



République Algérienne Démocratique Et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère De l'Enseignement Supérieure Et de La Recherche Scientifique



Université Mohamed El Bachir El Ibrahimi B.B. Arreridj  
Faculté de science et de la technologie  
Département Science de la matière

جامعة محمد البشير الإبراهيمي برج بو عريريج  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
قسم علوم المادة

# Mémoire de fin d'étude

PRESENTE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE : (LICENCE)

Filière : Physique

Option : Physique énergétique

## ETUDE STATIQUE DES TREILLIS PLAN

**Encadreur :** Dr.Raouache El Hadj

**Devant le jury :**

GOUIDMI HAMZA

TAYEBI TAHAR

**Préparé par :**

NEBBACHE ASMA

ACHOUCHE LINDA

TOUATI CHAHRAZAD

2014 / 2015



## Sommaire

<b>Introduction .....</b>	<b>01</b>
<b>Chapitre I: Les Treillis</b>	
<b>I.1.Définition.....</b>	<b>04</b>
<b>I.2. Terminologie.....</b>	<b>05</b>
<b>I.3.Calcul des efforts dans les barres.....</b>	<b>06</b>
<b>I.3.1.Méthode des noeuds.....</b>	<b>06</b>
<b>I.4.Relation entre noeuds et barres.....</b>	<b>06</b>
<b>I.5.Etude d'un treillis soumis à une force.....</b>	<b>07</b>
<b>I.5.1.Solution.....</b>	<b>07</b>
<b>I.5.1.1.Calcul les reactions.....</b>	<b>07</b>
<b>I.5.1.2. Calcul les contraintes.....</b>	<b>09</b>
<b>I.6.Etude d'un treillis soumis à un gradient de temperature.....</b>	<b>10</b>
<b>I.6.1.Solution.....</b>	<b>10</b>
<b>I.6.1.1.Calcul les réactions.....</b>	<b>10</b>
<b>I.6.1.2.Calcul les contraintes.....</b>	<b>11</b>
<b>I.6.1.3.Calcul Déplacement <math>U_c</math>.....</b>	<b>11</b>
<b>I.6.1.4.Calcul <math>U_c</math> et <math>V_c</math> (Déplacement).....</b>	<b>12</b>
<b>Chapitre II: Simulation numérique</b>	
<b>Partie I:</b>	
<b>II.1.Partie de simulation avec Comsol.....</b>	<b>15</b>
<b>I.1.1.Définition.....</b>	<b>15</b>
<b>II.1.2.Système de coordonnées.....</b>	<b>15</b>
<b>II.1.3.Couplage de modèles.....</b>	<b>15</b>
<b>II.1.4.Maillage et type d'éléments finis.....</b>	<b>16</b>
<b>II.1.5.Modélisation géométrique.....</b>	<b>16</b>



II.2.Etude d'un treillis soumis à une force.....	17
II.2.1.Les différentes étapes à suivre pour simuler un treillis en 2D.....	18
<b>Partie II:</b>	
II.3.Etude comparative.....	23
II.3.1.Les forces.....	23
II.3.2.Les contraintes.....	23
II.4.Les forces dans la barre avec Comsol.....	24
II.5.Les contraintes dans la barre avec Comsol.....	26
II.6.Etude d'un treillis soumis à un gradient de temperature.....	27
II.6.1. Les différentes étapes à suivre pour simuler un treillis en 2D.....	28
II.7.Etude comparative.....	32
II.7.1.Les forces.....	32
II.7.2.Les contraintes.....	32
II.8. Les forces dans la barre avec Comsol.....	33
II.9. Les contraintes dans la barre avec Comsol.....	34
<b>Conclusion .....</b>	<b>36</b>
<b>Listes des figures</b>	
<b>Listes des tableaux</b>	
<b>Bibliographies</b>	



## NOMENCLATURES

**E** : Module du Young (Pa)

**L** : La Longueur (m)

**A, S** : L'air de section (m<sup>2</sup>)

**$\sigma$**  : Contrainte (N/m<sup>2</sup>)

**F** : La force (N)

**$\alpha$**  : Coefficient de dilatation (C°)

**U<sub>c</sub>** : Déplacement (m)

**V<sub>c</sub>** : Déplacement (m)

**$\Delta T$**  : Variation de température (C°)

---

# *Remerciment*

Nos Remerciment à notre chère encadreur **Raouache El hadj** de nous avoir formé ET d'avoir dirigé le présent mémoire;

Nous remercions notre maitre **Mr Anis Imakhlaf**;

Nos Remerciment aux membres du jury: **Hamza Guidmi ET Taibi Tahar**.

A tous ceux qui nous sont liés par la foi, et par toute sorte d'amitié veuillez accepter l'expression de nos très sincères remerciements.

Nous remercions enfin, tous ceux dont nous avons dû malheureusement taire les noms, mais qui nous ont été d'une grande utilité pour la confection de ce mémoire. Nous sommes conscients que ces simples lignes de papier ne suffiront jamais pour le faire. Mais, si vous lisez ce travail, sachez qu'il est aussi votre œuvre. Sans vous, nous n'aurions sincèrement abouti à rien. Nous sommes fières de vous remercier.

# Dédicace

**A ma mère:**

«Tu m'as donné la vie, la tendresse et le courage pour réussir.

Tout Ce que je peux t'offrir ne pourra exprimer l'amour ET la reconnaissance que je Te Porte.

ET témoignage, je t'offre Ce modeste travail pour Te remercie pour tes sacrifices ET pour l'affection dont tu m'as toujours entourée."

**A Mon père,**

«L'épaule solide, l'œil attentif compréhensif ET la personne la plus digne de Mon estime ET de Mon respect.

Aucune dédicace ne saurait exprimer mes sentiments, que dieu Te préserve ET te procure santé ET longue vie. "

**A mes frères Abderrahmane, Khaled ET Abdelmalek,**

**A ma copine Sabrina,**

"La vie nous trace des chemins, parfois opposés qui espacent nos moments ensemble. Mais les joies ET les peines partagées, chaque merveilleux souvenir, passé ou à venir, font que tu auras toujours une place de choix dans Mon cœur. La vie m'a fait un très beau cadeau en faisant de toi Ma Sœur..."

*A mon très cher oncle Salim et sa famille*

**A ma famille;**

**A tous Mes Amis sans exception, surtout:**

Imad, Fouad, Redha ET Amira

**Nebbache Asma**

## *Dédicace*

❖ Je dédie ce mémoire

A Mon PERE adoré Rachid

A ma chère MERE Nadia

Pour leur patience, leur amour

et leur encouragement

❖ A mes frères: Adam, Amirouche, Hocine et  
Massinissa

❖ A mes sœurs: Kahina, Nabila, Silia, Amina  
et Sabrina.

❖ A mes Amies : Asma, Khalissa et sara

❖ A mes deux grands mères

❖ A mon grand père

*Achouche Linda*

# *Dédicace*

❖ Je dédie ce mémoire

A Mon très Cher PÈRE adoré

A ma chère MÈRE

Pour leur patience, leur amour, leur  
soutien et leur encouragement

- ❖ A mes frères: Miloud; sa femme Lamia et ses enfants (Ishak, Meriem, Bassma et manar) ,  
Boubaker sa femme Hayat et sa petite fille  
Ranim Kamel
- ❖ A mes sœurs: Souad, Zina, Hasna, Ghania  
et ses enfants ( Mohamed, imane) et dalal
- ❖ A mes Amies sur tout: Amina, Amina et  
Asma
- ❖ A tous les êtres chers à mon cœur.

Touati Chahrazad



# *Introduction*

---

## INTRODUCTION

La résistance des matériaux, appelée également mécanique des corps déformables, fait appel aux notions d'équilibre de la mécanique statique, aux notions de déplacements étudiées en cinématique et aux propriétés des matériaux, auxquelles on a recours pour évaluer les dimensions des pièces structurales ou d'éléments des machines.

La présente étude est organisée comme suit :

- Nous donnons dans le premier chapitre des notions sur le calcul statique des treillis.
- Le deuxième chapitre consiste à la présentation de code de calcul (Comsol) dans la première partie, et la seconde partie est consacrée à la présentation des résultats numériques avec des interprétations.



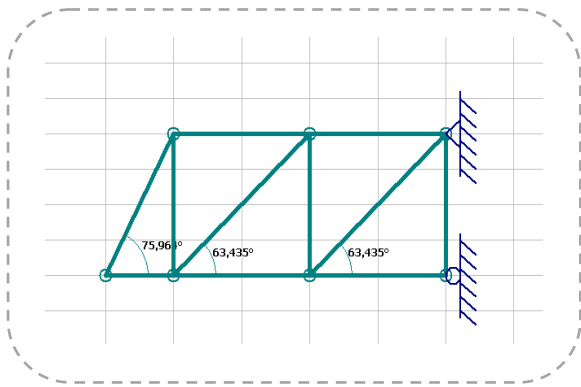
# *Chapitre I*

*Les treillis*

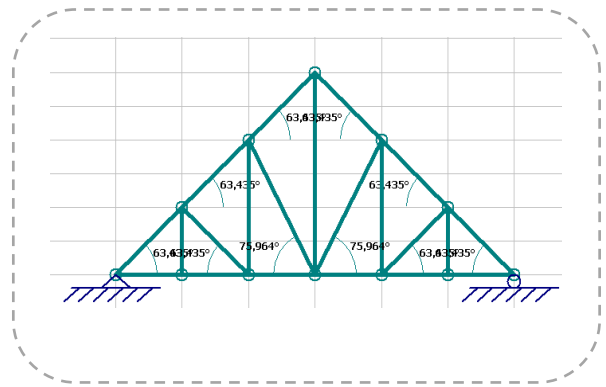


### I-Les Treillis :

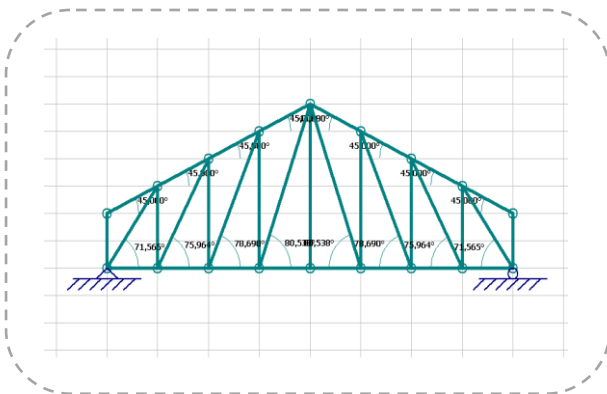
**I-1 Définition :** On appelle treillis un assemblage de barres articulées entre elles de manière à ce que chacune des barres ne soit sollicitée qu'en traction-compression. Ce sont des structures triangulées qui sont principalement utilisées en charpente métalliques et en charpente bois (une structure triangulée est une structure composée de barres formant des triangles). Le treillis est une des principales structures employées en ingénierie. [1]



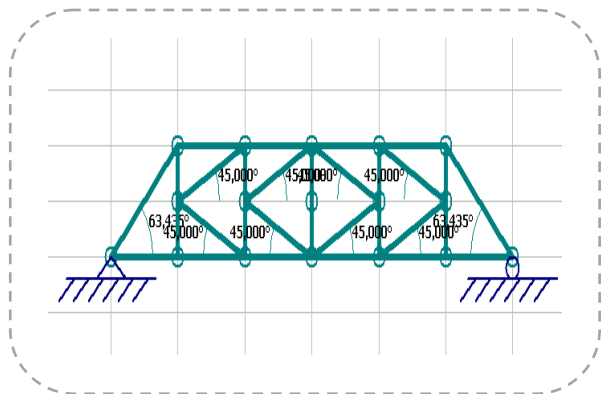
Cantilever



Système Howe



Système Warren



Système en K

Figure I.1 : Différents exemples de treillis usuels



## I-2 Terminologie :

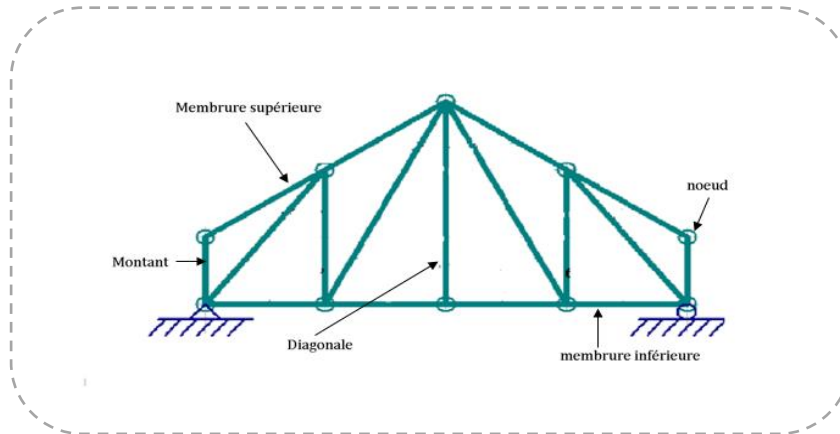


Figure I.2 : Terminologie d'un Treillis.

