

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة محمد البشير الإبراهيمي - برج بوعريريج

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département

MÉMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme** de **MASTER**

En : (filière)

Spécialité : (conformément à l'arrêté d'habilitation)

Par : - (Nom et Prénom étudiant 1)

- (Nom et Prénom étudiant 2)

Sujet

Caractérisation et de la modélisation des dispositifs électromagnétiques par l'application de la méthode des volumes finis associée aux modèles de l'hystérésis magnétique

Soutenu publiquement, le / / , devant le jury composé de :

M/Mme nom et prénoms	Grade	Univ-BBA	Président
M/Mme nom et prénoms	Grade	Univ-BBA	Examineur
M/Mme nom et prénoms	Grade	Univ-BBA	Encadrant
M/Mme nom et prénoms	Grade	Univ-BBA	Co-Encadrant

INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	12
-----------------------------------	-----------

Chapitre I

GÉNÉRALITÉS SUR LE MAGNÉTIQUE

1. Introduction	13
1.1. L'origine du magnétisme	13
1.1.1. Moment magnétique	13
1.1.2. Moment magnétique orbital	13
1.1.3. Moment magnétique du spin	14
1.2. Grandeurs magnétiques	15
1.2.1. Induction magnétique	15
1.2.2. Intensité du champ magnétique	15
1.2.3. Aimantation et la polarisation magnétique	16
1.2.4. Flux magnétique	16
1.2.5. Susceptibilité et perméabilité magnétique	17
1.3. Matériaux magnétiques	17
1.3.1. Classification des matériaux	18
1.3.1.1. Diamagnétisme	18
1.3.1.2. Paramagnétique	18
1.3.1.3. Ferrimagnétisme	18
1.3.1.4. Ferromagnétisme	18
1.4. Énergie magnétique	22
1.4.1 Énergie d'échange	22
1.4.2 Énergie d'anisotropie cristalline	22
1.4.3 Énergie magnéto-élastique	23
1.5. Domaines magnétiques	24

1.6. Mécanisme d'hystérésis	24
1.6.1 Définition	24
1.7. Pertes magnétiques	27
1.7.1 Pertes par hystérésis	28
1.7.2 Pertes par courant de Foucault	28
1.7.3 Les pertes par excès	28
1.8. Conclusion	29

Chapitre II

LES MODÈLES DE L'HYSTÉRÉSIS MAGNÉTIQUE

2. Introduction	32
2.1. Les modèles analytiques	32
2.2 Le modèle de Rayleigh	32
2.2.1. Modèle de Frôlich.....	32
2.2.2 Modèle fractionnel	34
2.2.3 Modèle à fonction auxiliaire.....	35
2.2.4 Modèle Potter	36
2.2.5 Modèle à fonctions multiples	37
2.3 Modèles physiques et dynamiques	38
2.3.1 Modèle de Duhem	39
2.3.2 Modèle de Chau	40
2.3.3. Modèle de Jiles-Atherton	41
2.3.3.1 Loi d'hystérétique	41
2.3.3.2 La composante irréversible	42
2.3.3.3 La composante réversible	42
2.3.3.4 Aimantation totale	43

2.3.4. Avantages	44
2.3.5. Inconvénients	44
2.4. Conclusion	45

Chapitre III

MODÉLISATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

3. Introduction	46
3.1. Modèle mathématique de l'électromagnétisme	46
3.1.1. Équations de Maxwell et Lois de constitutive des milieux	46
3.2. Le modèle cartésien en électromagnétique	48
3.3. L'équation magnétodynamique d'un système cartésienne	48
3.4. Résolution par les méthodes numériques	50
3.4.1. La Méthode Des Éléments Finis (MEF)	50
3.4.2. Méthode de différence finis (MDF)	51
3.4.3. La Méthode des volumes finis	51
3.4.3.1. Principe de la méthode des volumes finis	51
3.4.3.2. Discrétisation de l'Équation Magnétodynamique en 2D	52
3.4.3.3. Le volume élémentaire	52
3.5. Conclusion	55

Chapitre IV

APPLICATION ET VALIDATION

4. Présentation de dispositif	56
4.1. La distribution du potentiel vecteur magnétique	56
Conclusion	59
Conclusions Générales	

Dédicace

Je dédiece travaille a mes chères magnifique parets pour leur patience et leur encouragements qui m'ont bien soutenu pour arriver jusqu'ici

A mes chères sœurs et mon frère

A mes meilleurs amis « lamai »et « duaa »

A tous ce qui comptent pour moi

Gagaa insaf

dédicace

louange a allah qui m'a aide sur ce travail.

À mes chers père, mère et père pour leur patience, leur amour , leur soutien et leurs encouragement

A mes frères et sœurs

A mes amis et tous les gens qui m'aiment.

Laraib Bilel

Remerciements

Je remercie en premier lieu DIEU le tout puissant qui m'avoit donné la bonne foi et le courage pour accomplir ce modeste travail ainsi que mes parents L'aboutissement à la réalisation d'un travail est le fruit de toutes les années de formation, c'est donc à tous mes enseignants que je voudrai d'abord exprimer mon respect et gratitude. Mes sincères remerciements d'abord à mon encadreur " «Monsieur Mourad Hamimid professeur à l'Université Bordj Bou Arreridj, » qui a suivi l'évolution de mon mémoire, surtout, pour son aide précieux, je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude et reconnaissance. Je tiens à remercier également les membres de jury pour avoir accepté de jurer ce mémoire. J'adresse mes vifs remerciements a « Aidel sofaine » « Belgasmi ibtissem » «Selmoune bachir », mes amies et tous qui m'aident par leurs encouragements chacun de son nom.

Bordj Bou Arréridj, le 30-06-2024

Figure 1.1 : Moment magnétique.....	14
Figure 1.2: Moment de spin	14
Figure 1.3 : Induction magnétique $d\vec{B}$ créée par un élément de courant $I \cdot d\vec{l}$	15
Figure 1.4 : Flux magnétique traversant un élément de surface	16
Figure 1.5 : Variation de la perméabilité magnétique μ_r en fonction du champ Magnétique $H \vec{}$ dans le cas de l'alliage Fe-3%Si	17
Figure 1.6 : Effet de la température sur l'aimantation d'un matériau Ferromagnétique	20
Figure 1.7 : Ferromagnétisme	20
Figure 1.8 : Représente les cycles d'hystérésis des deux substances douces et dur	21
Figure.1.9 : Mouvement de l'électron commun	22
Figure 1.10 : Alignement moments magnétiques	22
Figure1.11 : L'énergie à fournir est faible car la direction du champ d'excitation est la même que celle des moments magnétiques microscopiques	23
Figure 1.12 : L'énergie à fournir est importante car la direction du champ d'excitation est Différente de celle des moments magnétiques microscopiques	23
Figure 1.13 : Exemple schématise l'influence d'une contrainte mécanique	23
Figure 1.14 : Transition graduelle entre deux domaines à 180°	24
Figure 1.15 : Cycle d'hystérésis	25
Figure 1.16 : La courbe de la première aimantation	26
Figure 1.17 : Cycle d'hystérésis majeur en rouge de $B_{sat} = B_{max} = 1.2T$ et les cycles mineurs en noir (de $B_{max} = 0.2T$ à $1T$, étape $0.2T$)	27
Figure 2.1 : Cycle d'hystérésis et courbe (Rayleigh)	32
Figure 2.2 : Cycle d'hystérésis généré par le modèle de type Frôlich	33
Figure 2.3 : cycle d'hystérésis généré par le modèle Potter	38
Figure 2.4 : cycle d'hystérésis généré par le modèle à fonctions multiples	39
Figure 3.1 : Un domaine d'étude discrétisé en Elément finis	51
Figure 3.2 : Configuration géométrique en 2D	51

Figure 3.3 : Maillage du domaine d'étude et La volume élémentaire	52
Figure 3.4 : description d'un volume fini	53
Figure 4. 2 : distrébuton de potentiel magnétique a t=0.5ms	56
Figure 4. 3 : distrébuton de potentiel magnétique a t=1ms	56
Table 1.1: Susceptibilité magnétique des principaux types de matériaux magnétiques	19
Table 1.2: Comparaison entre les deux familles des matériaux ferromagnétiques doux et durs	21
Tableau 2.1 : les paramètres de modèle de Jiles-Atherton	44
Table 3.1 Les équations de maxwell	47

A	Potentiel vecteur magnétique [T.m]
B	Induction magnétique exprimée en Tesla [T]
μ_0	Perméabilité du vide en [H/m]
M	L'aimantation magnétique en [A/m]
I	Courant électrique en [A]
H	Champ d'excitation en [A/m]
\vec{j}	Vecteur Polarisation magnétique en [T]
Φ_m	Flux magnétique en weber [w]
λ	Susceptibilité magnétique
μ_r	Perméabilité relative [H/m]
μ	Perméabilité absolu en [T.m/A]
dm	Variation élémentaire du moment magnétique en [A/m^2]
dB	Variation élémentaire de champ magnétique en [T]

dH	variation élémentaire de champ d'excitation en [A/m]
K_h	Le coefficient d'hystérésis de Steinmetz
η	est la constante de Rayleigh
B_{max}	Champ magnétique maximale en [T]
H_{max}	Champ d'excitation maximale en [A/m]
B_r	induction rémanente en [T]
B_s	Champ magnétique de saturation en [T]
H_c	champ d'excitation de saturation en [A/m]
K	Paramètre de modèle polynomial
n	paramètre de modèle polynomial
M_s	L'aimantation de saturation en [A/m]
M_r	L'aimantation rémanente en [A/m]
M_{irr}	Composante irréversible de l'aimantation [T]
M_{rev}	Composante réversible de l'aimantation [T]
E	champ électrique [V/m]
J	Densité de courant [A/m ²]

Brev	l'induction magnétique réversible
D	Induction électrique en [C/m]
H_{edd}	Champ de courant Foucault [A/m]
H_{exc}	Champ d'excédentaire [A/m]

Les matériaux magnétiques jouent un rôle indispensable dans la conception de nombreux appareils électriques, tels que les moteurs et les transformateurs. Ces dispositifs reposent sur l'électromagnétisme, qui utilise des circuits magnétiques constitués de matériaux magnétiques précisément choisis. Dans la construction des machines électriques, on privilégie les matériaux ferromagnétiques pour former le circuit magnétique. Leur fonction principale est de canaliser et de contrôler le champ magnétique. Lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique externe, les matériaux ferromagnétiques présentent une réponse caractéristique que l'on peut représenter par une courbe appelée cycle d'hystérésis.

La modélisation numérique de l'hystérésis s'appuie sur des méthodes de discrétisation telles que la méthode des éléments finis (MEF) et la méthode des volumes finis (MVF). Ces techniques consistent à diviser un système complexe en éléments plus petits et plus faciles à gérer. Cela offre une approche efficace pour étudier le comportement des matériaux magnétiques soumis à des champs magnétiques complexes.

Nous commençons ce travail par un aperçu général des matériaux magnétiques et des concepts de base du point de vue de la science des matériaux, en définissant le phénomène d'hystérésis magnétique par l'explication des mécanismes et des énergies présents dans les matériaux ferromagnétiques. Le deuxième chapitre explore divers modèles d'hystérésis présentes dans la littérature, notamment les modèles analytiques et physiques. Le chapitre troisième présente le modèle mathématique des phénomènes électromagnétiques basé sur les équations de Maxwell. Dans ce chapitre, nous présentons des formules pour l'utilisation des potentiels vectoriels magnétiques dans le cas de la magnétodynamique et non linéaire. À la fin de ce chapitre, nous examinerons en détail la méthode des volumes finis et son utilisation pour discrétiser différentes formulations. La résolution de cette équation nous permettra de révéler le potentiel vecteur magnétique, ouvrant ainsi la voie au calcul de l'induction magnétique. Le dernier chapitre traite de l'intégration du modèle Jiles-Atherton dans un code calcule basé sur la méthode des volumes finis pour représente le phénomène de hystérésis au sein de notre dispositif.

1. Introduction

L'importance du magnétisme a motivé les physiciens à comprendre davantage les propriétés et le comportement des matériaux magnétiques et le phénomène de l'hystérésis à l'échelle microscopique. Il s'agit d'une motivation soutenue pour de nombreux chercheurs en physique de la matière condensée. La découverte de nouveaux matériaux, caractérisés par une impressionnante diversité d'arrangements et de moments atomiques, a suscité un intérêt croissant tant pour la recherche fondamentale que pour les applications pratiques. Ces matériaux ont un large éventail d'applications, notamment le stockage de l'information (dans les enregistrements audio et vidéo), les télécommunications et les machines électriques. L'objectif de ce chapitre est de présenter les concepts fondamentaux du magnétisme, afin de mieux comprendre les liens entre leurs propriétés fondamentales et leurs applications pratique.

1.1. L'origine du magnétisme

Le magnétisme naît de la circulation des charges électriques à travers le matériau, engendrant un champ magnétique. À l'échelle atomique, les électrons en mouvement induisent un minuscule moment magnétique perpendiculaire à leur orbite. En effet, chaque électron présente deux formes de mouvement distinct : orbital et de spin. La prépondérance du mouvement orbital ou de la rotation varie selon la nature du matériau étudié

1.1.1. Moment magnétique

1.1.2. Moment magnétique orbital

Un courant électrique d'intensité I traversant une petite boucle de fil engendre un moment magnétique m , proportionnel à la fois à I et à la surface de la boucle. De manière analogue, le déplacement des électrons autour du noyau, décrit par une orbite couvrant une aire S en un laps de temps T (voir figure 1.1), produit un moment magnétique orbital m_0 . Ce dernier se manifeste par l'équation suivante :

$$m_0 = -\frac{eS}{T} u_z \quad (1.1)$$

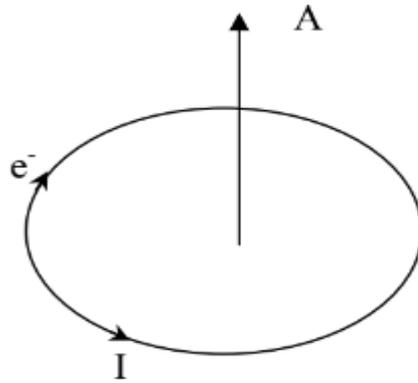


Figure 1.1 : *Moment magnétique*

1.1.3. Moment magnétique du spin

De plus, nous savons que l'électron tourne aussi sur lui-même c'est-à-dire spin

Figure 1.2 et présente donc un moment magnétique dit moment de spin. Ce dernier est

Une propriété purement quantique des électrons et n'est autre que le magnéton de Bohr défini

Précédemment.

$$m_s = \frac{eh}{2m_e} u_z \quad (1.2)$$

Avec :

e : la charge élémentaire

h : la constante de Planck normalisée

m_e : la masse de l'électron

Le moment magnétique total m de l'électron est la somme des deux moments de spin m_s et orbital m_o . Pour un atome la somme des moments magnétiques orbitaux et de spin de chaque électron donne le moment magnétique total. Suivant les orbitales des électrons et leur nombre, l'atome aura un moment magnétique plus ou moins important

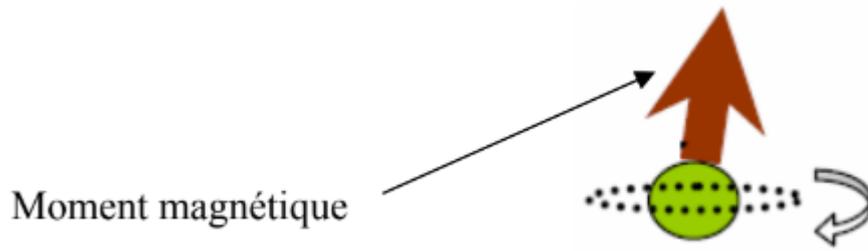


Figure 1.2: Moment de spin

1.2. Grandeurs magnétiques

1.2.1. Induction magnétique

L'induction magnétique, également connue sous le nom de densité de flux magnétique, est la grandeur fondamentale dans l'étude du magnétisme, permettant de mesurer les forces magnétiques. Selon la loi de *Biot et Savart*, qui permet de calculer l'induction créée par un courant dans un fil, cette loi est décrite par [1].

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2} \right] \quad (1.3)$$

r : La distance de l'élément $d\vec{l}$ au point M .

μ_0 : Perméabilité du vide ($\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{T.m/A}$)

\vec{B} : Induction magnétique exprimée en Tesla (T).

\vec{u} : Vecteur unité de la droite orientée de l'élément $d\vec{l}$ au point M .

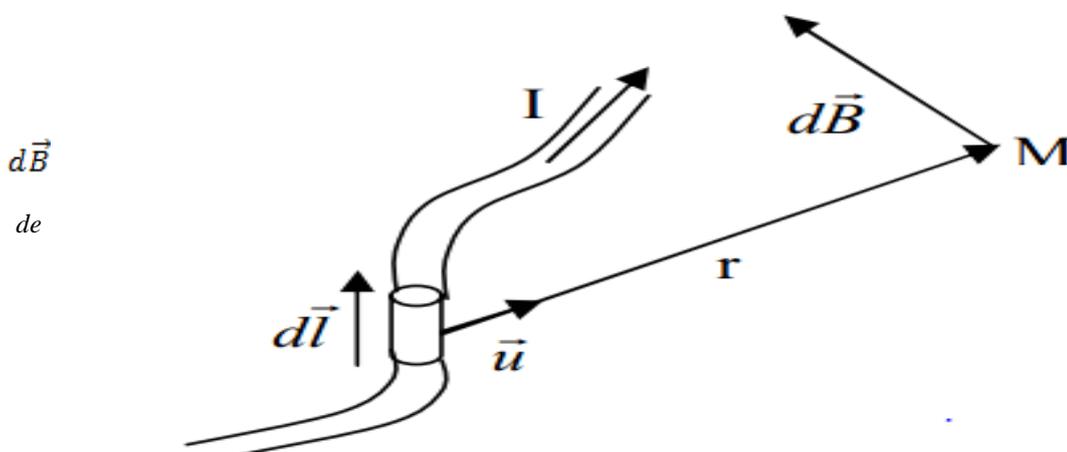


Figure 1.3 :
Induction magnétique
créée par un élément
courant $I \cdot d\vec{l}$

1.2.2. Intensité du champ magnétique

L'intensité du champ magnétique H , est une grandeur directement liée au courant électrique. Le champ magnétique ne peut pas être mesuré directement ; il est déduit en mesurant l'induction dans le vide. L'induction et le champ magnétique sont alors liés par la relation suivante :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (1.4)$$

Où \vec{H} est le champ et μ_0 la perméabilité du vide.

1.2.3. Aimantation et la polarisation magnétique

Dans le domaine des matériaux, une autre grandeur vectorielle, appelée aimantation M , apparaît pour exprimer la réponse du milieu au champ électromagnétique. Dans ce contexte, l'induction magnétique totale est exprimée comme suit [2]:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \vec{H} + \vec{j} \quad (1.5)$$

Avec \vec{j} c'est le vecteur de polarisation magnétique, l'aimantation mesurée est le moment magnétique moyen par unité de volume dans les matériaux magnétique, la relation entre le moment dipolaire $\Delta\vec{M}$ et l'aimantation \vec{M} s'écrit :

$$\Delta\vec{M} = \vec{M}\Delta V \quad (1.6)$$

Sa connaissance en tout point permet de définir complètement l'état magnétique de la matière à l'échelle macroscopique. Elle s'exprime en Ampère par mètre (A/m), et \vec{j} calculée en tesla

1.2.4. Flux magnétique

Prenons une surface de forme quelconque, divisée par un élément de surface $d\vec{S}$ (Figure 1.3). Si un champ d'induction magnétique \vec{B} existe dans la région où se trouve cette surface, alors le flux magnétique traversant cet élément de surface est donné par :

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = B \cdot dS \cos \theta \quad (1.7)$$

Avec \vec{n} est un vecteur normale à dS et θ c'est l'angle entre le vecteur d'induction magnétique \vec{B} et le vecteur normal.

Le flux magnétique total est :

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (1.8)$$

L'unité de flux magnétique exprime en Weber (Wb).

