



Réf:.....

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme :

MASTER

Filière : Automatique

Option : Automatique et informatique industrielle

Thème

**Commande floue par mode glissant d'un système
chaotique**

Présenté par : - Boudershem khadidja wiem

Devant le jury :

Président : Université de Bordj Bou Arreridj

Examineur 1 : Université de Bordj Bou Arreridj

Examineur 1 : Université de Bordj Bou Arreridj

Rapporteur : Université de Bordj Bou Arreridj

Année Universitaire 2020/2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la recherche scientifique

جامعة محمد باقر الإبراهيمي
Université Mohamed El Bachir El Ibrahimi
Bordj Bou Arréridj

A. *Faculté des Sciences et de la Technologie*

UNIVERSITE MOHAMED EL BACHIR EL IBRAHIMI
BORDJ BOU ARRERIDJ

Filière Automatique
Option Automatique et informatique industrielle
Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme :

MASTER

Thème

**Commande floue par mode glissant d'un système
chaotique**

Présenté par :

Etudiant (1)

BOUDERHEM khadidja wiem

signature

Avis favorable du Président du Jury

Nom Prénom

Signature

Année Universitaire 2020/2021

Dédicace

En témoignage d'amour et d'affection, je dédie ce modeste travail avec une grande fierté à tous ceux qui me sont chers :

À l'arme de mon grand-père qui a toujours voulu être à mes cotes.

*À mes chers parents : ma mère **FOUZIA** et mon père **YAHIA** pour leur amour, leur tendresse,*

Et pour leur soutien durant toutes les étapes de ma vie. J'espère qu'un jour, je puerai leur rendre un peu de ce qu'ils ont fait pour moi, que Dieu leur prête tout le bonheur.

*À mes chers frères **RABAH** et **Mustapha**.*

*À ma chers sœur **Meriam**.*

*À mon cher époux **Saber**.*

*À ma grande famille **Bouderhem** et **lasгаа**.*

À mes beaux-parents, mes beaux frères et mes belles sœurs.

À tous mes enseignants.

*À tous mes amis et collègues spécialement **RAHMA** et **NOUDJOURD**.*

Khadidja wiem

Remerciements

*Tous d'abord je tiens à remercier le **Dieu** tout puissant et miséricordieux de je avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail.*

Un grand remerciement à l'encadrant monsieur BOUCHAMA ZIAD, pour ses traits humains et ses compétence professionnelles et pour ses efforts fournis et pour ses conseils et pour soutien si précieux Afin d'achever ce travail.

Je remercie énormément toutes les personnes qui m'a aidée à accomplir ce travail dans les meilleures conditions et mille merci à tout ma famille et aux membres de jury et à mon futur époux.

J'adresse mon sincère remerciements à tous les professeurs qui par leurs conseils et leurs efforts durant tous les années passées nous sommes là, vraiment un grand remerciement pour leurs qualités d'enseignement qui nous a été dispensé.

Table des matières

Introduction générale	6
Chapitre 1 : Chaos Original et la théorie du chaos	4
1.1 le Chaos Original	4
1.2 La théorie du Chaos	4
1.2.1 Systèmes dynamiques conservatifs / dissipatifs	4
1.2.2 Systèmes dynamiques intégrables / non-intégrables.....	4
1.2.3 Intégrabilité & Déterminisme	6
1.2.4 A l'origine de la Théorie du Chaos.....	7
1.2.5 Conditions d'obtention du chaos	7
1.2.6 L'effet papillon	10
1.2.7 Les fractales	11
1.2.8 Quel est le rôle du hasard dans le Chaos.....	12
1.2.9 A quoi sert la Théorie du Chaos	13
1.3 Conclusion	17
Chapitre 2 : Conception d'une commande par mode glissant flou.....	19
2.1. Introduction.....	19
2.2. Modélisation par L'approche Floue	19
2.3. La Conception du Contrôleur Par Mode Glissant Flou <i>FSMC</i>	21
2.4 Conclusion	28
Chapitre 3 : commande par mode glissant flou des systèmes Hyperchaotiques.....	29
3.1. Introduction.....	29
3.2. Modélisation floue T-S des systèmes hyperchaotiques	Error! Bookmark not defined.
3.3. Synchronisation synergique floue T-S des systèmes hyperchaotiques.....	30
3.4. Analyse de robustesse	32
3.5. Résultats de la simulation	33
3.6. Conclusion	36
Conclusion générale.....	37
Référence Bibliographique	38

Le contrôle et l'analyse du chaos, ainsi que la chosification dans les systèmes dynamiques ont reçu une attention croissante de la plus part des communautés de recherche et ont été largement étudiés. Récemment, des systèmes chaotiques avec des dimensions supérieures appelés systèmes hyperchaotiques ont un large spectre d'applications dans les domaines technologiques à savoir l'électrotechnique, l'informatique et le traitement de l'information [12, 13, 14], etc. De plus, la synchronisation hyperchaotique a fait l'objet d'une attention de la plus part de ce qui précède. La synchronisation hyperchaotique est basée sur le concept de proximité des fréquences entre deux systèmes hyperchaotiques dont l'un est un système maître et l'autre un système esclave. Ce processus est réalisé par le développement de lois de commande adéquates assurant asymptotiquement l'erreur entre les états des systèmes maître et esclave. Depuis la découverte de la synchronisation hyperchaotique, diverses techniques et méthodes de contrôle ont été proposées, telles que la rétroaction passive [15], non linéaire [16]. Adaptif [17], backstepping [18] et mode glissant [19]. Dans la plupart de ces approches, elles n'ont pas été utilisées pour synchroniser deux systèmes d'hyperchaotique différents en raison de leurs structures différentes et de leurs paramètres incompatibles. Cependant, une approche de modélisation floue basée sur la théorie du contrôle synergique a été développée pour la synchronisation hyperchaotique afin de surmonter le problème ci-dessus.

La commande à structure variable par mode glissant, la logique floue *FL*, et leurs combinaisons *FSMC* sont les techniques qu'on se propose d'étudier et d'appliquer à la commande et la synchronisation des systèmes chaos.

