (kg/m²)	N (kg)
1	21	1,5	100	375	475	6330,61
2	21	2	100	375	475	5026,31
3	21	3	100	375	475	3831,87
4	24	1,5	100	300	400	6835,20
5	24	1,5	100	375	475	8116,80
6	21	2	100	300	400	4232,69
7	21	1,5	150	375	525	6996,99
8	24	2	200	300	500	6708,20
9	27	2	100	375	475	7894,48
10	27	2,5	100	250	350	4864,69

Tableau 3.1.3 Vérification de la contrainte de compression par rapport à la contrainte limite réglementaire :

Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m

Cas N°	Contrainte de compression (MPa)	Contrainte limite réglementaire (MPa)	Remarque
1	0,42	1,16	Condition vérifiée
2	0,34	1,53	Condition vérifiée
3	0,26	2,22	Condition vérifiée
4	0,57	0,70	Condition vérifiée
5	0,54	0,90	Condition vérifiée
6	0,35	1,23	Condition vérifiée
7	0,47	1,16	Condition vérifiée
8	0,56	1,16	Condition vérifiée
9	0,53	0,90	Condition vérifiée
10	0,49	0,78	Condition vérifiée

3-1-11 Dimensionnement de la coupole sans nervures après l'optimisation**Tableau 3.1.4 : Dimensionnement de la coupole sans nervures****Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m**

Cas N°	Diamètre (m)	Epaisseur (cm)	Flèche (m)	rayon de courbure (m)	surface (m²)	Poids Totale 2 (kg)
1	21	10	1,5	37,50	353,25	88312,50
2	21	8	2	28,56	358,75	71749,00
3	21	8	3	19,88	374,45	74889,00
4	24	10	1,5	48,75	459,23	114806,25
5	24	11	1,5	48,75	459,23	126286,88
6	21	8	2	28,56	358,75	71749,00
7	21	8	1,5	37,50	353,25	70650,00
8	24	10	2	37,00	464,72	116180,00
9	27	12	2	46,56	584,83	175447,50
10	27	10	2,5	37,70	591,89	147972,50

Tableau 3.1.5 : Charges et efforts au niveau de la coupole**Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m**

Cas N°	diamètre (m)	Flèche (m)	Q (kg/m²)	G (kg/m²)	q (kg/m²)	N (kg)
1	21	1,5	200	250	450	5997,42
2	21	2	200	200	400	4232,69
3	21	3	200	200	400	3226,84
4	24	1,5	100	250	350	5980,80
5	24	1,5	100	275	375	6408,00
6	21	2	200	200	400	4232,69
7	21	1,5	150	200	350	4664,66
8	24	2	200	250	450	6037,38
9	27	2	150	300	450	7478,98
10	27	2,5	200	250	450	6254,60

Tableau 3.1.6 Vérification de la contrainte de compression par rapport à la contrainte limite réglementaire**Cas des diamètres : 21, 24 et 27 m**

Cas N°	La contrainte de compression (MPa)	La contrainte limite réglementaire (MPa)	Optimisation
1	0,60	0,77	OK
2	0,53	0,80	OK
3	0,40	1,18	OK
4	0,60	0,60	OK
5	0,58	0,66	OK
6	0,53	0,80	OK
7	0,58	0,62	OK
8	0,60	0,80	OK
9	0,62	0,76	OK
10	0,63	0,78	OK

Tableau 3.1.7 : Courbe de dimensionnement et d'optimisation**Poids total de la structure**

Cas N°	Diamètre (m)	Courbe de dimensionnement Poids total de la structure (Kg)	Courbe d'optimisation Poids total de la structure (Kg)
1	21	132468,75	88312,50
2	21	134529,38	71749,00
3	21	140416,88	74889,00
4	24	137767,50	114806,25
5	24	172209,38	126286,88
6	21	107623,50	71749,00
7	21	132468,75	70650,00
8	24	139416,00	116180,00
9	27	219309,38	175447,50
10	27	147972,50	147972,50

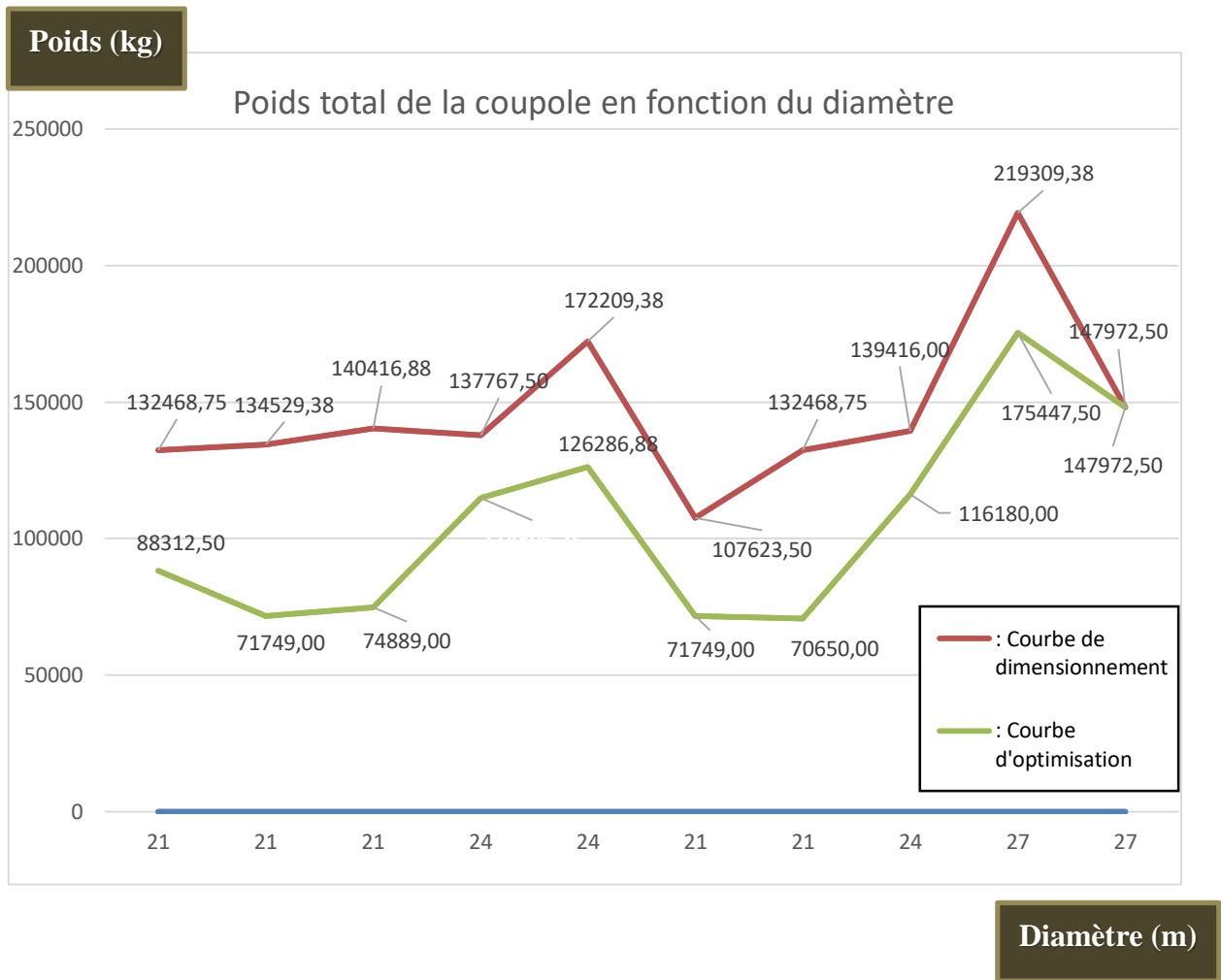
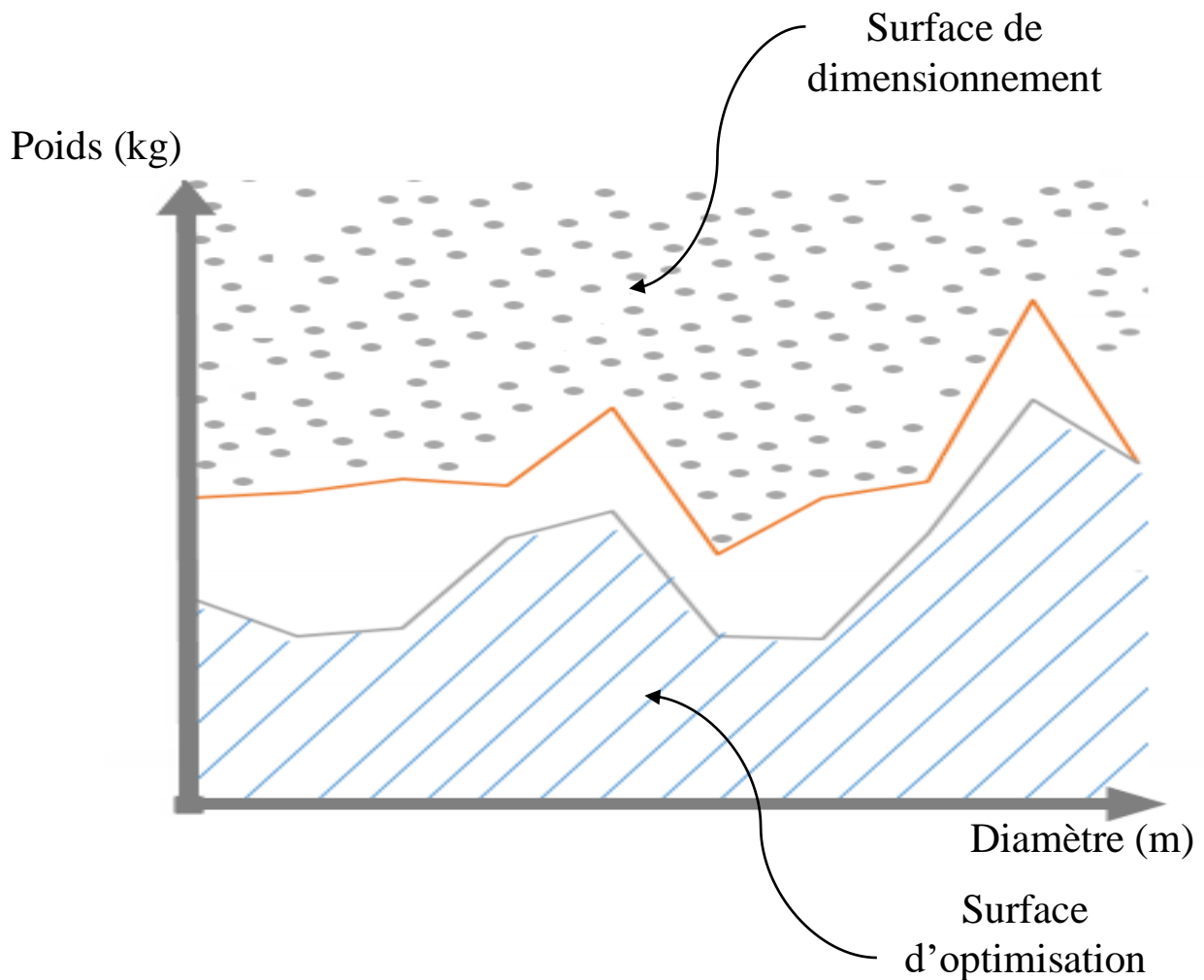


Figure 3.1.2 : Poids total de la coupole en fonction du diamètre.

Observation :

- le poids de la coupole augmente en fonction du diamètre.
- une différence majeure entre un dimensionnement et une optimisation, on constate une amélioration considérable dans le même cas en termes de poids total de la coupole.
- On constate une surface entre la ligne de dimensionnement et et celle de l'optimisation.



Justification et commentaire :

- La différence entre le dimensionnement et l'optimisation c'est la variation des paramètres (la surface, l'épaisseur), puisqu'il y a une relation avec le poids.

- La courbe du poids total de la coupole en fonction du diamètre est variable dans les deux cas (dimensionnement, optimisation), lorsque le diamètre variant par exemple : diamètre = 21m le poids = 132468,75kg, et diamètre = 24m le poids = 172209,38kg (courbe de dimensionnement) le même avec la courbe d'optimisation (diamètre = 21m le poids = 88312,50kg, et diamètre = 24m le poids = 126285,88kg), soit une diminution de l'ordre de 33 % à 28 %

- Donc après l'optimisation, le poids total de la coupole a été diminué considérablement.