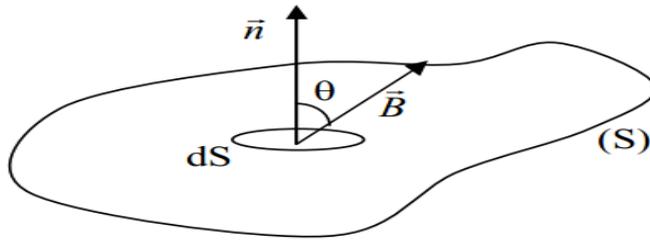


Figure 1.4 : Flux magnétique traversant un élément de surface

1.2.5. Susceptibilité et perméabilité magnétique

L'aimantation \vec{M} d'un matériau est influencée par le champ d'excitation \vec{H} présent à son emplacement. Le rapport entre ces deux grandeurs permet d'introduire la notation de la susceptibilité magnétique relative du matériau par :

$$\chi_r = \frac{M}{H} \quad (1.9)$$

Et la susceptibilité magnétique absolue est dénie par :

$$\chi = \frac{I}{H} \quad (1.10)$$

La perméabilité magnétique absolue μ , qui est le quotient $\frac{B}{H}$ reste constante pour les matériaux isotropes. C'est un indicateur de la facilité avec laquelle les substances peuvent être aimantées, ce qui en fait un critère de qualité important. En pratique, la perméabilité relative μ_r largement préférée et utilisée :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (1.11)$$

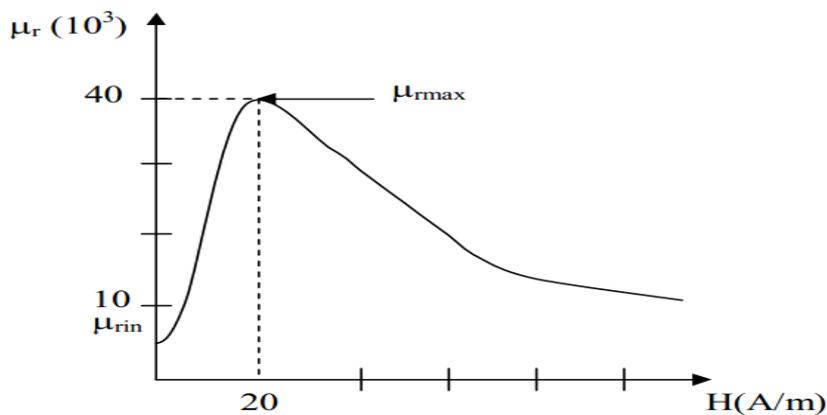


Figure Erreur ! Il n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document..5 : Variation de la perméabilité magnétique

μ_r en fonction du champ Magnétique \vec{H} dans le cas de l'alliage Fe-3%Si [2]

1.3. Matériaux magnétiques

Les matériaux magnétiques jouent un rôle crucial dans de nombreux dispositifs industriels relevant du domaine du génie électrique. Avec le développement des utilisations de l'énergie électrique au cours du siècle dernier, ces matériaux sont devenus indispensables dans divers domaines, allant des ordinateurs aux capteurs et petits servomoteurs équipant les véhicules modernes [3, 4]. Certains matériaux, soumis à une induction magnétique, génèrent eux-mêmes un champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur du volume qu'ils occupent. On dit qu'ils s'aimantent ou se polarisent magnétiquement. Cette propriété est particulièrement visible dans certains matériaux désignés sous le nom de matériaux magnétiques [5, 6]. Ces matériaux ont la capacité variable de canaliser et de concentrer les lignes de champ magnétique, ce qui les qualifie de matériaux magnétiques en présence d'un champ magnétique.

1.3.1. Classification des matériaux

La valeur et la direction de la susceptibilité magnétique varient selon la nature des matériaux. Ainsi, la susceptibilité magnétique χ peut être considérée comme un indicateur de la nature intrinsèque du matériau magnétique. Cette grandeur fournit des informations précieuses sur les principaux types de comportements magnétiques des matériaux.

1.3.1.1. Diamagnétisme

Ces matériaux présentent une faible susceptibilité magnétique négative en réponse à un champ magnétique externe. Ils génèrent un champ magnétique opposé à celui du champ appliqué, ce qui induit un affaiblissement du champ magnétique total à l'intérieur du matériau. Exemples : le graphite, l'eau et le cuivre

1.3.1.2. Paramagnétique

Ces matériaux présentent une susceptibilité magnétique positive en réponse à un champ magnétique externe, bien que généralement faible. Ils sont légèrement attirés par le champ magnétique externe et s'aimantent dans la direction du champ appliqué, mais perdent leur aimantation une fois que le champ est retiré. Exemples : l'aluminium, le platine et l'oxygène.

1.3.1.3. Ferrimagnétisme

Ces matériaux présentent une susceptibilité magnétique positive, mais leurs moments magnétiques atomiques sont alignés de telle manière qu'ils s'annulent partiellement, ce qui induit un champ magnétique net résiduel. Ils peuvent conserver une aimantation spontanée même en l'absence d'un champ magnétique externe. Exemples : l'oxyde de fer (Fe_3O_4) et les ferrites.

1.3.1.4. Ferromagnétisme

Ces matériaux présentent une susceptibilité magnétique positive significative et conservent une aimantation permanente même après la suppression du champ magnétique externe. Ils ont des domaines magnétiques bien définis dans lesquels les moments magnétiques atomiques sont alignés de manière cohérente. Exemples : le fer, le cobalt et le nickel.

Type de matériau	Susceptibilité magnétique	Exemples
Diamagnétique	$\sim -1 \times 10^{-5}$	Cu, Au
Ferrimagnétique	~ 3000	FeO, MnO, ZnO
Paramagnétique	10^{-5} à 10^{-3}	Al, Pt
Ferromagnétique	50 à 10000	Fe, Ni, Co

Table 1.1: *Susceptibilité magnétique des principaux types de matériaux magnétiques*

Pour les machines électromagnétiques, qu'elles soient tournantes (comme les moteurs et les génératrices) ou statiques (comme les transformateurs), le noyau est toujours constitué de matériaux ferromagnétiques. En effet, la susceptibilité χ des matériaux ferromagnétiques a une valeur très élevée, pouvant atteindre jusqu'à 10,000, [4] comme le montre le tableau 1 ci-dessus. Cela leur confère une grande efficacité pour canaliser et concentrer les lignes de champ magnétique à l'intérieur, rendant ainsi le transfert d'énergie électrique en énergie électromagnétique (et vice versa) plus efficace et avec moins de pertes magnétiques. Le fer est l'élément de base pour ce type de matériaux, puisque son aimantation de saturation M_s est élevée, pouvant atteindre 2.16T. Cependant, il reste un matériau imparfait à utiliser, notamment pour le fonctionnement alternatif, car sa faible résistivité ($10\mu\Omega/\text{cm}$) entraîne une faible perméabilité, augmentant les pertes dues aux courants de Foucault et réduisant le rendement des machines fabriquées.

Pour remédier à cela, les chercheurs ont ajouté un pourcentage de silicium ou d'aluminium, diminuant ainsi la conductivité thermique. Cela réduit les pertes et la dégradation de l'induction de saturation B_{\max} jusqu'à 2T pour les alliages, rendant les alliages plus efficaces avec une aimantation de saturation élevée et des champs coercitifs faibles. Cela signifie également des pertes magnétiques moindres et un

rendement élevé, tout en augmentant la résistance, permettant l'utilisation des alliages dans diverses conditions de fonctionnement, qu'il s'agisse de machines tournantes ou fixes.

Pour les matériaux ferromagnétiques, les moments magnétiques sont orientés parallèlement les uns aux autres par une interaction mutuelle appelée couplage ferromagnétique, comme illustré sur la Fig.1.6. Ces matériaux présentent également une polarisation spontanée. Concernant le retour à une distribution aléatoire des moments magnétiques sous l'effet d'une élévation de température, les matériaux ferromagnétiques ont aussi une température de Curie θ , au-dessus de laquelle ils deviennent paramagnétiques (Fig.1.6). [7, 2].

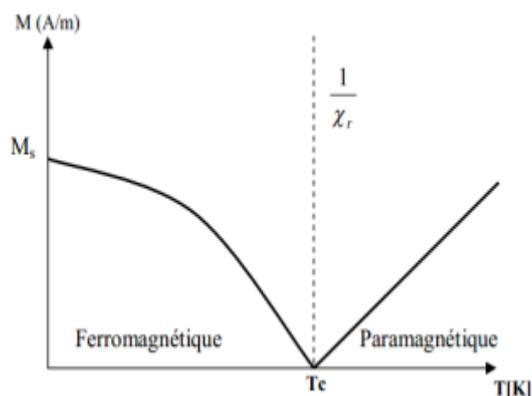


Figure 1.6 : Effet de la température sur l'aimantation d'un matériau Ferromagnétique

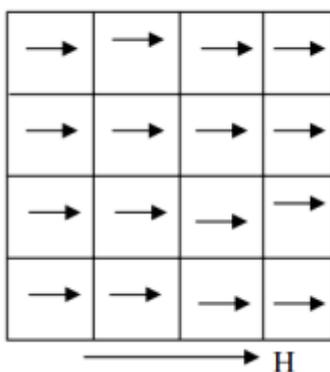


Figure 1.7 : Ferromagnétisme

Ferromagnétiquescette classe en deux familles doux et dur. Les matériaux ferromagnétiques doux se distinguent par leur forte susceptibilité initiale, ce qui leur confère la capacité de réagir à de faibles champs magnétiques d'excitation. De plus, leur aimantation rémanente est facile à annuler car le champ coercitif H_C associé n'est pas très élevé. [8] Cette caractéristique réduit les pertes par hystérésis et se traduit par un cycle d'hystérésis étroit. Ces matériaux sont souvent utilisés comme conducteurs de flux pour la transmission d'informations ou la conversion d'énergie. Par exemple, les matériaux tels que le fer, avec une aimantation rémanente facilement annulable, sont fréquemment utilisés dans des appareils où le champ magnétique

varie, comme les transformateurs, les électroaimants ou les relais. Les matériaux ferromagnétiques durs, en revanche, se caractérisent par une perméabilité relative faible et un champ coercitif élevé ; leur magnétisme rémanent est ainsi plus difficile à supprimer. Ces matériaux présentent un cycle d'hystérésis très large ($10^4 < H_c < 10^6$ kA/m) [8]. Ils sont généralement utilisés pour fabriquer des aimants permanents, comme l'acier. Le tableau 1.2 présente une comparaison des principales propriétés magnétiques des deux familles de matériaux ferromagnétiques, à savoir les matériaux doux et durs, en termes de perméabilité relative (μ_r), de champ coercitif (H_c), d'aimantation rémanente (M_r) et de pertes par hystérésis. La figure 1.8 illustre les cycles d'hystérésis des deux types de matériaux (doux et dur), mettant en évidence les différences notables mentionnées dans le tableau 1.2. Il convient de noter que les pertes par hystérésis sont proportionnelles à l'aire du cycle d'hystérésis.

Matériaux	Perméabilité relative μ_r	champ coercitif H_c	L'aimantation de Rémanent M_r	Pertes par Hystérésis
Doux (ex : fer)	Élevée	Faible	Faible	Faible
Durs (ex : Acier)	Faible	Élevée	Élevée	Élevée

Table 1.2 : Comparaison entre les deux familles des matériaux ferromagnétiques doux et durs

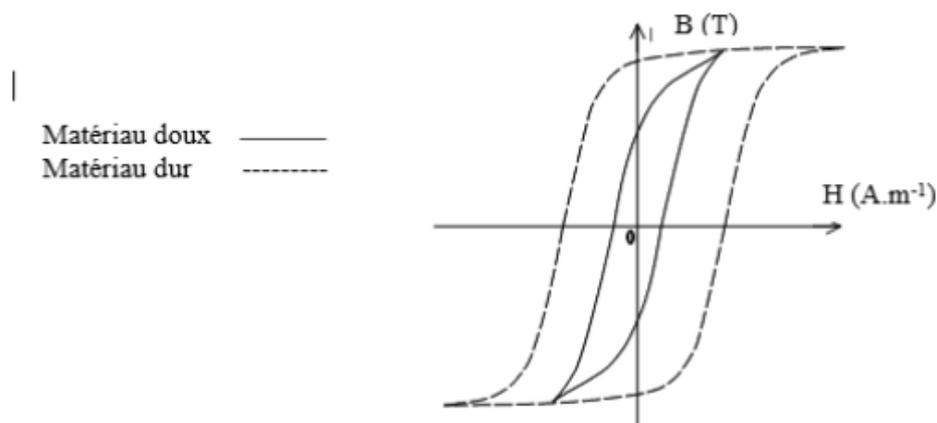


Figure 1.8 : Représente les cycles d'hystérésis des deux substances douces et dur

- **Température de curie**

Les propriétés magnétiques des matériaux ferromagnétiques sont sensibles à la température. L'induction rémanente d'un matériau est mesurée expérimentalement en fonction de la température, et il est observé qu'elle s'annule à une certaine température appelée température de Curie. Lorsque la température

augmente, tous les matériaux perdent progressivement leurs propriétés magnétiques [9, 10, 11]. . Plusieurs phénomènes sont observés quant à la variation de l'aimantation des matériaux en fonction de la température. Le diamagnétisme, par exemple, est peu sensible à la température et ne dépend pas de l'intensité du champ magnétique. En général, plus la température est basse, plus la susceptibilité diamagnétique est élevée. Au-delà de la température de Curie, les matériaux ferromagnétiques perdent leurs propriétés magnétiques et se comportent comme des matériaux paramagnétiques, comme illustré dans la Figure 1.6. [12].

1.4. Energiemagnétique

Pour la structure des domaines il existe quatre termes à l'énergie magnétique, ces énergies

Sont les suivants :

1.4.1 Energie d'échange

Sur le plan microscopique, les moments magnétiques des atomes interagissent les uns avec les autres, phénomène connu sous le nom d'interaction d'échange. Cette interaction découle de la mise en commun partielle des orbitales des électrons périphériques entre deux atomes adjacents. La valeur de cette énergie est équivalente à l'énergie nécessaire pour rompre cette configuration, comme illustré dans la Figure 1.9. L'interaction d'échange tend à aligner les moments magnétiques microscopiques de chaque atome [5].

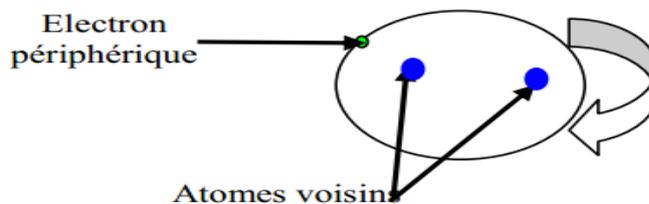


Figure.1.9 : *Mouvement de l'électron commun*

1.4.2 Energie d'anisotropie cristalline

Dans la phase solide, le fer, le cobalt et le nickel, éléments prédominants des matériaux magnétiques doux, adoptent respectivement les structures cristallines suivantes : cubique centrée, hexagonale et cubique à faces centrées. Prenons l'exemple d'un matériau cristallisé selon la structure cubique centrée, comme illustré dans la Figure 1.10.

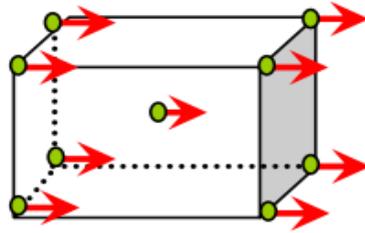


Figure 1.10 : *Alignement moments magnétiques*

Comme on a discuté précédemment, les moments magnétiques microscopiques tendent à s'aligner en raison de l'énergie d'échange entre les atomes adjacents. La distance entre deux atomes voisins est influencée par leur position relative dans le réseau cristallin, ce qui affecte l'énergie d'échange en fonction de la direction. Par conséquent, certaines orientations des moments magnétiques sont privilégiées. L'énergie d'anisotropie représente l'énergie nécessaire pour orienter l'ensemble de ces moments dans une direction spécifique. Lorsqu'un champ d'excitation est appliqué au matériau [5], la direction de cette excitation est cruciale.

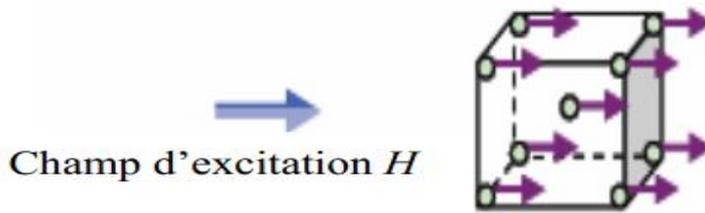


Figure 1.11 : *L'énergie à fournir est faible car la direction du champ d'excitation est la même que celle des moments magnétiques microscopiques*

Par contre, si l'on excite le matériau avec un champ d'excitation, dont la direction est la suivante

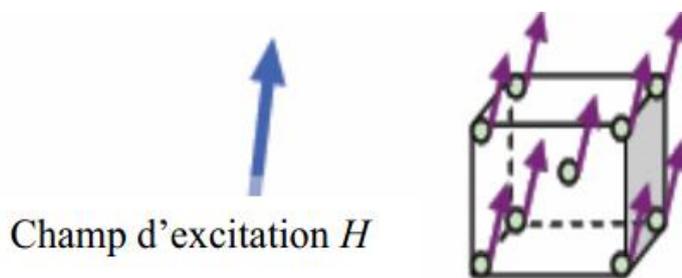


Figure 1.12 : *L'énergie à fournir est importante car la direction du champ d'excitation est Différente de celle des moments magnétiques microscopiques.*

1.4.3 Energie magnéto-élastique

L'énergie magnéto-élastique représente l'énergie mécanique nécessaire pour modifier les associations d'électrons dans le matériau. Sa valeur varie en fonction de l'orientation de l'aimantation, des composantes de la contrainte et des coefficients caractéristiques du matériau

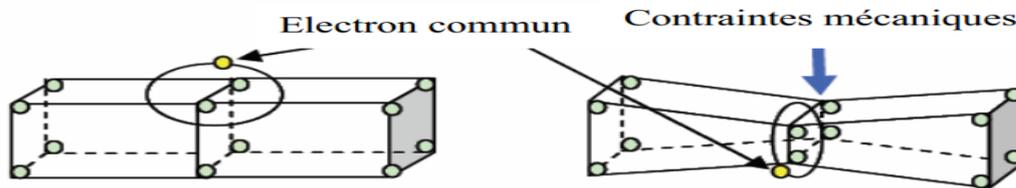


Figure1.13 : Exemple schématisé l'influence d'une contrainte mécanique

1.5. Domaines magnétiques

En général, un échantillon de matériau ferromagnétique se divise en plusieurs régions appelées domaines de *Weiss*. Dans chaque domaine, tous les moments magnétiques atomiques sont alignés parallèlement sous l'effet des forces d'échange. Les formes des domaines magnétiques sont très variables et, dans leur plus grande extension, peuvent atteindre jusqu'à *1mm*. Le module de polarisation spontanée a la même valeur dans tous les domaines magnétiques [13]. Chaque domaine est séparé de son voisin par une zone où l'orientation des moments magnétiques change progressivement, passant de la direction de la polarisation dans un domaine à celle du domaine adjacent. Cette zone de transition, qui délimite les domaines magnétiques, est appelée paroi de *Bloch*.