La commande par mode glissant (*SMC : Sliding Mode Control*) fournit un moyen assez simple pour concevoir une loi de commande pour les systèmes linéaires [8]. Cette commande a été utilisée avec succès dans plusieurs domaines, dont la commande de bras robotisés, de véhicules immergés, des moteurs électriques, d'avions à décollage vertical ...etc. Leur principe de fonctionnement consiste d'abord à amener les états du système dans une région convenablement sélectionnée en utilisant en général la méthode de la stabilité au sens de Lyapunov, pour la conception de la loi de commande qui maintiendrait le système dans cette région [7].

Les applications des systèmes flous se sont multipliées, entre autres on cite, les contrôleurs flous et les modèles flous. Malgré les différences dues aux particularités de chaque application, ces systèmes ont la même structure interne et ils utilisent tout un mécanisme d'inférence. Les contrôleurs basés sur la logique floue ont fait leurs preuves dans divers domaines d'application, dont la régulation des systèmes de puissance, par le biais de régulateurs *Power System Stabilizer PSS*. Les modèles flous suscitent beaucoup d'intérêt, et la littérature relative à ce sujet est importante et ces derniers ont eu un succès remarquable dans la description des systèmes complexes qui sont difficiles à modéliser par l'approche conventionnelle.

Introduction générale

La modélisation floue et sa combinaison avec la commande par mode glissant fait l'objet principal dans ce travail pour étudier et modéliser différents systèmes chaotique.

Dans le premier chapitre nous donnons, les différentes définitions du chaos et la théorie des systèmes chaotiques. Une introduction à la commande par logique floue est présentée dans le chapitre deux suivi l'étude de la stratégie de commande par mode glissant floue.

Enfin, une étude de la commande que nous avons abordée suivi par une application de l'approche proposée la *commande par mode glissant Floue* est présenté dans le chapitre trois.

Chapitre 1 : Chaos Original et la théorie du chaos

1.1 le Chaos Original

Dans la théorie de la création du monde établie par les Grecs anciens, c'est un gouffre sombre et silencieux ayant préexisté à toute forme de vie.

Selon la Théogonie d'Hésiode, « au début vint le Chaos ». Chaos, sorti du néant, qui est le tout premier principe ayant existé. Bien que formant un vide béant et infini, il donne naissance à la Nuit noire, ou Nyx, et à l'Érèbe, région insondable et obscure des Enfers. Ces deux enfants de l'obscurité première s'unissent ensuite pour créer l'Éther et le Jour.

Tout comme Chaos, Gaia et Éros apparaissent par la suite de manière spontanée. Ils forment ensemble les trois éléments primitifs du monde en création. Il est à noter que bien que certains récits présentent Chaos comme une sorte de masse confuse, tous s'accordent pour voir en lui la première force ayant investi l'Univers. Les anciens Grecs semblent avoir accepté l'idée que le Chaos précède l'ordre ; en d'autres termes que l'ordre naît du désordre.

De même, les Chinois des temps anciens reconnaissaient que le Chaos et l'ordre étaient liés. Dans les mythes Chinois, le dragon représente le principe de l'ordre, le Yang qui émerge du Chaos. Dans certaines histoires chinoises de la création, un rayon de lumière pure, le Yin, émerge du Chaos et construit le ciel. Le Yin et le Yang agissent ainsi pour créer l'Univers. Mais même sortis du Chaos, le Yin et le Yang conservent leurs qualités. L'excès de l'un des deux ramène le Chaos.

Le chaos défini ainsi semble être synonyme de désordre, d'absence de structures organisées.

1.2 La théorie du Chaos

1.2.1 Systèmes dynamiques conservatifs / dissipatifs

Un système dynamique est la représentation mathématique d'un phénomène observé (naturel ou artificiel) en termes d'équations différentielles décrivant son évolution temporelle.

Les systèmes peuvent être soit conservatifs soit dissipatifs. Dans le premier cas l'énergie totale du système se conserve mais pas dans le second.

1.2.2 Systèmes dynamiques intégrables / non-intégrables

Les équations différentielles sont des équations mathématiques comportant une ou plusieurs variables, i.e., une ou plusieurs inconnues qu'il faut déterminer pour résoudre le système, i.e., intégrer l'équation différentielle et par conséquent intégrer le système dynamique. Il y a donc des systèmes dynamiques intégrables et d'autres non-intégrables. Il en va de même pour les équations algébriques.

Une équation algébrique est la représentation analytique de l'équation d'une courbe. Résoudre une telle équation c'est chercher les points d'intersection de cette courbe avec l'axe horizontal dans un repère cartésien.

Par exemple, résoudre l'équation algébrique $ax+b=0$ c'est déterminer le point d'intersection de cette droite avec l'axe horizontal soit la valeur de $x = -\frac{b}{a}$.

Cependant, au début du XIX^{ème} siècle le jeune Evariste Galois démontra que les équations algébriques de degré supérieur ou égal à 5 ne possèdent pas de solutions analytiques.

On serait tenté de croire qu'à toute courbe correspond une équation analytique et qu'à toute équation analytique correspond une courbe. Malheureusement ce n'est pas le cas et il existe des « courbes définies par des équations différentielles » comme le démontra Henri Poincaré en 1881. C'est-à-dire des courbes dont on ne peut expliciter l'équation mais qui sont solutions d'une équation différentielle.

Ainsi, les solutions, i.e., les intégrales de systèmes dynamiques sont des courbes.

Si le système dynamique est intégrable et sa solution est une courbe (cercle, ellipse, spirale, ...) dont on peut expliciter l'équation analytique.

S'il est non-intégrable sa solution est toujours une courbe mais on ne peut pas (et on ne pourra peut-être jamais) en fournir l'équation.

Cette courbe représente l'évolution temporelle du phénomène sous la forme d'un diagramme dénommé par Poincaré *portrait en phase* et dans lequel il considère les variables, i.e., les deux coordonnées x et y comme celle d'un point mobile. Ainsi, à toute valeur de x on peut faire correspondre une valeur y et inversement. De plus, n'importe quelle condition de départ, i.e., n'importe quelle condition initiale permet de déterminer les positions futures des coordonnées, i.e., les valeurs des variables.