On appelle nœud une articulation entre plusieurs barres. La figure I.3 présente un exemple de détail de la réalisation pratique d'un nœud de treillis.

Pour assurer que chacune des barres ne soit sollicitée qu'en traction ou en **compression** il faut que :

- ❖ Le poids des barres soit négligeable devant les autres sollicitations.
- ❖ Les sollicitations extérieures ne soient que des efforts appliqués sur les nœuds.
- ❖ Les liaisons avec l'extérieur soient des appuis fixes ou des appuis mobiles.

Lorsque toute la géométrie est dans un même plan et que les efforts appliqués sont dans ce plan, Le treillis est dit **PLAN**. [1]

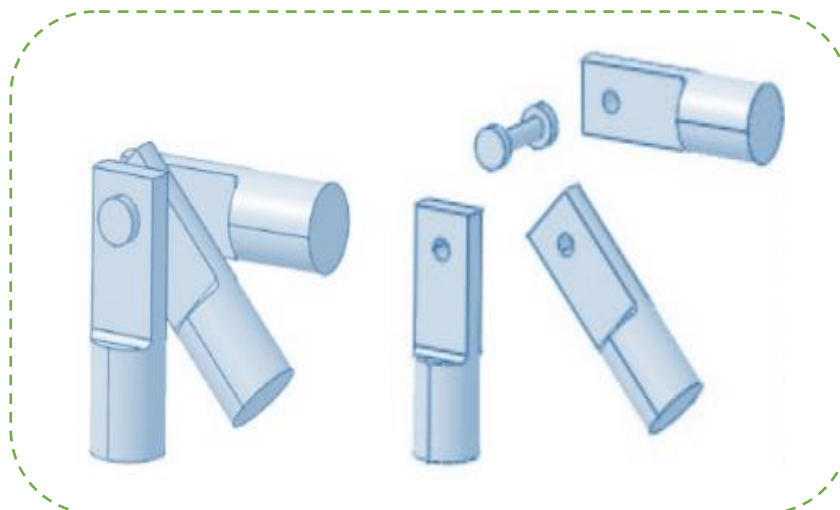


Figure I. 3 : Détail d'un nœud.



### I.3 Calcul des efforts dans les barres :

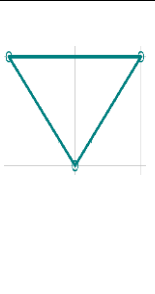

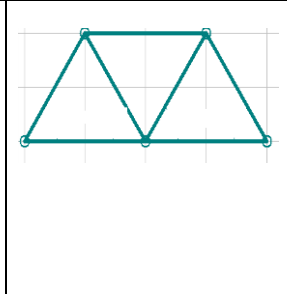
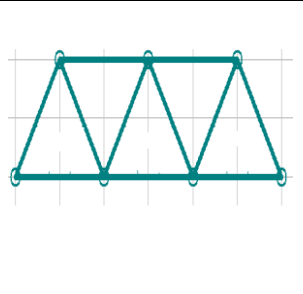
#### I.3.1 Méthode des nœuds :

Le principe de la méthode des nœuds consiste à déterminer de manière analytique l'équilibre de chaque nœud du treillis.

- 1) Isoler un nœud où il n'y a que deux inconnues
- 2) Déterminer les forces dans les barres se joignant aux nœuds en question en utilisant les deux équations d'équilibre  $\sum F_x = 0$  et  $\sum F_y = 0$
- 3) Passer au nœud suivant n'ayant que deux inconnues au maximum en appliquant le principe d'action-réaction.
- 4) L'équilibre de l'avant dernier nœud permet d'obtenir les forces internes de toutes les barres se rencontrant au dernier nœud.
- 5) L'équilibre du dernier nœud permet de vérifier si le calcul a été fait correctement.
- 6) Etablir un tableau bilan donnant les efforts et les contraintes dans chaque barre.

#### I.4 Relation entre nœuds et barres :

- Cas d'appuis mobiles :

<b>Exemple</b>					
	Nombre de barres	b	3	5	7
Nombre de nœuds	n	3	4	5	7

- ❖ Si :  $b = 2n - 3$ , la résolution est possible avec le principe fondamentale de la statique (système isostatique)
- ❖ Si :  $b < 2n - 3$ , la structure n'est pas rigide, il y a mobilité.
- ❖ Si  $b > 2n - 3$ , la structure est hyperstatique. [1]



**I. 5 Etude d'un treillis Soumis à une force :**

Le treillis plan à nœuds articulés représenté sur la figure I.4 est composée de 5 poutres de même nature (Aluminium) et de même section droite.

Soit E le module de Young du matériau et  $S= 314 \text{ mm}^2$  l'aire de section droite, tel que  $E= 700\text{MPa}$ .

Le nœud B est articulé et le nœud A repose sur un appui simple dont la normale est horizontale.

Le nœud C porte une charge  $F= -100\text{N}$

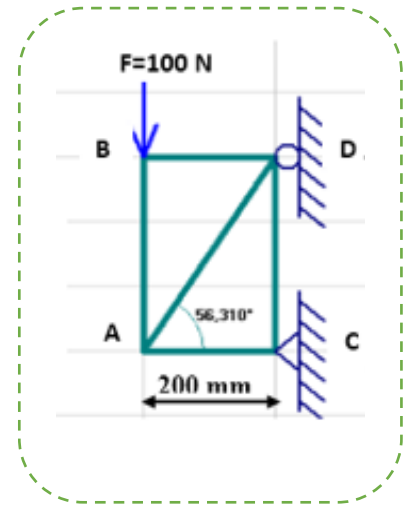


Figure I.4 Treillis plan à nœuds articulés

**Objectif :**

Calcul les efforts normaux et les contraintes dans toutes les barres de structure réticulée de la figure présentée I.5.

**I.5.1 Solution :**

**I.5.1.1 Calcul les réactions :**

$$\begin{cases} R_{Cy} = 100 \text{ N} \\ R_{Cx} = 66.66 \text{ N} \\ R_{Dx} = -66.67 \text{ N} \end{cases}$$

Nous appliquons la méthode des nœuds,  $b = 2n - 3 \dots\dots\dots(1)$

Avec  $\begin{cases} b: \text{nomdre de barres, } b = 5 \\ n: \text{nombre de noeuds, } n = 4 \end{cases}$

D'après l'équation (1), on obtient  $5 = 5$ , donc la résolution est possible (système isostatique)

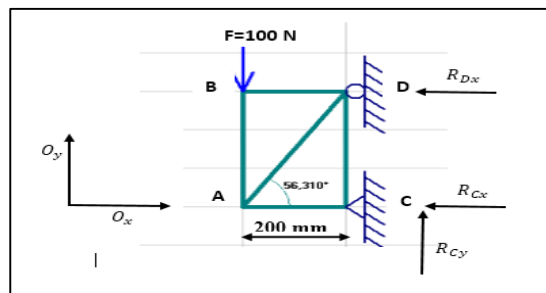


Figure I.5 : Treillis plan avec des efforts



**Nœud A :**

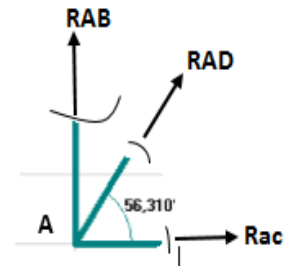
$$\sum f_i = 0$$

La projection par rapport Ox :

$$R_{AD} \cos 56.31 + R_{AC} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

La projection par rapport Oy :

$$R_{AB} + R_{AD} \sin 56.31 = 0 \dots \dots \dots (2)$$



**Nœud B:**

$$\sum F_i = 0$$

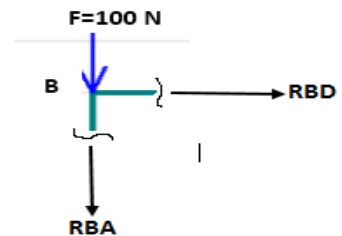
La projection par rapport Ox :

$$R_{BD} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

La projection par rapport Oy :

$$-F - R_{BA} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$\rightarrow R_{BA} = -F = -100N$$



**Nœud C :**

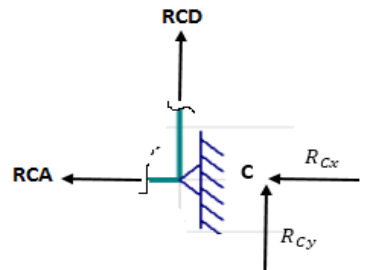
$$\sum F_i = 0$$

La projection par rapport Ox :

$$-R_{CX} - R_{CA} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

La projection par rapport Oy :

$$R_{CY} + R_{CD} = 0 \dots \dots \dots (6)$$



**Nœud D :**

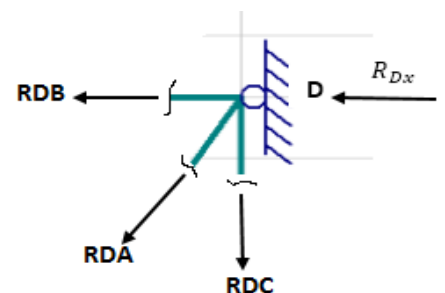
$$\sum F_i = 0$$

La projection par rapport Ox :

$$-R_{Dx} - R_{BD} - R_{DA} \sin 33.69 = 0 \dots \dots \dots (7)$$

La projection par rapport Oy :

$$-R_{CD} - R_{DA} \cos 33.69 = 0 \dots \dots \dots (8)$$







D'après la **solution du système d'équations** on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Barre AB} \rightarrow \text{Effort } N_{AB} = -100\text{N} & \rightarrow \text{Compression} \\ \text{Barre AD} \rightarrow \text{Effort } N_{AD} = 120.184 \text{ N} & \rightarrow \text{Tension} \\ \text{Barre AC} \rightarrow \text{Effort } N_{AC} = -66.66\text{N} & \rightarrow \text{Compression} \\ \text{Barre CD} \rightarrow \text{Effort } N_{CD} = -100\text{N} & \rightarrow \text{Compression} \\ \text{Barre BD} \rightarrow \text{Effort } N_{BD} = 0 & \end{array} \right.$$

### I.5.1.2 Calcul les contraintes : (Théorique)

- **Barre AB :**

On a :

$$\sigma = \frac{F_{AB}}{S} = \frac{-100}{314} = -0,318 \text{ N/mm}^2$$

- **Barre AD :**

$$\sigma = \frac{F_{AD}}{S} = \frac{120,184}{314} = -0,318 \text{ N/mm}^2$$

- **Barre AC :**

$$\sigma = \frac{F_{AC}}{S} = \frac{-66,66}{314} = -0,212 \text{ N/mm}^2$$

- **Barre CD :**

$$\sigma = \frac{F_{CD}}{S} = \frac{-100}{314} = -0,318 \text{ N/mm}^2$$

- **Barre BD :**

$$\sigma = \frac{F_{BD}}{S} = 0 \text{ N/mm}^2$$



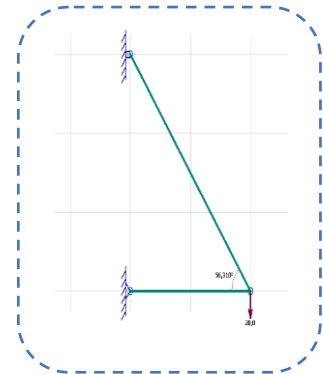
## I.6 Etude d'un treillis Soumis à un gradient de température :

Le treillis indiqué dans la **figure I.6** est composé de 2 barres de même matériau (Aluminium) et de même section.