3-1-12 Comparaison des dimensions d'optimisation et de dimensionnement**Tableau 3.1.8 : Epaisseur de dimensionnement et épaisseur d'optimisation**

Cas N°	Diamètre (m)	Courbe de dimensionnement	Courbe d'optimisation	Gains en poids %
1	21	15	10	33
2	21	15	8	46
3	21	15	8	46
4	24	12	10	16
5	24	15	11	26
6	21	12	8	33
7	21	15	8	46
8	24	12	10	16
9	27	15	12	20
10	27	10	10	0

Toutes les contraintes ont été vérifiées, nous constatons des gains importants en matière de poids de la couple en fonction de chaque diamètre, les pourcentages sont de l'ordre de 0 à 46 %

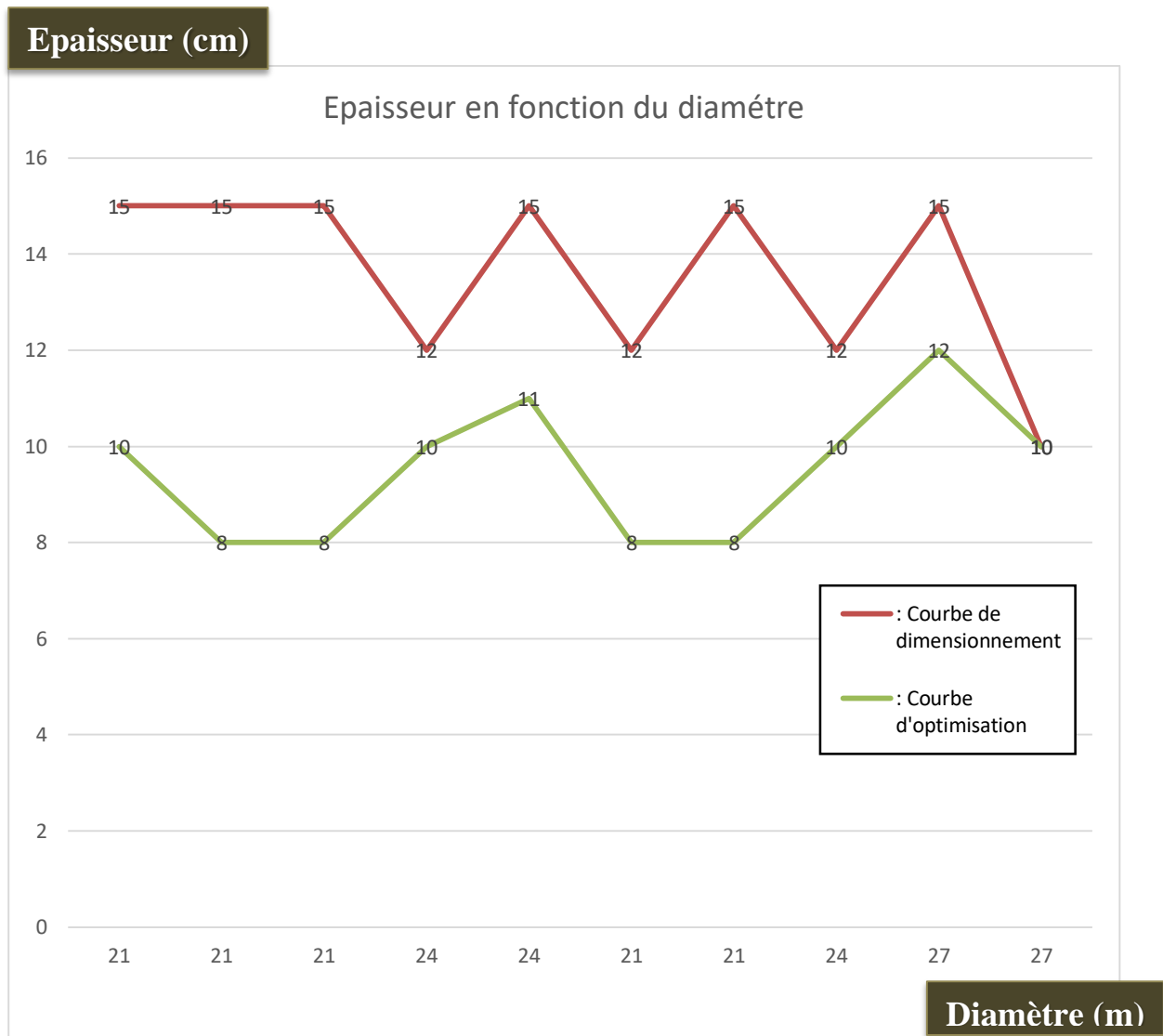


Figure 3.1.3 : Épaisseur en fonction du diamètre.

Observation :

- L'épaisseur de la coupole augmente en fonction du diamètre.
- Une différence majeure entre un dimensionnement et une optimisation, On constate une amélioration considérable après l'optimisation.

Justification et commentaire :

- L'épaisseur c'est un paramètre très nécessaire à la définition finale des résultats de calcul (quantité de béton).
- Donc après variation de l'épaisseur, la courbe de dimensionnement varie, cette variation va donner une bonne optimisation (par exemple : $e = 15$ cm courbe de dimensionnement, et $e = 10$ cm courbe d'optimisation, dans le cas du diamètre = 21 m).

- L'optimisation est une amélioration des caractéristiques géométriques de la structure pour aboutir à une meilleure solution de dimensionnement compatible avec le diamètre.

Tableau 3.1.9 : Comparaison de l'effort normal entre le dimensionnement et l'optimisation

Diamètre (m)	Courbe de dimensionnement Effort normal N (kg)	Courbe d'optimisation Effort normal N (kg)
21	6330,61	5997,42
21	5026,31	4232,69
21	3831,87	3226,84
24	6835,20	5980,80
24	8116,80	6408,00
21	4232,69	4232,69
21	6996,99	4664,66
24	6708,20	6037,38
27	7894,48	7478,98
27	4864,69	6254,60

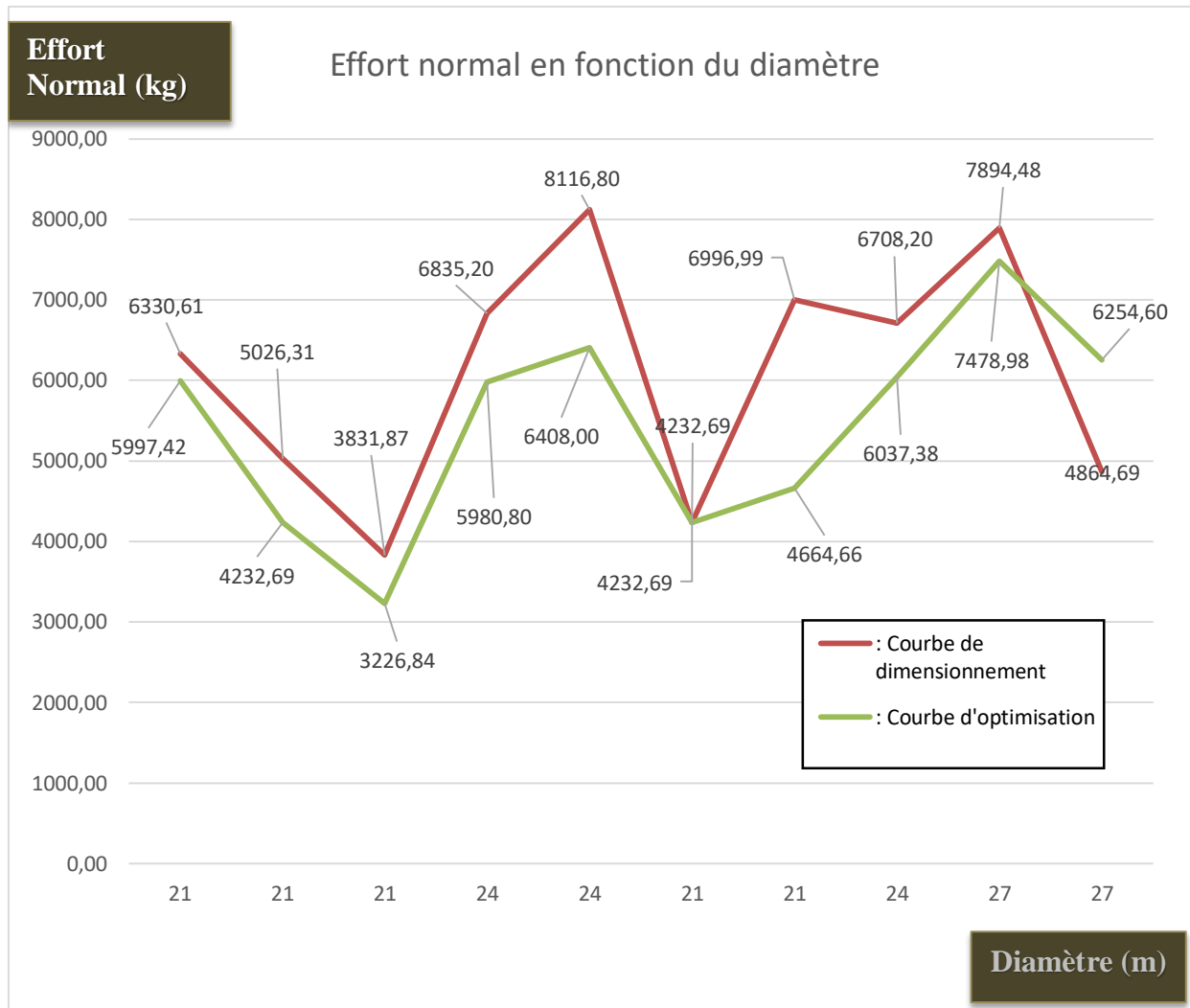


Figure 3.1.4 : Effort normal en fonction du diamètre.

Observation :

- L'effort normal augmente en fonction du diamètre.
- Une différence nettement constatée entre un dimensionnement et une optimisation.

Justification et commentaire :

- On constate une diminution entre l'optimisation et le dimensionnement en terme de poids de la structure entre 0 % et 21 %.

Partie 2 : Coupole avec nervure

Exemple de 21m

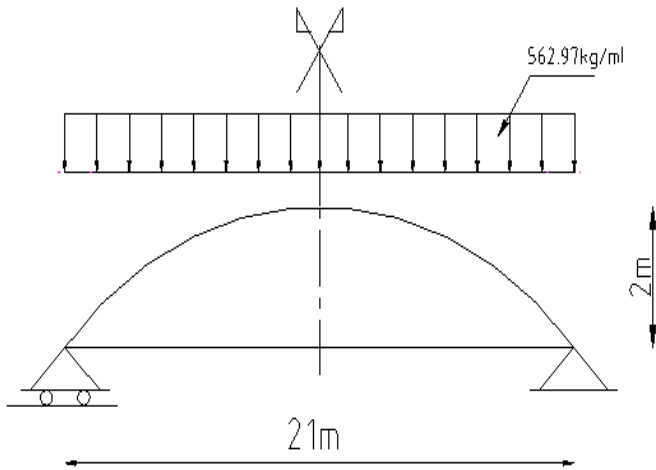


Figure 3.2.1 : Charge répartie au niveau de la nervure.

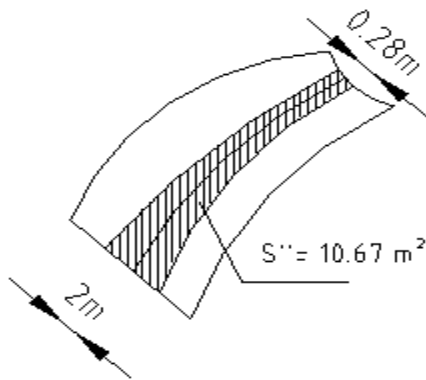


Figure 3.2.2 : Surface d'application de La charge pour chaque nervure.