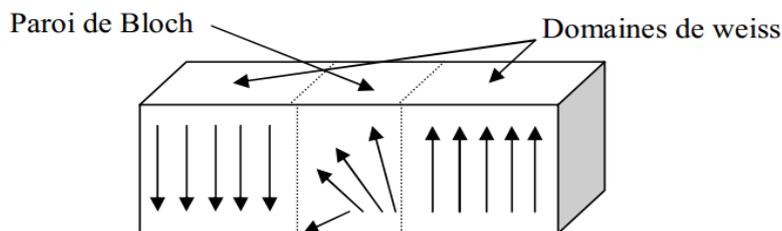


Figure1.14 : Transition graduelle entre deux domaines à 180°

1.6. Mécanisme d'hystérésis

1.6.1 Définition

La notion d'hystérésis a été introduite en 1883 par *J-A. Ewing* [?]. Elle se manifeste dans le domaine magnétique sous diverses formes, telles que le diagramme $B - H$, la courbe d'aimantation ou la courbe de

réponse des matériaux magnétiques, le plus couramment utilisé étant le cycle d'hystérésis magnétique. La relation entre le champ magnétique \vec{B} et le champ magnétique \vec{H} n'est pas linéaire en raison de la dépendance de la perméabilité μ par rapport à \vec{H} . L'hystérésis est ainsi liée à la structure en domaines du matériau et aux déplacements des parois [14]. Ce cycle peut être représenté par des fonctions mathématiques (ou modèles de cycle d'hystérésis), et il est caractérisé par plusieurs points remarquables tels que le champ coercitif H_c , l'induction à saturation B_{sat} et l'induction rémanente B_r . Ces points peuvent être clairement observés dans la Figure 1.15 suivante :

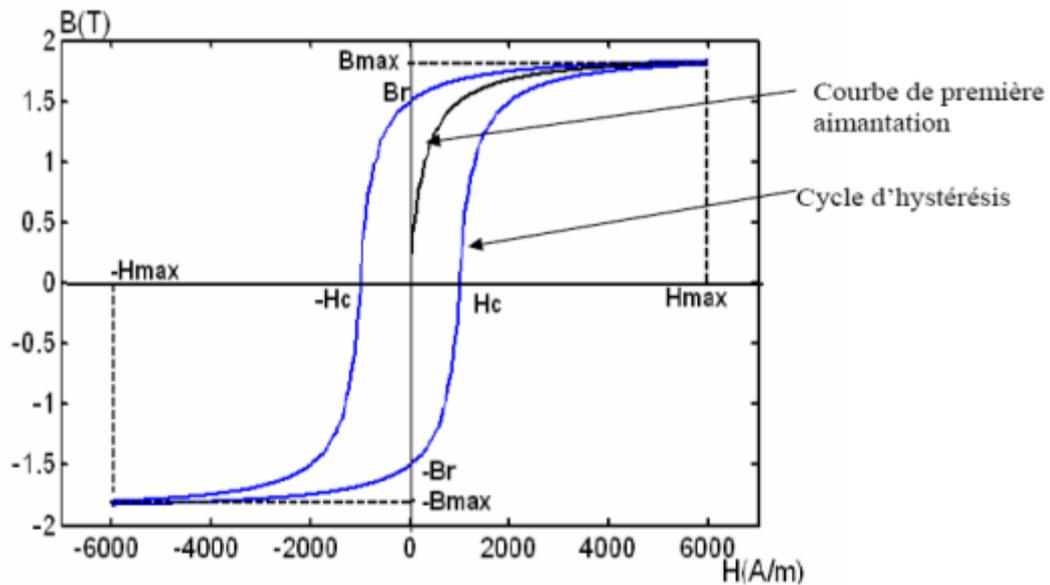


Figure 1.15 : Cycle d'hystérésis [15]

En se basant sur la forme de la courbe du cycle d'hystérésis illustrée dans la Figure 1.15 d'un matériau magnétique, plusieurs descriptions peuvent être fournies :

1. La courbe an hystérétique :

La courbe an hystérétique représente l'induction en fonction du champ magnétique telle qu'elle serait si les transformations dans le matériau étaient réversibles, c'est-à-dire sans pertes.

2. La courbe de première Aimantation :

La courbe de première aimantation d'un matériau ferromagnétique, initialement désaimanté, est obtenue en appliquant un champ extérieur croissant progressivement. Le diagramme $B(H)$ résultant est représenté à la figure (1.16); [16].

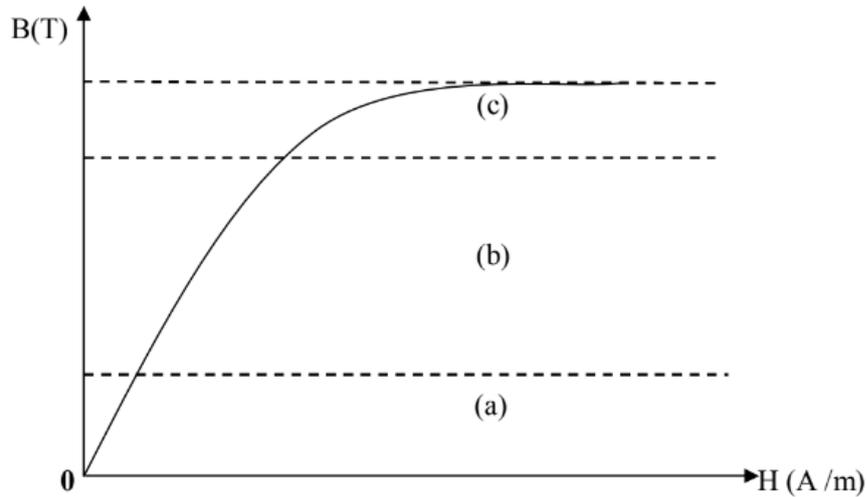


Figure 1.16 : La courbe de la première aimantation

Dans la Figure 1.16, nous pouvons observer trois zones distinctes sur la courbe du cycle d'hystérésis

- ***Zone des champs faibles (a)***

Dans cette zone, la structure en domaines reste peu perturbée : les parois de Bloch se déplacent ou se déforment légèrement, sans bouleverser la structure en domaines. Un champ faible provoque une déformation réversible des parois, qui se comportent comme des membranes élastiques [17].

- ***Zone des champs moyens (b)***

Dans cette zone, la répartition en domaines change et le déplacement des parois devient irréversible. Les parois rencontrent des obstacles (défauts de la structure cristalline, inclusions, etc.) sur lesquels elles peuvent se bloquer lors de l'annulation du champ extérieur, ce qui entraîne l'apparition d'une aimantation moyenne non nulle, qualifiée de rémanente, plus ou moins importante [18].

- ***Zone des champs forts (c)***

La plupart des parois disparaissent et chaque cristal devient un vaste domaine où l'aimantation quitte progressivement la direction de facile aimantation la plus favorable pour s'aligner avec la direction du champ appliqué. Lorsque cet alignement est réalisé, on obtient finalement l'aimantation macroscopique à saturation du matériau [17, 18].

Le cycle d'hystérésis principal se produit lorsque le champ magnétique est varié à une valeur suffisamment élevée pour saturer le matériau dans les deux sens opposés. Tout point (H, M) situé à l'intérieur du cycle principal représente un état possible du matériau. Ainsi, le comportement d'un matériau dépend non seulement de la valeur du courant appliqué, mais aussi de l'historique du matériau.

Un cycle d'hystérésis majeur est celui où l'induction magnétique maximale B_{max} atteint la valeur d'induction de saturation du matériau $B_{max} = B_{sat}$. En revanche, un cycle d'hystérésis mineur correspond à tout cycle où l'induction maximale est inférieure à l'induction de saturation $B_{max} < B_{sat}$. Tout point (H, B) sur la courbe de la première aimantation, situé en dessous du point de saturation, correspond au début d'un cycle d'hystérésis mineur

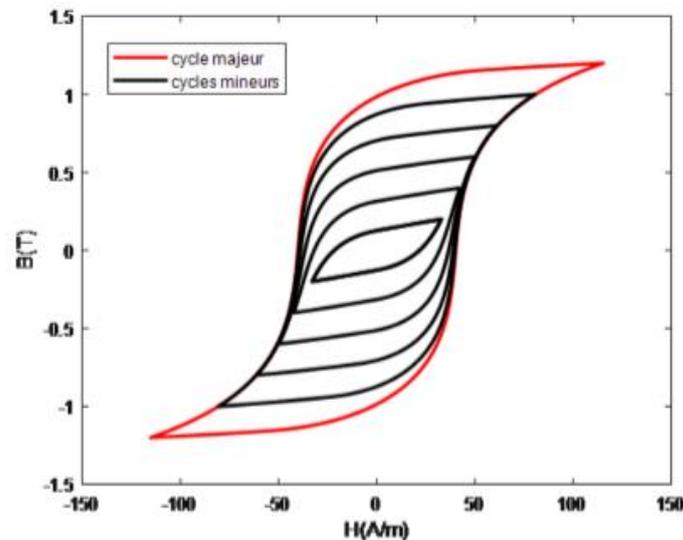


Figure 1.17 : Cycle d'hystérésis majeur en rouge de $B_{sat} = B_{max} = 1.2T$ et les cycles mineurs en noir (de $B_{max} = 0.2T$ à $1T$, étape $0.2T$)

1.7. Pertes magnétiques

Les pertes fer dans un matériau correspondent à une dissipation d'énergie résultant de l'irréversibilité inhérente aux mécanismes d'aimantation. À l'échelle macroscopique, elles se manifestent par l'aire du cycle d'hystérésis [19], dont la valeur est représentée par l'équation (1.12). En général, ces pertes sont classiquement divisées en deux parties dans la littérature : la première partie correspond aux pertes par hystérésis (liées au déplacement des parois magnétiques), tandis que la deuxième partie concerne les pertes par courants de Foucault (phénomène classique) [8]. Cependant, l'expérience révèle l'existence de pertes supérieures à celles estimées théoriquement. Cette partie excédentaire de dissipation est couramment désignée sous le terme de "pertes par excès", et elle est causée par les courants induits microscopiques localisés autour des parois magnétiques [20].

$$W = \oint \vec{H} \cdot d\vec{B} \quad (1.12)$$

Il existe trois types de pertes magnétiques :

1.7.1 Pertes par hystérésis

Les pertes par hystérésis résultent du travail des forces de freinage agissant sur les parois de Bloch en mouvement. Elles sont maximales lorsque les forces de piégeage sont les plus importantes, ce qui signifie que dans les matériaux, les pertes par hystérésis correspondent au travail nécessaire pour parcourir lentement la courbe d'hystérésis [21]. Ainsi, ces pertes sont exclusivement liées, de manière intrinsèque, aux propriétés physiques du matériau et à sa géométrie.

1.7.2 Pertes par courant de Foucault

Les pertes par courant de Foucault, se produisent lorsque des courants sont induits dans tout matériau conducteur, qu'il soit magnétique ou non, en raison d'un flux variable dans le temps. Ces pertes peuvent être significatives dans les matériaux de faible résistivité électrique tels que les alliages magnétiques [21]. En pratique, pour réduire ces pertes, on utilise généralement des circuits magnétiques feuilletés.

1.7.3 Les pertes par excès

Ces pertes spécifiques ne possèdent pas d'expression spécifique définie. Elles résultent principalement de l'expérience et représentent la différence entre les pertes théoriques et totales. Les pertes théoriques correspondent à la valeur des pertes moins les pertes réelles, comme confirmé par plusieurs recherches antérieures [22, 23].

1.8. Conclusion

Ce chapitre a présenté les concepts fondamentaux du magnétisme, de l'origine microscopique des moments magnétiques à la caractérisation macroscopique des matériaux magnétiques.

Nous avons exploré les différentes grandeurs magnétiques, telles que l'induction magnétique, l'intensité du champ magnétique, l'aimantation et la polarisation magnétique, ainsi que le flux magnétique et la susceptibilité magnétique.

L'accent a été mis sur la classification des matériaux magnétiques, en distinguant les matériaux diamagnétiques, paramagnétiques, ferrimagnétiques et ferromagnétiques. Les matériaux ferromagnétiques, utilisés dans les applications industrielles, ont été décrits en détail, en distinguant les matériaux doux et durs.

Le concept d'hystérésis magnétique a été introduit, illustrant la relation non-linéaire entre l'induction magnétique et l'intensité du champ magnétique. Les différents types de cycles d'hystérésis (majeur et mineur) et les paramètres caractéristiques (champ coercitif, induction à saturation, induction rémanente) ont été expliqués.

Enfin, les pertes magnétiques, résultant de l'irréversibilité du processus d'aimantation, ont été abordées. Les pertes par hystérésis, les pertes par courants de Foucault et les pertes par excès ont été décrites, mettant en évidence leur importance dans les applications pratiques.

2. Introduction

Pour représenter le comportement hystérétique des matériaux magnétiques, la littérature propose plusieurs modèles. Certains sont purement analytiques et s'appuient sur des relations mathématiques rigoureuses, tandis que d'autres sont de nature phénoménologique et visent à tenir les tendances observées de manière empirique. Ces différents modèles visent à établir une relation précise entre l'induction magnétique B et le champ magnétique appliqué H .

Cette étude ne traite pas de l'analyse des modèles d'hystérésis, qui sont généralement basés sur les méthodes analytiques ou mathématiques pour représenter les cycles d'hystérésis. Contrairement, il y a des modèles d'hystérésis fondus sur des approches physiques par la description du mécanisme des parois magnétiques au sein de matériaux ferromagnétiques comme le modèle de *JilesAtherton*.

Dans ce chapitre, nous avons étudié divers modèles d'hystérésis, en analysant leurs avantages et leurs inconvénients afin de choisir le modèle que nous utiliserons dans le chapitre 4 pour l'intégrer dans le code de calcul.

2.1. Les modèles analytiques

Le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques peut être représenté de manière simple en utilisant des approximations par des fonctions analytiques des caractéristiques d'hystérésis. Dans la plupart des situations déterminées empiriquement, ces fonctions analytiques reproduisent habituellement les caractéristiques anhystérétiques, mais dans certains cas spécifiques, elles offrent également des modèles avec des boucles d'hystérésis. Dans ces modèles, on simule les relations entre l'intensité de champ magnétique, H , et l'aimantation, M , tandis que dans de nombreux cas, on définit les relations entre l'intensité de champ H et l'induction magnétique B .

2.2 Le modèle de Rayleigh :

Le modèle de *Rayleigh* est sans doute l'un des plus anciens modèles analytiques (*Lord Rayleigh*, 1842-1919). Selon *Rayleigh*, la perméabilité peut être représentée par les deux premiers termes d'une approximation en série de puissances dans la région des faibles champs de la courbe d'aimantation initiale, comme le soulignent *Bozorth*, *Polivanov*, *Chikazumi*, *Charapet Jiles*.

$$\mu(H) = \mu_{in} + \eta H \quad (2.1)$$

Où μ_{in} est la perméabilité initiale, et η est la constante de *Rayleigh*. L'équation ci-dessus donne une relation parabolique entre l'intensité du champ magnétique H et la densité de flux magnétique B pour la partie initiale de la courbe d'aimantation.

$$B(H) = \mu_{in} H + \frac{1}{2} \eta H^2 \quad (2.2)$$

Les termes $\mu_{in} H$ et $\eta H^2/2$ représentent respectivement les composantes réversible et irréversible de l'induction magnétique. En appliquant un champ d'excitation sinusoïdal d'une valeur maximale H_{max} , l'induction magnétique peut s'exprimer comme suit :

Si le champ magnétique H est croissant :

$$B(H) = \mu_{in}(H + H_{max}) + \frac{1}{2}\eta(H + H_{max})^2 - B_{max} \quad (2.3)$$

Si le champ magnétique H est décroissant :

$$B(H) = \mu_{in}(H - H_{max}) - \frac{1}{2}\eta(H - H_{max})^2 + B_{max} \quad (2.4)$$

Avec :

$$B_{max} = \mu_{in}H_{max} + \eta(H_{max})^2 \quad (2.5)$$

En substituant cette équation dans (Eq 2.5) dans les équations (Eq 2.3) et (Eq 2.4), on peut déduire la formulation du modèle de Rayleigh finale, en affectant au deuxième terme un signe (+) pour la branche ascendante et un signe (-) pour la branche descendante du cycle d'hystérésis, le modèle obtenu soit alors :

$$B(H) = (\mu_{in} + H_{max}) H(t) + \text{sgn}(dH) \frac{\eta}{2} (H^2(t) - H_{max}^2) \quad (2.6)$$

Les pertes par hystérésis peuvent être déterminées par le calcul de l'aire (H, B), à partir de l'équation (Eq 2.2) l'expression des pertes par unité de volume avec la variation élémentaire de l'induction s'écrit comme suit :

$$dB = (\mu_{in} + \eta H_{max}) dh \pm \eta H dh \quad (2.7)$$

L'énergie dissipée s'écrit sous la forme :

$$W = 2 \int_{B_{min}}^{B_{max}} H [(\mu_{in} + \eta H_{max}) + \eta H] dH = \frac{4}{3} \eta H_{max}^3 \quad (2.8)$$

Les paramètres du modèle (η, μ_{in}) de Rayleigh peuvent être déterminés à partir du champ d'excitation maximum H_{max} de l'induction maximum B_{max} et de l'induction rémanente B_r où

$H = 0$, et $B = B_r$, Sachant que :

$$\eta = \frac{2B_r}{H_{max}^2} \quad (2.9)$$

Connaissant la valeur de η , on détermine la perméabilité initiale μ_{in} à partir de (Eq 2.5) :

$$\mu_{in} = \frac{B_{max}}{H_{max}} - \eta H_{max} \quad (2.10)$$

De même on peut déduire l'expression du champ coercitif :

$$H_c = \sqrt{(((\mu_{in} / (\eta + H_{max})))^2 + (H_{max})^2)} - (\mu_{in}/\eta + H_{max}) \quad (2.11)$$

Si $H_{max} \ll \mu_{in}/\eta$, l'expression (Eq 2.12) peut se réduire à la forme :

$$H_c = \sqrt{(((\mu_{in} / (\eta)))^2 + (H_{max})^2)} - (\mu_{in}/\eta) \quad (2.12)$$

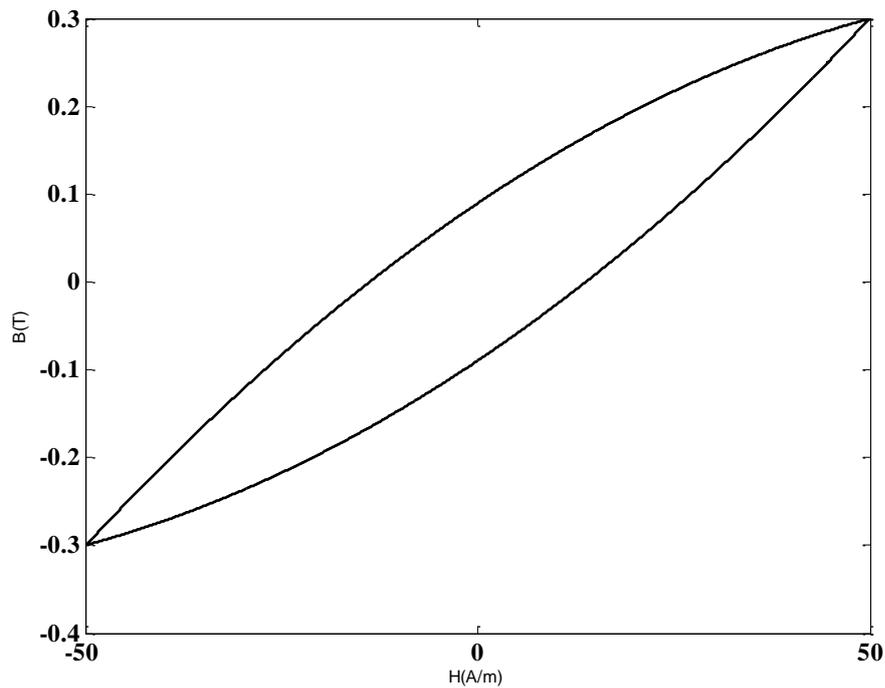


Figure 2.1 : Cycle d'hystérésis et courbe (Rayleigh)

2.2.1. Modèle de Frôlich :

Le modèle de Frohlich est un modèle mathématique simple pour décrire le comportement hystérétique des matériaux ferromagnétiques. Il a été proposé par le physicien hongrois Ervin Frohlich en 1935.

$$B(H) = \frac{H}{\alpha + \beta|H|} \quad (2.13)$$

Le modèle de *Frohlich* représente la relation entre l'induction magnétique B et le champ magnétique appliqué H à l'aide d'une fonction analytique relativement simple, qui capture les principales caractéristiques de l'hystérésis magnétique : la première définie avant la saturation ($B_s \leq B$) et la deuxième juste au-dessus de la saturation ($B_s \geq B$). Le modèle modifié de *Frôlich* (Eq. 2.13) est le résultat de ces différents développements.

$$\begin{cases} B(H) = \frac{H}{a_1 + b_1 |H|} & B \leq B_s \\ B(H) = B_s + \frac{H - H_s}{a_2 + b_2 (H - H_s)} & B \geq B_s \end{cases} \quad (2.14)$$

En utilisant ce modèle, on obtient un cycle d'hystérésis étroit pour les matériaux ferromagnétiques doux et un cycle d'hystérésis large pour les matériaux ferromagnétiques durs. Cependant, les résultats obtenus ne sont pas compatibles avec certains matériaux magnétiques. Afin de résoudre ce problème, a mis en place le champ coercitif H_C sur les deux branches principales du cycle.

$$B(H) = \frac{H + \text{sgn}(dH) \times H_c}{\alpha + \beta |H + \text{sgn}(dH) \times H_c|} \quad (2.15)$$

En basant sur les points de saturation ($B_s, H \rightarrow \infty$) et de rémanente ($B_r, H=0$) ; Les paramètres α et β du modèle peuvent être déterminés directement :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_s = \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{H + H_c}{\alpha + \beta (H + H_c)} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{B_s} \\ \beta_r = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{H + H_c}{\alpha + \beta (H + H_c)} = \frac{H_c}{\alpha + \beta H_c} \Rightarrow \alpha = H_c \left(\frac{1}{\beta_r} - \frac{1}{\beta_s} \right) \end{array} \right\} \quad (2.16)$$

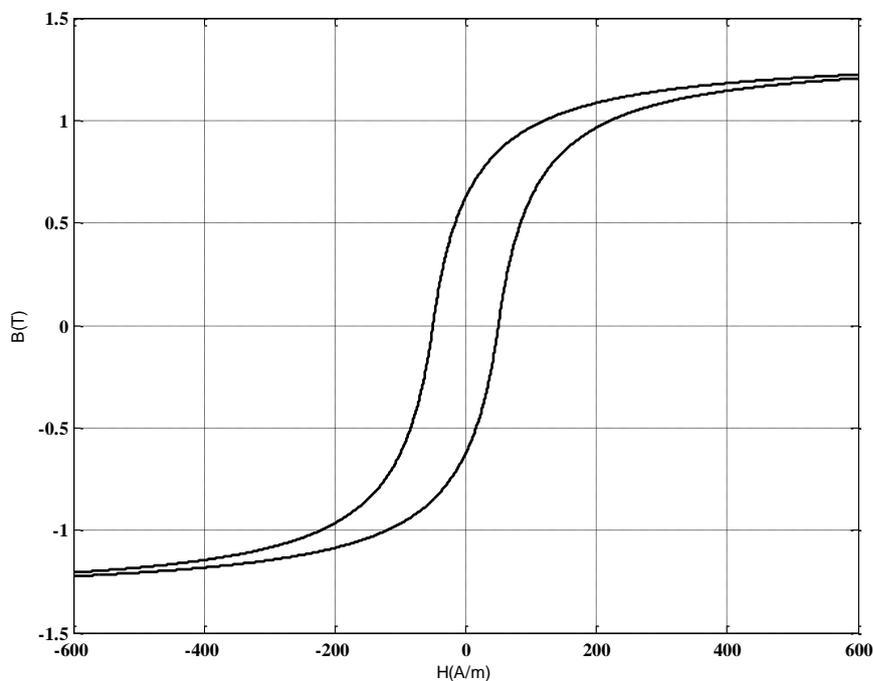


Figure 2.2 : Cycle d'hystérésis généré par le modèle de type Frölich.