Soit **E** et  **$\alpha$**  respectivement le module de Young et le coefficient de dilatation du matériau.

Soit **A** l'aire de sections droites.

Le nœud C porte une charge d'intensité :  $P=20\text{KN}$ .



**Figure I.6 : treillis plan détaillé**

Cas de charge : L'élément(1) est soumis à une variation de température  $\Delta T$

### Objectif :

Nous essayons de calculer les efforts normaux et les contraintes normales  $\sigma$ , ensuite nous calculons le déplacement  $u_C$  et  $v_C$  dans toutes les barres de la structure réticulée (figure I.6)

### Les données :

$$A_1 = A_2 = 1000\text{mm}^2$$

$$E_1 = 200\text{GPa}, E_2 = 100\text{GPa}$$

$$\alpha = 20(10^{-6})/^{\circ}\text{C}.$$

### I.6.1\_Solution :

#### I.6.1.1 Calcul les réactions :

Pour calculer les efforts Nous appliquons la méthode des nœuds :

$$\sum F_i = 0$$

La projection par rapport Ox :

$$\pm \sum f_x = 0$$

$$-\frac{3}{5}F_1 - F_2 = 0$$

$$F_2 = -\frac{3}{5}F_1$$



La projection par rapport Oy :

$$\pm \sum f_y = 0$$

$$\frac{4}{5} F_1 - 20 \text{KN} = 0$$

$$F_1 = 25 \text{KN}$$

**Donc :**

$$F_1 = 20 \text{KN}, F_2 = -15 \text{KN} \dots\dots\dots (1)$$

D'après la solution du système d'équations on obtient :

Barre CA → Effort  $N_{CA} = 25 \text{KN}$  → Tension

Barre CB → Effort  $N_{CB} = -15 \text{N}$  → Compression

**I.6.1.2 Calcul les contraintes  $\sigma$  :**

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{2500 \text{N}}{0,001 \text{m}^2} = 25 \text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A_2} = \frac{-1500 \text{N}}{0,001 \text{m}^2} = 15 \text{MPa}$$

$$\sigma_1 = 25 \text{MPa(T)}, \sigma_2 = 15 \text{MPa(c)}$$

**I.6.1.3 Calcul déplacement  $U_c$  :**

$$e_i = f_i F_i + \alpha_i L_i \Delta T_i \dots\dots\dots (2)$$

**Donc :**

$$f_1 = \left(\frac{L}{AE}\right)_1 = \frac{2.5}{(0.001)(200 \cdot 10^9)} = 1.250(10^{-8}) \text{ m/N}$$

$$f_2 = \left(\frac{L}{AE}\right)_2 = \frac{1.5}{(0.001)(100 \cdot 10^9)} = 1.500(10^{-8}) \text{ m/N}$$



D'après l'équation (2) :

$$\begin{aligned}e_1 &= (1.250 \times 10^{-8}) + (20 \times 10^{-6}) (2.5) (-20^\circ\text{C}) \\ &= -0.000688\text{m} \\ &= -0.688\text{mm} \\ e_2 &= (1.500 \times 10^{-8}) (15000) \\ &= -0.225\text{mm}\end{aligned}$$

#### I.6.1.4 Calcul $u_c$ et $v_c$ (Déplacement) :

D'après l'équation :

$$e = e_u + e_v = u \cos \theta + v \sin \theta$$

On obtient :

$$e = u_c \cos \theta + v_c \sin \theta$$

$$\begin{aligned}\cos \Theta_1 &= \frac{3}{5} \sin \Theta_1 \\ &= -\frac{4}{5} \cos \Theta_2 \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\sin \Theta_2 = 0$$

$$e_1 = \frac{3}{5} u_c - \frac{4}{5} v_c = -0.688 \text{ mm}$$

$$e_2 = u_c = -0.225\text{mm}$$

Alors :

$$U_c = -0.225\text{mm}$$

$$V_c = 0.691\text{mm}$$



# *Chapitre II*

*Simulation numérique*



# *Partie I*



## II.1 Partie de simulation avec Comsol :

### II .1.1 Définition :

Est une solution logicielle pour la simulation physique et multi physique. L'ajout de modules complémentaires, avec des outils spécialisés en génie électrique, mécanique, chimique et fluide, permet d'étendre la modélisation des phénomènes physiques. COMSOL Multiphysics propose un ensemble d'interfaces physiques de base, pour les domaines les plus courants comme l'analyse en mécanique, les écoulements en régime laminaire, l'acoustique, le transport des espèces diluées, l'électrostatique, les courants électriques, le transfert de chaleur et l'effet Joule.

Le logiciel COMSOL et la société correspondante ont été créés en 1986 par des étudiants de Germund Dahlquist, dans la suite de son cours consacré à la simulation numérique au Institut royal de technologie (KTH) à Stockholm en Suède. La première version de COMSOL Multiphysics est sortie en 1998.

La version initiale (avant 2005) de COMSOL Multiphysics s'appelait FEMLAB.

### II.1.2 Systèmes de Coordonnées

Les utilisateurs apprécient de pouvoir définir tous les systèmes de coordonnées locales dont ils ont besoin. Vous disposez de raccourcis pour les systèmes de coordonnées courants, comme les systèmes de coordonnées cylindriques, sphériques et basés sur les angles d'Euler. De plus, une méthode permettant la création automatique de systèmes de coordonnées facilite la définition des propriétés des matériaux anisotropes le long des formes géométriques courbes. Intégré à COMSOL Multiphysics, cet outil de coordonnées curvilignes peut être appliqué à tout type de physique, comme la conductivité thermique anisotrope dans le transfert de chaleur, les matériaux orthotropes pour la mécanique des structures ou les milieux anisotropes en électromagnétique.

### II.1.3 Couplage de Modèles

Le COMSOL Desktop<sup>®</sup> permet de travailler simultanément en 3D, 2D, 1D et 0D. Les opérateurs de couplage permettent de transformer une grandeur d'une dimension spatiale à une autre. Par exemple, une solution 2D peut être transportée sur une surface 3D ou extrudée dans un volume 3D. Cette fonctionnalité permet de configurer facilement les simulations impliquant différentes dimensions de géométrie. De plus, il est possible de coupler les



systèmes d'équations algébriques, d'équations différentielles ordinaires (EDO) ou d'équations algébriques différentielles (EAD) – les modèles 0D – avec des modèles spatiaux 1D, 2D et 3D.

#### II.1.4 Maillage et Types d'Eléments Finis

COMSOL Multiphysics propose des outils de maillage automatique et semi-automatique, dont le maillage tétraédrique libre et le maillage extrudé. L'algorithme par défaut génère automatiquement un maillage tétraédrique pour les solides, et une combinaison maillage tétraédrique-maillage extrudé pour les fluides. L'utilisateur peut également définir une séquence de maillage pour contrôler la séquence de création du maillage. Une séquence de maillage permet d'utiliser conjointement des éléments tétraédriques, prismatiques ou hexaédriques et elle peut être pilotée par paramètres. De plus, l'import d'un maillage dans le format NASTRAN prend également en charge les éléments pyramidaux. Une fois le maillage importé au format NASTRAN, d'autres opérations basées sur les coordonnées peuvent être exécutées pour le raffiner au niveau du domaine, de la frontière et de l'arête.

L'approche multi physique unique de COMSOL consiste à séparer la forme de la géométrie (en 3D : tétraédrique, prismatique, hexaédrique, pyramidale) des éléments finis à l'aide des «fonctions de forme des éléments finis». Cette façon de procéder garantit une flexibilité maximale. Chaque forme géométrique utilise des fonctions de forme du premier, du deuxième ou du troisième ordre, voire dans certains cas d'ordre supérieur, pour assurer la correspondance avec, respectivement, les éléments finis linéaires, quadratiques ou cubiques traditionnels. Les physiques utilisent pour la plupart les éléments finis de Lagrange (ou éléments finis nodaux iso paramétriques) : transfert de chaleur, mécanique des structures ou électrostatique, notamment. La CFD utilise également des éléments spécialisés et des schémas de stabilisation numérique. L'électromagnétisme 3D fait appel à des éléments rotationnels de différents ordres (connu aussi sous le nom d'éléments d'arête ou vectoriel).

#### II.1.5 Modélisation Géométrique

COMSOL Multiphysics propose des outils de modélisation géométrique en 1D, 2D et 3D, à partir d'un moteur géométrique COMSOL natif. Différentes primitives sont disponibles et il est également possible d'extruder des objets géométriques 2D en 3D. De plus, une révolution ou une extrusion peut être appliquée aux objets en 2D le long de courbes paramétrées. Les opérations booléennes (union, différence ou intersection par exemple)





permettent de créer des formes plus complexes impliquant des ensembles de solides, de surfaces, de courbes et de points. Les fonctions de modélisation à main levée font appel aux surfaces et aux courbes paramétrées, ainsi qu'aux courbes interpolées. Les opérations géométriques sont toujours organisées selon une séquence dans l'arborescence du modèle. [2]

## II.2 Etude d'un treillis Soumis à une Force :

Dans cette section nous essayons de traiter un simple exemple (**Figure II.1**), à l'aide du code de calcul **COMSOL MULTIPHYSICS**, pour faire une étude comparative entre les résultats théorique et les résultats numérique.

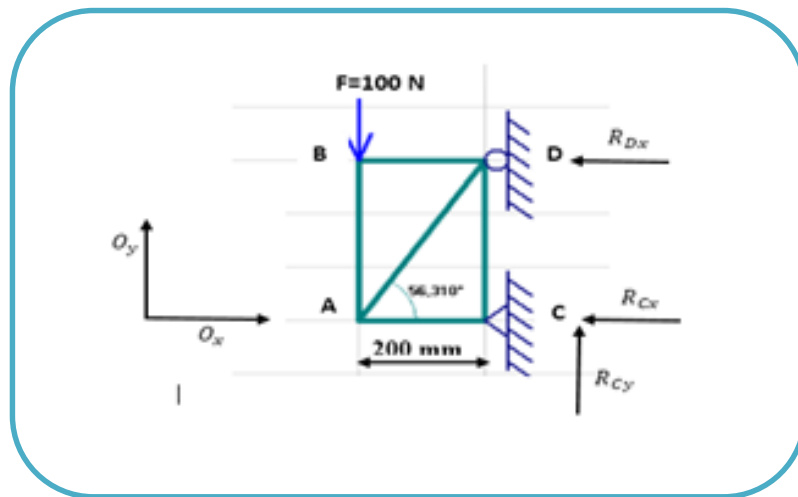
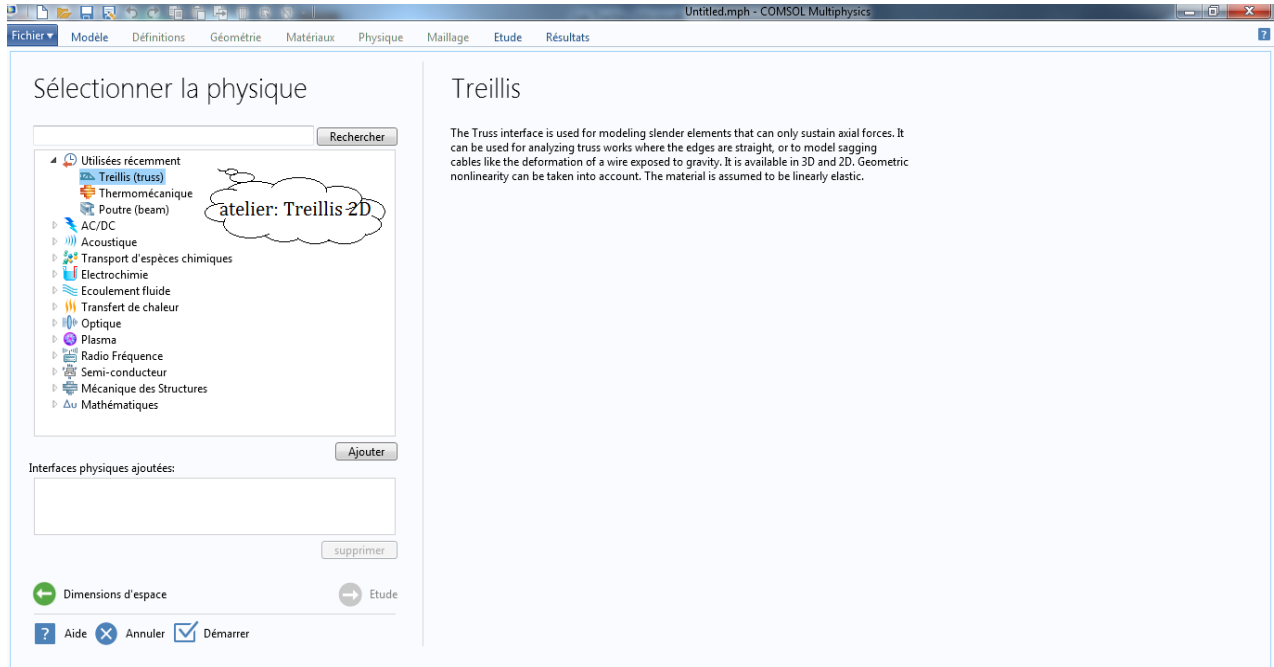