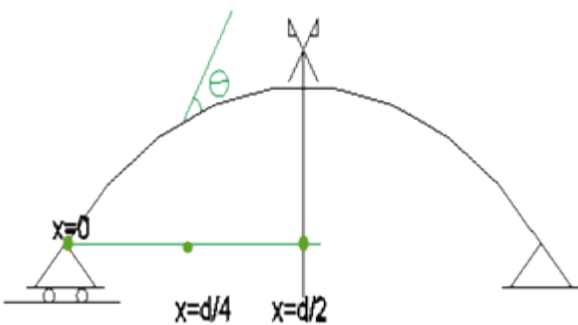


Figure 3.2.3 : Coordonnée d'un point dans l'arc.

$$S(F) \rightarrow \pi \times D$$

$$S'' \rightarrow L$$

$$S = 2 \times \pi \times R \times f$$

$$S' = \pi \times R'^2$$

$$S(F) = S - S'$$

$$P' = q \times s'' / \left(\frac{D}{2} - \frac{D'}{2} \right)$$

$$\theta = \frac{4 \times f}{D} (D - 2x) [9]$$

$$S = 358,75 \text{ m}^2$$

$$S' = 3.14 \times 1,5^2 = 7,065 \text{ m}^2$$

$$S(F) = 358,75 - 7,065 = 351,68 \text{ m}^2$$

$$351,68 \rightarrow 3.14 \times 21 = 65.94$$

$$S'' \rightarrow 2 \text{ m} \rightarrow S'' = 10.67 \text{ m}^2$$

$$P' = (475 \times 10.67) \div ((21 \div 2) - (3 \div 2)) = 562,97 \text{ kg/ml}$$

$$\theta = ((4 \times 2) \div 21) \times (21 - 2 \times 0) = 8^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} X = 0 \text{ m} \rightarrow \theta = 8^\circ \\ X = 5.25 \text{ m} \rightarrow \theta = 4^\circ \\ X = 10.5 \text{ m} \rightarrow \theta = 0^\circ \end{array} \right\}$$

m

$$N(x) = p' \times \left(x - \frac{D}{2}\right) \sin\theta \quad [9]$$

$$T(x) = p' \times \left(x - \frac{D}{2}\right) \cos\theta \quad [9]$$

$$M(x) = \frac{p' \times x(D-x)}{2} \quad [9]$$

$$\begin{array}{l}
 X = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l}
 N = 562,97 \times (0 - 21 \div 2) \times 0,139 = -821,66 \text{ kg} \\
 T = 562,97 \times (0 - 21 \div 2) \times 0,99 = -5852,08 \text{ kg} \\
 M = 0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 X = 5.25 \quad \left\{ \begin{array}{l}
 N = 562,97 \times (5,25 - 21 \div 2) \times 0,997 = -203,94 \text{ kg} \\
 T = [562,97 \times (5.25 - 21 \div 2)] \times 0,069 = -2946,73 \text{ kg} \\
 M = 562,97 \times 5.25 \times (21 - 5.25) \div 2 = 23275,33 \text{ kg}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 X = 10.5 \quad \left\{ \begin{array}{l}
 N = 562,97 \times (10,5 - 21 / 2) \times 1 = 0 \text{ kg} \\
 T = 562,97 \times (10,5 - 21 / 2) \times 0 = 0 \text{ kg} \\
 M = 562,97 \times 10,5 \times (21 - 10.5) \div 2 = 31033,77 \text{ kg}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

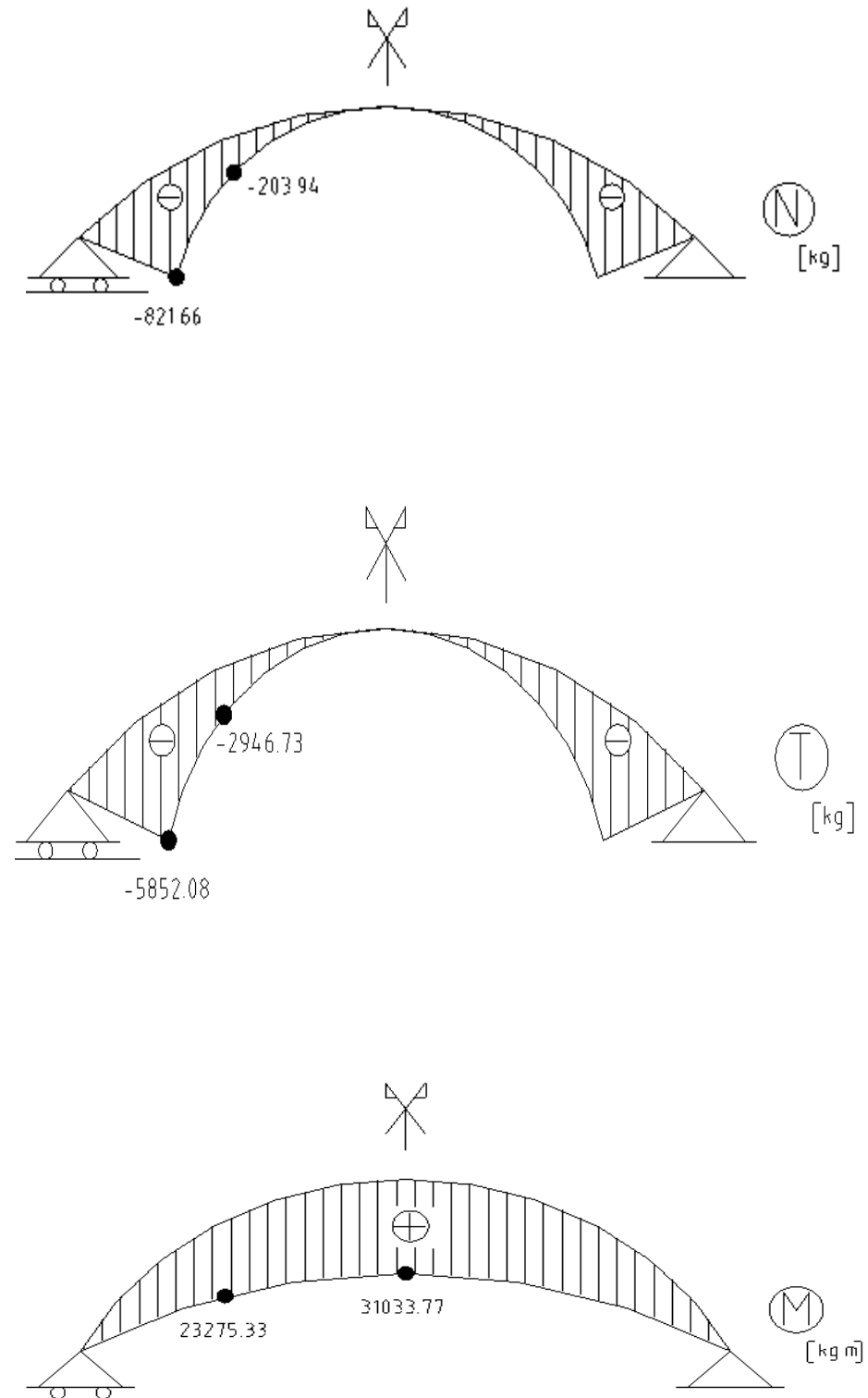


Figure 3.2.4 : Sollicitations au niveau de l'arc.

3-2-1 Intégration des nervures dans la coupole :

Le fichier Excel suivant montre les différentes étapes de calcul de ces types de coupoles :

Tableau 3.2.1 : Etapes de calcul des coupoles à nervures méridiennes – fichier Excel

Cas du diamètre 21 m

Cas N°	F	L	d	d'	3,14*d	s	s''	q	p'	x	θ	cosθ	Sinθ
1	2	2	21	3	65,94	358,75	10,67	475	562,97	0	8	0,990	0,139
	2	2	21	3	65,94	358,75	10,67	475	562,97	5,25	4	0,997	0,069
	2	2	21	3	65,94	358,75	10,67	475	562,97	10,5	0	1,000	0,000
2	2	2,5	21	3	65,94	358,75	13,33	475	703,71	0	8	0,990	0,139
	2	2,5	21	3	65,94	358,75	13,33	475	703,71	5,25	4	0,997	0,069
	2	2,5	21	3	65,94	358,75	13,33	475	703,71	10,5	0	1,000	0,000
3	2	3	21	3	65,94	358,75	16,00	475	844,46	0	8	0,990	0,139
	2	3	21	3	65,94	358,75	16,00	475	844,46	5,25	4	0,997	0,069
	2	3	21	3	65,94	358,75	16,00	475	844,46	10,5	0	1,000	0,000

Cas N°	N (kg)	T (kg)	M (kg.m)
1	-821,66	-5852,08	0,00
	-203,94	-2946,73	23275,33
	0,00	0,00	31033,77
2	-1027,07	-7315,10	0,00
	-254,92	-3683,41	29094,16
	0,00	0,00	38792,22
3	-1232,48	-8778,12	0,00
	-305,90	-4420,10	34913,00
	0,00	0,00	46550,66

Légende :

F : Flèche de la coupole en m.

L : Distance entre les nervures méridiennes en m.

d : Diamètre de la coupole en m.

d' : Diamètre de la ceinture circulaire centrale en m.

S'' : Surface d'application de la charge au niveau de chaque nervure en m².

S : Surface de la coupole en m².

X : Distance entre 0, d/4, et d/2 en m.

Tableau 3.2.2 : Etapes de calcul des coupoles à nervures méridiennes – fichier Excel

Cas du diamètre 24 m

Cas N°	F	L	d	d'	3,14*d	s	s''	q	p'	x	θ	cosθ	sinθ
1	1,5	2	24	3	75,36	459,23	12,00	400	457,15	0	6	0,994	0,104
	1,5	2	24	3	75,36	459,23	12,00	400	457,15	6	3	0,998	0,052
	1,5	2	24	3	75,36	459,23	12,00	400	457,15	12	0	1,000	0,000
2	1,5	2,5	24	3	75,36	459,23	15,00	400	571,43	0	6	0,994	0,104
	1,5	2,5	24	3	75,36	459,23	15,00	400	571,43	6	3	0,998	0,052
	1,5	2,5	24	3	75,36	459,23	15,00	400	571,43	12	0	1,000	0,000
3	1,5	3	24	3	75,36	459,23	18,00	400	685,72	0	6	0,994	0,104
	1,5	3	24	3	75,36	459,23	18,00	400	685,72	6	3	0,998	0,052
	1,5	3	24	3	75,36	459,23	18,00	400	685,72	12	0	1,000	0,000

Cas N°	N (kg)	T (kg)	M (kg.m)
1	-570,52	-5452,86	0,00
	-142,63	-2737,40	24685,99
	0,00	0,00	32914,65
2	-713,15	-6816,08	0,00
	-178,29	-3421,75	30857,48
	0,00	0,00	41143,31
3	-855,78	-8179,29	0,00
	-213,95	-4106,10	37028,98
	0,00	0,00	49371,97

Tableau 3.2.3 : Etapes de calcul des coupoles à nervures méridiennes – fichier Excel

Cas du diamètre 27 m

Cas N°	F	L	d	d'	3,14*d	s	s''	q	p'	x	θ	cos θ	sin θ
1	2,5	2	27	3	84,78	591,89	13,80	350	402,39	0	10	0,984	0,173
	2,5	2	27	3	84,78	591,89	13,80	350	402,39	6,75	5	0,996	0,087
	2,5	2	27	3	84,78	591,89	13,80	350	402,39	13,5	0	1,000	0,000
2	2,5	2,5	27	3	84,78	591,89	17,25	350	502,99	0	10	0,984	0,173
	2,5	2,5	27	3	84,78	591,89	17,25	350	502,99	6,75	5	0,996	0,087
	2,5	2,5	27	3	84,78	591,89	17,25	350	502,99	13,5	0	1,000	0,000
3	2,5	3	27	3	84,78	591,89	20,69	350	603,59	0	10	0,984	0,173
	2,5	3	27	3	84,78	591,89	20,69	350	603,59	6,75	5	0,996	0,087
	2,5	3	27	3	84,78	591,89	20,69	350	603,59	13,5	0	1,000	0,000

Cas N°	N (kg)	T (kg)	M (kg)
1	-939,79	-5345,38	0,00
	-236,30	-2705,28	27500,98
	0,00	0,00	36667,97
2	-1174,73	-6681,72	0,00
	-295,38	-3381,60	34376,22
	0,00	0,00	45834,96
3	-1409,68	-8018,06	0,00
	-354,46	-4057,92	41251,46
	0,00	0,00	55001,95

Tableau 3.2.4: Ferrailage des nervure

Cas N°	L	d	q	M0	Ma	Mt	E (cm)	d'' (m)	F _{βu} (MPa)	F _{Su} (MPa)	B (m)	μ _{βu}	α _u	β _u	Aa (cm ²)	At (cm ²)
1	2	21	475	237,50	95,00	190,00	15	0,135	14,2	348	1	0,05	0,064	0,97	2,07	4,15
	2,5	21	475	371,09	148,44	296,88	15	0,135	14,2	348	1	0,08	0,101	0,96	3,29	6,58
	3	21	475	534,38	213,75	427,50	15	0,135	14,2	348	1	0,11	0,148	0,94	4,84	9,67
2	2	24	400	200,00	80,00	160,00	12	0,105	14,2	348	1	0,05	0,069	0,97	2,25	4,50
	2,5	24	400	312,50	125,00	250,00	12	0,105	14,2	348	1	0,08	0,110	0,96	3,58	7,16
	3	24	400	450,00	180,00	360,00	12	0,105	14,2	348	1	0,12	0,161	0,94	5,27	10,53
3	2	27	350	175,00	70,00	140,00	10	0,085	14,2	348	1	0,06	0,075	0,97	2,44	4,88
	2,5	27	350	273,44	109,38	218,75	10	0,085	14,2	348	1	0,09	0,119	0,95	3,88	7,76
	3	27	350	393,75	157,50	315,00	10	0,085	14,2	348	1	0,13	0,175	0,93	5,73	11,45

Tableau 3.2.5 : Ferrailage du corps de la coupole.