- Le pendule non-amorti.
- Le modèle de Vito Volterra.

A quelle condition un système dynamique est-il non-intégrable ?

Le pendule non-amorti qui a servi de premier exemple ne s'arrête jamais.

C'est-à-dire qu'il s'agit en quelque sorte d'un mouvement perpétuel.

Ceci simplement parce que, par hypothèse, on a choisi arbitrairement de négliger la résistance de l'air sur la bille et sur le fil ainsi que sur l'axe de rotation. Dans le cas du pendule amorti plus réaliste il a été tenu compte de ces frottements, c'est la raison pour laquelle le pendule s'arrête. Le problème est que les frottements, comme beaucoup d'autres phénomènes, ne s'expriment pas de façon linéaire mais en termes de fonctions non-linéaires.

Par exemple, si la taille des individus augmentait de trois centimètres par an, les octogénaires pourraient changer les ampoules sans monter sur une échelle. Naturellement l'évolution de la taille des individus n'est pas une fonction linéaire de leur âge, le poids non plus, ...

L'introduction de cette non-linéarité dans le cas du pendule n'a pas rendu le système non-intégrable mais seulement beaucoup plus difficilement intégrable. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle Galileo Galilei avait été amené à négliger ces frottements pour pouvoir déduire sa célèbre loi sur l'isochronisme du pendule. Dans le cas du modèle de Vito Volterra la non-linéarité qui est déjà présente puisqu'elle exprime la prédation des thons sur les sardines rend le système dynamique non-intégrable. De plus cette non-linéarité possède la caractéristique de former une boucle de rétroaction. En effet, lorsque la population de thons augmente trop, celle des sardines diminue et en conséquence la population de thons diminue à son tour. Ainsi, plus on cherche à améliorer le degré de réalisme d'un modèle plus on fait augmenter sa complexité au point de le rendre parfois non-intégrable.

1.2.3 Intégrabilité & Déterminisme

Dans ces exemples on a pu constater qu'en « suivant » la courbe solution du système dynamique, i.e., l'intégrale on a pu, à partir d'une condition initiale déterminer l'évolution future du pendule ou celle des sardines (resp. Thons). Cette capacité à « prédire » le futur d'un phénomène à partir d'un événement passé ou présent constitue le déterminisme scientifique.

Un système dynamique déterministe est un système prédictible.

« Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. »

Cette conception déterministe du marquis Pierre Simon de Laplace (1749-1827) implique que tout le futur est contenu, déterminé par le présent, et que, connaissant les lois du mouvement et les conditions initiales, on peut déterminer avec certitude tout mouvement futur. Il écrivait encore :

« Nous devons envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur et comme cause de celui qui va suivre. »

On appelle parfois « démon de Laplace » cette hypothétique conscience qui, ayant une parfaite connaissance de tous les éléments et de toutes les relations d'un système, connaîtrait aussi bien le passé que le futur...

On peut multiplier les exemples à l'infini. Celui du joueur de rugby qui « tape un coup de pied à suivre » est très intéressant. En observant pendant un court instant la trajectoire du ballon, le joueur « détermine » le lieu précis où le ballon va tomber, i.e., par expérience, il analyse deux instants passé et présent du ballon et il en déduit le point d'impact futur du ballon vers lequel il se dirige.

Dans tous ces exemples la « prédiction » n'est possible que parce que les systèmes dynamiques considérés sont déterministes.

Ainsi, tout système dynamique intégrable est déterministe.

C'est le cas de l'exemple du pendule dont le système dynamique présente les deux caractéristiques d'être à la fois déterministe et intégrable.

Alors qu'un système dynamique non-intégrable peut être ou ne pas être déterministe. C'est le cas du modèle de Vito Volterra qui est non-intégrable mais néanmoins déterministe.

Inversement tout système dynamique déterministe est-il intégrable ?

1.2.4 A l'origine de la Théorie du Chaos

A la fin du XIX^{ème} siècle le mathématicien français Henri Poincaré s'est illustré en remportant le prix du roi Oscar de Suède et de Norvège en 1889 pour « une merveilleuse étude de la stabilité du système solaire », i.e., sur le « problème des trois corps. » Cette étude constitue l'esquisse d'une grande partie de la nouvelle mathématique qu'il créa au fil des ans à travers des ouvrages qui sont considérés aujourd'hui comme des références : « *Les Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste* » trois volumes parus entre 1892 et 1899, et annonce les recherches modernes sur la théorie des systèmes dynamiques et celle du Chaos.

Considérons la Terre gravitant autour du Soleil. La trajectoire qui dans ce cas s'appelle orbite a été parfaitement et précisément décrite par les équations de la mécanique élaborées par Isaac Newton (1642-1727). Supposons maintenant que l'on veuille tenir compte de l'influence de l'attraction de la Lune sur la trajectoire de la Terre dans son mouvement autour du Soleil, par exemple.

Peut-on toujours décrire avec précision et sur le long terme le mouvement de la Terre autour du Soleil en tenant compte de la perturbation que produit l'attraction de la Lune ?

La réponse à cette question qui fut l'objet des travaux de recherche de Poincaré et qui lui ont valu le prix du roi Oscar est non.

Plusieurs remarques :

Tout d'abord ce système dynamique qui est conçu à partir des équations d'évolution déterministes du mouvement des planètes énoncées par Newton est cependant non-intégrable.

Ainsi, tout système déterministe n'est pas intégrable.

De plus ce système implique trois variables : la Terre, le Soleil et la Lune.

Enfin, Poincaré a démontré dans son étude que toute prédiction à long terme est impossible, i.e., que l'évolution de la trajectoire de la Terre à long terme est imprédictible, ou encore que le système Terre-Lune n'est pas en mouvement perpétuel comme le croyaient les Anciens.