Figure II. 1

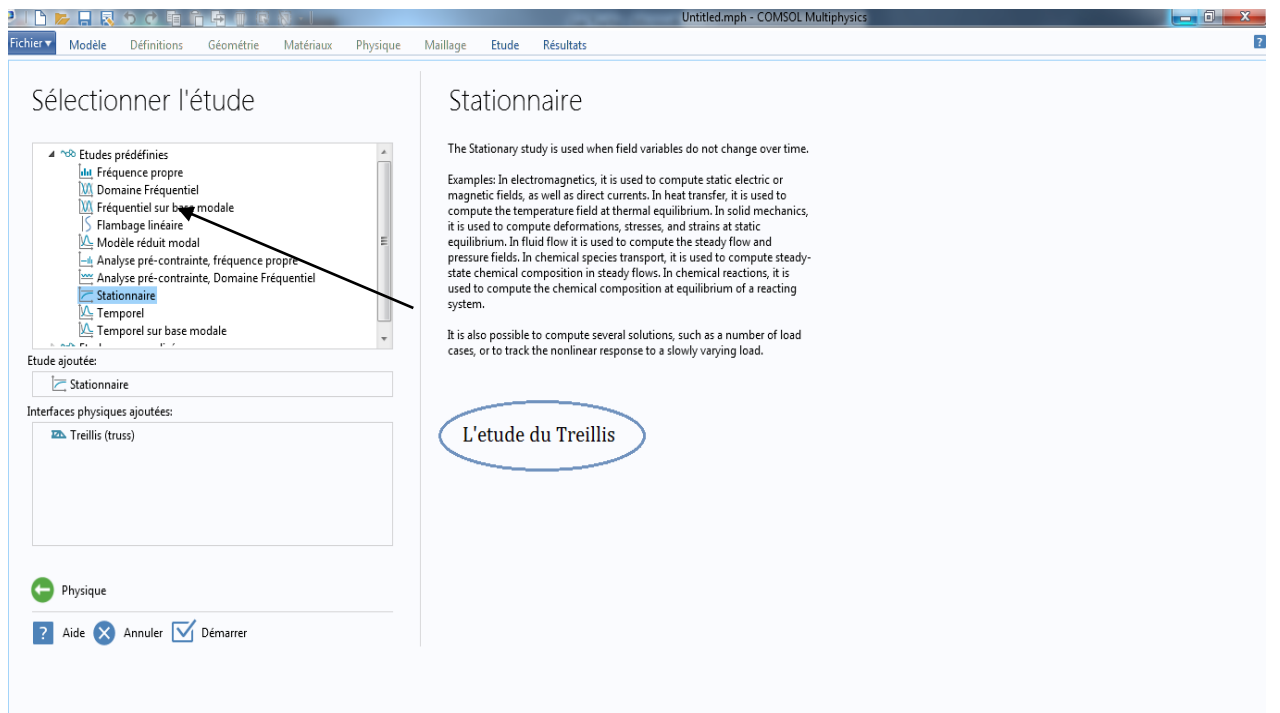


## II.2.1. Les différentes étapes à suivre pour simuler un treillis en 2D :

### 1. L'atelier de travail : treillis 2D

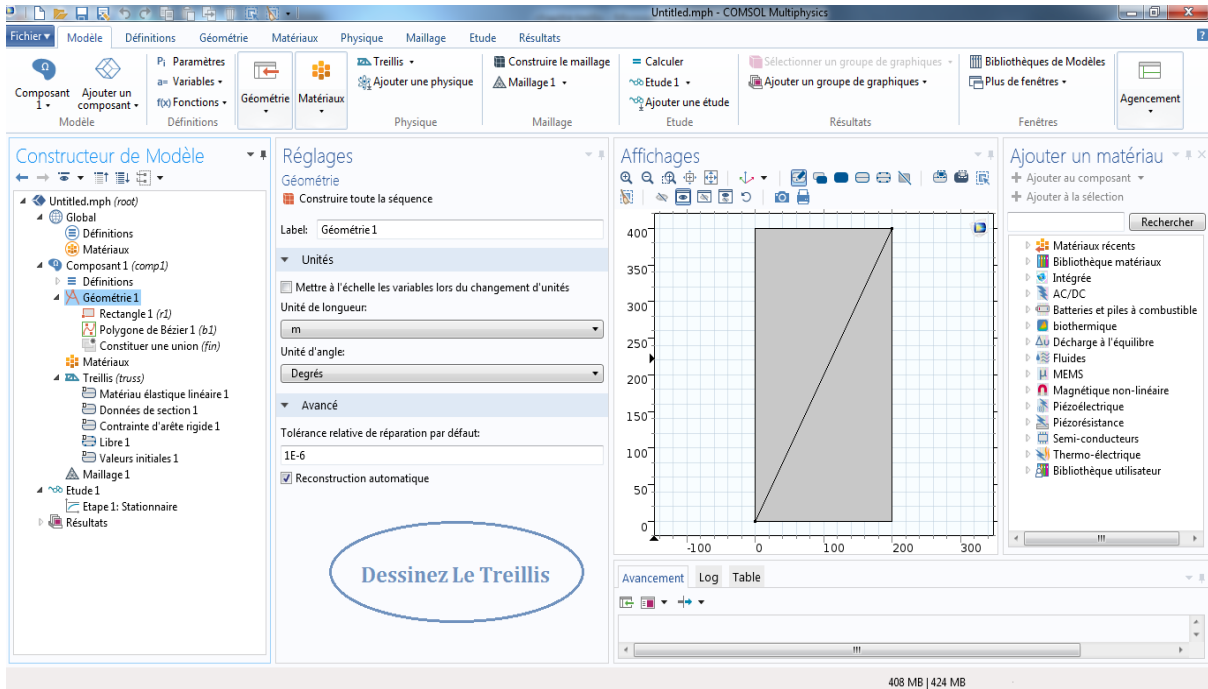


### 2- L'étude du Treillis :

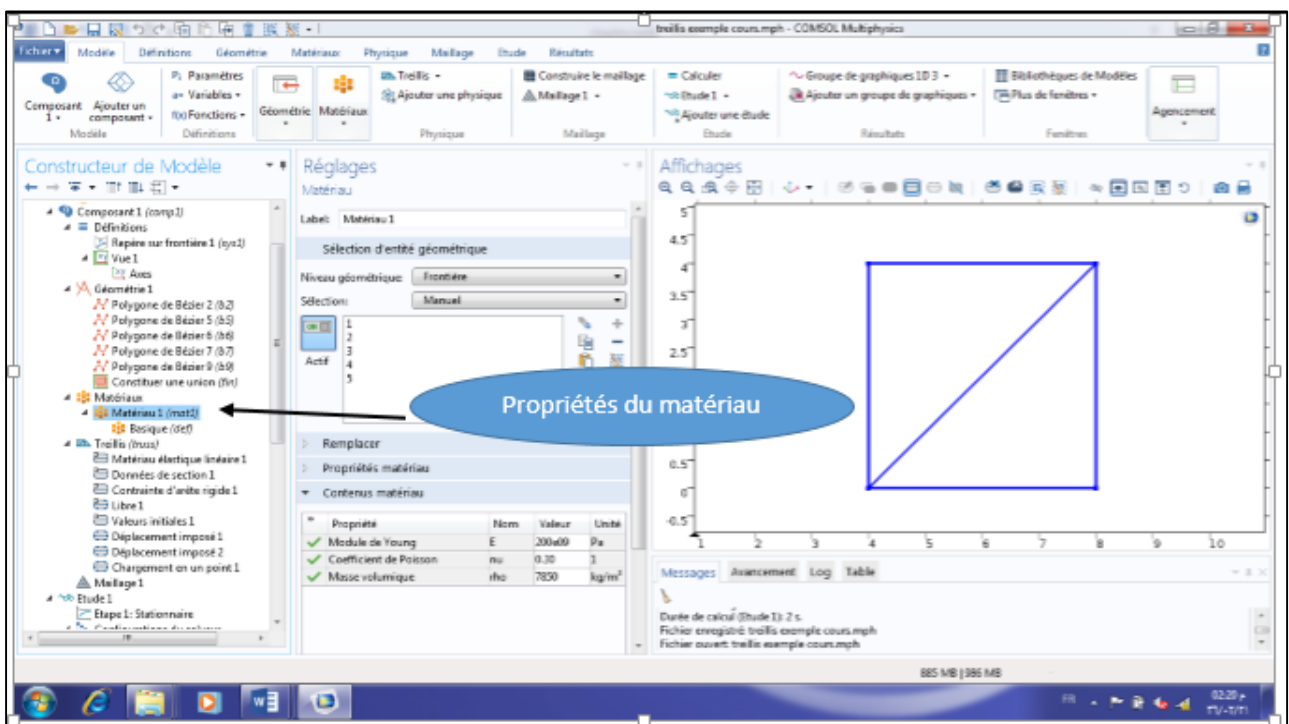




### 3- Dessin de la géométrie du treillis :

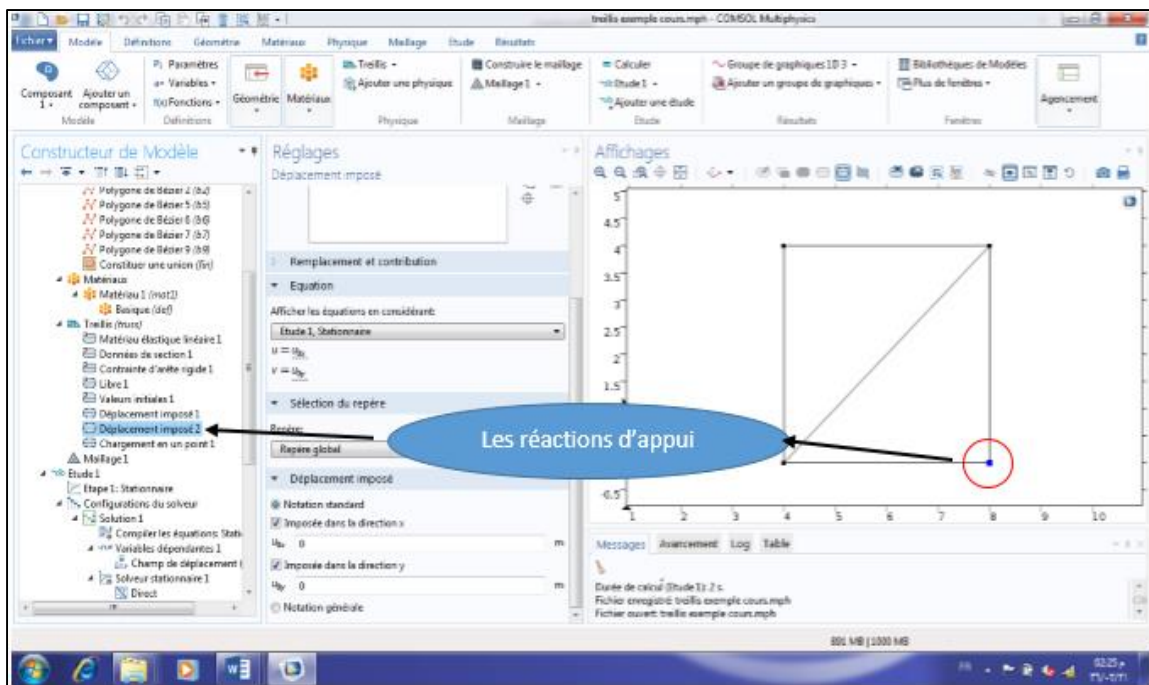


### 4- Propriétés du matériau :

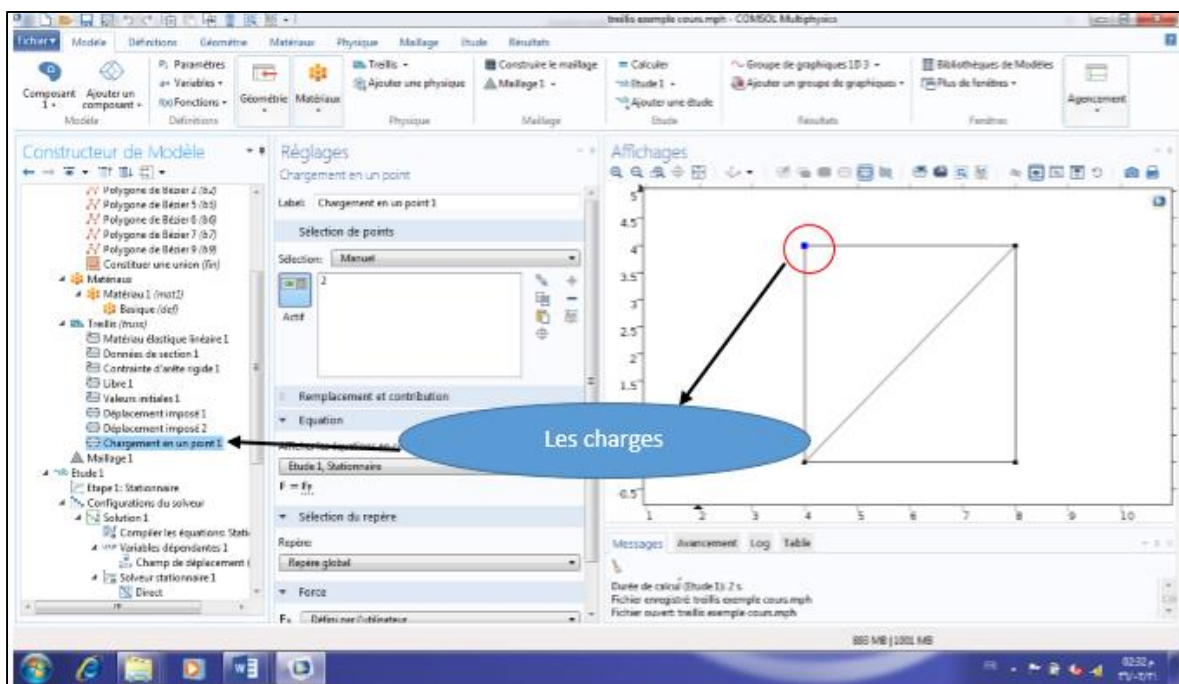




### 5- Les réactions d'appuis :

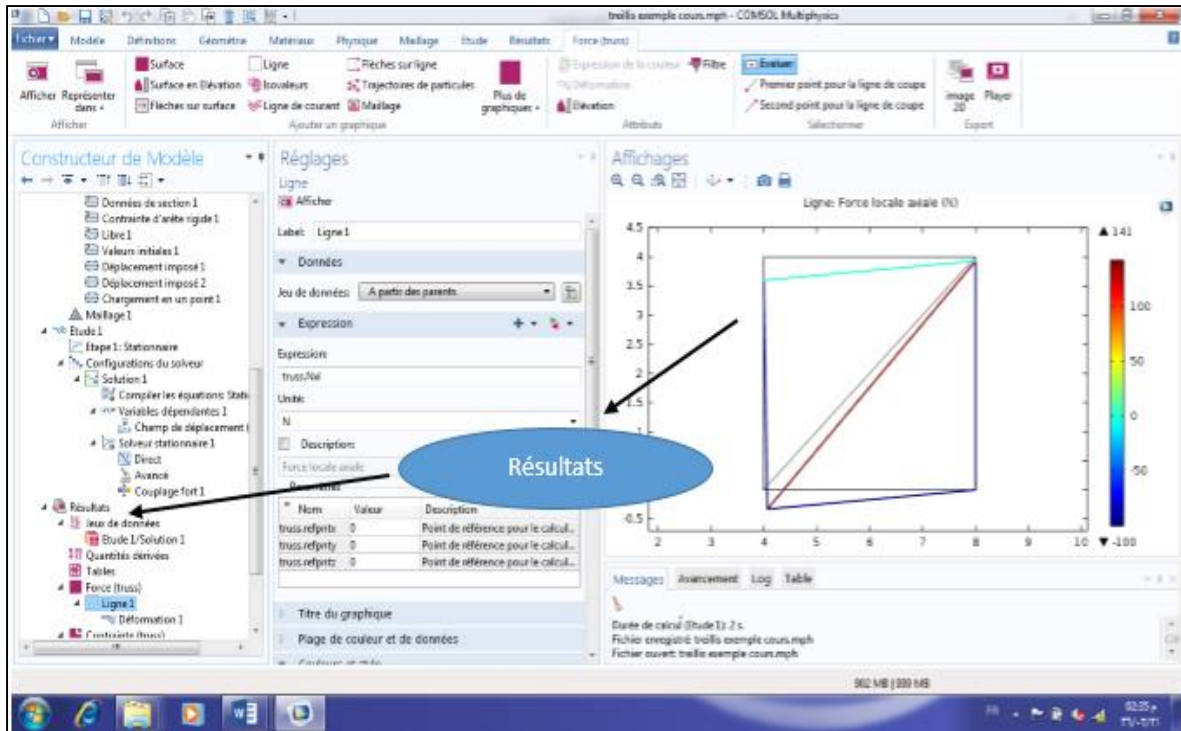


### 6- Les charges appliquées :





### 7- Résultats :





*Partie II*



## II.3 Etude comparative :

### II.3.1 Les Forces :

Tableau II.1 : La comparaison entre les valeurs théoriques et numériques des forces (Comsol) :

Barres	Force dans la barre théorique (N)	Force dans la barre avec Comsol (N)	Etat
AB	-100	-100	Compression
AD	120.84	120.84	Tension
AC	-66.66	-66.66	Compression
CD	-100	-100	Compression
BD	0	0	

Tableau (II.1) représente les valeurs des forces théoriques et numériques avec Comsol, nous observons les résultats numérique des forces dans les barres des treillis sont similaire aux résultats théorique (**analytiques**)