Cas N°	L (m)	D (m)	B (m)	d'' (m)	Mmax (kg.m)	F _{βu} (MPa)	F _{Su} (MPa)	μ _{βu}	α _u	β _u	A _u (cm ²)
1	2	21	0,3	0,47	31033,77	14,2	348	0,033	0,042	0,983	19,30
	2,5	21	0,3	0,47	38792,22	14,2	348	0,041	0,053	0,979	24,23
	3	21	0,3	0,47	46550,66	14,2	348	0,049	0,063	0,975	29,20
2	2	24	0,3	0,47	32914,65	14,2	348	0,035	0,045	0,982	20,49
	2,5	24	0,3	0,47	41143,31	14,2	348	0,044	0,056	0,978	25,73
	3	24	0,3	0,47	49371,97	14,2	348	0,052	0,067	0,973	31,02
3	2	27	0,3	0,47	36667,97	14,2	348	0,039	0,050	0,980	22,87
	2,5	27	0,3	0,47	45834,96	14,2	348	0,049	0,062	0,975	28,74
	3	27	0,3	0,47	55001,95	14,2	348	0,058	0,075	0,970	34,67

Tableau 3.2.6 : Poids total de la coupole sans et avec nervures.

Cas N°	L (m)	D (m)	b (m)	h (m)	Nombre des nervures	longueur de l'arc (m)	Poids des nervures (kg)	poids total de la coupole sans nervures (kg)	poids total de la coupole avec nervures (kg)
1	2	21,00	0,30	0,35	34,00	21,50	191887,50	134529,38	326416,88
	2	24,00	0,30	0,38	39,00	24,25	269538,75	137767,50	407306,25
	2	27,00	0,30	0,40	44,00	27,61	364452,00	147972,50	512424,50
2	2,5	21,00	0,30	0,35	27,00	21,50	152381,25	134529,38	286910,63
	2,5	24,00	0,30	0,38	31,00	24,25	214248,75	137767,50	352016,25
	2,5	27,00	0,30	0,40	34,00	27,61	281622,00	147972,50	429594,50
3	3	21,00	0,30	0,35	23,00	21,50	129806,25	134529,38	264335,63
	3	24,00	0,30	0,38	26,00	24,25	179692,50	137767,50	317460,00
	3	27,00	0,30	0,40	29,00	27,61	240207,00	147972,50	388179,50

Chapitre 4

Plans d'expériences

Partie 1 : Aspect théorique

Introduction

L'optimisation numérique des cas à traiter consiste à utiliser un outil numérique pour minimiser le nombre des simulations, et avoir une réponse élargie.

Il est généralement question de fonder ces travaux d'optimisation sur des démarches mathématiques utilisant un moyen numérisé appelé : les plans d'expériences.

Les plans d'expériences permettent d'organiser au mieux les essais qui accompagnent une recherche scientifique ou des études industrielles.

4-1 Définition

Un plan d'expérience est une approche statistique permettra de maîtriser un problème à plusieurs paramètres (facteurs) tout en suivant un programme préconçu des différentes expériences qu'on se doit effectuer. Il a pour but de minimiser le nombre d'essais pour obtenir des résultats fiables qui reflètent la variation réelle du phénomène étudié en fonction de ses diverses caractéristiques. Le diagramme (4.1.1) résume de manière plus simple cette définition.

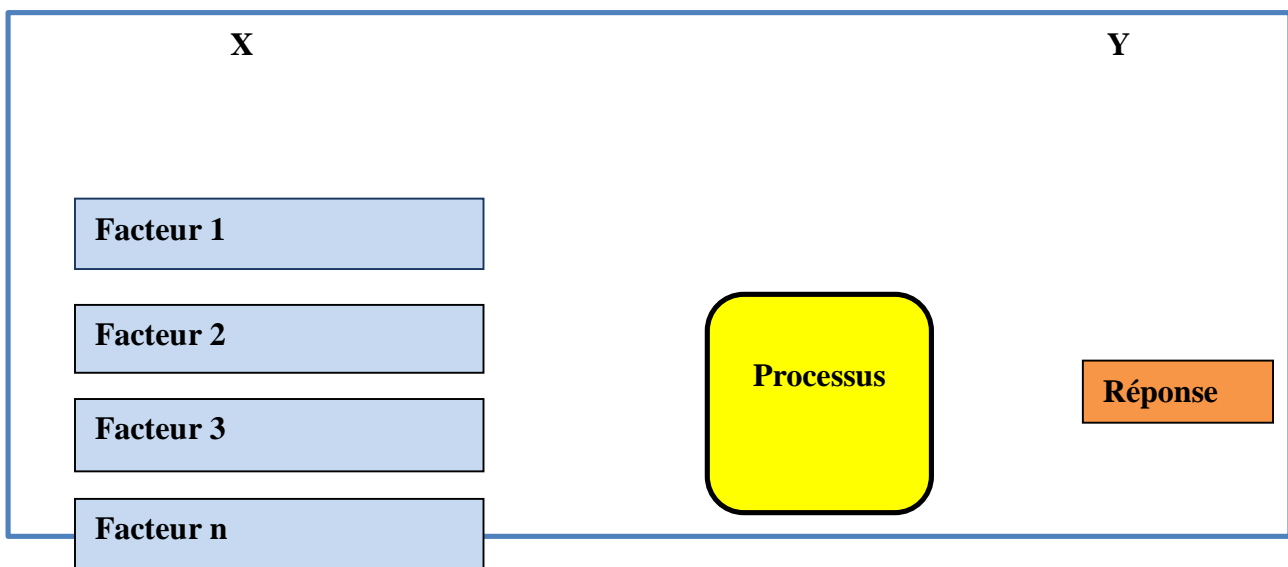


Figure 4.1.1 : Vocabulaire d'un plan d'expérience.

4-2 Intérêts des plans d'expériences :

Les plans d'expériences sont utilisés dans les études industrielles en recherche développement. Ils interviennent dans de nombreux domaines industriels. On peut notamment citer :

- Industries des matériaux.
- Industries chimiques, pétrochimiques et pharmaceutiques
- Industries mécaniques et automobiles
- Industries métallurgiques

Les principaux avantages de cette méthode sont :

- Diminution du nombre d'essais.
- Possibilité d'étudier un grand nombre de facteurs.
- Détection des interactions entre facteurs.
- Modélisation des réponses étudiées.
- Une précision optimum des résultats.

La méthode des plans d'expériences permet une interprétation rapide et sans équivoque en fournissant un modèle expérimental précis du système étudié [11].

4-3 Terminologie

Avant d'entamer l'élaboration du plan d'expérience, la connaissance d'une certaine terminologie qui lui est associée revêt une importance primordiale [11].

4-4 Facteurs :

Un facteur est un paramètre que l'on peut varier d'une expérience à une autre, et qui influence le résultat final (réponse). Le nombre de facteurs entrant en jeu est, couramment, supérieur à celui des réponses. Deux types de facteurs sont distingués :

- Facteur quantitatif : tout facteur mesurable
- Facteur qualitatif : tout facteur non mesurable

4-4-1 Niveau des facteurs : C'est la délimitation du domaine de variation d'un facteur donné. En général, la variation de chaque facteur est délimitée par deux niveaux : supérieur et inférieur.

4-4-2 Domaine expérimental : Le domaine expérimental est schématisé par un polyèdre à k dimensions, où k est le nombre de facteurs considérés. Chaque côté de ce polyèdre, est défini par les deux niveaux extrêmes caractérisant le facteur correspondant à ce côté.

4-4-3 Réponses : Les réponses sont les propriétés à mesurer pour la variation d'un facteur.

4-4-4 Effet : L'effet d'un facteur X sur une réponse Y est obtenu en étudiant les variations des valeurs de Y en fonction de celles de X . Si le facteur X a une interaction avec lui-même, on parle d'un effet quadratique. Un effet peut être positif, nul ou négatif. Il est exprimé par le coefficient multiplicatif de X dans un modèle mathématique de la réponse. La signification de l'effet de X sur Y est donnée par

des tests statistiques.

4-4-5 Interaction : On dit qu'il y a interaction entre deux facteurs X et X' si l'effet de X dépend du niveau de X' et inversement. Cette interaction est notée interaction XX' ou interaction X'X.

4-5 Méthodologie des plans d'expériences

Pour l'élaboration d'un plan d'expériences, on passe généralement par les trois étapes suivantes :

4-5-1 La recherche des facteurs influents

Cette étape consiste à répondre à un ensemble de questions concernant l'influence des facteurs considérés sur le phénomène étudié ; la question est de savoir quels sont les facteurs susceptibles d'influer sur la réponse :

- Lesquels ont une influence significative ?
- Que vaut cette influence ?
- Et ya-t-il des interactions entre ces facteurs ?

Une fois les facteurs influents sont bien déterminés et leurs influences sont quantifiées, on passe à la seconde étape.

4-5-2 La modélisation

Dans cette phase, on cherche quelle est la forme de l'influence définie dans la première étape : linéaire, courbe et quelle est l'équation mathématique régissant, avec une précision donnée, la variation du phénomène en fonction des facteurs influents.

La modélisation d'une réponse se fait en choisissant des points expérimentaux dont le nombre est au moins égal à la somme des effets, des interactions et des effets quadratiques.

Ainsi on définit une matrice de n lignes et k colonnes, où n est le nombre d'expériences et k est le nombre des effets [11].

4-5-3 L'optimisation

Après la détermination de la forme graphique et analytique de notre réponse, il est primordial d'aller chercher les conditions expérimentales donnant le meilleur résultat. Cette étape nécessite préalablement une connaissance assez profonde du phénomène étudié [12].

4-6 Différents types de plans d'expériences

Trois grandes familles de plans d'expériences sont présentes :

4-6-1 Plans factoriels complets à deux niveaux :

Ces plans permettent l'étude de k facteurs à raison de deux niveaux (-1, +1) par facteur. Ils renferment toutes les combinaisons possibles des k facteurs à leurs deux niveaux.

Pour étudier k facteurs, sur la base des plans factoriels à deux niveaux, il faut réaliser 2^k essais, d'où le nom de plans 2^k donné à cette famille de plans.

La matrice des essais comporte k colonnes et 2^k lignes. Elle se construit de la façon suivante :

- Colonne du 1^{er} facteur : alternance de -1 et +1
- Colonne du 2^{ème} facteur : alternance de -1 et +1 de 2 en 2
- Colonne du 3^{ème} facteur : alternance de -1 et +1 de 4 en 4

Le domaine expérimental est présenté dans l'espace des facteurs à k dimensions. Les points expérimentaux sont situés aux sommets du polyèdre [12].

4-6-2 Plans Fractionnaires A Deux Niveaux

Les plans fractionnaires à deux niveaux sont des plans optimaux, permettant de réduire la charge expérimentale, proposée par un plan factoriel complet, en focalisant sur les effets les plus intéressants. Un plan factoriel complet comporte 2^k essais et permet d'estimer, non seulement les effets des facteurs, mais aussi toutes leurs interactions possibles. De ce fait, on est toujours amenées à faire plus d'essais pour collecter moins d'informations car les interactions d'ordre supérieur ou égal à 2 sont négligeables et ne peuvent rien nous apporter.