1.2.5 Conditions d'obtention du chaos

En 1971, les mathématiciens David Ruelle et Floris Takens établirent dans un article intitulé : « De la nature de la turbulence » qu'un système agité par des forces où seules existent trois fréquences indépendantes, peut se déstabiliser, ses mouvements devenant alors totalement irréguliers et erratiques.

En d'autres termes cela signifie qu'une condition nécessaire (mais pas suffisante) à l'obtention d'un tel comportement est la présence d'au moins trois variables. C'est bien le cas dans le « problème des trois corps » étudié par Poincaré.

Ainsi, un système dynamique conçu à partir d'équations déterministes, non-intégrable et ayant au moins trois variables comprenant des termes non-linéaires peut présenter un comportement, instable, irrégulier et erratique rendant impossible toute prédiction sur son évolution future. Un tel système est qualifié de « chaotique ».

Le Chaos est conventionnellement défini par un comportement lié à l'instabilité et la non-linéarité (produite par des rétroactions) dans les systèmes dynamiques déterministes non-intégrables. La relation entre l'instabilité et la chaotique est alors que le système manifeste une très haute sensibilité aux changements de conditions initiales. C'est ce qu'affirmait déjà Poincaré dans le chapitre sur le Hasard de son ouvrage intitulé *Science et Méthode* publié en 1908 :

« Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. (...). Il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux. Une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers.

La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit. »

Prenons un système physique dont l'évolution temporelle est décrite par des équations déterministes. Si l'on connaît l'état du système à un instant initial, d'ailleurs arbitraire, on peut calculer son état à tout autre instant. Il n'y a aucune incertitude, aucun hasard. Mais nous avons supposé implicitement que nous connaissions l'état initial avec une totale précision. En fait, nous ne pouvons mesurer l'état initial qu'avec une précision limitée (et d'ailleurs les équations déterministes que nous utilisons ne représentent qu'approximativement l'évolution réelle du système physique qui nous occupe). Il faut donc voir comment une petite imprécision dans notre connaissance de l'état initial au temps 0 (zéro) va affecter nos prédictions sur un état ultérieur, au temps t .

On s'attend à ce qu'une incertitude suffisamment petite au temps 0 donne lieu à une incertitude petite au temps t . Mais la question cruciale est de savoir comment cette incertitude va dépendre du temps t . Il se trouve que pour beaucoup de systèmes, dits chaotiques, l'incertitude (ou erreur probable) va croître rapidement, en fait exponentiellement avec le temps t . Cela veut dire que si l'on peut choisir un laps de temps T au bout duquel l'erreur est multipliée par 2, au temps $2T$ elle sera multipliée par 4, au temps $3T$ par 8, et ainsi de suite. Au temps $10T$ le facteur est 1024, au temps $20T$ plus d'un million, au temps $30T$ plus d'un milliard ... et tôt ou tard l'incertitude de notre prédiction cesse d'être petite pour devenir inacceptable. Le phénomène de croissance rapide des erreurs de prédiction, que l'on appelle Chaos, introduit donc du

Hasard dans la description d'un système physique, même si ce système correspond à des équations d'évolution parfaitement déterministes comme celles de la dynamique du mouvement des astres.

La théorie du Chaos étudie donc en détail comment une petite incertitude sur l'état initial d'une évolution temporelle déterministe peut donner lieu à une incertitude des prédictions qui croît rapidement avec le temps.

Cette caractéristique s'appelle la dépendance sensitive des conditions initiales.

C'est une des signatures du chaos.

Cela veut dire que de petites causes peuvent avoir de grands effets, non seulement dans des situations exceptionnelles, mais pour toutes les conditions initiales. En bref, le terme Chaos désigne une situation où, pour n'importe quelle condition initiale, l'incertitude des prédictions croît rapidement avec le temps.

Mais la première trace de cette sensibilité aux conditions initiales était déjà présente dans les écrits d'Edgar Allan Poe :

« ... Car, relativement à la dernière partie de la supposition, on doit considérer Que la plus légère variation dans les éléments des deux problèmes pourrait engendrer les plus graves erreurs de calcul, en faisant diverger absolument les deux courants d'évènements ; à peu près de la même manière qu'en arithmétique une erreur qui, prise individuellement, peut être inappréciable, produit à la longue, par la force accumulative de la multiplication, un résultat effroyablement distant de la vérité ... »

Edgar Allan Poe

The mystery of Marie Roget, 1843

Trad. Charles Baudelaire, 1864

Au début du XX^e siècle, pour illustrer le concept de sensibilité aux conditions initiales, Poincaré donne un exemple emprunté à la météorologie :

« Pourquoi les météorologistes ont-ils tant de peine à prédire le temps avec quelque certitude ? Pourquoi les chutes de pluie, les tempêtes elles-mêmes nous semblent-elles arriver au hasard, de sorte que bien des gens trouvent tout naturel de prier pour avoir de la pluie ou du beau temps, alors qu'ils jugeraient ridicule de demander une éclipse par une prière ? Nous voyons que les grandes perturbations se produisent généralement dans les régions où l'atmosphère est en équilibre instable. Les météorologistes voient bien que cet équilibre est instable, qu'un cyclone va naître quelque part ; mais où, ils sont hors d'état de le dire ; un dixième de degré en plus ou en moins en un point quelconque, le cyclone éclate ici et non pas là, et il étend Ses ravages sur des contrées qu'il aurait épargnées. Si on avait connu ce dixième de degré, on aurait pu le savoir d'avance, mais les observations n'étaient ni assez serrées ni assez précises, et c'est pour cela que tout semble dû à l'intervention du hasard. »

1.2.6 L'effet papillon

Les citations précédentes sont sans doute les premières descriptions de ce qui a, beaucoup plus récemment, été baptisé « l'effet papillon », l'idée qu'à cause du caractère instable des évolutions dynamiques associées au système météorologique, le battement d'ailes d'un papillon pourrait sur le long terme être à l'origine de tempêtes et autres cataclysmes.

Ainsi, le premier exemple connu de comportement chaotique a été observé par un météorologue : Edward Lorenz (1917).