### II.3.2 Les contraintes :

Tableau II.2 : La comparaison entre les valeurs théoriques et numériques des contraintes :

Barres	contrainte dans la barre théorique (N /mm <sup>2</sup> )	contrainte dans la barre avec Comsol (N /mm <sup>2</sup> )
<b>AB</b>	-0,318	-0,318
<b>AD</b>	0,382	0,382
<b>AC</b>	0,212	0,212
<b>CD</b>	-0,318	-0,318
<b>BD</b>	0	0



Tableau (II.2) représente les valeurs des contraintes théoriques et numériques avec Comsol, nous observons les résultats numérique des contraintes dans les barres des treillis sont similaire aux résultats théorique (analytiques)

### II.4 Les forces dans la barre avec Comsol :

Les figures dessus montrent la distribution des efforts normaux dans le système du treillis. On remarque que la valeur max se trouve dans la barre AD (120.84 N), et la valeur min se trouve dans la barre BD (0N)

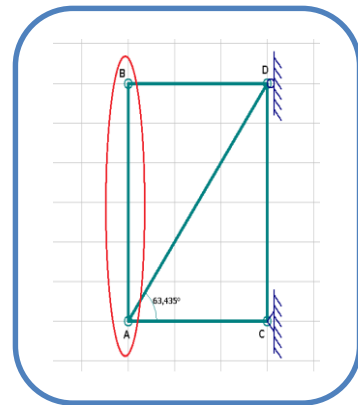
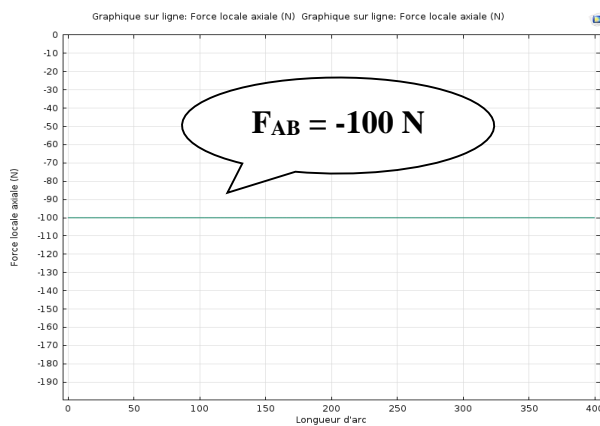


Figure II.2 : La force AB

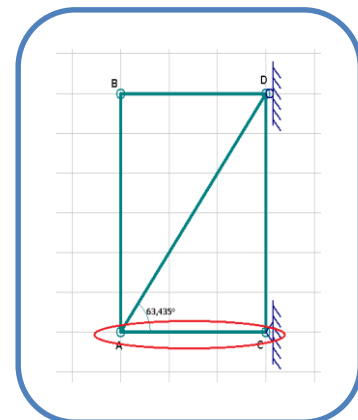
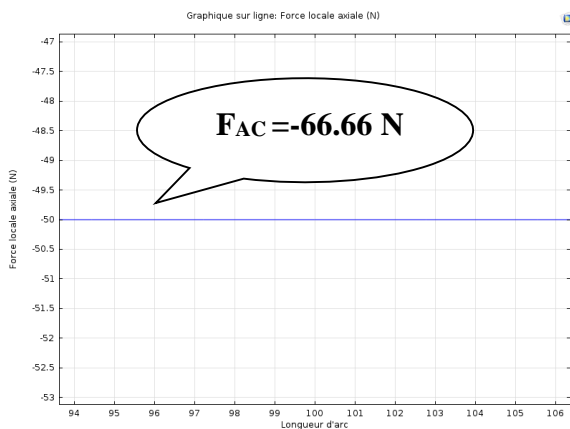


Figure II.3 : La force AC



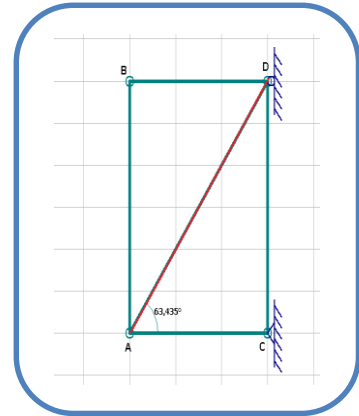
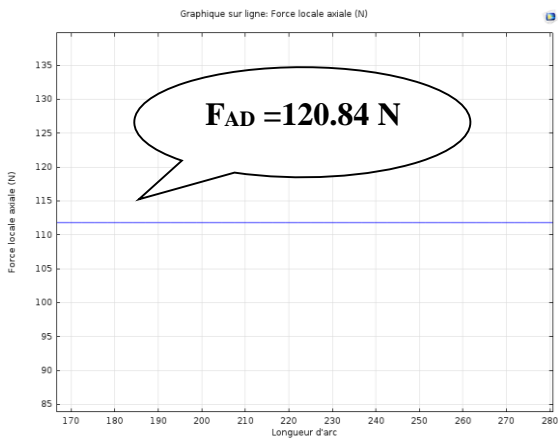


Figure II.4 : La force AD

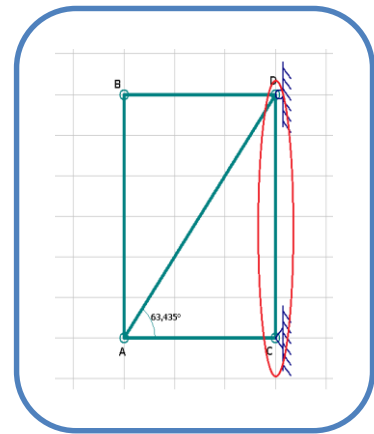
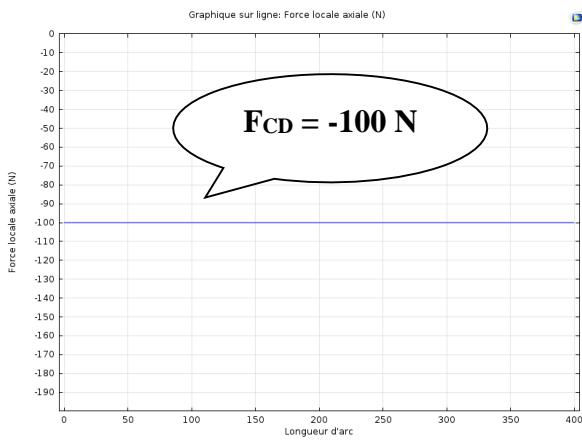