D'après les courbes simulées avec ce modèle, on peut déduire que le champ coercitif croît proportionnellement avec l'augmentation des paramètres α et β . Ces paramètres influencent donc directement la surface de la courbe d'hystérésis, et vice versa. Autrement dit, en faisant varier les valeurs de α et β , on peut ajuster la forme et la surface du cycle d'hystérésis obtenu par le modèle.

2.2.2 Modèle fractionnel :

Le modèle empirique de base fractionnelle ($1/H_i$, $i = 1$ à n) est également présent dans la littérature en plus des modèles polynomiaux. Toutefois, ce modèle ne peut être considéré comme satisfaisant que lorsque les champs appliqués se trouvent à proximité du champ de saturation. Autrement dit, le modèle fractionnaire ne s'applique qu'à des régimes proches de la saturation magnétique :

$$B = \mu_0 M_s \left(1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \dots \right) + \mu_0 H \quad (2.17)$$

Le paramètre a représente la constante de Néel. En tenant compte la loi de comportement magnétique, le modèle aura la forme suivante :

$$M = M_s \left(1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \dots \right) \quad (2.18)$$

Dionne G.F. et al. [24] ont proposé une variante du modèle précédent. Trois nouveaux paramètres magnétiques ont été ajoutés à la formulation : le champ coercitif H_C , le champ d'anisotropie H_K et le champ de nucléation H_n . La nouvelle phrase est donc écrite :

$$M = M_s \left(1 - \frac{a}{H+H_n \pm H_C} - \frac{b}{(H+H_k)^2} \dots \right) \quad (2.19)$$

Le signe (+) est affecté sur la branche ascendante, et le signe (-) est affecté sur la branche descendante du cycle d'hystérésis. Les paramètres a et b du modèle sont déterminés à partir des points ($M=0$, $H = -H_C$, $M=M_r$), tel que :

$$M (H = -H_C) = 0 = M_s \left(1 - \frac{a}{H_n} - \frac{b}{(-H_C+H_k)^2} \right) \quad (2.20)$$

$$M (H = 0) = M_r = M_s \left(1 - \frac{a}{H_n+H_C} - \frac{b}{(H_k)^2} \right) \quad (2.21)$$

De même, si la saturation de l'aimantation n'est pas atteinte, la formulation ci-dessus devient :

$$M_m = M_s \left(1 - \frac{a}{H_C+H_m+H_n} - \frac{b}{(H_m+H_k)^2} \right) \quad (2.22)$$

2.2.3 Modèle à fonction auxiliaire :

L'utilisation de cette fonction repose sur une fraction de polynôme de second ordre, associée aux paramètres (a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , H), dont l'identification est également réalisée à partir des mesures testées.

$$M(H) = \frac{a_1 H + a_2 H^2}{1 + b_1 H + b_2 H^2} \quad (2.23)$$

Ces paramètres sont déterminés à partir de deux zones, la zone de Rayleigh représentée par (Eq 2.24), et la zone de saturation représentée par (Eq 2.25) :

$$M(H) = \chi H + \eta H^2 \quad (2.24)$$

χ_{in} : La susceptibilité initiale, η : la constante de Rayleigh.

$$M(H) = M_s \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) \quad (2.25)$$

M_s : Aimantation de saturation,

α : la constante de Néel.

A partir des équations (Eq 2.24) et (Eq 2.25), on peut identifier les quatre paramètres de la fonction (Eq 2.23) :

$$a_1 = \chi_{in}, a_2 = \left(\frac{M_s \eta + \chi_{in}^2}{M_s + \chi_{in} \alpha}\right), \quad b_1 = \left(\frac{\alpha \eta + \chi_{in}}{M_s - \chi_{in} \alpha}\right) \quad \text{et} \quad b_2 = \left(\frac{M_s \eta + \chi_{in}^2}{M_s (M_s - \chi_{in} \alpha)}\right) \quad (2.26)$$

S'il n'est pas possible de décrire correctement le cycle d'hystérésis avec la formulation précédente, Rivas et al. [25] ont suggéré une amélioration de cette approche. Ils ont supposé que deux fonctions auxiliaires B_1 et B_2 peuvent être utilisées pour produire un cycle d'hystérésis.

$$B_1 = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad \text{et} \quad B_2 = \frac{f_1 - f_2}{2} \quad (2.27)$$

Où f_2 branche montante du cycle majeur, et f_1 : la branche descendante du cycle majeur. L'induction magnétique B_{est} déterminé par :

$$\begin{cases} B(H) = B_1(H) + B_2(H) & \text{pour } dH < 0 \\ B(H) = B_1(H) - B_2(H) & \text{pour } dH > 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

$$B_1(H) = \mu_0 \left(H + \frac{A_1 + A_2 H |H|}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right), \quad B_2(H) = \mu_0 \left(\frac{c_1 (H_s - |H|) + c_2 (H_s^2 - H^2)}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right) \quad (2.29)$$

b_1, b_2 sont les mêmes que ceux identifiés par l'équation (Eq 2.26). Les nouveaux paramètres A_1, A_2, c_1 et c_2 seront identifiées à partir des résultats expérimentaux du cycle d'hystérésis. En dérivant l'équation (Eq 2.28)

aux points ($H=0, B=Br.$) ; on aura :

$$\left. \frac{dB}{dH} \right| = \left(\frac{dB_1}{dH} \pm \frac{dB_2}{dH} \right) \Big| = \mu_{diff} \quad (2.30)$$

Danscespoints : $\frac{dB_2}{dH} = 0$

$$\left| \mu_{diff} \right| = \frac{dB_1}{dH} = \mu_0(1 + A_1) \quad (2.31)$$

A la zone de saturation la perméabilité différentielle est constante ; donc :

$$\mu_{diff}, H_S = \frac{B_S}{H_S} = \mu_0(1 + A_1) \quad (2.32)$$

A partir des Réf [13-14] on peut déterminer les coefficients A_1, A_2, C_1 et C_2 :

$$A_1 = \left(\frac{B_S}{\mu_0 H} - 1 \right), A_2 = \left(\frac{B_S - \mu_0 H_S}{\mu_0 H_S^2} \right) (b_1 H_S + b_2 H_S^2), C_1 = \frac{b_1 B_r}{\mu_0} \text{ et } C_2 = \frac{B_r(1 + b_1 H_S)}{\mu_0 H_S^2} \quad (2.33)$$

2.2.4 Modèle Potter :

Grâce aux travaux de Potter, il a été possible d'approximatiser le cycle d'hystérésis en utilisant un modèle basé sur les éléments expérimentaux tels que l'aimantation de saturation M_s , l'aimantation rémanente M_r , le champ de saturation H_S et le champ cohérent H_C . Ces mesures sont indispensables afin de créer ce modèle. Ce modèle se distingue par la présence d'une fonction analytique définie par α . Toutefois, ce modèle est plutôt facile à appliquer, mais il ne fournit pas une description adéquate des cycles mineurs. Le modèle est fourni sous la forme suivante. [26] :

$$M(H, \alpha) = M_s \left[\text{sign}(\alpha) - \alpha \left(1 + \tanh \left(\frac{H_c - H \times \text{sign}(\alpha)}{H_c} \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right) \right] \quad (2.34)$$

Sur le cycle majeur, le coefficient α est de ± 1 et est calculé à chaque point de renversement par H et α^* . Le calcul de l'aimantation M sera donc effectué en utilisant H et α^* . Il est positif lorsque H augmente et négatif si H diminue, tel que $\alpha \leq 1$

$$\alpha^* = \frac{2\text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left(\left(1 - \text{sign}(\alpha) \left(\frac{H}{H_c} \right) \right) \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right]}{1 + \tanh \left(\left(1 - \text{sign}(\alpha) \left(\frac{H}{H_c} \right) \right) \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right)} \quad (2.35)$$

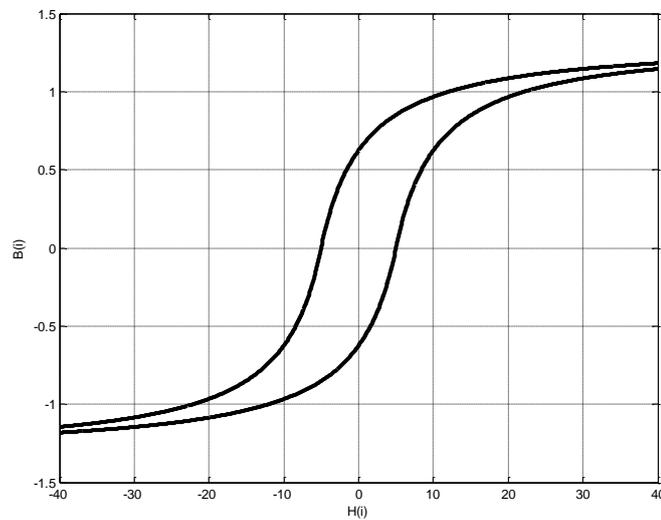


Figure 2.3 : cycle d'hystérésis généré par le modèle Potter

2.2.5 Modèle à fonctions multiples :

Dans ce genre de modèle, on peut représenter l'approximation du comportement magnétique en utilisant des relations d'approximation exponentielles, trigonométriques ou hyperboliques du comportement magnétique, qui ont été développées au cours des dernières années. Et chacune d'entre elles est soumise à une procédure d'identification de ces paramètres. On peut mentionner, à titre d'exemple, l'approximation telle que :

➤ **Exponentielle :**

Ce modèle peut être présenté par l'équation suivante :

$$B(H) = B_s e^{\left(\frac{H}{a+bH}\right)} \quad (2.36)$$

Où a et b sont des coefficients à identifier.

➤ **A série exponentielle :**

L'induction magnétique pour une excitation est donnée :

$$B(H) = \sum_{i=0}^N \alpha_i (1 - e^{-\beta_i H}) \quad (2.37)$$

Où α_i et β_i sont des coefficients à identifier.

➤ **A série trigonométrique :**

Ce modèle peut être présenté sous forme :

$$B(H) = \sum_{i=0}^N \beta_i \tanh^{-1}\left(\frac{H}{H_i}\right) \quad (2.38)$$

Où β_i et H_i : respectivement l'induction et le champ au point i.

L'approximation du cycle en série de fonctions trigonométriques associées à la loi de comportement magnétique du matériau ($B = \mu_0 (H + M)$) a donné une aimantation sous la forme

$$M(H) = \frac{2}{\pi} M_s \tanh^{-1}\left(\frac{H}{H_c} \pm 1\right) \tan \frac{\pi M_r}{2M_s} \quad (2.39)$$

Les cycles mineurs peuvent se calculer par :

$$M(H) = \frac{2k}{\pi} M_s \tan^{-1}\left(\frac{H}{H_c} \pm 1\right) \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) \pm (1 - K)M_r \quad (2.40)$$

Avec :

M_s : Aimantation à saturation.

M_r : Aimantation rémanente.

H_c : Champ coercitif.

K: Constante qui vaut :

$$K = \frac{M_r + M_{rn}}{2M_r} \quad (2.41)$$

Où :

M_{rn} : Aimantation rémanente des cycles mineurs considérés.

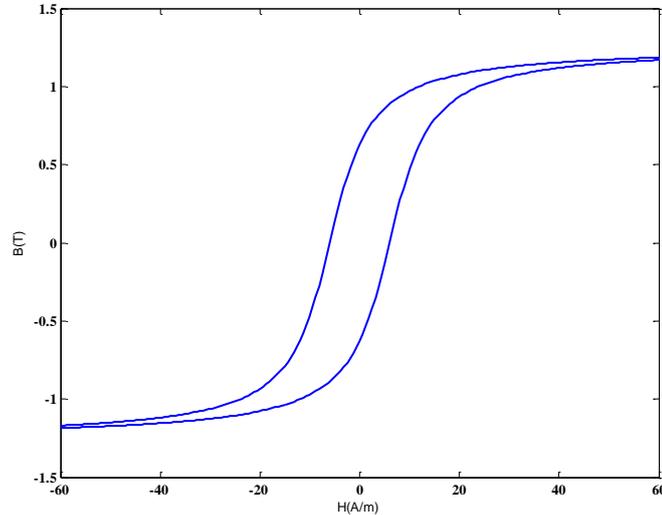


Figure 2.4 : cycle d'hystérésis généré par le modèle à fonctions multiples

2.3 Modèles physiques et dynamiques

La description des phénomènes physiques sous-jacents n'est pas possible avec les modèles d'hystérésis évoqués ci-dessus et ne tient pas compte de la variation temporelle du champ d'excitation. Il n'est donc plus question du comportement dynamique de l'hystérésis.

Toutefois, dans la majorité des utilisations industrielles, les équipements opèrent en mode dynamique (à fréquence moyenne ou élevée). Il faut donc savoir comment ils se comportent dans ces conditions. Le développement de modèles capables de décrire le comportement physique en prenant en compte la variation temporelle du champ appliqué a fait l'objet de nombreuses recherches. Ces modèles incluent les pertes traditionnelles ainsi que les pertes dynamiques.

Au cours de ce chapitre, nous exposerons divers modèles élaborés au cours des dernières années, tels que le modèle de Jiles-Atherton.

2.3.1 Modèle de Duhem

Le modèle Duhem est l'un des premiers modèles d'hystérésis dont on suit une caractéristique non a priori. Il a été évalué par P. Duhem pour décrire le comportement thermodynamique des processus entre 1897 et 1903, dans ses articles [26]-[27]. Donc, ensuite. Dans ce modèle, on peut déterminer les caractéristiques de l'hystérésis en résolvant l'équation différentielle sous la condition initiale :

$$\begin{cases} \frac{\partial B}{\partial t} = f\left(B(t), H(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) \\ B(0) = B_0 \end{cases} \quad (2.42)$$

La fonction 'f' représente l'opérateur hystérésis, et donnée par :

$$f\left(B(t), H(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) = g\left(B(t), H(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right)\right) \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.43)$$

Avec g est une fonction continue avec des formes distinctes pour les branches ascendantes et descendantes :

$$g\left(B(t), H(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right)\right) = \begin{cases} g_1(B, H) & \text{si } \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) > 0 \\ g_2(B, H) & \text{si } \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) < 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

La représentation dynamique du processus d'aimantation peut être donnée par :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = g_1(B, H) \left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)^+ - g_2(B, H) \left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)^- \quad (2.45)$$

Ce modèle attribue les signes (-) et (+) aux dérivées temporelles du champ d'excitation sur les deux branches (montante et descendante) du cycle d'hystérésis. Toutefois, l'application de ce modèle est extrêmement complexe, car il est assez difficile d'identifier les deux fonctions (g_1 et g_2) qui le constituent.

2.3.2 Modèle de Chau

La courbe de première aimantation, la saturation, les cycles mineurs et les pertes par hystérésis sont tous pris en considération par le modèle de type Chau. On obtient ce modèle en décrivant comment les caractéristiques du champ statique (H_e) et du champ dynamique (H_0) se comportent [15]. Autrement dit, le modèle Chau permet de représenter de manière exhaustive les diverses caractéristiques magnétiques du matériau, en prenant en compte à la fois les effets statiques et dynamiques du champ appliqué.

$$H = H_e + H_0 \quad (2.46)$$

Le courbe an hystérétique de magnétisation, peut être obtenue en appliquant d'abord le champ statique et le champ alternatif superposé, et alors ramener le champ alternatif à zéro et observer la densité du flux [15].

Cette courbe idéale de magnétisation peut être représentée par l'équation (2.46)

$$H = \frac{1}{\mu} B \quad (2.47)$$

H : intensité du champ.

B : densité du flux.

μ : perméabilité magnétique.

Mais le rapport entre la variation de la densité du flux et de l'intensité du champ produit la perméabilité réversible μ_r donnée par l'équation (2.48) :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu_r} \frac{dB}{dt} \quad (2.48)$$

En introduisant le coefficient de l'hystérésis s [Ω /m] dans l'équation (2.48), alors le champ total qui est défini par la somme des caractéristiques statiques (l'équation (2.47)) et des caractéristiques dynamiques (l'équation (2.48)) sera représenté par les équations (2.49) et l'équation (2.50) :

$$H + \left(\frac{\mu_r}{s}\right) \frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu} B + \left(\frac{1}{s}\right) \frac{dB}{dt} \quad (2.49)$$

Donc :

$$H = \frac{1}{\mu} B + \left(\frac{1}{s}\right) \left[\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right] \quad (2.50)$$

Avec :

$$s = \frac{dB/dt}{H_0} \quad (2.51)$$

2.3.3. Modèle de Jiles-Atherton

2.3.3.1 Loid'hystérétique

Le comportement d'un matériau ferromagnétique en l'absence d'hystérésis est décrit par cette loi, c'est-à-dire sans le retard des variations de l'aimantation M par rapport au champ magnétique H . Ce retard est causé par les difficultés auxquelles les parois de *Bloch* font face lors de leurs déplacements. Les matériaux étudiés présentent une grande variété de caractéristiques magnétiques, telles que leur structure en domaines, leur couplage inter-domaines et la nature de leurs atomes ou molécules magnétiques, ce qui rend

le choix de l'équation appropriée extrêmement difficile. Pour mieux s'adapter au comportement physique, l'équation de Langevin a été sélectionnée, tandis que les domaines ont introduit un concept de champ effectif. Dans un même domaine, ce champ effectif est semblable à celui observé par les moments magnétiques individuels.

Selon la statistique de Maxwell-Boltzmann, l'aimantation peut être définie comme suit :

$$M(H_e) = M_s \mathcal{L}\left(\frac{H_e}{a}\right) \quad (2.52)$$

Où :

$\mathcal{L}(x)$: Fonction de Langevin, tel que :

$$\mathcal{L}(x) = \coth(x) - \frac{1}{x} \quad (2.53)$$

H_e : Le champ effectif, tel que :

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.54)$$

Donc l'aimantation an hystérétique s'écrit comme suit :

$$M_{an} = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad (2.55)$$

Avec :

a : Le paramètre qui caractérise la pente de l'aimantation an hystérétique, [A/m]

α : Le paramètre de couplage inter-domaines.