C'est d'ailleurs assez singulier si l'on se réfère à la citation précédente de Poincaré de constater que c'est par la métaphore qu'il avait employé que la théorie qu'il a contribué à créer va être mise en évidence pour la première fois.

Après son doctorat, Lorenz a commencé des travaux en 1948 au département de météorologie du Massachusetts Institute of Technology. Il est devenu en 1955 le directeur de projet sur les prévisions météorologiques statistiques. Suivant en cela l'exemple des astronomes des XVIII^e et XIX^e siècles, Lorenz effectuait des calculs à la main pour avoir une estimation des solutions. Puis, utilisant des modélisations informatiques de l'atmosphère terrestre et des océans, Lorenz a étudié la corrélation entre trois facteurs météorologiques non-linéaires : la température, la pression et la vitesse du vent. Il a découvert que d'infimes variations dans les conditions initiales produisaient des résultats extrêmement changeant et imprédictibles.

Pour la petite histoire, on raconte qu'un jour de 1961, Lorenz décida de prendre un raccourci avec sa machine à prédire le temps. Il voulait examiner une séquence de grande longueur. Aussi plutôt que de faire redémarrer le programme depuis le début, il le démarra à mi-course, rentrant directement les nombres déjà trouvés lors d'un précédent calcul ... et alla prendre un café. Quand il revint il n'en crut pas ses yeux. Le nouveau temps que sa machine venait d'engendrer n'avait rien à voir avec l'original. Les deux systèmes étaient complètement différents. C'est alors qu'il comprit ce qui était arrivé. Il avait rentré 0.506, le nombre imprimé à l'issue du premier calcul alors que le nombre original gardé en mémoire par l'ordinateur était 0.506127. Cette minuscule différence (un cinq millième) n'était pas sans conséquence. Lorenz réalisa que de minuscules différences dans les conditions initiales telles qu'un souffle de vent pouvait avoir des effets catastrophiques.

Lorenz a décrit en 1963, les conséquences de sa découverte dans un article désormais célèbre : *Déterministique Non-Périodique Flow*, *Journal of Atmospheric Sciences*.

« Cela implique, dit-il, que deux états qui ne diffèrent que par d'infimes quantités peuvent évoluer vers deux états totalement différents. Partant de là s'il y a la moindre erreur dans l'observation d'un état au temps

Présent, et de telles erreurs semblent inévitables dans n'importe quel système réel, il se pourrait bien qu'il soit impossible de faire une prédiction valable de ce que deviendra cet état dans un futur lointain. »

Démonstration : Matlab / Demos / Graphics / Lorenz

La forme que prennent les trajectoires du modèle de Lorenz est bien celle d'un papillon mais si la métaphore utilisée par Lorenz pour illustrer la sensibilité aux conditions initiales s'inspire de naturellement de cette ressemblance l'invention de « l'effet papillon » est propre à Lorenz qui intitula sa conférence au 139^{ème} meeting de l'American Association for the Advancement of Science le 29 décembre 1972 (soit presque dix ans après sa découverte) :

The Butterfly Effect

Predictability:

Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set off a Tornado in Texas?

Dans les exemples du pendule et du modèle de Volterra les trajectoires avaient l'allure de courbes (cercles, ellipses, ...). Sur cette figure on remarque que les trajectoires dessinent une « surface » en forme de papillon.

Dans leur article de 1971, David Ruelle et Floris Takens ont qualifié cette surface « d'attracteur étrange ».

Attracteur dans le sens où quelle que soit la condition initiale choisie (dans un certain voisinage) la trajectoire aboutira inexorablement sur cette surface-papillon.

Etrange parce que les trajectoires dessinent une surface dont la dimension n'est pas entière et égale à 2 mais fractale, c'est-à-dire non-entière.

1.2.7 Les fractales

Une fractale est un objet qui présente les deux propriétés suivantes :

- ✓ La première est que sa dimension est non-entière, *fractale*, i.e., qu'il possède une dimension qui situe par exemple entre celle d'une surface et celle d'un volume. C'est le cas par exemple de la biscotte. En effet, imaginez une biscotte totalement compacte, i.e., non-alvéolée. Sa dimension serait alors égale à 3. Et la surface de la biscotte que l'on « tartine » de confiture égale à 2. Mais le propre d'une biscotte est de présenter certaines irrégularités, certaines lacunes. Ainsi, sa dimension ne peut être égale à 3 mais doit se situer entre deux et trois. Pas tout à fait une surface, pas tout à fait un volume. En ce qui concerne la surface à « tartiner » sa dimension n'est pas non plus égale à 2, pour le plus grand plaisir des gourmands. En réalité, la confiture va « s'immiscer » dans les « trous » de la biscotte. Si on compare la quantité de confiture que l'on pourrait étaler sur une biscotte idéale, i.e., sans trous et une vraie biscotte on constate que dans le premier cas la quantité de confiture est moindre.
- ✓ La seconde propriété est que cet objet est autosimilaire, i.e., que chacune de ses parties représente un motif qui est celui de l'objet lui-même.

D'après Mandelbrot, les fractales sont partout dans la nature :

- ✓ Les côtes bretonnes, les fougères, les choux, les flocons de neige,
- ✓ Les alvéoles pulmonaires, les feuilles, les architectures,
- ✓ Les peintures ...

1.2.8 Quel est le rôle du hasard dans le Chaos

Il est nécessaire de parler de hasard mot qui vient de l'arabe et signifie les dés, et essayer de reformuler ce concept en termes qui permettent l'application des méthodes scientifiques.

On dit qu'un événement relève du hasard s'il peut, pour autant que nous sachions, soit se produire soit ne pas se produire, et nous avons tendance à concevoir notre incertitude à ce sujet comme ontologique et fondamentale.