Figure II.5 : La force CD

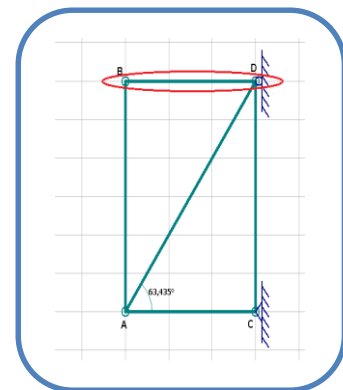
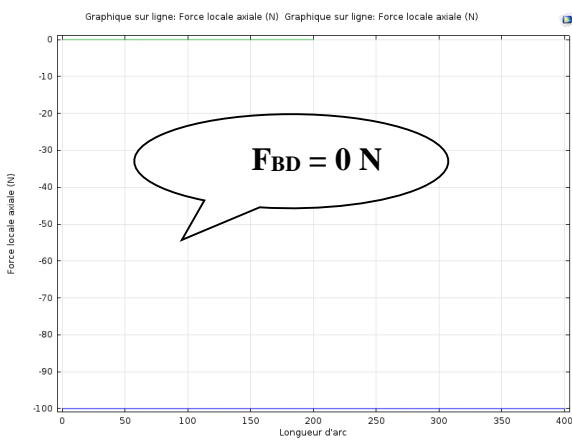


Figure II.6 : La force BD



### II.5 Les contraintes dans la barre avec Comsol :

Les figures dessus montrent la distribution des contraintes dans le système du treillis

On remarque que la valeur max se trouve dans la barre AD (0.382 N/m<sup>2</sup>), et la valeur min se trouve dans la barre BD (0 N/m<sup>2</sup>)

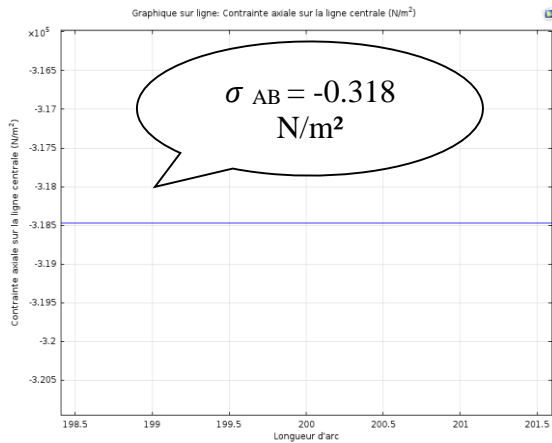


Figure II.7 : Contrainte AB

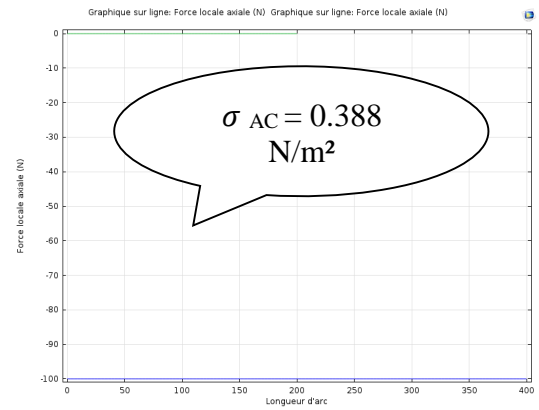


Figure II.8 : Contrainte AC

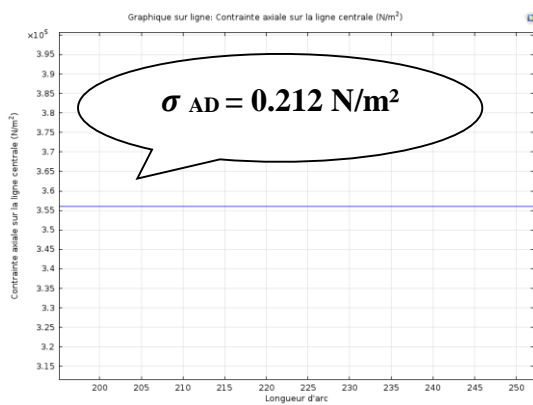


Figure II.9 : Contrainte AD

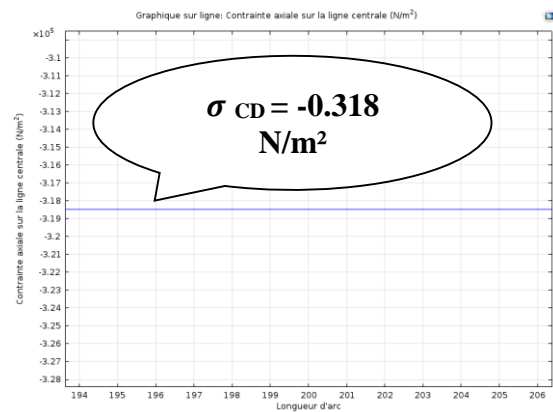


Figure II.10 : Contrainte CD

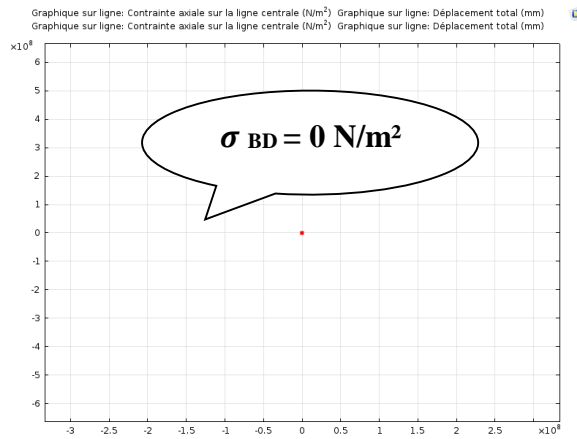


Figure II.11 : Contrainte BD

### II.6 Etude d'un treillis Soumis à un gradient de température

Dans cette section nous essayons de traiter un simple exemple (Figure II.4), à l'aide du code de calcul **COMSOL MULTIPHYSICS**, pour faire une étude comparative entre les résultats théorique et les résultats numérique.

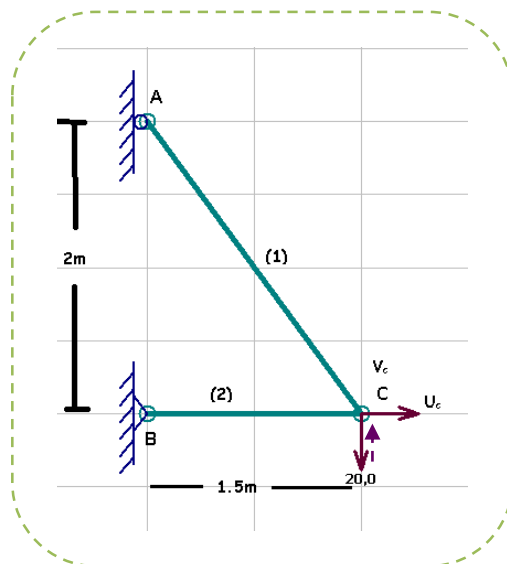
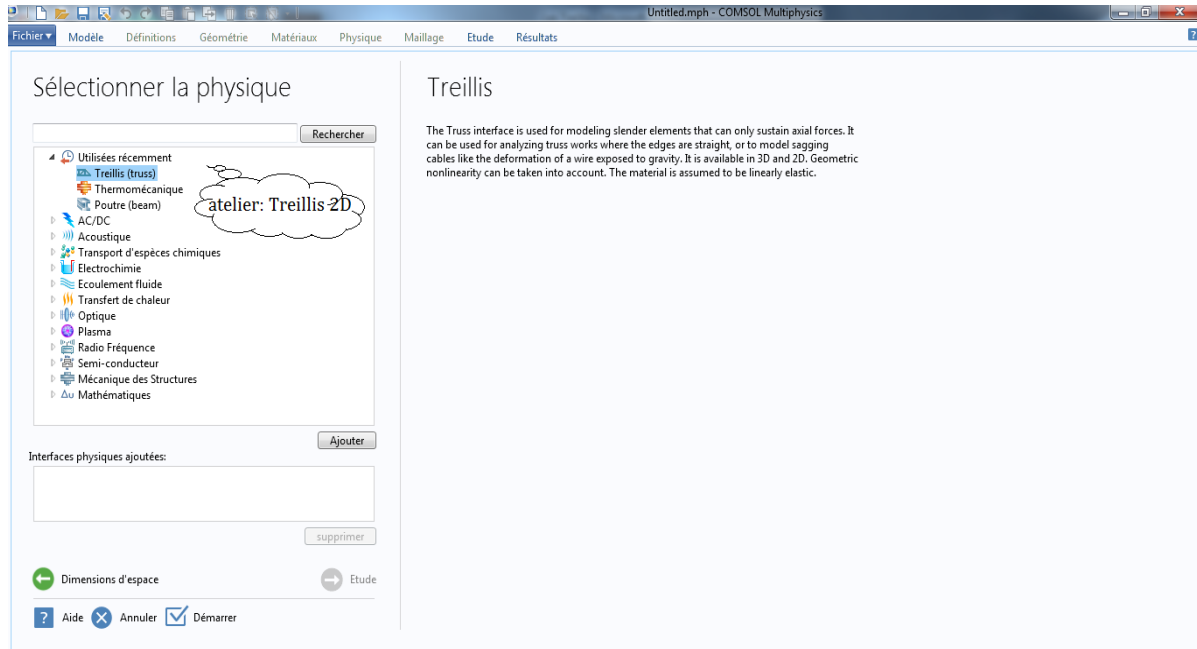