La solution proposée par les plans fractionnaires consiste à utiliser pour l'étude de k facteurs les matrices des effets des plans complets 2^k-p . L'avantage de ces plans est évident : la charge expérimentale est divisée par 2^p par rapport aux premiers plans, p est le nombre de facteurs alaisés « confondus » délibérément, c'est-à-dire qui ont des niveaux de même alternance dans la matrice des expériences [12].

4-7 Plan de surface de réponse :

4-7-1 Notion de surface de réponse

Les niveaux x_i représentent les coordonnées d'un point expérimental et y est la valeur de la réponse en ce point. On définit un axe orthogonal à l'espace expérimental et on l'attribue à la réponse.

La représentation géométrique du plan d'expériences et de la réponse nécessite un espace ayant une dimension de plus que l'espace expérimental. Un plan à deux facteurs utilise un espace à trois dimensions pour être représenté : une dimension pour la réponse, deux dimensions pour les facteurs. A chaque point du domaine d'étude correspond une réponse. A l'ensemble de tous les points du domaine d'étude correspond un ensemble de réponses qui se localisent sur une surface appelée la surface de réponse (Figure 4.1.2).

Le nombre et de l'emplacement des points d'expériences est le problème fondamental des plans d'expériences. On cherche à obtenir la meilleure précision possible sur la surface de réponse tout en limitant le nombre d'expériences.

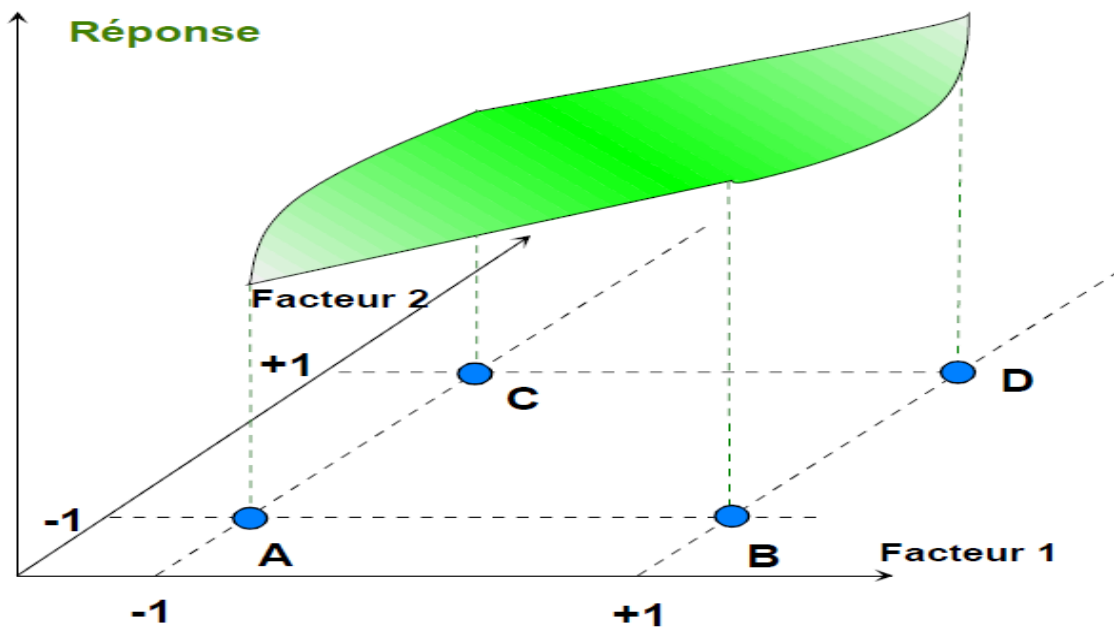


Figure 4.1.2 : Les réponses associées aux points du domaine d'étude forment la surface de réponse. Les quelques réponses mesurées aux points du plan d'expériences permettent de calculer l'équation de la surface de réponses. [13]

4-7-2 Notion de modélisation mathématique

On choisit a priori une fonction mathématique qui relie la réponse aux facteurs. On prend un développement limité de la série de Taylor-Mac Laurin. Les dérivées sont supposées constantes et le développement prend la forme d'un polynôme de degré plus ou moins élevé :

$$y = a_0 + \sum a_i X_i + \sum a_{ij} X_i X_j + \dots + \sum a_{ij} X_i^2 + a_{ij} \dots z X_i X_j \dots X_z. \rightarrow (1)$$

Où :

- y est la réponse ou la grandeur d'intérêt. Elle est mesurée au cours de l'expérimentation et elle est obtenue avec une précision donnée.
- x_i représente le niveau attribué au facteur i par l'expérimentateur pour réaliser un essai. Cette valeur est parfaitement connue. On suppose même que ce niveau est déterminé sans erreur (hypothèse classique de la régression).
- a_0, a_i, a_{ij}, a_{ii} sont les coefficients du modèle mathématique adopté a priori. Ils ne sont pas connus et doivent être calculés à partir des résultats des expériences.

L'intérêt de modéliser la réponse par un polynôme est de pouvoir calculer ensuite toutes les réponses du domaine d'étude sans être obligé de faire les expériences.

Ce modèle est appelé "*modèle postulé*" ou "*modèle a priori*".

4-7-3 Le modèle de l'expérimentateur

Deux compléments doivent être apportés au modèle précédemment décrit.

Le premier complément est le "*manque d'ajustement*". Cette expression traduit le fait que le modèle a priori est fort probablement différent du modèle réel qui régit le phénomène étudié. Il y a un écart entre ces deux modèles. Cet écart est le manque d'ajustement (*lack of fit* en anglais).

Le second complément est la prise en compte de la nature aléatoire de la réponse. En effet, si l'on mesure plusieurs fois une réponse en un même point expérimental, on n'obtient pas exactement le même résultat. Les résultats sont dispersés. Les dispersions ainsi constatées sont appelées erreurs expérimentales.

Ces deux écarts, manque d'ajustement et erreur expérimentale, sont souvent réunis dans un seul écart, notée e . Le modèle utilisé par l'expérimentateur s'écrit alors :

$$y = a_0 + \sum a_i X_i + \sum a_{ij} X_i X_j + \dots + \sum a_{ij} X_i^2 + a_{ij} \dots z X_i X_j \dots X_z + e \quad \rightarrow \quad (2)$$

6.4 Système d'équations

Ce système s'écrit d'une manière simple en notation matricielle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{a} + \mathbf{e} \quad \{2.3\}$$

Où :

- \mathbf{y} est le vecteur des réponses,
- \mathbf{X} est la matrice de calcul des coefficients ou matrice du modèle qui dépend des points expérimentaux choisis pour exécuter le plan et du modèle postulé,
- \mathbf{a} est le vecteur des coefficients,
- \mathbf{e} est le vecteur des écarts.

Ce système ne peut pas, en général, être résolu simplement car le nombre d'équations est inférieur au nombre d'inconnues. En effet, il y a n équations et $p + n$ inconnues. Cette résolution ne peut être menée à bien que si l'on utilise une méthode de régression. La plupart du temps cette méthode est basée sur le critère d'optimisation des moindres carrés. On obtient ainsi les estimations des coefficients que l'on note : $\hat{\mathbf{a}}$

Le résultat de ce calcul est :

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{y}$$

Formule dans laquelle la matrice \mathbf{X}' est la matrice transposée de \mathbf{X} . Il existe de nombreux logiciels qui exécutent ce calcul et qui donnent directement les valeurs des coefficients.

Deux matrices interviennent constamment dans la théorie des plans d'expériences :

- La matrice d'information $\mathbf{X}' \mathbf{X}$,

- La matrice de dispersion $(X' X)^{-1}$.

4-8 Présentation de logiciel « Design-Expert » :

Le logiciel utilisé pour la réalisation de cette étude est **le logiciel Design-Expert 7.1.6 version anglaise**.

Le logiciel Design-Expert permet la conception de stratégies expérimentales optimales, ainsi que l'élaboration des plans d'expériences et l'analyse de leurs résultats. Il s'adapte à tous types de problèmes afin de répondre précisément aux objectifs tout en tenant compte des contraintes expérimentales.

Pour le traitement des plans d'expériences, le logiciel Design-Expert met à notre disposition des outils d'analyse et des indicateurs statistiques spécifiques de l'objectif poursuivi.

Conclusion

La méthode des plans d'expériences consiste à organiser la démarche expérimentale et l'analyse décisionnelle en appliquant des règles rigoureuses basées sur l'exploitation des propriétés algébriques et statistiques des matrices décrivant les expériences. Elle amène une méthodologie pour résoudre nos problèmes d'optimisation.

Partie 2 : Application numérique

4-2-1 Préparation du plan d'expériences

4-2-1-1 Description de l'étude

Dans notre étude d'optimisation on vise à optimiser le nombre des essais et de minimiser les facteurs de l'expérimentation afin d'aboutir à un maximum de résultats. L'objectif de l'étude est de chercher comment on peut fixer nos paramètres dans un intérêt d'avoir une meilleure réponse.

➤ Facteurs

Les quatre facteurs retenus par l'expérimentateur sont :

- Facteur 1 : diamètre de la coupole.
- Facteur 2 : épaisseur de la coupole.
- Facteur 3 : Espacement des nervures.
- Facteur 4 : Charge appliquée.

➤ Domaine d'étude

Les niveaux haut et bas de chaque facteur sont définis dans le tableau 4.1

Tableau 4.2.1 : Domaine de l'étude.

Facteur	Niveau bas	Niveau haut
Diamètre de la coupole	21	27
Epaisseur de la coupole	10	15
Espacement des nervures	2	3
Charge appliquée	100	200

➤ Réponses

La réponse choisie par l'expérimentateur est « le poids de la coupole ».

➤ Choix du plan expérimental

L'expérimentateur s'attend à des variations de la réponse correspondant à un modèle du second degré. Après avoir examiné son problème en détail, il retient un plan de Box-Behnken qui permet d'établir le modèle désiré et ne nécessite qu'un nombre restreint d'essais.

➤ Expérimentation

Les résultats des essais sont rassemblés dans le tableau 4.2.2 Les essais ont été reclassés dans l'ordre classique de présentation du plan de Box-Behnken.

Tableau 4.2.2 : Matrice d'expériences et résultats expérimentaux.

Cas N°	Diamètre (m)	Epaisseur (cm)	Espacement (m)	Charge (kg/m²)	Poids (t)
1	24.00	12.50	2.50	150.00	354.944
2	21.00	10.00	3.00	100.00	238.04
3	27.00	10.00	3.00	200.00	388.18
4	21.00	10.00	2.00	100.00	308.99
5	24.00	12.50	2.50	150.00	354.94
6	27.00	15.00	3.00	100.00	432.14
7	24.00	12.50	2.50	200.00	354.94
8	24.00	12.50	2.50	150.00	354.94
9	21.00	15.00	3.00	200.00	264.34
10	27.00	10.00	2.00	200.00	512.42
11	24.00	12.50	2.00	150.00	409.5
12	24.00	12.50	2.50	100.00	354.94
13	24.00	12.50	2.50	150.00	354.94
14	24.00	12.50	2.50	150.00	354.94
15	21.00	15.00	2.00	200.00	326.42
16	24.00	15.00	2.50	150.00	369.55
17	24.00	12.50	3.00	150.00	320.84
18	21.00	12.50	2.50	150.00	275.38
19	27.00	12.50	2.50	150.00	448.99
20	24.00	10.00	2.50	150.00	340.33
21	27.00	15.00	2.00	100.00	540.85

Chapitre 5

Résultats d'optimisation et interprétations

Introduction :

Le présent chapitre est réservé aux résultats et interprétations, après avoir caractérisé les différents paramètres de notre étude, on va présenter ici les courbes et graphiques regroupant les interactions des données avec les résultats d'optimisation des coupoles à nervures.

Le travail d'optimisation a été effectué par le Logiciel Design – Expert 7.0.0.

L'objectif tracé à travers cette partie est de donner une vision numérique précise concernant la relation mathématique entre les différents paramètres.