2.3.3.2 La composante irréversible :

La partie irréversible de l'aimantation est la perte d'énergie due à l'adhérence des parois magnétiques lors de leur déplacement sous l'action d'un champ magnétique externe. En d'autres termes, les parois de Bloch sont soumises à une adhérence-décrochage sur des points d'ancrage présents dans le matériau, comme les impuretés ou les dislocations. Ensuite, on calcule la densité d'énergie dissipée lors de ce processus afin de garantir une répartition homogène de ces points d'ancrage.

La relation reliant le champ magnétique et l'aimantation est donc donnée par :

$$M = M_{an}(H) = M_{irr} + k\delta \frac{dM_{irr}}{dH} \quad (2.56)$$

M: L'aimantation totale.

δ : Un facteur qui vaut ± 1 selon le sens d'évolution de H .

Donc on peut définir l'aimantation irréversible par :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} \quad (2.57)$$

2.3.3.3 La composante réversible :

La composante réversible désigne la capacité des parois à se déplacer et à se tourner de manière réversible dans les matériaux ferromagnétiques. Contrairement à l'élément irréversible qui symbolise le mouvement irréversible des domaines magnétiques.

Elle est illustrée de la manière suivante :

$$M_{irr} = c(M_{an}(H_e) - M_{irr}) \quad (2.58)$$

c : Coefficient de réversibilité tel que $c \in [0,1]$.

2.3.3.4 Aimantation totale :

L'aimantation totale est la somme des composantes réversibles et irréversibles, alors elle est sous la forme :

$$M = (1 - c)M_{irr} + cM_{an}(H_e) \quad (2.59)$$

Donc la formulation différentielle de l'aimantation est la suivante :

$$\frac{dM}{dH} = c \frac{dM_{an}(H_e)}{dH} + (1 - c) \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} \quad (2.60)$$

Ce modèle est caractérisé par cinq paramètres, chacun ayant une signification physique comme le montre le tableau suivant :

Paramètres	Propriété physique
M_s	Aimantation à saturation
α	Lié au couplage entre les moments
k	Lié à l'irréversibilité du mouvement des parois

c	Coefficient de réversibilité des parois
A	Facteur de forme de M_{an}

Tableau 2.1 : les paramètres de modèle de Jiles-Atherton

2.3.4. Avantages :

- Le modèle se base sur des équations différentielles couplées avec des expressions explicites pour les paramètres.
- Le modèle peut s'appliquer à une large gamme de matériaux ferromagnétiques.
- Une fois les paramètres identifiés, le modèle permet de prédire le comportement magnétique pour différentes conditions d'excitation.

2.3.5. Inconvénients :

- L'identification des paramètres (M_s , k , c , α et a), sont difficiles à réaliser.
- Son utilisation pour des régimes dynamiques à haute fréquence ou des champs magnétiques intenses peut nécessiter des adaptations supplémentaires.
- Le modèle est spécifiquement conçu pour décrire le comportement des matériaux ferromagnétiques.

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une exploration approfondie des modèles d'hystérésis magnétique, qui visent à décrire le comportement non-linéaire des matériaux ferromagnétiques en présence de champs magnétiques.

L'analyse porte sur deux catégories principales : les modèles analytiques et les modèles physiques et dynamiques. Les modèles analytiques, comme ceux de Rayleigh, Frohlich et Potter, offrent des représentations mathématiques simples mais parfois limitées en termes de précision et de capacité à capturer le comportement complexe des cycles d'hystérésis.

Les modèles physiques, tels que le modèle de Duhem et le modèle de Jiles-Atherton, s'avèrent plus complexes mais fournissent une description plus réaliste du phénomène d'hystérésis.

Le modèle de Jiles-Atherton, en particulier, se distingue par sa capacité à prédire le comportement magnétique d'une large gamme de matériaux ferromagnétiques. Son principal avantage réside dans sa capacité à prendre en compte la réversibilité et l'irréversibilité du mouvement des parois de Bloch, qui sont à la base de l'hystérésis magnétique.

Dans ce chapitre en soulignant les avantages et les inconvénients de chaque type de modèle, permettant aux lecteurs de choisir le modèle le plus adapté à leurs besoins et applications spécifiques.

3. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons explorer la modélisation des phénomènes magnétiques en utilisant les célèbres lois de Maxwell et les lois de comportement. Nous commencerons par discrétiser l'espace, puis le temps, en appliquant une méthode numérique appelée méthode des volumes finis (MVF). Pour résoudre l'équation magnétodynamique. La résolution cette équation nous permet de déterminer le vecteur potentiel magnétique dans le système cartésien, à partir duquel nous pouvons obtenir l'induction magnétique. Pour représenter les cycles d'hystérésis, nous intégrerons un modèle spécifique nous permettant de calculer le champ magnétique résultant. À cette fin, nous avons choisi d'utiliser le modèle statique de Jiles-Atherton (J-A), pour représenter la courbe d'hystérésis au sien de notre dispositif.

3.1. Modèle mathématique de l'électromagnétisme

Les phénomènes électromagnétiques dans les dispositifs sont régis par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell, qui peuvent être exprimées à travers six grandeurs dépendant du temps et de l'espace.

$\vec{E}(\vec{r}, t)$: Champ électrique [V/m].

$\vec{H}(\vec{r}, t)$: Champ magnétique [A/m].

$\vec{B}(\vec{r}, t)$: Induction magnétique [T].

$\vec{D}(\vec{r}, t)$: Induction électrique [C/m²].

$\vec{j}(\vec{r}, t)$: Densité de courant de conduction [A/m²].

$\vec{\rho}(\vec{r}, t)$: Densité volumique de courant électrique [C/m³]

3.1.1. Équations de Maxwell et Lois de constitutive des milieux

Les quatre équations de Maxwell sont essentielles pour comprendre l'ensemble des phénomènes électriques et magnétiques, occupant une position fondamentale similaire à celle des lois de Newton en mécanique. En électromagnétisme, elles fournissent, complétées par la loi de la force de Lorentz, une description exhaustive de toutes les interactions électromagnétiques [28].

	Forme différentielles	Forme intégrales
Loi Maxwell-Gauss	$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon}$	$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon}$
Loi de conservation	$\text{div}(\vec{B}) = 0$	$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
Loi Maxwell-faraday	$\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{E}) = -\frac{d\vec{B}}{dt}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \cdot \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$
Loi Maxwell-Ampère	$\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt}$	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{J} + \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt}$

Table Erreur ! Il n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document.-1 : Les équations de Maxwell

Avec :

Avec : $\epsilon \frac{d\vec{E}}{dt}$ [A/m²] : Densité de courant de déplacement négligeable à basse fréquence. Ces équations ne s'appliquent pas pour résoudre les problèmes électromagnétiques, il faut leur joindre des relations qui définissent la matière ou le milieu à étudier.

- Loi de constitutive des milieux

$$\vec{B} = \mu(H)\vec{H} \quad (3.1)$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (3.2)$$

$$\vec{J}_c = \vec{J}_{ex} + \sigma\vec{E} + \sigma(\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (3.3)$$

Avec :

\vec{J}_c : La densité du courant électrique de conduction [A/m²].

\vec{J}_{ex} : Densité de courante d'excitation [A/m²].

σE : Densité de courant induit dû au champ électrique [A/m²].

\vec{E} : Vecteur champ électrique [V/m].

- Loi de comportement magnétique

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (3.4)$$

- **Loi de comportement électrique**

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (3.5)$$

3.2. Le modèle cartésien en électromagnétique

Une grande partie des problèmes magnétiques peut être étudiée en bidimensionnel, ce qui est le cas pour les systèmes sur lesquels nous allons essayer de valider notre code de calcul. Il existe deux types de systèmes bidimensionnels : ceux qui sont infiniment longs et alimentés selon une direction (oy), et ceux en révolution alimentés selon la direction (ox). Le champ magnétique présente deux composantes suivant (ox) et (oy) dans le plan perpendiculaire à J_s (A/m), impliquant ainsi une direction pour le vecteur de potentiel magnétique \vec{A} suivant la direction (oz). Le vecteur de potentiel magnétique \vec{A} se réduit donc à une seule composante \vec{A}_z selon la direction (oz).

3.3. L'équation magnétodynamique d'un système cartésienne

La magnétodynamique est l'étude des phénomènes électromagnétiques non stationnaires. Ce modèle est utilisé lorsque le système contient des matériaux conducteurs où se produisent des courants induits non négligeables. Les équations de J.C. Maxwell décrivent l'évolution spatiotemporelle des phénomènes électromagnétiques. Selon l'équation de Maxwell-Ampère, nous avons :

$$\overrightarrow{Rot}(\vec{H}) = \vec{j} \quad (3.6)$$

Et la Loi de conservation de flux magnétique

$$div(\vec{B}) = 0 \quad (3.7)$$

Cela implique qu'il existe un potentiel vecteur magnétique tel que

$$\vec{B} = \overrightarrow{Rot}(\vec{A}) \quad (3.8)$$

Avec les lois de caractéristique de milieu

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (3.9)$$

Si l'on utilise les équations (3.6) et (3.9), on trouve :

$$\frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{Rot}(\overrightarrow{Rot}(\vec{A})) - \overrightarrow{Rot}(\vec{M}) = J_s \quad (3.10)$$

Si on remplace l'équation (3.8) dans (3.10) on trouve :

$$\frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{Rot}(\overrightarrow{Rot}(\vec{A})) - \overrightarrow{Rot}(\vec{M}) = J_s \quad (3.11)$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{A})) = \mu_0 (J_s + \overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{M})) \quad (3.12)$$

Le terme $\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{A})$ en coordonnées cartésiennes est donné comme suite :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{A}) = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Donc on obtient

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{A}) = \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \vec{j} \quad (3.14)$$

Les équations (3.14) et (3.8) donnent les deux composants de l'induction magnétique B_x selon l'axe (ox) et B_y selon l'axe (oy) comme suite

$$\underbrace{\vec{B}}_{\vec{B}_x} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \vec{j} \quad (3.15)$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} - B_y \vec{j} \quad (3.16)$$

Le terme gauche de l'équation (3.12) peut donc être écrit comme suit :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{A})) = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial A}{\partial x} & -\frac{\partial A}{\partial y} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Le développement de l'équation (3.12) donne l'équation suivante :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{A})) = \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial A}{\partial x} \right) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) \right) \right] \vec{k} \quad (3.18)$$

NB : le terme $\overrightarrow{\text{Rot}}(\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{A}))$ représente la densité de courant (A/m^2) parcourant l'enroulement de la bobine suivant l'axe (Oz).

Le développement du terme droit de l'équation (3.12) ($\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{M})$) est donné par :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\vec{M}) = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ M_x & M_y & 0 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Donc

$$\overrightarrow{Rot}(\overrightarrow{M}) = \left(\frac{\partial \overline{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \overline{M}_x}{\partial y} \right) \vec{k} \quad (3.20)$$

Finalement l'équation magnétodynamique obtenue est suivent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \right) = \mu_0 \left(Js + \left(\frac{\partial \overline{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \overline{M}_x}{\partial y} \right) \right) \quad (3.21)$$

Ces formulations ne peuvent pas être résolues de manière analytique pour des systèmes électromagnétiques complexes. Il est donc nécessaire de recourir à des méthodes numériques telles que la Méthode des Éléments Finis, la Méthode des Volumes Finis, ou d'autres techniques similaires. Dans ce travail, la méthode utilisée est la Méthode des Volumes Finis pour résoudre les équations aux dérivées partielles obtenues.

3.4. Résolution par les méthodes numériques

Les modèles numériques reposent sur la résolution directe des équations en fournissant les valeurs des potentiels (magnétique, électrique, etc.) en chaque point de la structure. Les grandeurs macroscopiques sont ensuite calculées à partir de ces potentiels. Ces méthodes sont typiquement implémentées sous forme de logiciels génériques, où le temps de réponse est souvent long en raison de l'analyse de matrices de grande taille. Toute méthode de résolution numérique d'un problème continu comporte deux phases : la phase de maillage et la phase de discrétisation. La phase de maillage consiste à diviser le domaine d'étude en petits volumes appelés volumes de contrôle. La phase de discrétisation transforme le problème continu en un problème discret en convertissant les équations aux dérivées partielles (EDP) en systèmes d'équations algébriques. L'objectif de cette partie est de développer un code basé sur la méthode des volumes finis avec un maillage structuré et non structuré.

3.4.1. La Méthode Des Éléments Finis (MEF)

La méthode, initialement appliquée en génie civil et mécanique, n'a trouvé sa place en génie électrique qu'à partir des années 1970. Elle est plus générale car mieux adaptée aux géométries complexes et aux non-linéarités des matériaux. La MEF ne s'applique pas directement aux EDP, mais à une formulation intégrale équivalente au problème à résoudre. On cherche à exprimer cette formulation intégrale via la méthode variationnelle ou celle des résidus pondérés. Le principe de la méthode des résidus pondérés consiste à remplacer la solution exacte par une solution approchée, générant une erreur appelée résidu. Pour minimiser cette erreur, le domaine d'étude est subdivisé en éléments simples (fig.3.1), et la fonction inconnue est approximée sur chaque élément par des polynômes de Lagrange de degré un ou deux. La MEF est une méthode très puissante, largement utilisée avec succès pour les problèmes électrotechniques, bien que sa mise en œuvre soit complexe et nécessite une mémoire considérable.

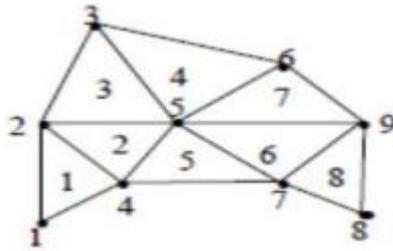


Figure 3.1 : Un domaine d'étude discrétisé en Elément finis.

3.4.2. Méthode de différence finis (MDF)

C'est une méthode qui repose sur le théorème de Taylor, remplaçant l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences. Le domaine d'étude est divisé en une grille carrée pour le cas bidimensionnel et en une grille cubique pour le cas tridimensionnel. L'équation à résoudre est formulée pour chaque point ou nœud de la grille, ce qui génère un système d'équations dont le nombre est égal au nombre de nœuds. La figure (fig. 3.2) illustre un exemple de maillage pour le cas bidimensionnel

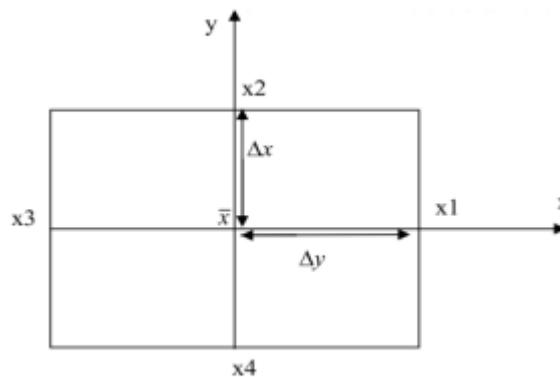


Figure 3.2 : Configuration géométrique en 2D

3.4.3. La Méthode des volumes finis

La méthode des Volumes Finis est largement utilisée en mécanique des fluides. Elle peut être dérivée de la méthode des différences finies. Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en volumes finis d'une manière que chaque volume entoure un nœud principal de maillage [29].

3.4.3.1. Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des Volumes Finis implique l'intégration des équations sous forme intégrale sur des volumes élémentaires. Contrairement aux méthodes des éléments finis, elle est particulièrement adaptée à la discrétisation spatiale des lois de conservation, ce qui en fait une méthode très utilisée en mécanique des fluides [30, 31].

Son implémentation est directe lorsque les volumes élémentaires, ou "volumes de contrôle", sont des rectangles en 2D. En revanche, la méthode des volumes finis permet l'utilisation de volumes de forme arbitraire,

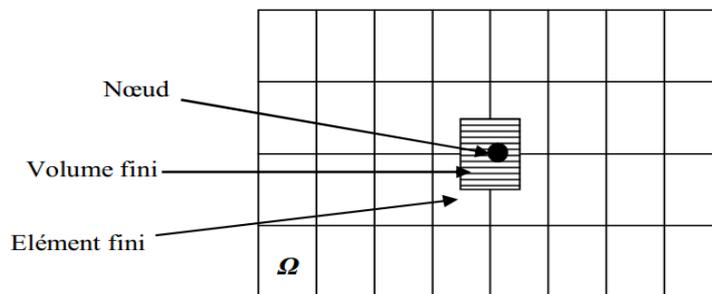
ce qui permet de traiter des géométries complexes, contrairement aux méthodes des différences finies.

Le domaine de calcul est divisé en un certain nombre de volumes de contrôle non superposés tel que chaque volume entoure chaque point du maillage.

L'équation différentielle est intégrée pour chaque volume de contrôle en choisissant des expressions arbitraires pour représenter les variations de A entre les différents points du maillage, facilitant ainsi l'intégration. Le résultat de cette intégration donne une équation discrète exprimée à partir des valeurs de la fonction A aux points du maillage. Cette équation discrète exprime le principe de conservation pour A sur le volume de contrôle de la même manière que l'équation différentielle le fait pour un volume de contrôle infinitésimal [31, 29].

3.4.3.2. Discrétisation de l'Equation Magnétodynamique en 2D

Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en volumes finis de telle manière que chaque volume entoure un nœud de maillage.



i. Figure 3.3 : Maillage du domaine d'étude et La volume élémentaire

3.4.3.3. Le volume élémentaire

Chaque point de maillage dans le domaine d'étude (Ω), appelé point principal P , est entouré par deux points voisins sur l'axe horizontal x , à savoir l'ouest (w) et l'est (e), ainsi que par deux autres points voisins sur l'axe vertical y , au nord (n) et au sud (s). Le volume de contrôle est donc déterminé par deux dimensions, Δx et Δy , comme illustré dans la figure suivante

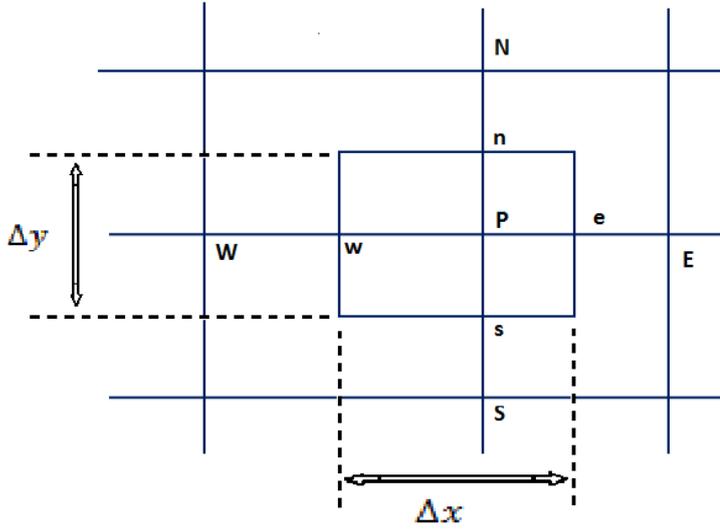


Figure 3.4 : description d'un volume fini

Si l'on intègre l'équation magnétodynamique d'un système cartésien dans un volume sélectionné, on trouve :

$$\int_0^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) dx dy dt + \int_0^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy dt = \int_0^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n -\mu_0 J_s \cos(\omega t) dx dy dt + \int_0^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \mu_0 \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) dx dy dt \quad (3.22)$$

Le développement du premier terme à gauche de l'équation (3.22) est donné comme suit :

$$\int_0^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) dx dy dt = \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) \Big|_w^e \Delta y \Delta t = \left(\left(\frac{A_E - A_p}{\Delta x_e} \right) - \left(\frac{A_p - A_w}{\Delta x_w} \right) \right) \Delta y \Delta t \quad (3.23)$$

Le développement de second terme gauche de l'équation (3.22) est donne comme suit :

$$\int_0^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy dt = \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) \Big|_s^n \Delta x \Delta t = \left(\left(\frac{A_E - A_p}{\Delta y_n} \right) - \left(\frac{A_p - A_w}{\Delta y_s} \right) \right) \Delta x \Delta t \quad (3.24)$$

Le premier terme à droite de l'équation (3.22) est donné comme suit :

$$\int_0^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n -\mu_0 J_s \cos(\omega t) dx dy dt = -\frac{\mu_0 J_s \Delta x \Delta y}{\omega} \sin(\omega t) \quad (3.25)$$

Le second terme à droite de l'équation (3.22) devient :

$$\int_0^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \mu_0 \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) dx dy dt = \mu_0 [(M_e - M_w) \Delta y \Delta t - (M_n - M_s) \Delta x \Delta t] \quad (3.26)$$

Donc l'équation global est donnée par :

$$\left(\left(\frac{A_E - A_p}{\Delta x_e} \right) - \left(\frac{A_p - A_w}{\Delta x_w} \right) \right) \Delta y \Delta t + \left(\left(\frac{A_E - A_p}{\Delta y_n} \right) - \left(\frac{A_p - A_w}{\Delta y_s} \right) \right) \Delta x \Delta t = -\frac{\mu_0 J_s \Delta x \Delta y}{\omega} \sin(\omega t) + \mu_0 [(M_e - M_w) \Delta y \Delta t - (M_n - M_s) \Delta x \Delta t] \quad (3.27)$$

Dans l'équation (3.27), les composantes de l'aimantation M sont exprimées aux interfaces des volumes finis. Par exemple, M_y représente la composante de l'aimantation M sur l'axe (Oy) à l'interface e . Nous

effectuons une approximation linéaire de l'aimantation entre deux nœuds successifs sur le même axe pour ces composantes aux nœuds principaux (W, E, S, N). Ainsi, la forme de l'aimantation est donnée comme suit :

$M = ax + b$, l'aimantation au nœud (E) est $M_E = ax_E + b$ et au nœud (W) devient $M_W = ax_W + b$ et au nœud (N) devient $M_N = ax_N + b$ et au nœud (S) devient $M_S = ax_S + b$.