Figure II.12 : treillis plan détaillé

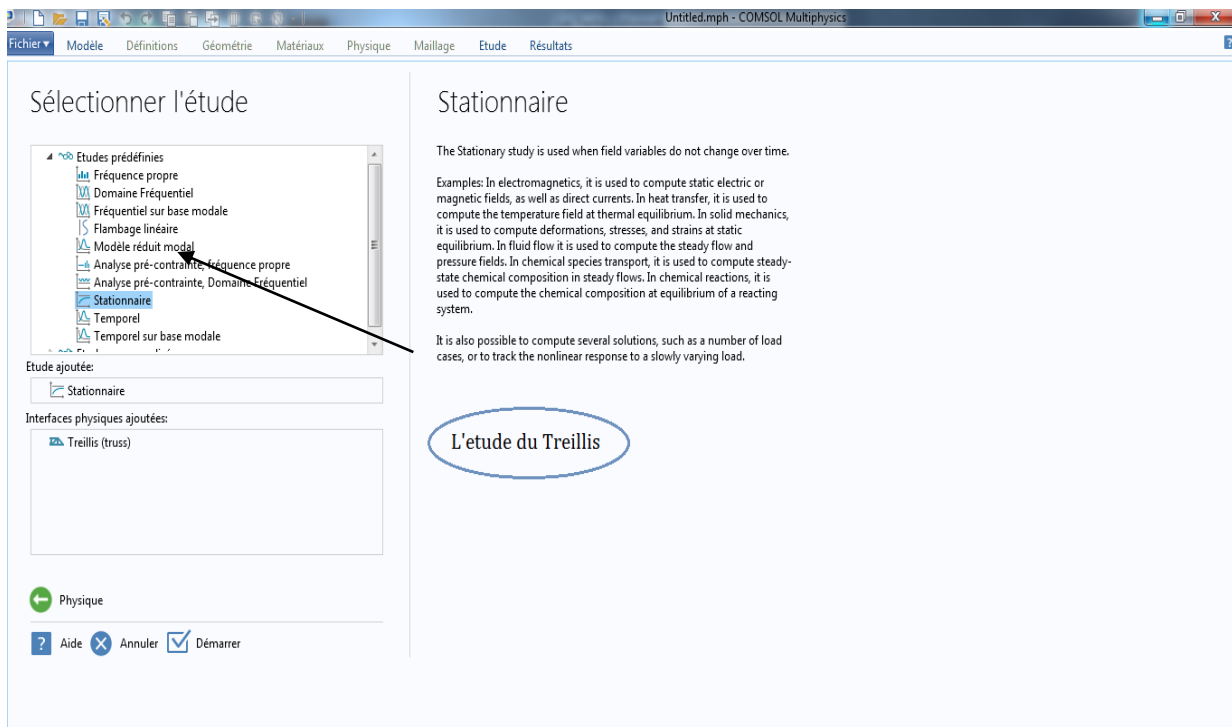


## II.6.1 Les différentes étapes à suivre pour simuler un treillis en 2D :

### 1- L'atelier de travail : treillis 2D

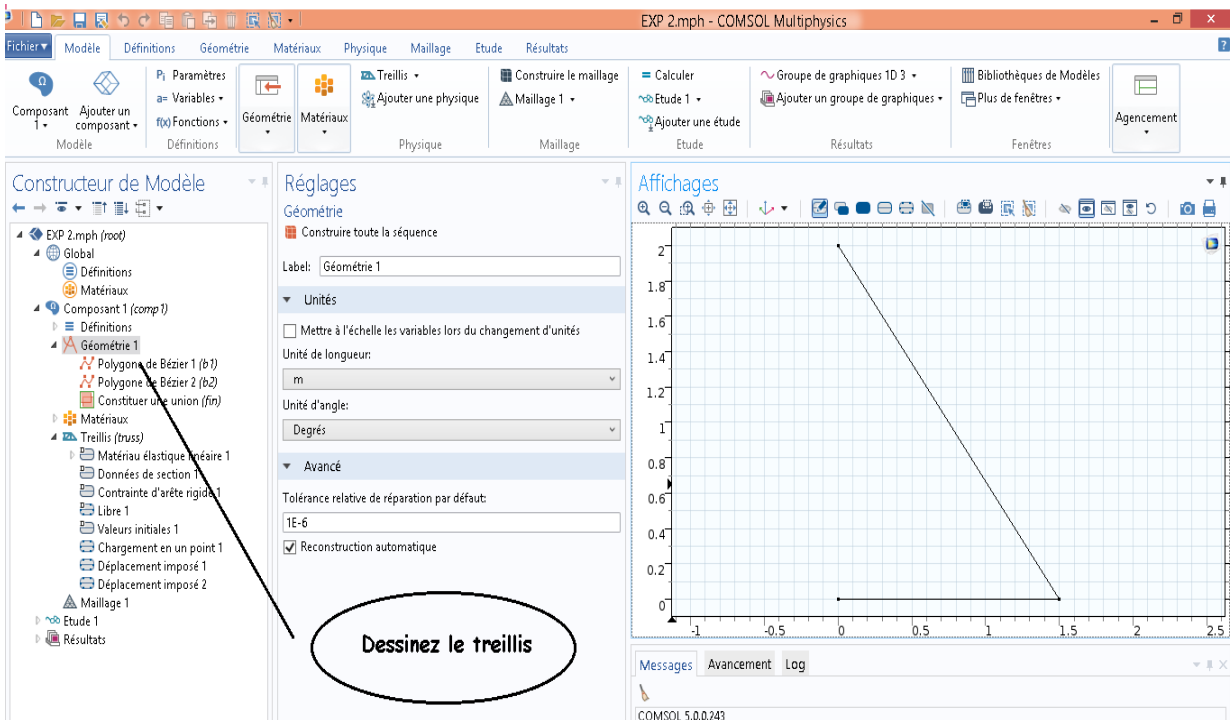


### 2- L'étude du Treillis :

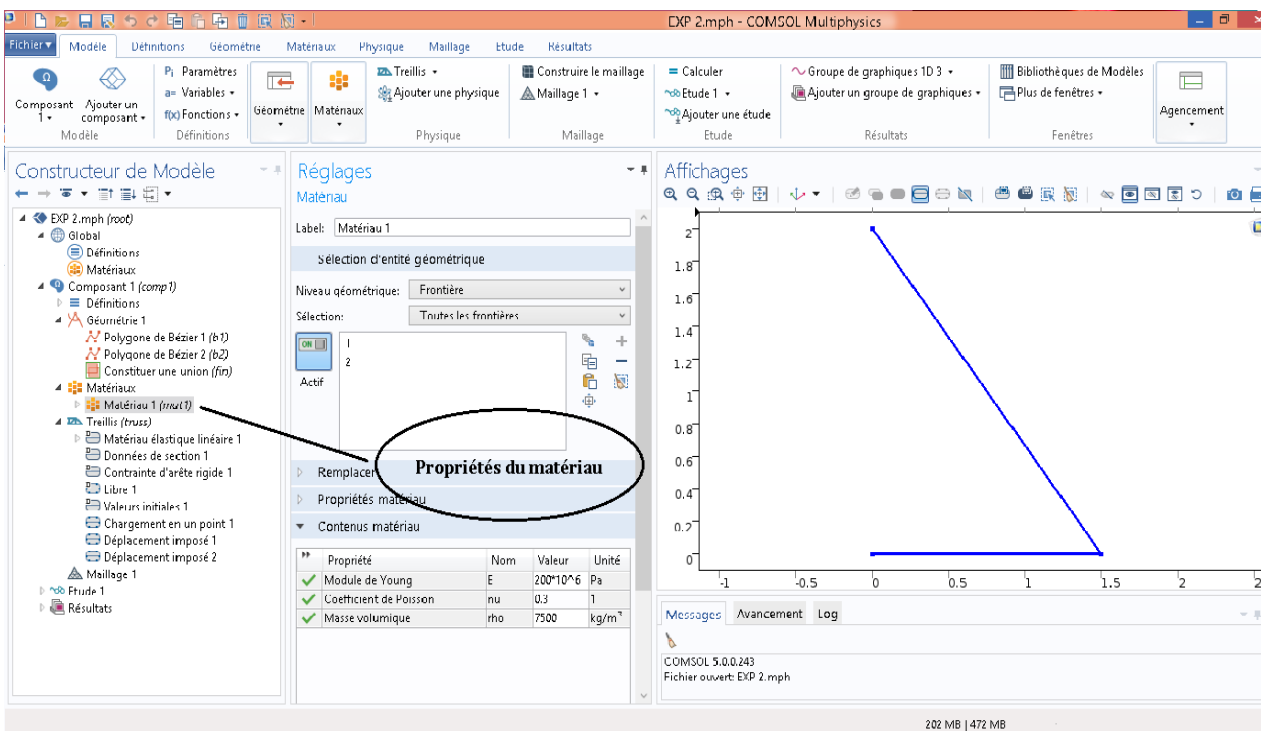




### 3- Dessin de la géométrie du treillis :

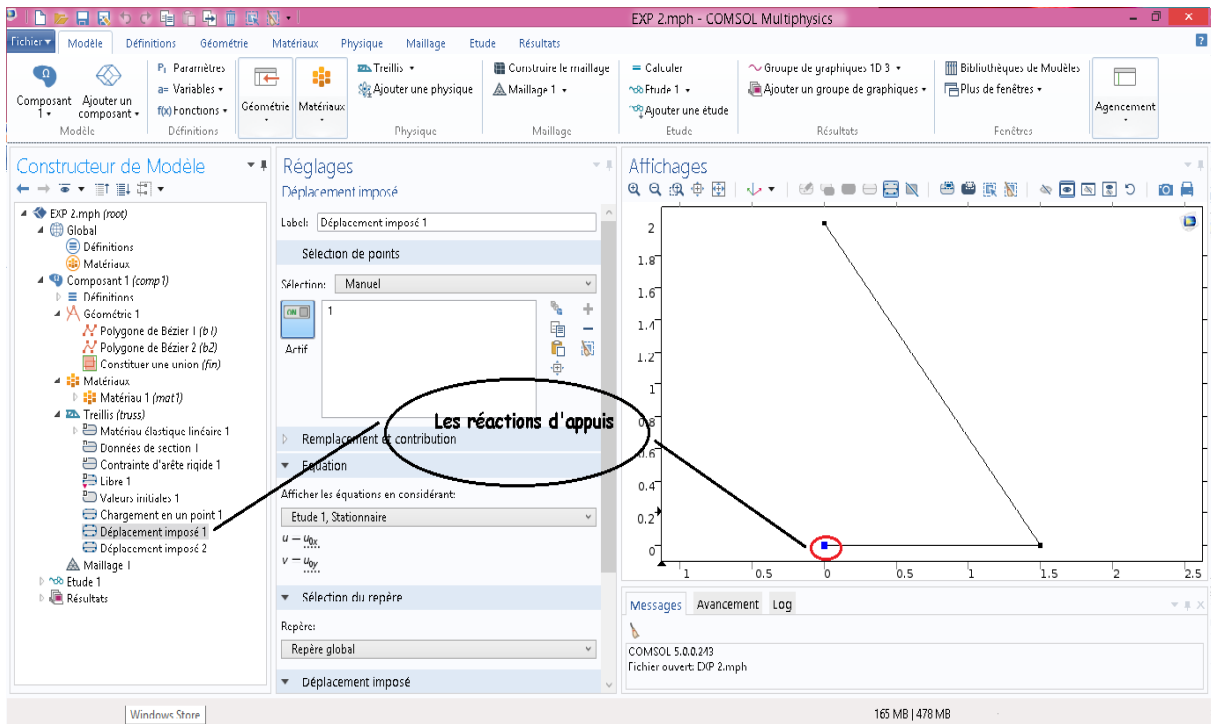


### 4- Propriétés du matériau :

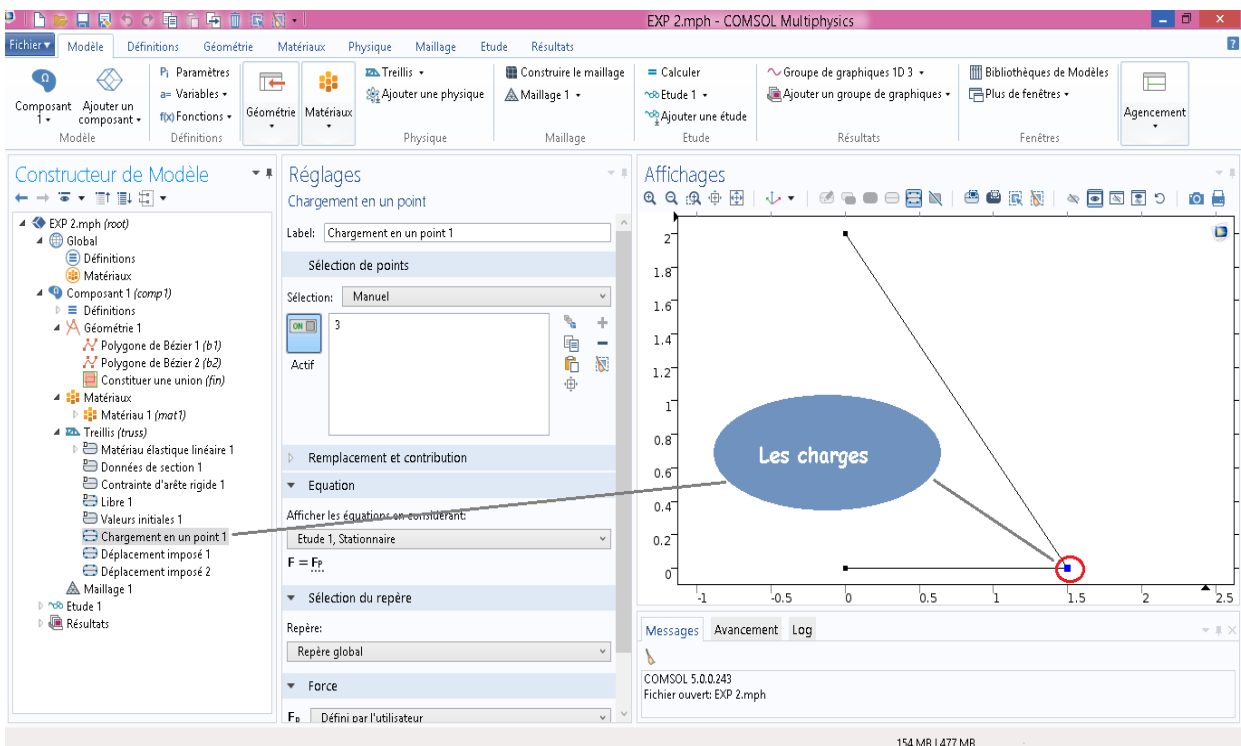




### 5- Les réactions d'appuis :



### 6- Les charges appliquées :





## 7- La température appliquée :

The screenshot shows the COMSOL Multiphysics interface for a simulation titled 'EXP 2.mph'. The 'Modèle' (Model) tab is active, and the 'Réglages' (Settings) pane is open to 'Dilatation thermique' (Thermal Expansion). The 'Equation' section shows the governing equation: 
$$N = EA \left( \frac{du}{dx} - \epsilon_{in\acute{e}l} - \epsilon_{th} \right) + N_i$$
 and the thermal strain equation: 
$$\epsilon_{in\acute{e}l} = \alpha (T - T_{ref})$$
. The 'Entrées du Modèle' (Model Inputs) section is set to 'Défini par l'utilisateur' (User-defined) with a temperature of 293.15 [K]. The 'Propriétés de dilatation thermique' (Thermal Expansion Properties) section shows a coefficient of thermal expansion  $\alpha = 20 \cdot 10^{-6}$  1/K and a reference temperature  $T_{ref} = 293.15$  [K]. The 'Affichages' (Plots) pane shows a line graph titled 'Ligne: Force locale axiale (N)'. The graph plots force (N) on the y-axis (ranging from -0.2 to 2.0) against position (m) on the x-axis (ranging from -1 to 2.5). A blue line shows a linear increase in force from approximately 0 N at x=0 to 2.0 N at x=1.5. A callout bubble points to the line with the text 'variation de température  $\Delta T$ '. The status bar at the bottom indicates '251 MB | 496 MB'.