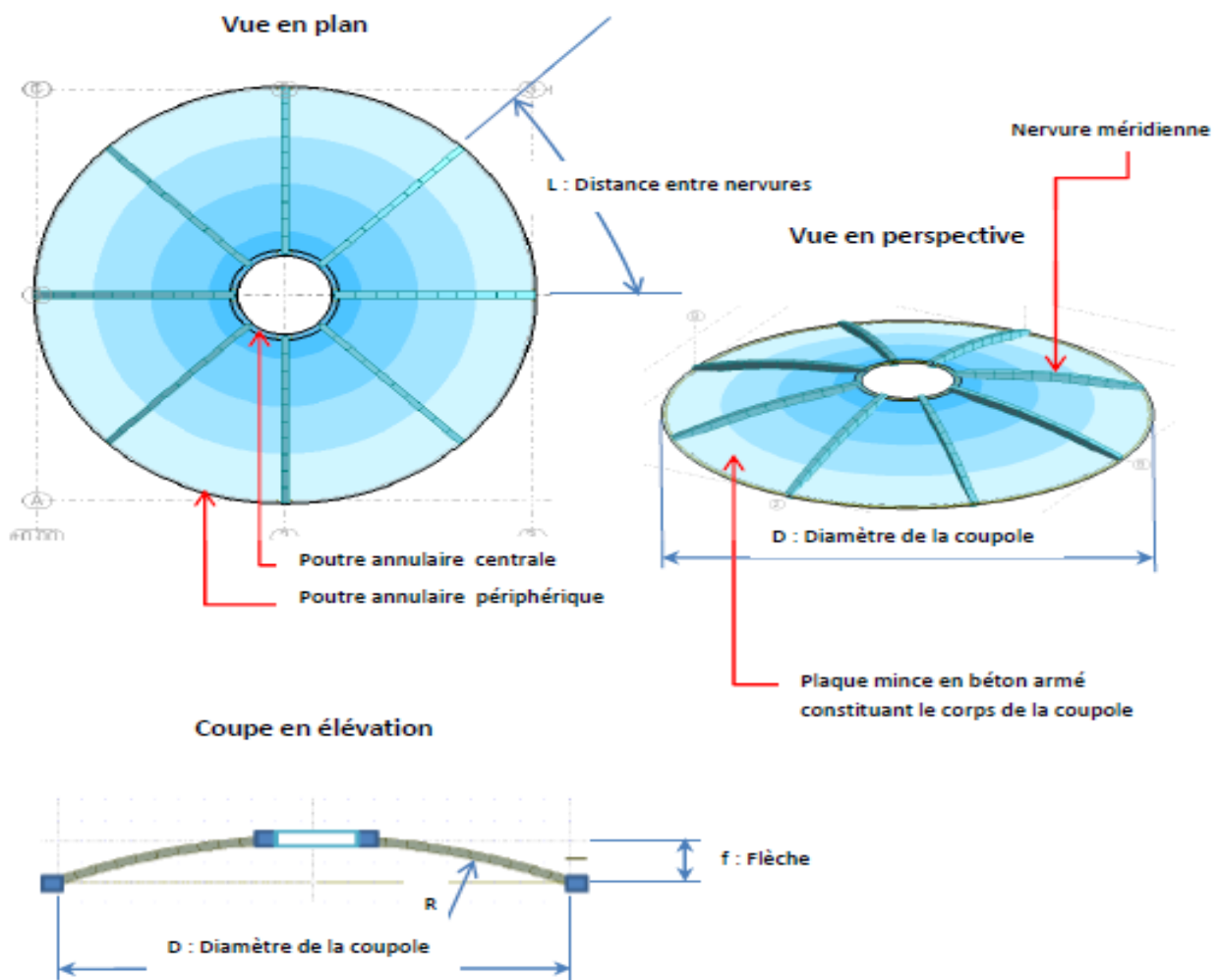
5-1 Rappel des caractéristiques géométriques de la structure :

Figure 5.1 : Caractéristiques géométriques de la coupole à nervures méridiennes.

5-2 Influence du diamètre et de l'épaisseur sur le poids de la coupole à espacement variable :

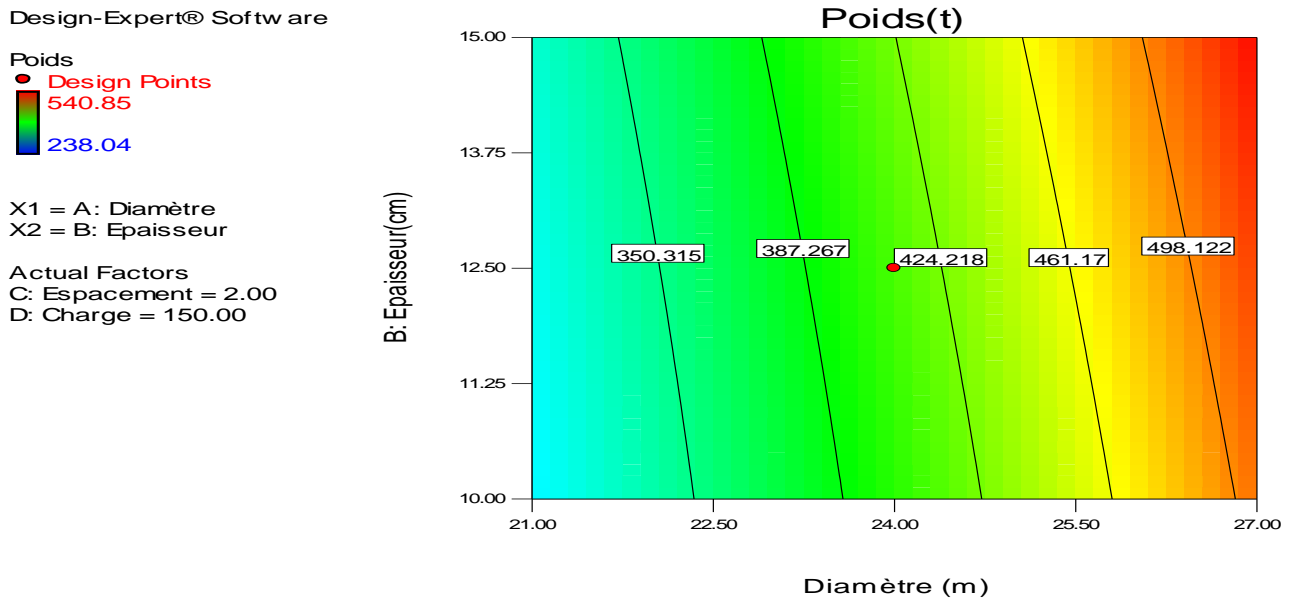


Figure 5.2 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 2 m.

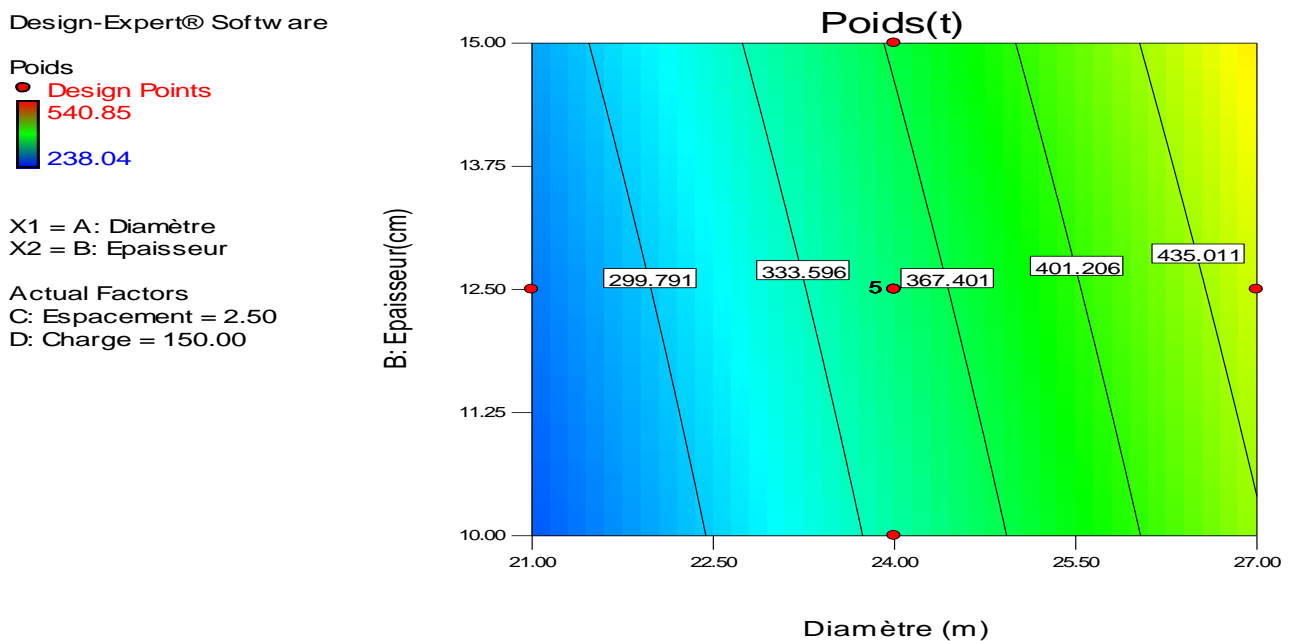


Figure 5.3 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m.

Design-Expert® Software

Poids

● Design Points

■ B- 10.000

▲ B+ 15.000

X1 = A: Diamètre

X2 = B: Epaisseur

Actual Factors

C: Espacement = 2.50

D: Charge = 150.00

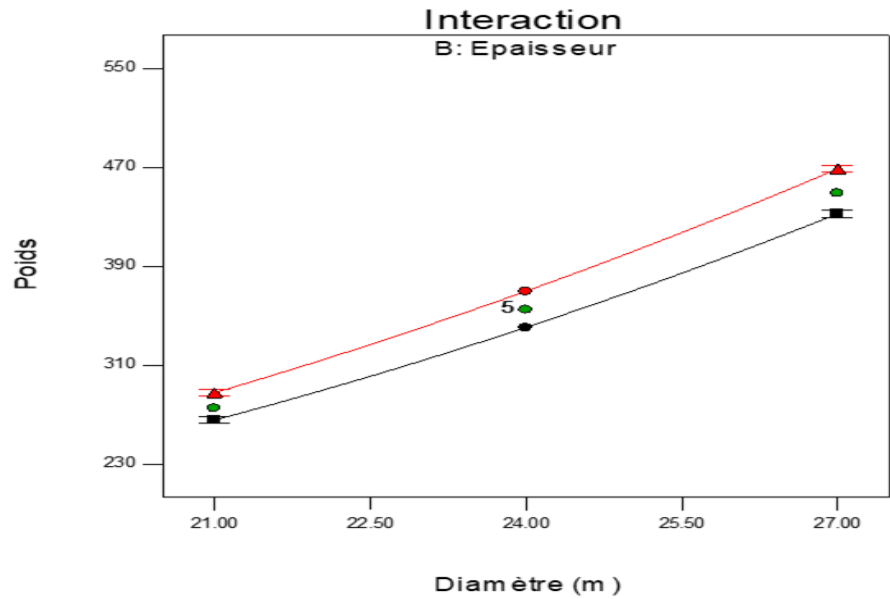


Figure 5.4 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m.

Influence de l'épaisseur.

Design-Expert® Software

Poids

540.85

238.04

X1 = A: Diamètre

X2 = B: Epaisseur

Actual Factors

C: Espacement = 2.50

D: Charge = 150.00

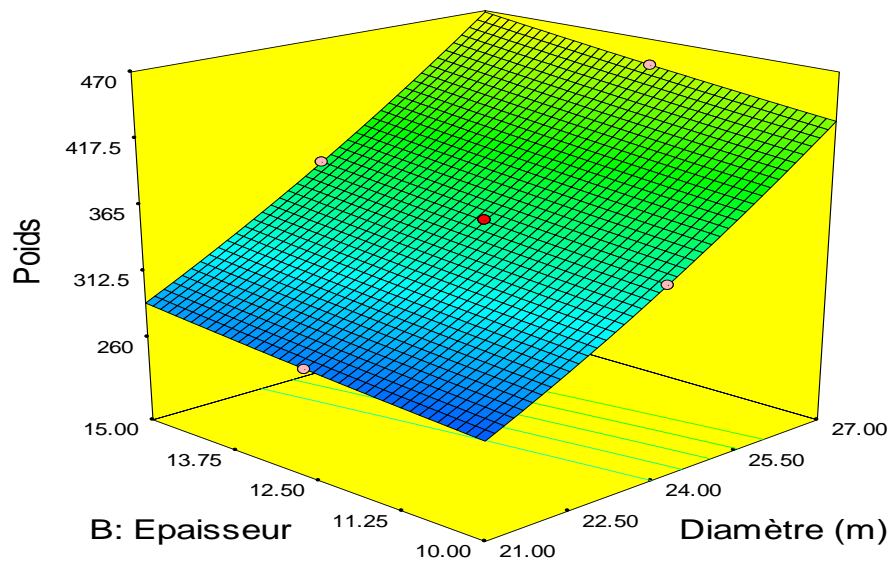


Figure 5.5 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m.