Après quelque opération mathématique on obtient :

$$M_E - M_W = \frac{M_E - M_W}{2} \quad (3.28)$$

$$M_N - M_S = \frac{M_N - M_S}{2} \quad (3.29)$$

D'après les équations (3.27), (3.28) et (3.29), on obtient l'équation suivante :

$$\left(\left(\frac{A_E - A_P}{\Delta x_E} \right) - \left(\frac{A_P - A_W}{\Delta x_W} \right) \right) \Delta y \Delta t + \left(\left(\frac{A_E - A_P}{\Delta y_N} \right) - \left(\frac{A_P - A_W}{\Delta y_S} \right) \right) \Delta x \Delta t = K_J \sin(\omega t) + K_Y (M_E - M_W) - K_X (M_N - M_S) \quad (3.30)$$

La forme finale de l'équation (3.30) est donnée par :

$$K_P A_P - K_E A_E - K_W A_W - K_N A_N - K_S A_S = K_J \sin(\omega t) + K_Y (M_E - M_W) - K_X (M_N - M_S)$$

Avec :

$$K_E = \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x}, K_W = \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x}, K_N = \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y}, K_S = \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y},$$

$$K_P = -(K_E + K_W + K_N + K_S)$$

$$K_J = -\frac{\mu_0 J_s \Delta x \Delta y}{\omega}$$

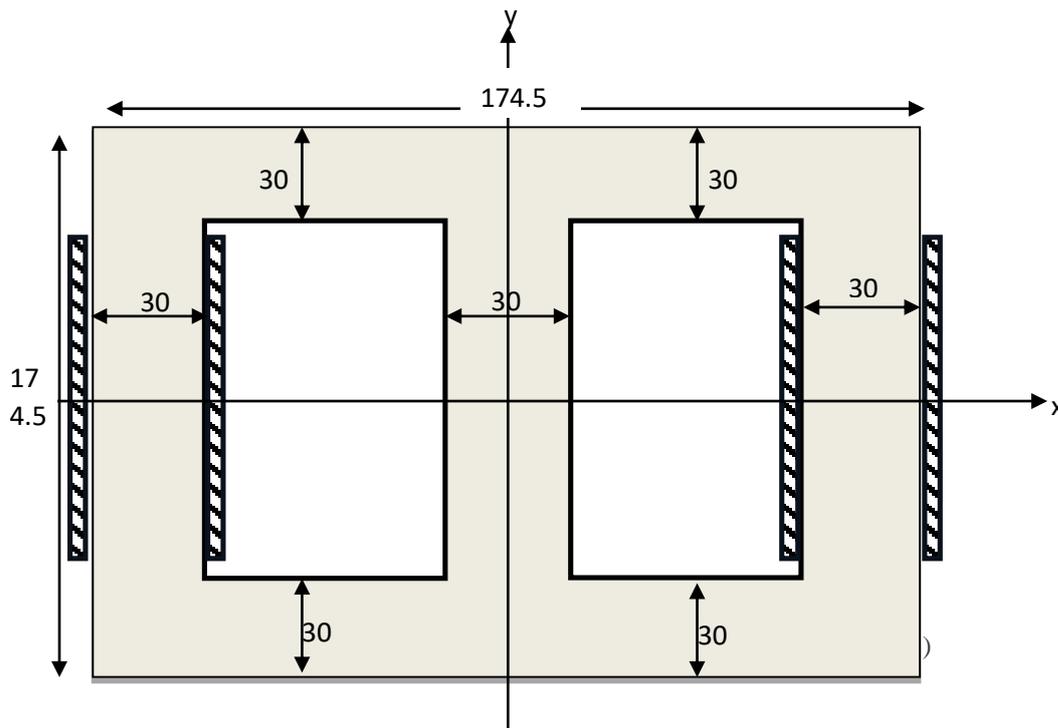
$$K_Y = \frac{\mu_0 \Delta y \Delta t}{2}, K_X = \frac{\mu_0 \Delta x \Delta t}{2}$$

3.5. Conclusion

La principale difficulté dans le calcul numérique du champ magnétique dans les matériaux ferromagnétiques réside dans la modélisation précise du phénomène d'hystérésis. Ce chapitre présente la stratégie de la modélisation électromagnétique, en s'appuyant sur les équations de Maxwell et les lois constitutives des milieux. Nous expliquerons ensuite la discrétisation des systèmes d'équations aux dérivées partielles en abordant d'abord la discrétisation spatiale, puis temporelle.

4. Introduction

Les phénomènes d'hystérésis jouent un rôle important dans la définition des conditions de travail de nombreux dispositifs électriques, influençant non seulement la répartition du champ magnétique, mais aussi les formes d'ondes des grandeurs électriques associées. Ainsi, l'utilisation de modèles efficaces et fiables pour la prédiction du comportement électromagnétique est un outil important pour les concepteurs d'appareils électriques. Un cas de référence adapté à l'analyse des noyaux hystérétiques devrait présenter les caractéristiques suivantes : une structure géométrique simple, mais incluant les mêmes conditions de fonctionnement que les dispositifs électriques ; des systèmes d'alimentation contrôlés ; des noyaux magnétiques sans entrefer pour mettre en évidence le comportement du matériau magnétique. Pour valider l'efficacité de la méthode des volumes finis couplée au modèle de Jiles-Atherton, nous avons choisi le problème N°32 du TEAM workshop [32]. Le banc d'essai est le noyau ferromagnétique à trois barreaux, présenté dans la Figure 1. Le noyau est constitué de cinq laminages Fe-Si de 3,2 %, d'une épaisseur de 0,48 mm, ayant une conductivité $\sigma=1,78$ MS/m et une densité de masse $\rho=7650$ kg/m³. Deux enroulements de 90 tours sont placés sur les barreaux externes ; la résistance en courant continu de chaque enroulement est de 0,32 Ω .



4.1. Domaine d'étude

La symétrie du dispositif nous permet de ne considérer que la moitié (1/2) du domaine d'étude. Les figures 2.a et 2.b illustrent respectivement le domaine d'étude et les conditions aux limites imposées, qui sont de deux types : *Dirichlet* et *Neumann*.

Les deux bobines sont montées en série. La densité du courant d'excitation est de $J = 40\ 000\ \text{A/m}^2$, et les dimensions du dispositif présentées sur les figures sont exprimées en millimètres (mm).

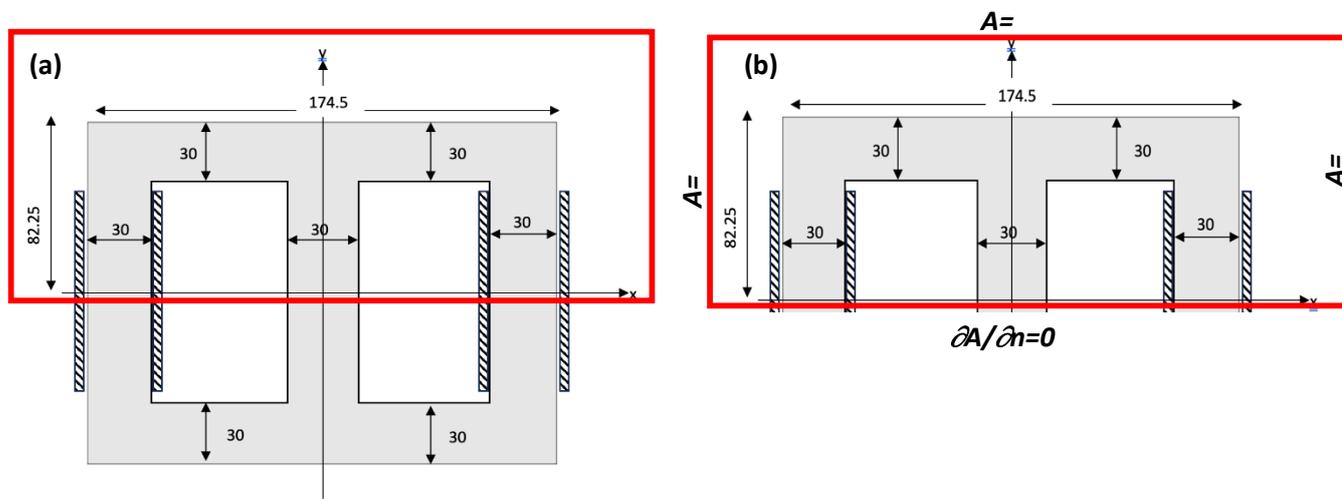


Figure 2. Un-demi (1/2) du domaine d'étude avec les conditions aux limites

Le maillage du domaine de résolution qui comporte le matériau ferromagnétique, l'inducteur et le milieu ambiant est présenté sur la figure 3. Ce maillage est non régulier, dans différentes parties du domaine, le maillage est raffiné dans le matériau ainsi que dans les conducteurs.

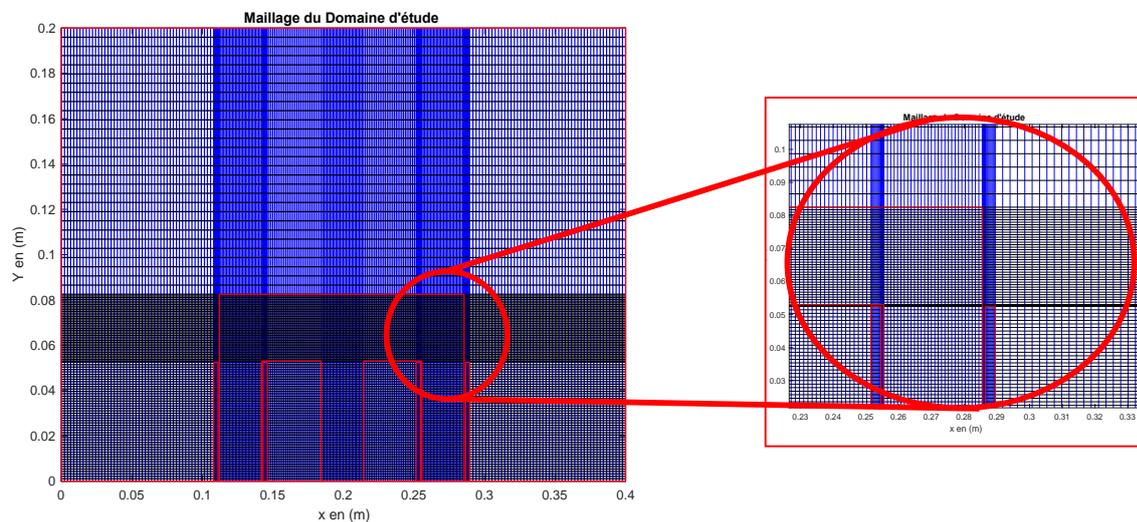


Figure 3. Maillage du domaine d'étude avec un Zoom

4.2. Résultats et discussions

4.2.1. Analyse du comportement électromagnétique non linéaire

Nous avons résolu le problème électromagnétique en utilisant la méthode des volumes finis avec l'intégration du modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton, et cela dans le cas quasi-statique $f=10$ Hz. Dans cette section, nous allons interpréter les différents résultats obtenus par notre code de calcul.

Nous commençons par le potentiel vecteur magnétique car il est la grandeur clé de notre calcul. Sa détermination nous permet de calculer l'induction magnétique, l'intensité du champ magnétique et finalement les cycles d'hystérésis, révélant ainsi les pertes fer dans le matériau ferromagnétique.

La figure 4 présente l'évolution du potentiel vecteur magnétique (A) en fonction de la position sur l'axe (Y), à différents instants. On observe une modification de la direction du potentiel vecteur magnétique à partir de l'instant 50 ms, conformément à la période du signal de 100 ms ($f=10$ Hz).

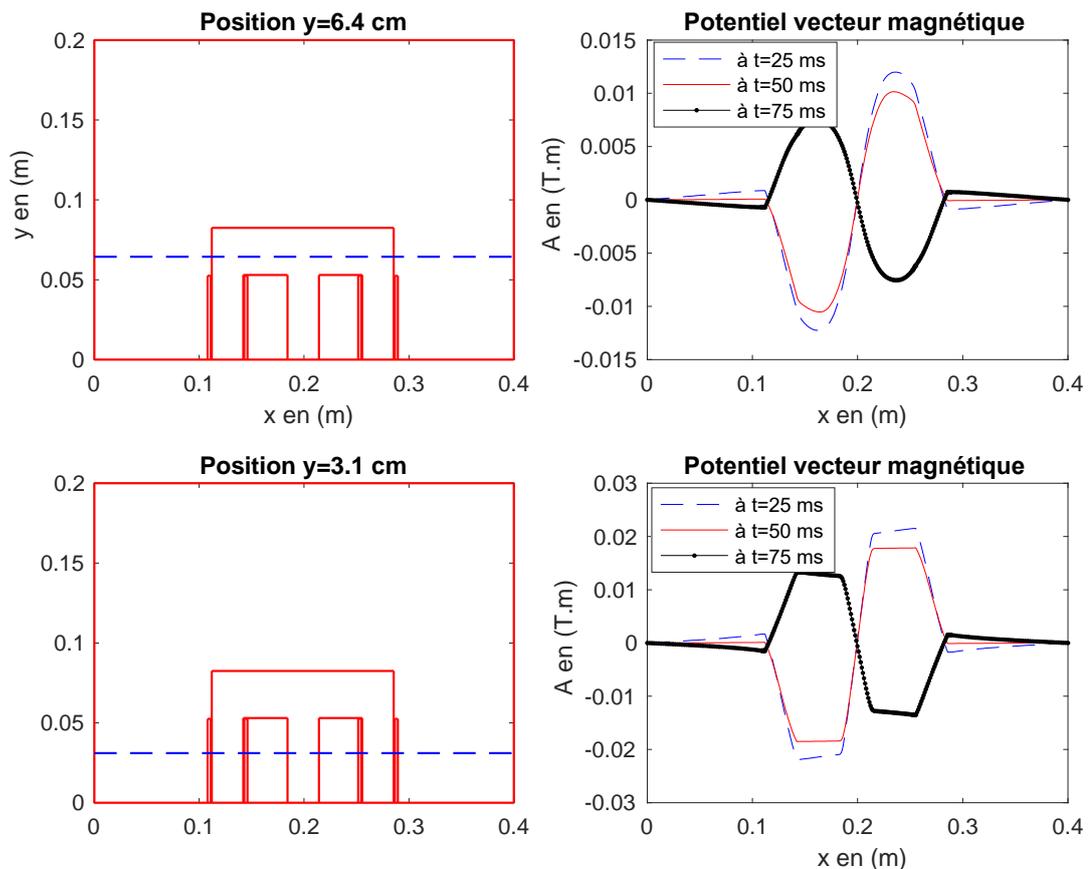


Figure 4. Variation du Potentiel vecteur magnétique

Figure 5 illustre la variation des composantes B_x et B_y de l'induction magnétique, respectivement le long des axes x et y . Ces variations sont représentées pour différentes positions (x, y) et à instant $t = 25 \text{ ms}$.

Du fait de l'isotropie du matériau, on observe que la composante B_y est négligeable suivant la direction horizontale (axe des x). De même, la composante B_x est négligeable suivant la direction verticale (axe des y).

L'agencement en série des bobines implique que l'induction magnétique dans le barreau central du dispositif, calculée $B_y = 1.5 \text{ T}$, est la somme des inductions provenant des deux autres barreaux, chacune étant de 0.75 T .

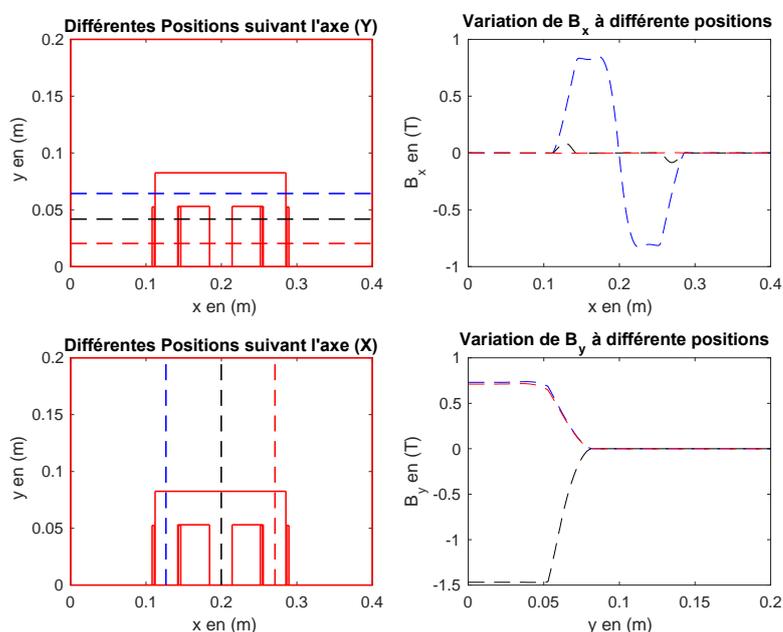


Figure 5. Variation de l'induction magnétique B_x et B_y à $t = 25 \text{ ms}$

La figure 6 présente les mêmes résultats que la figure 5, mais cette fois à l'instant $t = 75 \text{ ms}$. On observe que l'induction magnétique prend une direction différente à cet instant. Pour une meilleure compréhension, la figure 7 représente les lignes d'induction magnétique pour les deux instants $t = 25 \text{ ms}$ et $t = 75 \text{ ms}$.

Étant donné que les trois barreaux du dispositif ont les mêmes dimensions (30 mm , comme indiqué sur la figure 1), le barreau central atteint la saturation magnétique à $B = 1.5 \text{ T}$. En revanche, les deux barreaux externes atteignent une induction maximale de 0.75 T .