## 8- Résultats :

The screenshot shows the COMSOL Multiphysics interface for the same simulation 'EXP 2.mph'. The 'Résultats' (Results) tab is active, and the 'Réglages des résultats' (Result Settings) pane is open. The 'Mise à jour automatique des graphiques' (Automatic update of plots) checkbox is checked. The 'Affichages' (Plots) pane shows a line graph titled 'Ligne: Force locale axiale (N)'. The graph plots force (N) on the y-axis (ranging from -0.2 to 2.0) against position (m) on the x-axis (ranging from -1 to 2.5). A red line shows a linear increase in force from approximately 0 N at x=0 to 2.0 N at x=1.5. A color scale on the right indicates force values from  $-1.49 \times 10^4$  to  $2.53 \times 10^4$  N. A callout bubble points to the graph with the text 'Résultat'. The status bar at the bottom indicates '233 MB | 497 MB'.



## II.7 Etude comparative :

### II.7.1 Les force :

Tableau (II.3) : La comparaison entre les valeurs théoriques et numériques des forces (Comsol) :

Barres	Force dans la barre théorique (KN)	Force dans la barre avec Comsol (KN)	Etat
CA	25	25	Tension
CB	-15	-15	Compression

Le tableau (II.3) représente les valeurs des forces théoriques et numériques avec Comsol, nous observons les résultats numérique des forces dans les barres des treillis sont similaire aux résultats théorique (analytiques)

### II.7.2 Les contraintes :

Tableau (II.4) : La comparaison entre les valeurs théoriques et numériques des contraintes (Comsol) :

Barres	contrainte dans la barre théorique (N/m <sup>2</sup> )	contrainte dans la barre avec Comsol (N/m <sup>2</sup> )
CA	25	25
CB	-15	-15

Le tableau (II.4) représente les valeurs des contraintes théoriques et numériques avec Comsol, nous observons les résultats numérique des contraintes dans les barres des treillis sont similaire aux résultats théorique (analytiques)





### II.8 Les forces dans la barre avec Comsol :

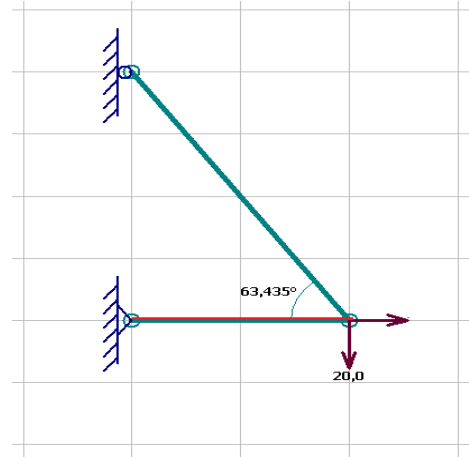
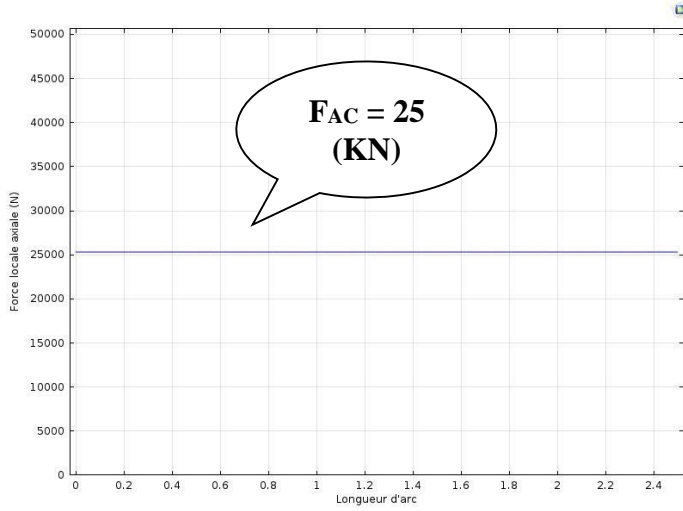


Figure II.12 : Force AC

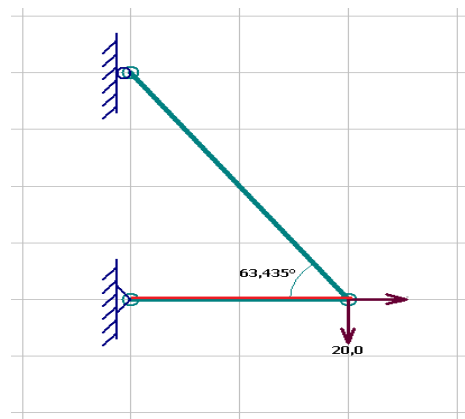
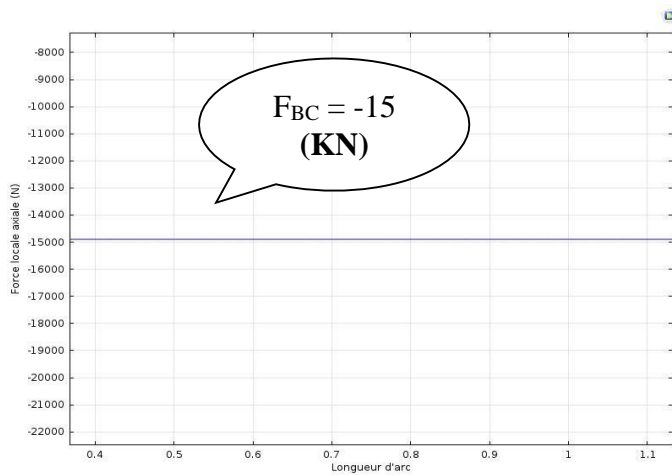


Figure II.13 : Force BC



### II.9 Les contraintes dans la barre avec Comsol :

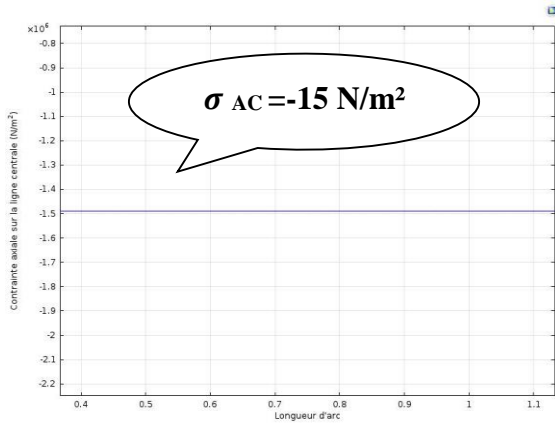


Figure II.14 : Contrainte AC

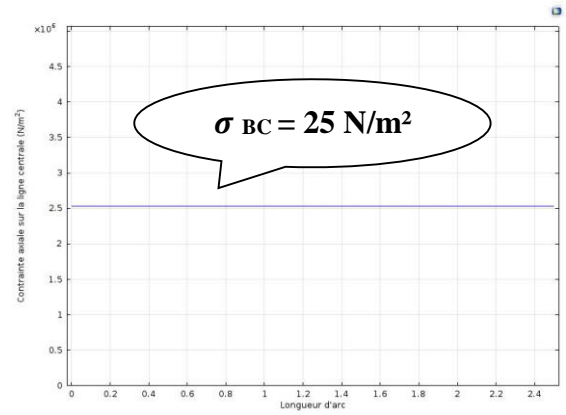


Figure II.15 : Contrainte BC

# *Conclusion*

---



## **Conclusion**

Une simulation du comportement statique des treillis à été abordée dans ce travail. Cette étude nous a permis de simuler les contraintes et les efforts normaux dans les éléments du treillis.

Les résultats obtenus ont été largement validé par des formules et par des résultats numériques.



## **LISTE DES TABLEAUX**

### **CHAPITRE I**

<b>Tableau. I.4. Tableau représente la Relation entre nœuds et barres .....</b>	<b>06</b>
---	-----------

### **CHAPITRE II**

<b>Tableau (II.1) . La comparaison entre les valeurs des forces théoriques et numériques avec Comsol .....</b>	<b>23</b>
<b>Tableau (II.2) . La comparaison entre les valeurs des Containtes théoriques et numériques avec Comsol .....</b>	<b>23</b>
<b>Tableau (II.3) . La comparaison entre les valeurs des forces théoriques et numériques avec Comsol .....</b>	<b>32</b>
<b>Tableau (II.4) . La comparaison entre les valeurs des Contraintes théoriques et numériques avec Comsol .....</b>	<b>32</b>



## LISTE DES FIGURES

### CHAPITRE I

Figure I.1. Différents exemples de treillis usuels .....	4
Figure I.2. Terminologie d'un Treillis .....	5
Figure I.3. Détail d'un nœud .....	5
Figure I.4. treillis plan à nœuds articulés .....	7
Figure I.5. treillis plan avec des efforts .....	7
Figure I.6. treillis plan détaillé .....	10

### CHAPITRE II

Figure II.1. Treillis plan avec des efforts .....	17
Figure II.2. La force dans la barre AB.....	24
Figure II.3. La force dans la barre AC .....	24
Figure II.4. La force dans la barre AD .....	25
Figure II.5. La force dans la barre CD .....	25
Figure II.6. La force dans la barre BD .....	25
Figure II.7. Contrainte dans la barre AB .....	26
Figure II.8. Contrainte dans la barre AC .....	26
Figure II.9. Contrainte dans la barre AD .....	26
Figure II.10. Contrainte dans la barre CD .....	26
Figure II.11. Contrainte dans la barre BD .....	27
Figure II.12. Treillis plan détaillé .....	27
Figure II.13. La force dans la barre AC .....	33



<b>Figure II.14. La force dans la barre BC .....</b>	<b>33</b>
<b>Figure II.15. Contrainte dans la barre AC .....</b>	<b>34</b>
<b>Figure II.16. Contrainte dans la barre BC .....</b>	<b>34</b>



## **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] : Jean-Louis Fanchon, Guide de mécanique « Science et technologies industrielles » ; Nathan, Edition : Isabelle Hennebique, Novembre 1998.
- [2] : Comsol-Multiphysics/ Siam Obituary-Germund Dahlquist.



## **Résumé**

Un treillis est une structure constitué d'un assemblage de barres articulées entre elles, ces articulations sont les noeuds de la structure.

Les charges exterieures sont supposées appliquées aux noeuds de la structure.

Les éléments du treillis ne travaillent donc qu'en traction-compression.

L'objectif de ce travail est de vous initier au calcul analytiques de la réponse statique d'un treillis.

Ces calculs permettent d'obtenir l'état de contrainte dans les éléments d'une structure simple.

La connaissance de l'effort normal dans les éléments du treillis permet de verifier que la structure reste dans le domaine élastiques.

---