Présentation en 3D.

Design-Expert® Software

Poids

● Design Points

540.85

238.04

X1 = A: Diamètre

X2 = B: Epaisseur

Actual Factors

C: Espacement = 3.00

D: Charge = 150.00

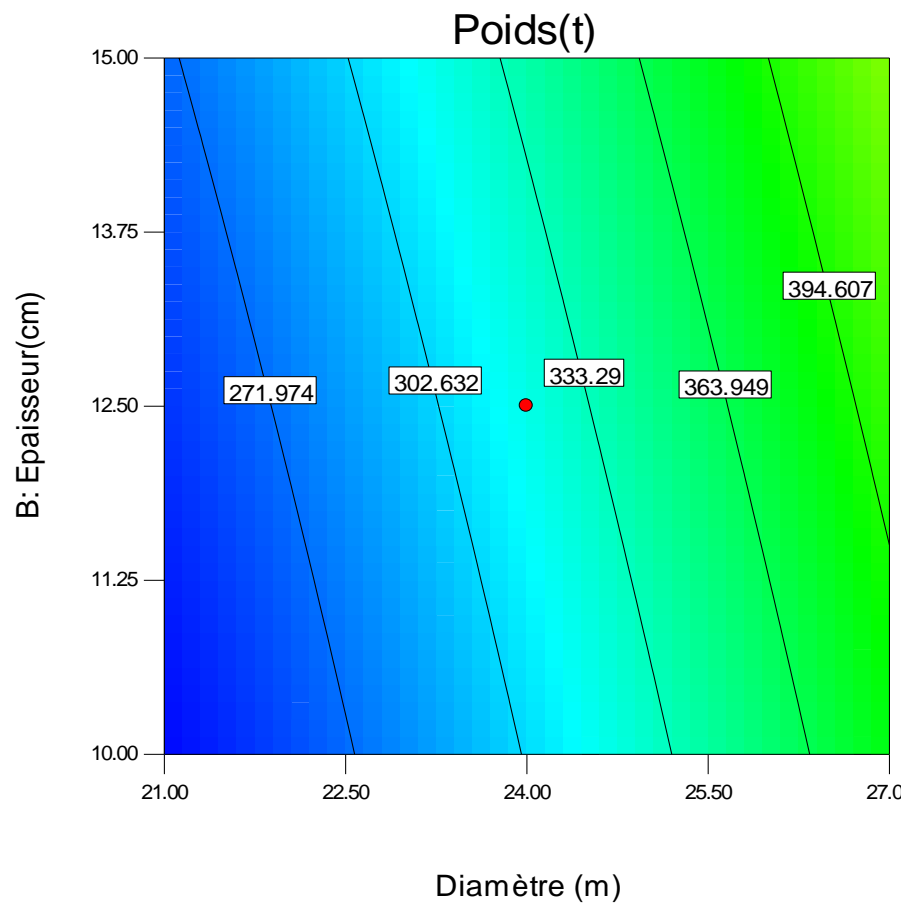


Figure 5.6 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 3 m

Design-Expert® Software

Poids

● Design Points

■ C- 2.000

▲ C+ 3.000

X1 = B: Epaisseur

X2 = C: Espacement

Actual Factors

A: Diamètre = 24.00

D: Charge = 150.00

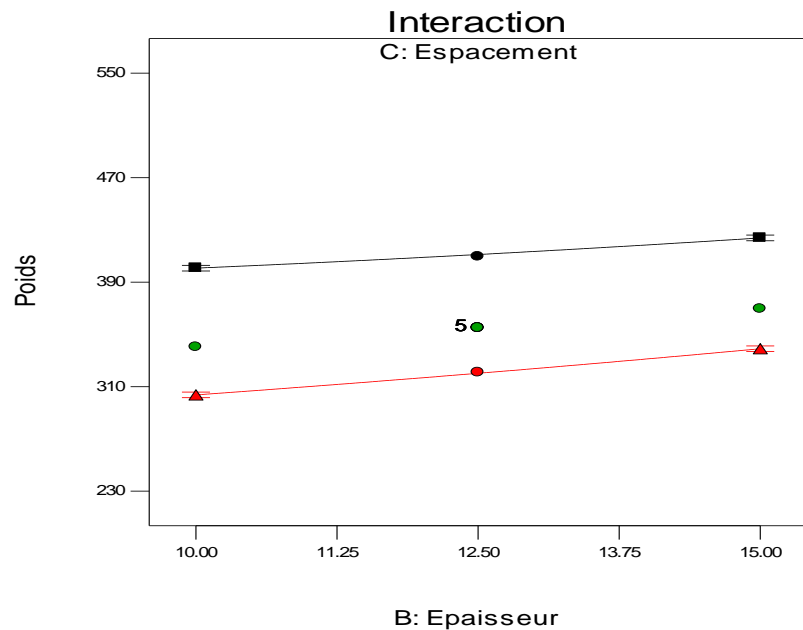


Figure 5.7 : Poids de la coupole en fonction de l'espacement et de l'épaisseur à une charge constante de 150 Kg/m² pour un espacement des nervures variable.

Design-Expert® Software

Poids

540.85

238.04

X1 = A: Diamètre

X2 = C: Espacement

Actual Factors

B: Epaisseur = 12.50

D: Charge = 150.00

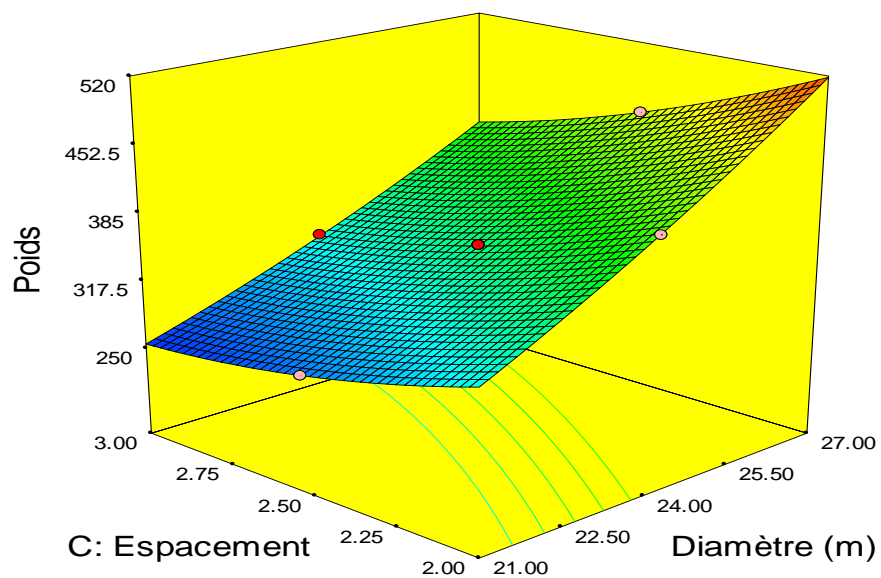


Figure 5.8 : Poids de la coupole en fonction de l'espacement et du diamètre à une charge constante de 150 Kg/m² et épaisseur constante, pour un espacement des nervures variable.

Présentation en 3D.

La charge est ici prise constante est égale à 150 Kg/m². Le poids de la coupole à nervures augmente en fonction du diamètre, l'épaisseur influe proportionnellement sur la réponse.

Pour un espacement des nervures variant de 2 à 3 m (à diamètre et épaisseur constantes $E_p = 12,5$ cm et $D = 24$ m) la réponse diminue considérablement entre 424,22 t et 333,29 t ce qui caractérise un gain de 21 %.

5-3 Influence de la charge sur le comportement mécanique de la coupole

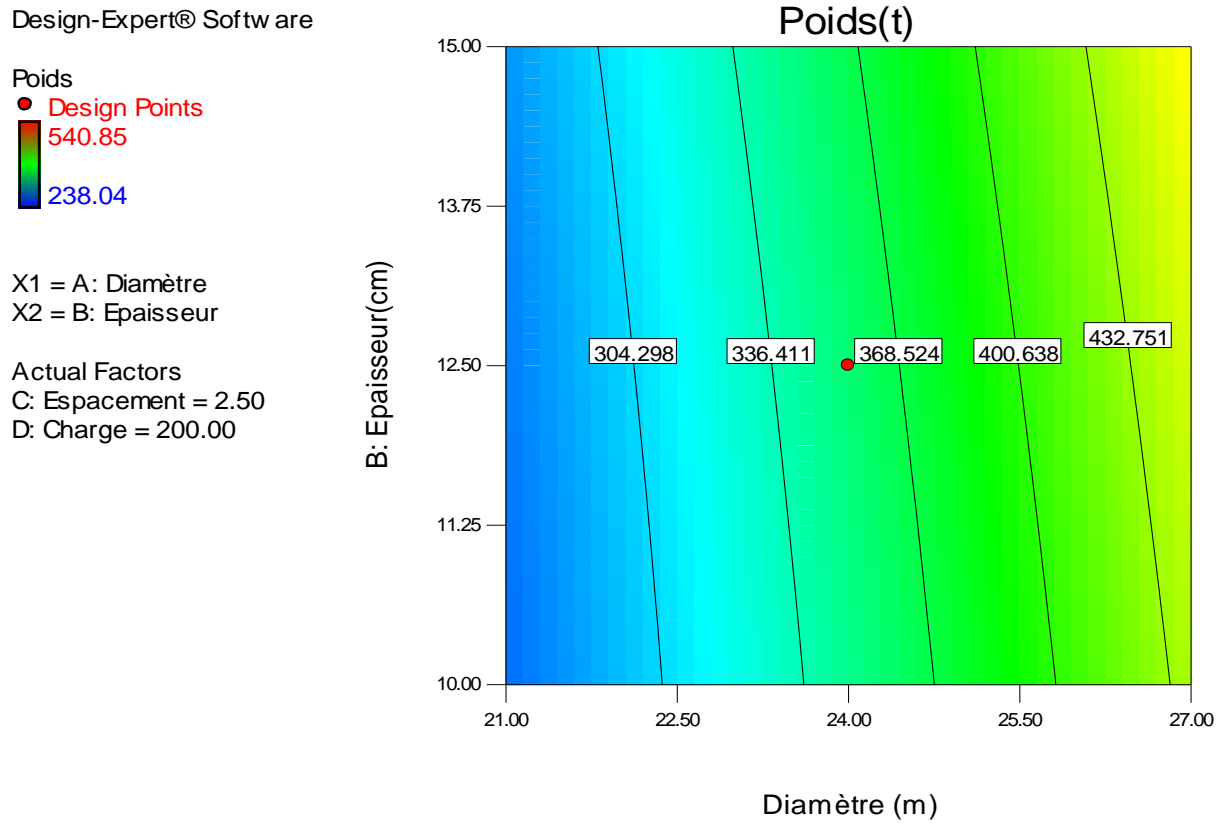


Figure 5.9 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 200 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m.