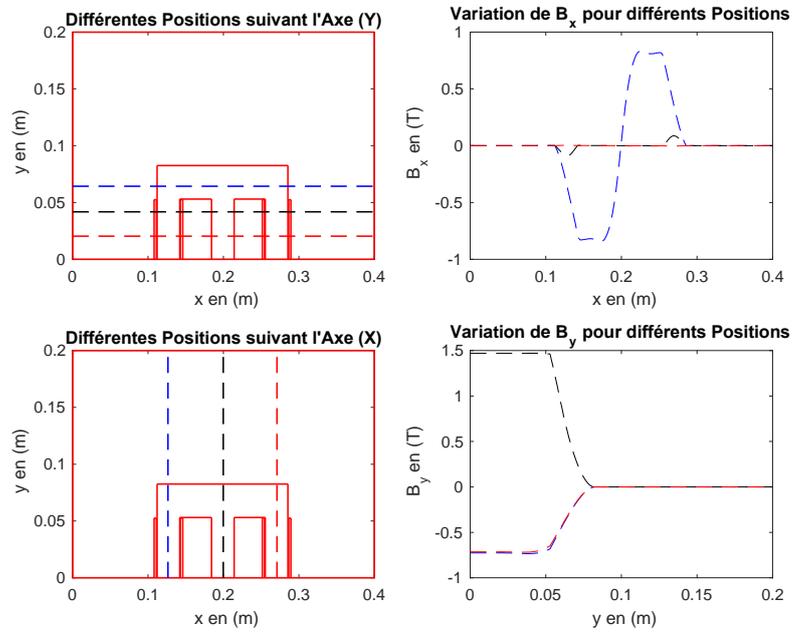


Figure 6. Variation de l'induction magnétique B_x et B_y à $t=75\text{ ms}$

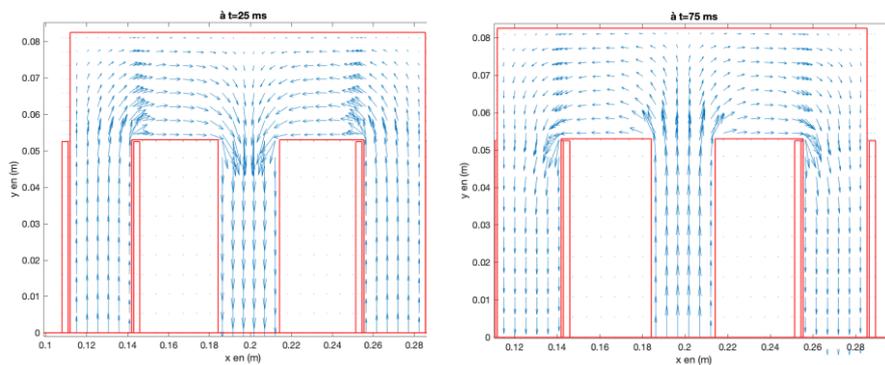


Figure 7. Directions des lignes de l'induction magnétique à $t=25\text{ ms}$ et $t=75\text{ ms}$

La figure 8 représente la distribution des lignes du potentiel vecteur magnétique à différents instants. À $t = 2\text{ ms}$, on observe des lignes de fuite dans le domaine d'étude. Cela est dû à la faible densité de courant à cet instant, insuffisante pour magnétiser efficacement le matériau (

$J_s = J_{max} \cos(\omega t) \approx 3.96 \times 10^4 A/m^2$). Pour les autres instants, on remarque que le matériau est magnétisé et canalise les lignes du champ.

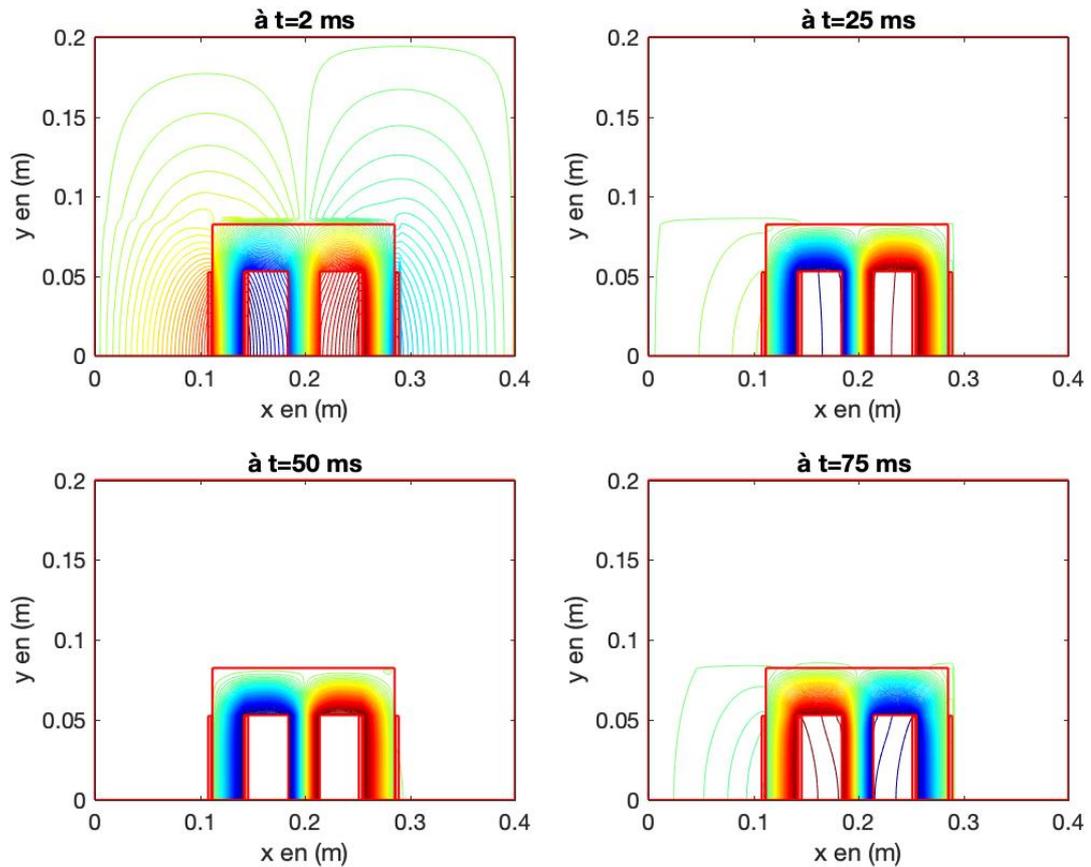


Figure 8. Distribution des lignes du champ à différents instants

Notre code de calcul nous permet de visualiser les formes d'ondes de l'induction magnétique et de l'intensité du champ magnétique, ainsi que les cycles d'hystérésis à différentes positions dans le matériau magnétique.

Pour illustrer cela, la Figure 9 présente quatre points droits et quatre points gauches sectionnés dans les barreaux externes du dispositif. À ces points, nous avons tracé l'évolution de l'induction B_y et du champ H_y , ainsi que les cycles d'hystérésis. Le Tableau 1 détaille les coordonnées de chaque point choisi.

N° du Point	X en (mm)	Y en (mm)	N° du Point	X en (mm)	Y en (mm)
D.1	271	65.1	G.1	127.5	65.1

D.2		47.1	G.2		47.1
D.3		25.7	G.3		25.7
D.4		4.28	G.4		4.28

Tableau 1. Les coordonnées de différents points choisis

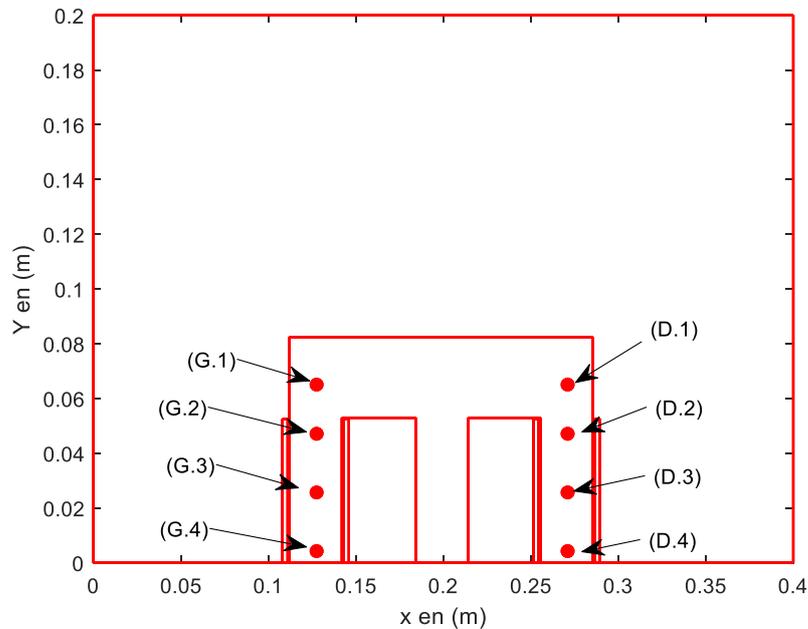


Figure 9. Les différents points choisis dans les barreaux externes

Figure 10 représente les formes d'ondes de l'induction et de l'intensité du champ magnétique, ainsi que le cycle d'hystérésis, pour les points droits (D.1, D.2, D.3 et D.4).

On observe qu'au point D.1, l'induction et l'intensité du champ magnétique sont faibles. Ceci s'explique par le fait que l'induction magnétique possède deux composantes, B_x et B_y , qui sont comparables à ce point. La composante B_x ne peut donc pas être négligée.

En revanche, pour les points D.2, D.3 et D.4, l'induction magnétique B_y est presque constante et les cycles d'hystérésis sont similaires. Ce phénomène est dû à la canalisation du champ magnétique dans le barreau droit, ce qui entraîne une prédominance de la composante B_y .

Figure 11 présente les formes d'ondes de l'induction et de l'intensité du champ magnétique, ainsi que le cycle d'hystérésis, pour les points gauches (G.1, G.2, G.3 et G.4) du matériau.

On constate que les résultats obtenus pour la côte gauche sont similaires à ceux observés pour la côte droite. Ces résultats suggèrent que l'étude d'un quart (1/4) du dispositif pourrait être suffisante pour obtenir des résultats représentatifs du comportement global du matériau. Cette approche permettrait de réduire significativement le temps de calcul et la consommation de mémoire, tout en conservant la précision des résultats.

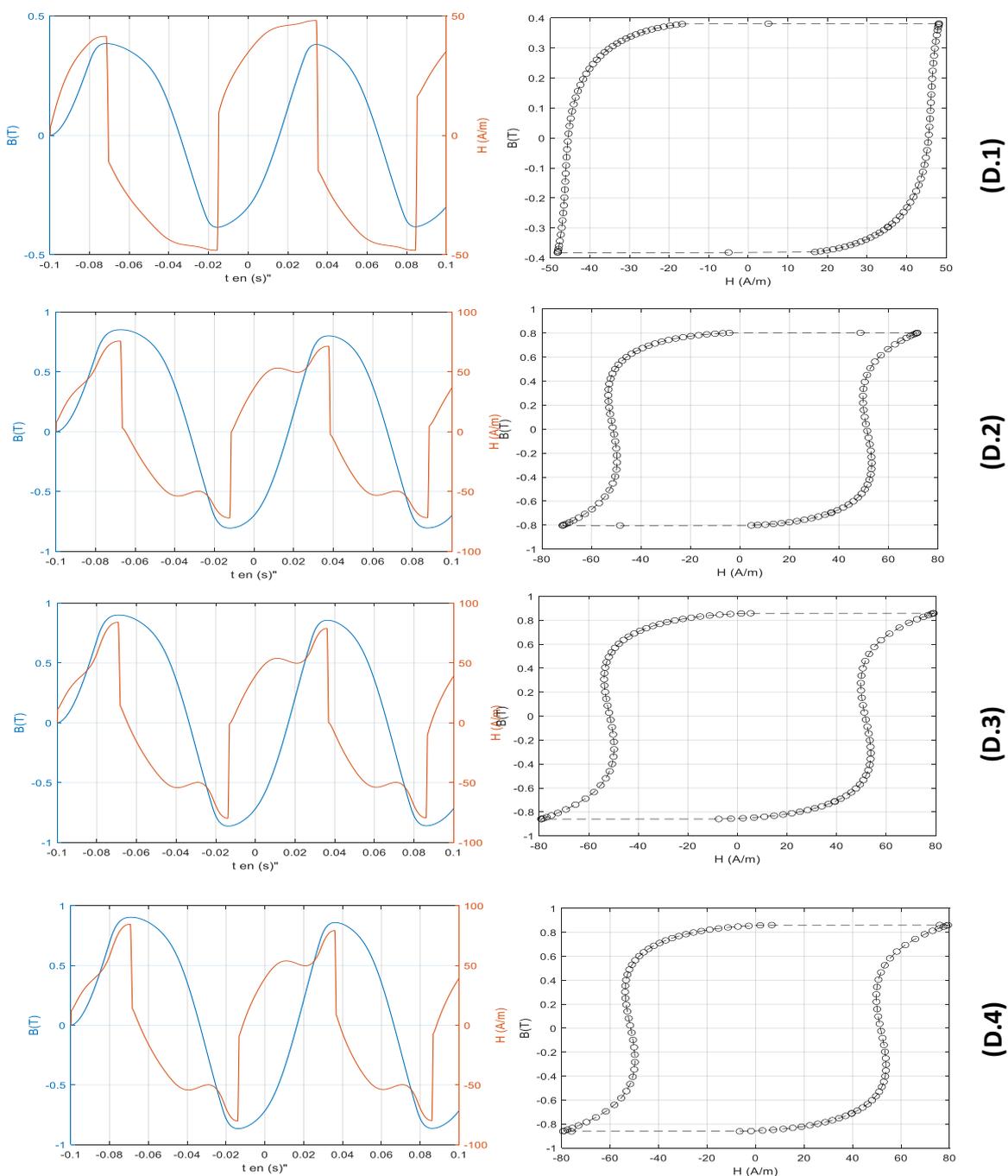


Figure 10. Formes d'ondes de l'induction, l'intensité du champ magnétique et le cycle d'hystérésis du barreau droit

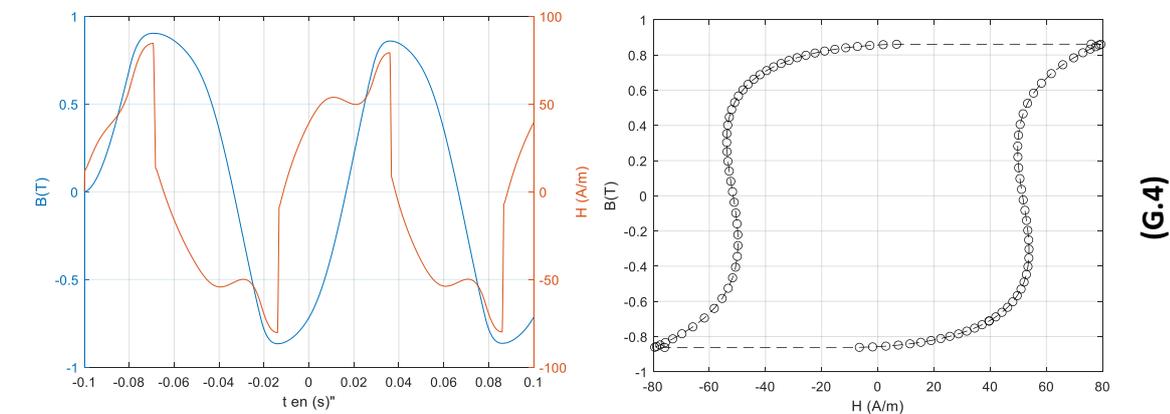
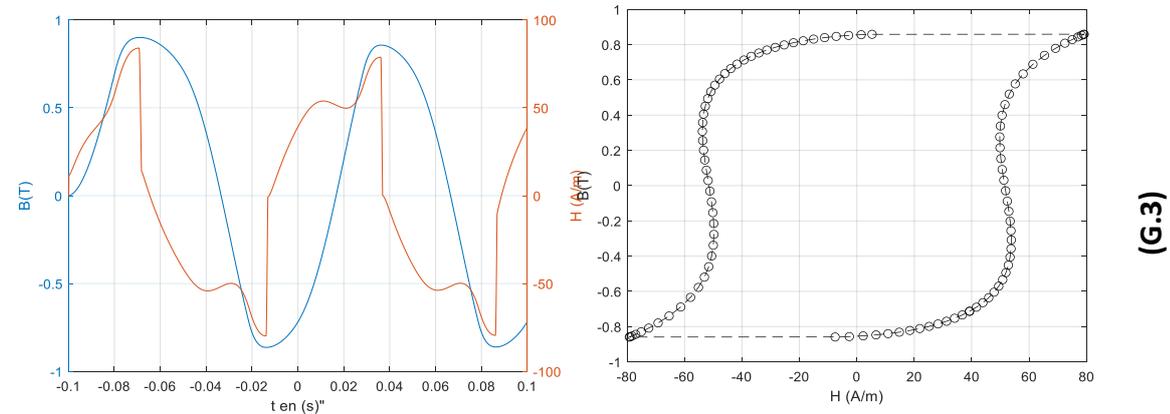
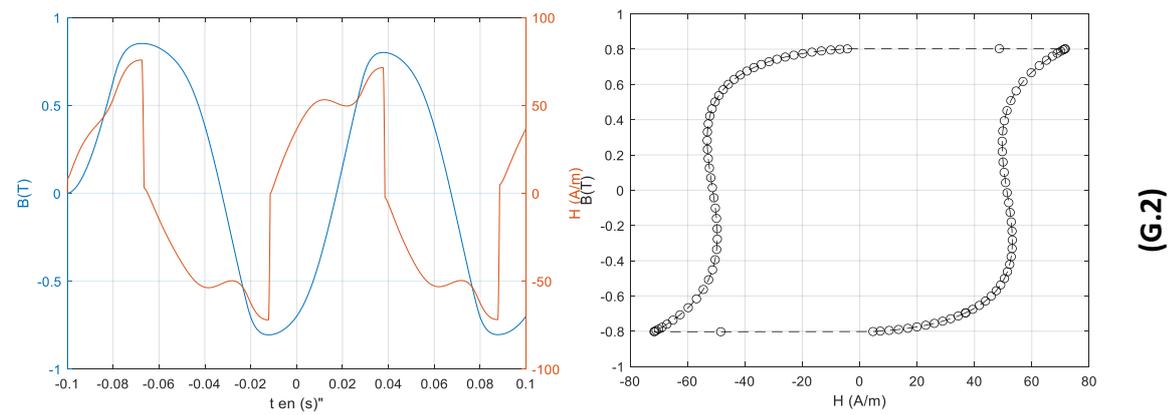
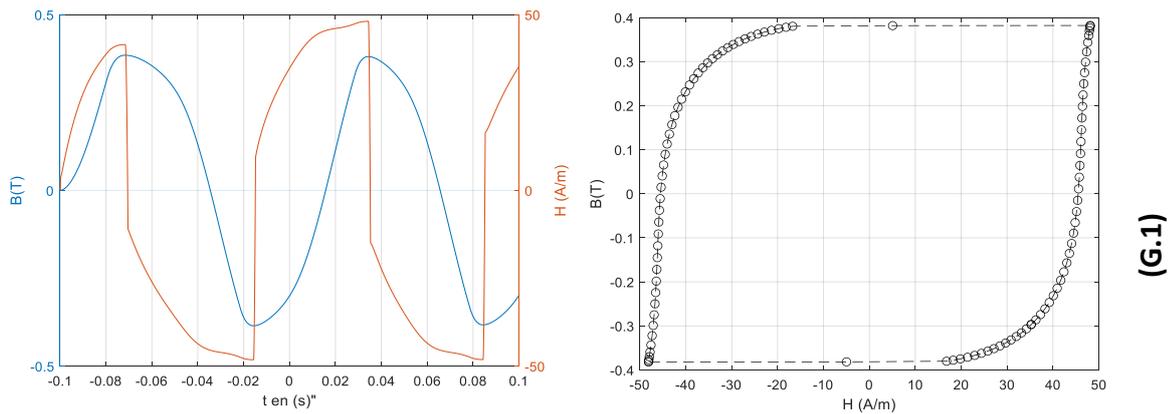


Figure 11. Formes d'ondes de l'induction, l'intensité du champ magnétique et le cycle d'hystérésis du barreau gauche

Afin de visualiser les formes d'ondes de l'intensité du champ et de l'induction magnétique, ainsi que les cycles d'hystérésis dans le barreau horizontal, nous avons choisi cinq points sur l'axe horizontal

(X) en maintenant la position verticale constante au milieu du barreau ($Y=65.1$ mm). Sur la figure 12 nous avons représentés graphiquement les différents points choisis. Les coordonnées de ces points sont présentées dans le tableau 2.