Mais en fait l'utilité essentielle des concepts du hasard est de décrire une connaissance entachée d'incertitude, quelles que soient les origines de la connaissance et de l'incertitude. Si je dis qu'à cette heure-ci Jean Durand a une chance sur deux d'être chez lui, je fournis une information utile : cela vaut la peine d'essayer de téléphoner à son appartement. La probabilité un demi que j'attribue au fait que Jean Durand soit chez lui reflète ma connaissance de ses habitudes, mais n'a pas de caractère fondamental. En particulier, Jean Durand lui-même sait très bien s'il est chez lui ou pas. Il n'y a donc pas de paradoxe à ce que des probabilités différentes soient attribuées au même événement par différentes personnes, ou par la même personne à des moments différents.

Le hasard correspond à une information incomplète, Et peut avoir des origines diverses.

Il y a un siècle environ, Henri Poincaré a fait une liste de sources possible de hasard. Il mentionne par exemple qu'au casino, c'est le manque de contrôle musculaire de la personne qui met en mouvement la roulette qui justifie le caractère aléatoire de la position où elle s'arrête.

La vision de l'arbitraire et du hasard est, quant à elle, issue du fait que seuls les systèmes complexes, composés d'un trop grand nombre d'éléments, (donc qu'on ne pouvait connaître voire comprendre) n'entraient pas dans cette conception déterministe. Ces systèmes se révélaient comme soumis au hasard et correspondant au chaos. Or les comportements liés au hasard étaient jusqu'à ce moment liés à un phénomène de grands nombres... Henri Poincaré va remettre en cause ce présupposé en définissant ce qu'il appellera par la suite « sensibilité critique aux conditions initiales ».

Cette découverte est un des fondements de la théorie du Chaos.

On voudrait de ci de là que le Chaos alimente la thèse du hasard érigé en système explicatif. Or, c'est tout le contraire, le chaos se présente plutôt comme un territoire d'intelligibilité conquis à l'empire du hasard. Michel Bournias, Professeur de Biomathématiques à l'université d'Avignon, l'a très bien compris en

Intitulant l'un de ses articles : « *Le Hasard battu par Chaos !* » Le Chaos tout comme le hasard exploite le possible, rien que le possible, jamais l'impossible.

Le Chaos dynamique déploie les possibilités dynamiques d'un système dynamique et nulle intervention du hasard ne peut être invoquée.

Pour résumer on pourrait dire que dans la théorie du Chaos le hasard n'est pas la somme de notre ignorance mais une sensibilité aux conditions initiales qui est plutôt le reflet de notre incapacité à mesurer l'état initial avec une précision illimitée.

1.2.9 A quoi sert la Théorie du Chaos

Le chaos se manifeste dans les systèmes dynamiques conçus à partir d'équations déterministes, non-intégrables d'au moins trois variables par un comportement, instable, irrégulier et erratique rendant impossible toute prédiction sur son évolution future.

De tels systèmes sont obtenus lorsque l'on cherche à représenter le plus fidèlement possible l'évolution d'un phénomène comme la météorologie par exemple. Ainsi, il semble que la plupart des phénomènes qui nous entourent soient chaotiques : les marchés boursiers, les embouteillages, le fonctionnement du cœur, celui du cerveau, ...

➤ Le chaos dans le cœur

C'est ainsi que l'on a découvert que l'activité cardiaque n'est pas régulière et présente un comportement chaotique. En effet son rythme est sensible aux conditions initiales et à la dimension fractale de son attracteur qui est basé sur la dynamique cardiaque. On a découvert que plus le cœur bat régulièrement par exemple moins il est capable de s'adapter. C'est dans ces conditions que survient la crise cardiaque.

Le chaos cardiaque présente une dimension fractale élevée, de l'ordre de 3.25, ce qui signifie que nous avons besoin d'au moins 4 variables pour décrire ce système. L'étude de la dimension fractale des cas pathologiques permet donc aux spécialistes de savoir si la personne a déjà eu un infarctus. Mais en présence de certaines pathologies cardiaques, la dimension fractale peut également diminuer et le rythme peut se régulariser, d'où l'intérêt de comparer la dimension fractale du système au rythme cardiaque.

La variabilité normale du cœur, c'est-à-dire l'intervalle entre deux battements n'est jamais régulier. Chez les jeunes très athlétiques par exemple, ces irrégularités sont très importantes alors qu'elles sont beaucoup plus faibles chez les personnes du troisième âge. On observe aussi que chez certains malades, le faible développement des irrégularités est parfois le signe d'une pathologie très sévère.

Ce comportement chaotique du cœur est très étonnant et soulève une question essentielle sur le rôle constructif que joue le chaos en biologie. En fait le système cardiaque ne pourrait pas survivre sans le chaos car c'est justement sa puissance d'auto-organisation qui permet au système de s'adapter.

Il ne faut pas concevoir le cœur uniquement comme une pompe. Il est également contrôlé par le système hormonal, le système nerveux qui contrôle nos émotions, la pression sanguine, etc. Il s'agit donc d'un système multivariables. Nous savons bien que lorsque nous courrons ou sommes surpris notre cœur palpite beaucoup plus rapidement et provoque une série d'effets secondaires souvent incontrôlables. Même la façon dont nous respirons influence notre rythme cardiaque. Le cœur est donc sous l'influence de très nombreux facteurs. Les mathématiques nous disent que lorsque nous sommes en face d'un système d'au moins trois variables non linéaires et interdépendantes, le chaos surgit. Il serait donc tout à la fois et incompréhensible et merveilleux qu'un système aussi complexe que le cœur, dépendant d'autant de facteurs ne soit pas sous l'influence d'un attracteur chaotique.

Notre cœur doit être un organe très flexible pour s'adapter aux conditions continuellement changeantes de notre vie quotidienne. Il doit en même temps suivre les besoins en oxygène de notre organisme lorsque nous faisons des efforts violents, mais il doit également réguler son rythme pour ne pas provoquer de catastrophes. Nous savons qu'un attracteur chaotique se caractérise par un nombre très élevé de trajectoires périodiques instables, similaires à nos conditions de vie. C'est probablement la raison pour laquelle le travail cardiaque se doit de suivre le profil d'un attracteur chaotique pour survivre dans cet environnement complexe.