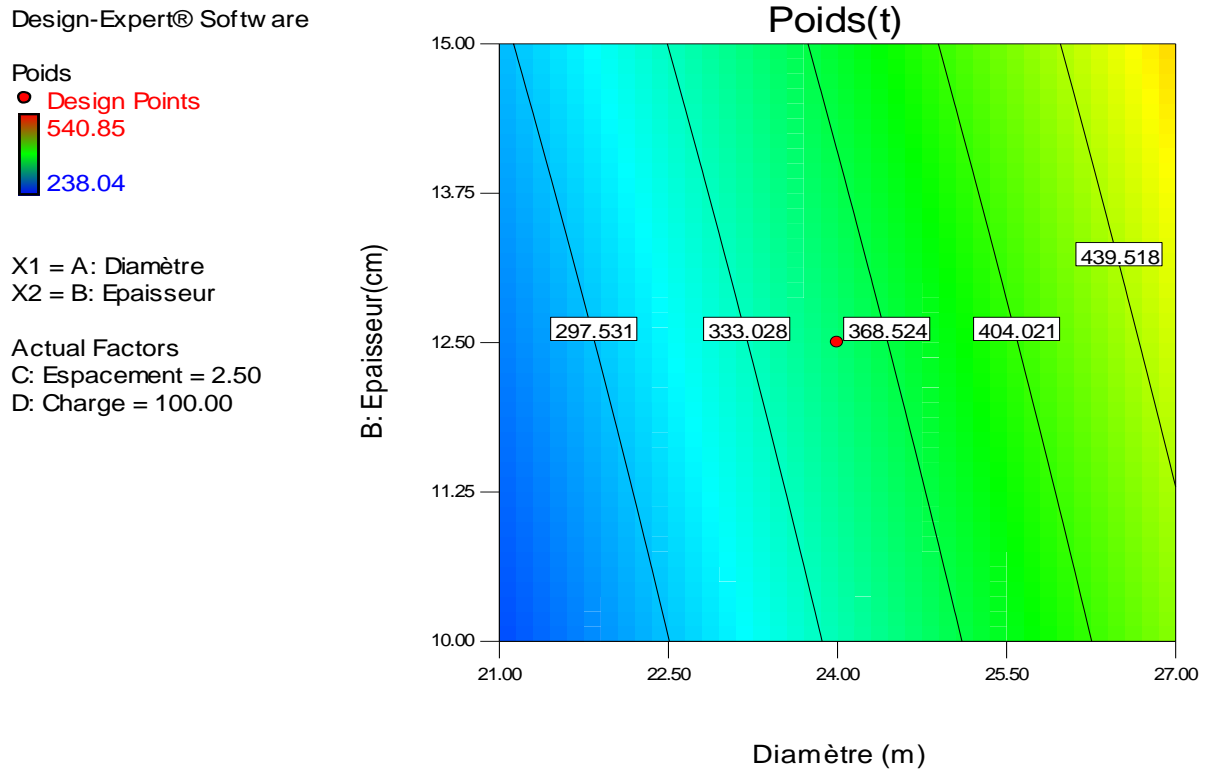


Figure 5.10 : Poids de la coupole en fonction du diamètre et de l'épaisseur à une charge constante de 100 Kg/m² pour un espacement des nervures égal à 2,5 m.

Vu le rapprochement des paramètres de dimensionnement de la coupole pour les différentes charges, la variation de la réponse (poids de la coupole à nervures) reste insignifiante.

Si l'étendue de l'étude devienne plus importante, on pourra voir l'influnec de la charge.

5-4 Interaction numérique globale entre les différents paramètres de l'étude

Nous présentons ici les relations mathématiques numériques reliant les différents paramètres de notre étude

Tableau 5.1 : de validation des résultats (ANOVA)

Source	Sum of Squares	df	Mean Square	F Value	p-value Prob > F
Model	1.089E+005	14	7780.26	6384.64	< 0.0001
	significant				
<i>A-Diamètre</i>	15070.22	1	15070.22	12366.93	< 0.0001
<i>B-Epaisseur</i>	426.90	1	426.90	350.33	< 0.0001
<i>C-Espacement</i>	20669.75	1	20669.75	16962.03	< 0.0001
<i>D-Charge</i>	0.000	1	0.000	0.000	1.0000
<i>AB20.53</i>		1	20.53	16.85	0.0063
<i>AC1248.00</i>		1	1248.00	1024.14	< 0.0001
<i>AD0.014</i>		1	0.014	0.012	0.9169
<i>BC74.42</i>		1	74.42	61.07	0.0002
<i>BD42.77</i>		1	42.77	35.09	0.0010
<i>CD5.54</i>		1	5.54	4.55	0.0769
<i>A²178.76</i>		1	178.76	146.69	< 0.0001
<i>B²3.22</i>		1	3.22	2.64	0.1552
<i>C²329.04</i>		1	329.04	270.01	< 0.0001
<i>D²3.22</i>		1	3.22	2.64	0.1552
Residual	7.31	6	1.22		
<i>Lack of Fit</i>	7.31	2	3.66	1.142E+006	< 0.0001
	significant				
<i>Pure Error</i>	1.280E-005	4	3.200E-006		
Cor Total	1.089E+005	20			

La valeur F du modèle de 6384.64 implique que le modèle est significatif. Il n'y a que une probabilité de 0,01% qu'une "valeur F du modèle" de cette taille puisse se produire en raison du bruit.

Des valeurs de "Prob> F" inférieures à 0,0500 indiquent que les termes du modèle sont significatifs.

Dans ce cas, A, B, C, AB, AC, BC, BD, A2, C2 sont des termes modèles significatifs.

Les valeurs supérieures à 0,1 000 indiquent que les termes du modèle ne sont pas significatifs.

S'il existe de nombreux termes de modèle non significatifs (sans compter ceux requis pour prendre en charge la hiérarchie),

la réduction du modèle peut améliorer votre modèle.

La "valeur F d'ajustement" de 1142426.01 implique que le défaut d'ajustement est significatif. Il n'y a qu'un 0,01% de chances qu'une "valeur F d'ajustement" de cette taille puisse se produire en raison de parasites.

Un manque d'ajustement significatif est mauvais - nous voulons que le modèle s'intègre

5-6 Equation du modèle :

Final Equation in Terms of Actual Factors:

$$\begin{aligned} \text{Poids de la coupôle} = & + 303.90854 - 0.9434 \times \text{Diamètre} - 10.00797 \times \text{Epaisseur} - 143.65287 \times \\ & \text{Espacement} + 0.45029 \times \text{Charge} + 0.47767 \times \text{Diamètre} \times \text{Epaisseur} - 8.32667 \times \text{Diamètre} \times \\ & \text{Espacement} + 6.33333\text{E}-004 \times \text{Diamètre} \times \text{Charge} + 2.44000 \times \text{Epaisseur} \times \text{Espacement} - \\ & 0.041360 \times \text{Epaisseur} \times \text{Charge} - 0.033300 \times \text{Espacement} \times \text{Charge} + 0.92978 \times \text{Diamètre}^2 + \\ & 0.17968 \times \text{Epaisseur}^2 + 45.41197 \times \text{Espacement}^2 + 4.49197\text{E} - 004 \times \text{Charge}^2 \end{aligned}$$

Exemple de validation (tests) :

Diamètre : 21.5 m , épaisseur : 11.7 cm, espacement :2.85 m

Poids de la coupole (utilisation de la formule d'optimisation) =264.67 t.

Poids de la coupole (utilisation de l'excel)= 260.29 t.

Donc : la formule de l'optimisation donne une bonne corrélation.

Conclusion :

A travers cette étude numérique d'optimisation nous avons arrivé à la caractérisation de l'influence des différents paramètres de notre étude sur la réponse de la coupole, nous avons constaté des gains importants en terme d'otimisation.

Il est claire maintenat que n'imprte quelle valeur des données rentrant dans l'étendu de notre étude pourra avoir facilement la réponse recherchée comme le montre la vérification par des tests ci-dessus.

Conclusion générale

Conclusion générale

La problématique principale de ce mémoire était de confirmer et de développer une stratégie d'optimisation de formes pour la conception des coupoles à nervures méridiennes basée sur l'analyse **isogéométrique**.

Cette méthode repose sur la définition de la forme à partir des entités géométriques issues des modèles CAO.

Un programme sous Excel des formules d'RDM de dimensionnement a été développé en lien direct avec chaque configuration de CAO.

Des simulations et des optimisations de formes ont pu être réalisées pour des géométries de coupoles paramétrées.

La stratégie d'optimisation proposée consiste à utiliser comme variables d'optimisation les points de contrôle de la conception et à calculer le poids de la structure. Ce dernier a été déterminé afin de juger sur les performances de la configuration trouvée, nous cherchons à maximiser le coefficient de portance de la structure.

Les paramètres de notre étude sur les coupoles à nervures méridiennes, à savoir :

- L'épaisseur de la coupole,
- La distance entre les nervures méridiennes,
- Le diamètre de la coupole (portée),
- Et la charge supportée.

Ont été modélisés par la méthode des plans d'expériences pour pouvoir étudiée la réponse du système, et cerner par la suite la formule globale de la structure étudiée.

Les résultats montrent la satisfaction des modèles mathématiques proposés, et présentent l'efficacité des outils adoptés.

Il en résulte des structures de couples à nervures méridiennes pouvant supporter des charges majeures, le coefficient de portance a été nettement amélioré.

A travers ces résultats, on peut facilement déduire la réponse d'une telle structure d'une coupole à nervures (dans l'étendue de notre étude) par l'intermédiaire de la formule globale présentée par la méthode des plans d'expériences.

Cette étude a réalisé l'objectif tracé, néanmoins nous pouvons citer quelques perspectives pour les recherches qui suivent :

1. Vérification de la satisfaction de cette démarche pour des structures assez élancées.
2. Etude des structures sous d'autres types de charges (vent, séisme, ...).

3. Conception d'une démarche pouvant intégrer les trois aspects d'optimisation dans le même processus automatique : Forme CAO, Calcul RDM et Optimisation.

Références bibliographiques

Références bibliographiques :

- [1] <https://fr.scribd.com/document/395826876/Coupole> (consulté le : 21-03-2019).
- [2] “A comparative study of structural material for dome construction”, Massachusetts institute, by of technology Chun wai hung, Master of Engineering in Civil and Environmental Engineering at the MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY ARCHIVES, JUNE 2009.
- [3] “The impact of diameter, number of ribs, percentage of steel, compressive Strength and cover thickness on the large concrete dome”, Dr. Hani Aziz Ameen, American journal of scientific and industrial research, 2010, PP 472.495.
- [4] “Geometry, Form and Structure Relationship in Blob”, Liquid and Formless Architecture GhazalehToutouchiGhadim, Submitted to the Institute of Graduate Studies and Research in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Master of Science in Architecture Eastern Mediterranean University January 2013 Gazimağusa, NorthCyprus.
- [5] “patrimoine et Histoire”, Demi –Journéed’études organisée par le comitéde La FABI-liège, 11October 2011. « Connaissez – vous les bétons armés? De 1914 à 1940 »Voiles minces en béton armé: genèse et experimentation dans les années 1920-1930.Application en Régionwallonne.Bernard ESPOIN Université Libre de Bruxelles, Service BATir.
- [6] « La statique des coques et ses applications aux voutes en béton – armé », Par AR. PHILIPDIS Ing.civil.ANNALES TECHNIQUES, ORGANE OFFICIEL DE LA CHAMBRE TECHNIQUE DE GRECE (SIEGE àATHENES) 15 RUE DES PHILELLENES TEL .30-166-26-922- 26-932, 6me .Année 1 October 1937 N°139.
- [7] “Analysis of structure behaviour of domes”, NUR NADIA AMIRA BINTI ROSELY, Report submitted in partial fulfillment of the requirements for the award of the degree of Bachelor (Hons.) of Civil Engineering Faculty of Civil Engineering and Earth Resource, UNIVERSITI MALAYSIA PAHANG, JULY 2015.
- [8] “Study on Effect of Diameter, Compressive Strength and Number of Ribs on the large Concrete Monolithic Dome”, 2015 IJEDR|Volume 3, Issue 4| ISSN : 2321- 9939, Ansa T Varghese, ² Manju George. Institute of Technology And Science, Ernakulam, India.
- [9] [9] «aide-mémoire mécanique des structures résistance des matériaux », Arnaud Delaplace et al© Dunod, Paris ,2008

- [10] « Optimisation de formes de coques minces pour des géométries complexes », Sarah Julisson THÈSE DE DOCTORAT de l'Université Paris-Saclay, 2 décembre 2016.
- [11] : G. Frédéric, « Modélisation et optimisation par plan d'expérience d'un moteur à commutation électronique ». Thèse de doctorat de l'université de la science et technologie de Lille, janvier 1995.
- [12] : M. Pillet, « Introduction aux plans d'expérience par la méthode Taguchi. Editions d'organisation université », 1992.
- [13] : Jacques GOUPY « Les Plans D'expériences » Tutoriel © Revue MODULAD, 2006. Numéro 34.