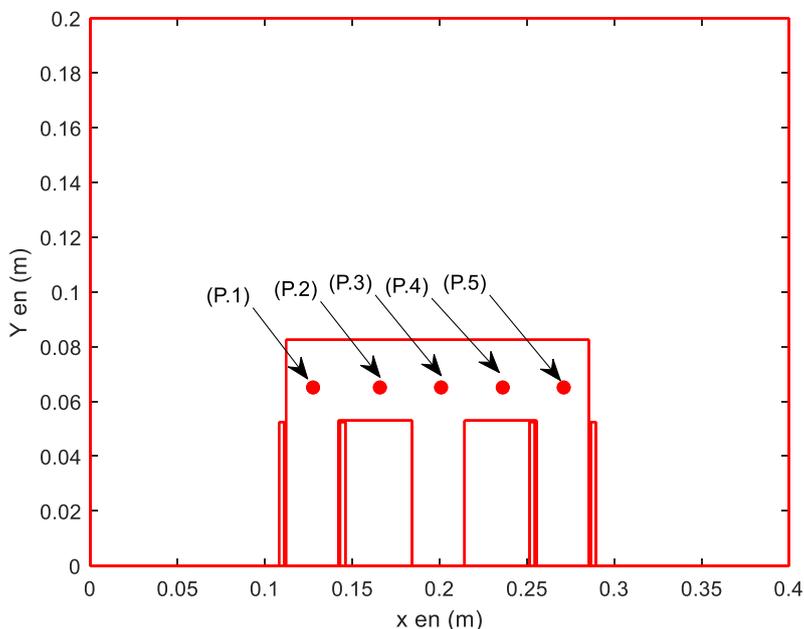


Figure 12. Les différents points choisis dans le barreau horizontal

N° du Point	Y en (mm)	X en (mm)
P.1	65.1	127.5
P.2		165.7
P.3		200.8
P.4		236.0
P.5		271.0

Tableau 1. Les

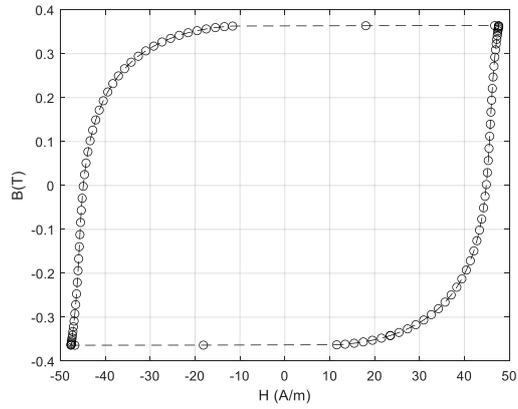
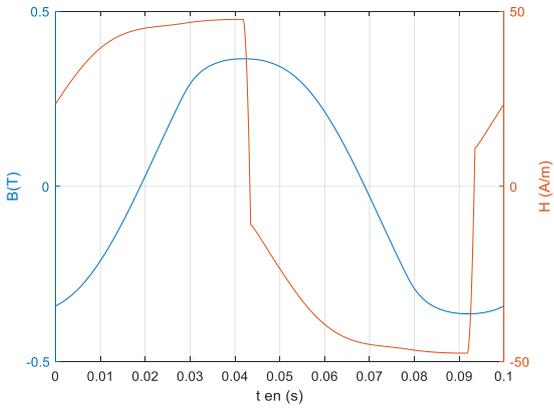
points choisis

coordonnées de différents

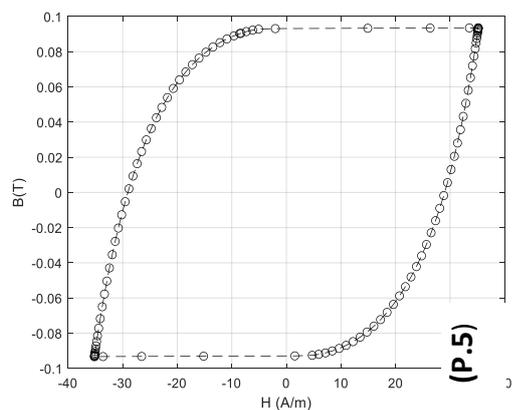
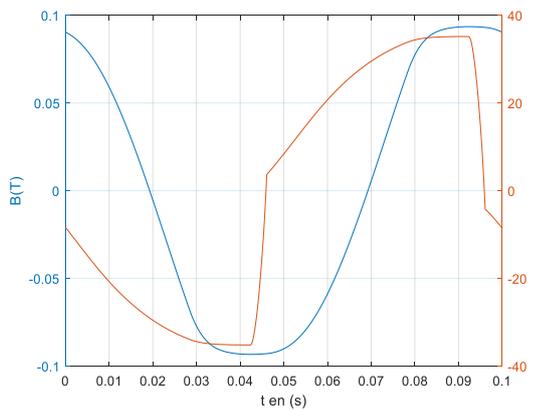
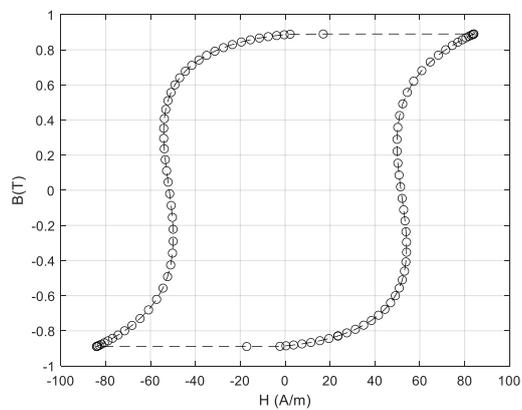
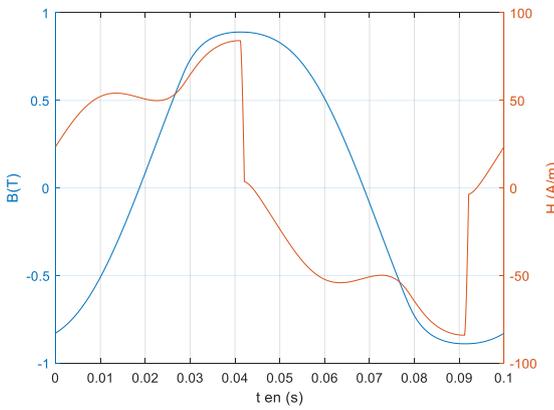
La figure 13 montre les formes d'ondes de l'induction magnétique et du champ magnétique, ainsi que le cycle d'hystérésis, pour les points P.1 à P.5 situés sur le barreau horizontal. La composante dominante de l'induction magnétique dans ce barreau est B_x .

Il est à noter que les points P1, P3 et P5 se situent dans des zones où l'induction est faible, comme illustré sur la figure 7. Cette faible induction s'explique par la déviation des lignes de champ vers les barreaux externes et centraux.

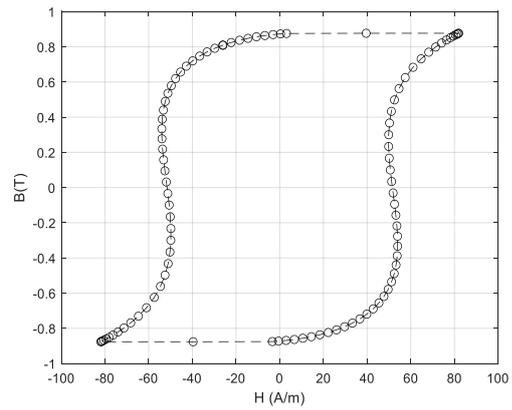
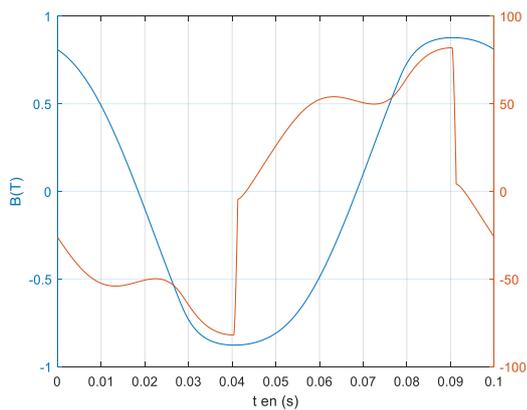
(P.1)



(P.2)



(P.3)



(P.4)

(P.5)

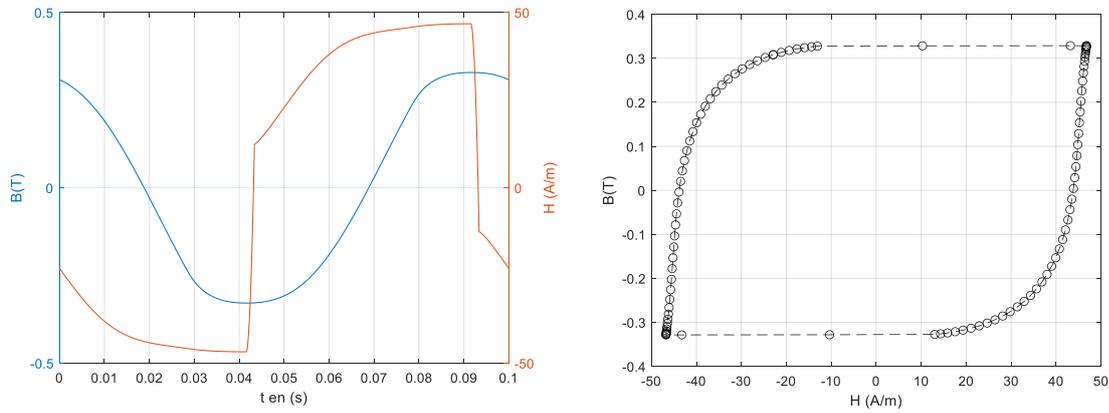


Figure 13. Formes d'ondes de l'induction, l'intensité du champ magnétique et le cycle d'hystérésis du barreau Horizontal

Conclusion

Ce chapitre présente les résultats obtenus avec notre code de calcul, intégrant la méthode des volumes finis couplée avec le modèle de Jiles-Atherton. Ce code a été utilisé pour simuler un dispositif électromagnétique (TEAM 32 Workshop). Nous avons d'abord analysé la distribution du potentiel vecteur magnétique dans le domaine d'étude. Ensuite, l'induction magnétique a été calculée dans le matériau ferromagnétique en utilisant les équations de Maxwell. Des formes d'ondes de l'induction et de l'intensité du champ magnétique, ainsi que des cycles d'hystérésis, sont présentés pour différentes positions dans le dispositif. Les résultats obtenus confirment le bon fonctionnement de notre code de calcul. De plus, dans le cas où les bobines couplées en série, une symétrie axiale verticale est observée, permettant de réduire l'étude à un quart du domaine. Cette symétrie nous a permis d'optimiser le temps de calcul et l'espace mémoire requis.

Ces résultats encourageants ouvrent des perspectives prometteuses pour l'utilisation de notre code de calcul dans la conception et l'optimisation d'autres dispositifs électromagnétiques.

Ce travail s'est concentré sur la caractérisation et la modélisation des dispositifs électromagnétiques en utilisant la méthode des volumes finis associée au modèle de l'hystérésis magnétique. notre objectif principal est de représenter le comportement hystérétique des dispositifs électromagnétiques dans des états statiques et dynamiques.

nous avons exploré différents modèles pour caractériser l'hystérésis magnétique. Les modèles analytiques se distinguent par leur capacité à générer rapidement des cycles d'hystérésis et leur simplicité d'implémentation, bien qu'ils pêchent parfois par un manque d'interprétation physique directe. Les modèles dynamiques, essentiels dans les processus industriels, nécessitent une identification fréquente des paramètres

et peuvent demander des ressources de calcul considérables, limitant leur utilité dans des environnements nécessitant des réponses rapides.

Nous avons choisi le modèle de Jiles-Atherton en raison de sa solide base théorique. Ce modèle, fondé sur des principes physiques robustes, offre la possibilité d'adaptations dynamiques pour améliorer sa généralisation. L'intégration de ce modèle dans un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis représente une avancée majeure, permettant de mieux représenter le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques, notamment leurs effets de mémoire et de saturation observés lors de cycles magnétiques.

Les résultats obtenus par simulation en utilisant notre code de calcul montrent l'efficacité de cette méthode dans la résolution des équations aux dérivées partielles. Ces résultats confirment la pertinence de la méthode pour la modélisation de divers dispositifs électromagnétiques, tels que les transformateurs, les moteurs électriques et les capteurs magnétiques.

En conclusion, ce mémoire illustre l'efficacité de l'utilisation de la méthode des volumes finis couplée avec le modèle hystérésis de Jiles-Atherton afin de caractériser et modéliser les dispositifs électromagnétiques.

- [1] Degdegue M. Amine. Hamouche Ali, "modélisation des dispositifs électromagnétiques en utilisant la méthode des volumes finis couplée avec le modèle énergétique", MEMOIRE DE MAGISTER, bordj Bou Arreridj, Juin 2016.
- [2] Abdelkader BENABOU, « contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétiques en vue d'une implantation dans un code de calcul de champ », mémoire doctorat Génie électrique, Lille, France, Décembre 2002
- Marc Séguin, Me Julie Descheneau, and Mr Benjamin Tardif. Physique XXI : Électricité et magnétisme, volume 2. De Boeck Supérieur, 2010.
- Charles Cyr. Modélisation et caractérisation des matériaux magnétiques composites doux utilisés dans les machines électriques. PhD thesis, Arts et Métiers ParisTech, 2007.
- [3] Philippe Robert. Matériaux de l'électronique, volume 2. PPUR Presses polytechniques, 1999.
- [4] Azzouz Miouat. Identification-optimisation paramétrique et quantification des pertes dans les matériaux ferromagnétiques doux. PhD thesis, Batna, Université El Hadj Lakhder. Faculté des Sciences de l'Ingenieur, 2005.
- [5] Charles Cyr. Modélisation et caractérisation des matériaux magnétiques composites doux utilisés dans les machines électriques. PhD thesis, Arts et Métiers ParisTech, 2007.
- [6] Fatma Issaoui. Etude des propriétés magnétiques des matériaux à bases des métaux de transition sous forme de poudre (AuBO) et monocristaux (RMX Fe). PhD thesis, Université de Grenoble, 2012.

- [7] Abdelkader Benabou. Contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétiques en vue d'une implantation dans un code de calcul de champ. PhD thesis, Université de Lille 1, 2002.
- [8] Mourad Hamimid. Modeles De L'hysteresis Magnetique Et Leurs Implementations Par La Methode Des Volumes Finis Dans Les Dispositifs Electromagnetiques. PhD thesis, Université de Mohamed Khider Biskra, 2011.
- [9] Amir Nourdine. Modélisation de l'hysteresis dans les matériaux magnétiques et introduction de modèles dans le logiciel de simulation aux éléments finis Flux3D. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2002.
- [10] Alex Hubert and Rudolf Schafer. Magnetic domains : the analysis of magnetic microstructures. Springer Science & Business Media, 2008.
- [11] Jacques Benard, Andre Michel, Jean Philibert, and Jean Talbot. Métallurgie générale, volume 2. Masson Paris, 1984.
- [12] Mohamed Belkadi. Contribution à l'homogénéisation multi-échelle des propriétés électromagnétiques des matériaux en poudre de fer. PhD thesis, Nantes, 2009.
- [13] Philippe Robert. Matériaux de l'électronique, volume 2. PPUR Presses polytechniques, 1999
- [14] P. ROBERT, 'matériaux de l'électrotechnique', publié sous la direction de Jacques Neiryneck et l'égide de l'école polytechnique fédérale de Lausanne, suisse, p141_145, p173_189, 2004.
- [15] Cristina Vernescu. Contribution à la modélisation de l'hysteresis vectorielle dans les tôles magnétiques. Validation en régime d'induction uniaxiale ou tournante. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2000.
- [16] A. Belkhebir « modélisation--identification paramétrique de l'hystérésis magnétique modèle de l.o. Chua » mémoire de magister, université El Hadj Lakhdar-Batna, 2006.
- [17] G. Leghlid « effet de la contrainte thermique sur les caractéristiques des tôles Fe-Si utilisé dans les circuits magnétiques des machines électriques » mémoire d'ingénieur d'état en électrotechnique, université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou 2010.
- M. Aziri ; S. Tagzirt « Etude des pertes fer et analyse harmonique du champ et de l'induction magnétique dans les tôles FeSi » mémoire d'ingénieur d'état en électrotechnique, université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou 2006
- [18] G. Lacroux « les aimants permanents » éditions Lavoisier, Paris, 1989
- M. Aziri ; S. Tagzirt « Etude des pertes fer et analyse harmonique du champ et de l'induction magnétique dans les tôles FeSi » mémoire d'ingénieur d'état en électrotechnique, université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou 2006
- [19] G. Lacroux « les aimants permanents » éditions Lavoisier, Paris, 1989

- [20] Michel Cyrot and Etienne Du Tremolet De Lacheisserie. *Magnetisme. II, Matériaux et applications* (Collection Grenoble sciences). EDP Sciences, 2000.
- [21] Olivier Ghibaudo. *Caractéristiques magnétiques de matériaux doux sous l'action de contraintes mécaniques cycliques*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes (ComUE), 2016.
- [22] Giorgio Bertotti. *Hysteresis in magnetism: for physicists, materials scientists, and engineers*. Gulf Professional Publishing, 1998.
- [23] Giorgio Bertotti. *Hysteresis in magnetism: for physicists, materials scientists, and engineers*. Gulf Professional Publishing, 1998.
- [24] M Hamimid, SM Mimoune, and M Feliachi. Hybrid magnetic field formulation based on the losses separation method for modified dynamic inverse Jiles-Atherton model. *Physica B : Condensed Matter*, 406(14) :2755-2757, 2011.
- [25] Giorgio Bertotti. Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. i. theoretical considerations. *Journal of Applied Physics*, 57(6) :2110 ,2117, 1985.
- [26] G.F. Dionne., J.A. Weiss., G.A. Allen., " Hysteresis loops modeled from coercivity, anisotropy, and microstructure", *J. Appl. Phys*, vol.61.pp.3862-3864, 1987.
- [27] F.C., Trutt, E.A. Erdelyi, R.E. Hopkins, "Representation of the magnetization characteristic of DC machines for computer use ", *IEEE Trans. on Power App. and Sys*, vol.87, pp.665-669, 1968
- [28] R.H. Noyau., B.K Middleton., J.J. Miles, N.D. Mackintosh, " Modelling digital recording in thin film media ", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.24, pp 2494- 2496, 1988.
- [29] Duhem, P.: *Die dauernden Änderungen und die Thermodynamik*, Part I. *Die dauernden Änderungen der Systeme, welche von einer einzigen normalen*.
- [30] Duhem, P.: *Die dauernden Änderungen und die Thermodynamik*, Part IX. *Die Hysteresis und die umkehrbaren Änderungen*, *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, vol.43. 1903. pp.695-700.
- [31] A. Belkebir, 'Modélisation Identification Paramétrique de L'hystérésis Magnétique Modèle L. O. Chua', *Mémoire de Magister*, Université de Batna 2006.
- [32] Bottauscio, Oriano, et al. "A test case for validation of magnetic field analysis with vector hysteresis." *IEEE Transactions on Magnetics* 38.2 (2002): 893-896.

Resumé

La thèse se concentre sur l'amélioration de la précision et de l'efficacité de la modélisation des dispositifs électromagnétiques, comme les transformateurs et les moteurs électriques, en utilisant la méthode des volumes finis (MVF). Cette méthode est combinée avec des modèles d'hystérésis magnétique pour mieux capturer les comportements non linéaires et les pertes magnétiques dans les matériaux ferromagnétiques. La MVF divise le domaine de simulation en petits volumes de contrôle, permettant une application précise des lois de conservation (comme la masse et l'énergie) à chaque volume. Elle est particulièrement efficace pour gérer des géométries complexes et diverses conditions aux limites. Les modèles d'hystérésis magnétique, tels que de Jiles-Atherton, décrivent la relation non linéaire entre le champ magnétique et l'induction magnétique, permettant de représenter fidèlement les comportements historiques et non linéaires des matériaux ferromagnétiques, ainsi que les pertes associées.

L'intégration de ces modèles dans la MVF améliore significativement la précision des simulations, notamment en ce qui concerne les pertes magnétiques et les comportements dynamiques, comme le montrent les comparaisons avec des résultats expérimentaux. En optimisant les temps de calcul tout en maintenant une grande précision, cette méthode devient applicable à des simulations complexes et de grande envergure. Les applications aux transformateurs, moteurs électriques et senseurs magnétiques démontrent l'efficacité et la robustesse de cette approche. En conclusion, combiner la MVF avec des modèles d'hystérésis magnétique offre une méthode robuste et précise pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques, représentant une avancée significative dans ce domaine et permettant des conceptions plus optimisées et performantes. Les travaux futurs pourraient explorer l'extension de cette approche à d'autres phénomènes non linéaires et améliorer les algorithmes numériques pour une efficacité encore plus grande, ainsi que l'intégration avec d'autres méthodes de modélisation comme la méthode des éléments finis (MEF).