➤ Le chaos dans le cerveau

L'activité neuronale du cortex semble également relever du chaos. Cela ne signifie pas que le cerveau est le siège d'un désordre total, mais bien au contraire qu'il dépend d'un système d'organisation très complexe sensible aux conditions initiales. Ceci explique pourquoi le cerveau comme le cœur sont capables de s'adapter très rapidement aux circonstances ou de changer rapidement d'état.

Malgré plus d'un siècle de recherches, il est encore très difficile de comprendre comment le cerveau assure ses différentes fonctions. Les modèles dynamiques du cerveau, ce que l'on appelle les systèmes informatiques neuronaux sont aujourd'hui étudiés avec la plus grande attention et ce n'est que tout récemment que les chercheurs ont démontré que le chaos joue un rôle dans l'organisation du cerveau.

On peut suivre l'activité globale du cerveau sur un électroencéphalogramme (EEG). On implante des électrodes sur la voûte crânienne et l'on mesure l'activité électrique du cerveau. Cette technique est très ancienne et fut utilisée pour la première fois par Berger. Il pensait qu'en analysant les EEG on pouvait connaître les pensées des individus. Il en était à ce point convaincu qu'il refusa toujours qu'on enregistre son EEG. Aujourd'hui nous ne pouvons toujours pas lire la pensée humaine, mais l'EEG est devenu le fleuron des outils d'études cliniques. Il est utilisé pour poser des diagnostics au sein des laboratoires du sommeil.

L'électroencéphalogramme représente une série temporelle qu'il est possible d'analyser dans l'espace des phases au moyen de techniques particulières qui mettent en évidence la structure chaotique de son attracteur.

En 1985 les biologistes ont pu montrer que les différentes activités électriques du cerveau présentaient différents types d'attracteurs dont la dimension fractale put être mesurée. Un patient ayant les yeux ouverts présente un EEG de basse amplitude et de haute fréquence. L'attracteur correspondant a une dimension élevée. Lorsque les yeux sont fermés, le profil des ondes change immédiatement, l'amplitude devient plus élevée et la fréquence diminue. Nous sommes en présence des fameuses "ondes alpha". L'activité cérébrale est beaucoup plus régulière et l'attracteur correspondant présente une structure beaucoup mieux définie. En phase de veille, lorsque nos perceptions cognitives diminuent, l'activité cérébrale se caractérise également par une amplitude élevée et une fréquence plus basse, qui se rapproche des ondes alpha.

Dans la phase de sommeil dite paradoxal, durant laquelle nous pouvons avoir des activités cognitives internes, ce sont les rêves, les ondes électriques retrouvent un profil proche de celui que nous avons lorsque nous avons les yeux ouverts. Les signaux sont de faible amplitude et de haute fréquence. La dimension fractale augmente à nouveau.

Chez l'individu normal la dimension fractale est la plus petite durant le sommeil profond. Mais il existe un certain nombre de pathologies intéressantes. Il existe une forme d'épilepsie appelée "petit mal" durant laquelle les signaux du cerveau présentent une activité étonnamment régulière. Durant ces crises qui ne durent que quelques secondes, l'EEG de ces patients se caractérise par une grande amplitude mais le patient perd toute ses capacités cognitives. Dans ces situations bien particulières il semble que le cerveau fonctionne comme un tout cohérent. L'attracteur de cet état est très structuré, presque réduit à un cycle limite un peu brouillé. La dimension fractale de cet objet est également très basse, similaire à l'attracteur étrange de Lorenz, un système se définissant par trois variables.

Si cette crise d'épilepsie ne dure que quelques secondes, il existe une autre maladie, le syndrome de Creutzfeldt-Jakob dont l'origine est virale qui est capable de détruire les neurones du cerveau et plonge finalement le malade dans un coma fatal. Un cas typique est celui d'un patient dont on avait enregistré l'EEG durant deux jours, jusqu'à sa mort. Son tracé était très régulier mais en contrepartie la victime n'avait plus la moindre aptitude motrice ou cognitive lorsque son cerveau produisait ces signaux. Le système présentait un attracteur chaotique de très faible dimension mais malgré tout supérieure à celle de l'attracteur de l'épilepsie.

Ainsi si l'on passe des attracteurs d'un patient ayant les yeux ouverts à celui du sommeil paradoxal, à celui de l'épilepsie et du coma, on peut en conclure que la puissance cognitive augmente avec la dimension fractale et tend à disparaître lorsque la dimension fractale diminue. On peut donc dire que l'activité cérébrale

Du cerveau calque en quelque sorte l'activité cardiaque. En conclusion en biologie la régularité semble être un signe pathologique.

Cela dit, nous ne savons toujours pas quel est le rôle du chaos. Le cerveau comme le cœur tirent parti du chaos. Les biologistes pensent que le chaos est utilisé par le cerveau afin d'optimiser le traitement de l'information. Le cerveau doit traiter quasi instantanément un nombre considérable d'informations afin de choisir parmi toutes celles dont il dispose un état particulier qui correspond à une structure que nous connaissons, une solution qui correspond au modèle mémorisé.

Mais comment une information peut-elle être extraite d'un système chaotique ? Les réseaux neuronaux constitués de deux systèmes superposés ont permis de découvrir qu'un modèle simplifié du cerveau, ne contenant que le cortex et le thalamus présentait toutes les caractéristiques d'un oscillateur chaotique dans le temps et dans l'espace.

Un signal extérieur appliqué sur le premier réseau stabilise les signaux d'entrées ayant des orbites périodiques instables. Le second réseau neuronal est ainsi en mesure de discriminer différents états et de véhiculer une information. Ainsi on peut penser que dans le cerveau, le chaos est un moyen très utile pour traiter l'information, ce serait peut-être la composante essentielle de sa méthode de travail. Un système chaotique est en effet très flexible et passe très rapidement d'une orbite à une autre. C'est donc un moyen excessivement rapide pour passer d'un état à un autre. Cela s'applique aux systèmes qui évoluent en fonction de paramètres de bifurcations ou au monde de la biologie qui produit toujours de nouvelles espèces, de nouvelles enzymes ou de nouveaux récepteurs qu'il faut préserver de la destruction.

Dans le système chaotique le plus simple la question fondamentale est de savoir s'il contient un nombre infini d'orbites périodiques instables. Si c'est le cas, cela signifierait que ce système dispose d'un nombre infini de moyens de stabilité, qu'il présente un nombre infini de comportements, à l'inverse du cercle limite qui ne présente qu'un seul degré de liberté ou du tore qui se définit par deux degrés de liberté. Un attracteur chaotique est d'une riche extrême et si l'on parvient à le contrôler on pourrait entrevoir ses immenses facultés. C'est pourquoi l'on peut dire que le chaos siège dans le cerveau car cela fait de lui un instrument très puissant.

Le chaos peut donc avoir un rôle constructif, rendant les systèmes vivants plus adaptés à leur environnement. La nature est également concernée par le chaos lorsqu'elle s'en sert dans une fonction constructive et que nous l'utilisons pour bâtir des systèmes artificiels. La représentation de ces phénomènes appelée aujourd'hui *modélisation* a pour objet de déterminer la forme géométrique et la structure des « attracteurs étranges » vers lesquels convergent les solutions de ces systèmes. Bien qu'une prédiction à long

Terme soit impossible il reste cependant possible d'obtenir des surfaces formant une partie de ces « attracteurs étranges » et sur lesquels le comportement des trajectoires est parfaitement déterminé. Ces surfaces ont pour but de « restaurer » une partie du déterminisme perdu et de fournir de précieuses indications sur la manière avec laquelle les variables du système sont reliées.

1.3 Conclusion

Le terme « Chaos » fut introduit pour la première fois en 1975 par Tien Yien Li et James Yorke, deux mathématiciens qui travaillaient à l'université du Maryland dans un article intitulé : « Période There implies Chaos ». Le concept « d'attracteurs étranges » a été défini en 1971 par David Ruelle et Floris Takens. Enfin, le premier exemple d'attracteur chaotique a été découvert en 1963 par Edward Lorenz.

La Théorie du Chaos est une *science nouvelle* avec son vocabulaire, ses lois et ses concepts et qui a pour objet de décrire les phénomènes qui nous entourent de la plus microscopique transmission neuronale jusqu'au mouvement macroscopique des astres de notre univers. Cette théorie captivante par bien de ses aspects offre des perspectives d'avenir encore insoupçonnées...

Ainsi, les résultats accumulés depuis plusieurs décennies nous ont donné une assez bonne compréhension du rôle du chaos en météorologie, en turbulence, dans la dynamique du système solaire, et pour quelques autres systèmes relativement simples.

Qu'en est-il de la biologie, de l'économie, de la finance, des sciences sociales ?

Il faut comprendre que les modélisations utiles dans le domaine du vivant sont assez différentes de celles réalisées pour des systèmes physiques simples. Les relations du hasard et de la nécessité sont d'une autre nature. Plusieurs causes totalement différentes peuvent être à l'origine d'un même effet observé.

Il s'agit alors de processus correctifs compliqués et qu'il est difficile de représenter par des modèles dynamiques simples auxquels on pourrait appliquer les techniques de la théorie du chaos. Clairement, de petites causes peuvent avoir de grands effets dans la vie de tous les jours, mais aux mécanismes causateurs de chaos s'ajoutent des mécanismes correcteurs, et il est difficile de débrouiller la dynamique qui en résulte.

Dans le domaine de l'économie, de la finance ou de l'histoire, on voit aussi que des causes minimales peuvent avoir des effets importants. Par exemple une fluctuation météorologique peut causer la sécheresse dans une région et livrer sa population à la famine. Mais des mécanismes régulateurs effaceront peut-être l'effet de la famine, et l'histoire poursuivra son cours majestueux. Peut-être, mais ce n'est pas certain. En fait nous vivons tous dans un monde globalement instable : la rapidité des transports, la transmission presque instantanée de l'information, la mondialisation de l'économie, tout cela améliore peut-être le fonctionnement de la société humaine, mais rend aussi cette société plus instable, et cela à l'échelle de la planète. Une maladie virale nouvelle, ou un virus informatique, ou une crise financière font sentir leurs effets partout et immédiatement. Aujourd'hui comme hier le futur individuel de chaque homme et de chaque femme reste incertain. Mais

Jamais sans doute jusqu'à présent l'imprédictibilité du futur n'a affecté aussi globalement notre civilisation toute entière. Bien qu'un système puisse avoir de la dépendance sensible aux conditions initiales, cela ne signifie pas pour autant que tout soit imprédictible à son sujet. Découvrir ce qui est prédictible de ce qui ne l'est pas est un problème non encore résolu. Pour conclure, on peut considérer que d'un côté, l'avènement de la théorie du Chaos a modifié notre croyance en l'existence de systèmes déterministes dans le sens où L'entendait Laplace mais d'un autre côté cette théorie a complètement bouleversé notre façon d'appréhender le déterminisme et a donné naissance une autre forme de déterminisme, un déterminisme dont la prédictibilité est limitée dans le temps sur une durée ayant plus ou moins d'incidence sur le phénomène étudié. En effet, si la météorologie est limitée à un domaine de prédictibilité inférieur à 7 jours cette connaissance nous apporte une information formidable : il est inutile de chercher à savoir le temps qu'il fera dans huit jours ou plus. De même, le Chaos dans le système solaire est une découverte incroyable et démontre que ce que des civilisations entières ont vénéré comme une horloge perpétuelle est en réalité une bombe à retardement dont le détonateur est réglé sur 5 millions d'années ...

Chapitre 2 : Conception d'une commande par mode glissant flou

2.1. Introduction

La plupart des systèmes physiques sont non linéaires et complexes, qui ne peuvent être facilement modélisés mathématiquement. D'autre part, le traitement mathématique des systèmes non linéaires est toujours un problème dans la théorie de la commande moderne. Il est possible par exemple, qu'un système non linéaire soit linéarisé autour des points de fonctionnement tels que la théorie de commande linéaire bien développée peut être appliquée dans la région locale avec la facilité apparente [1][2]. Là peut exister un certain nombre de points de fonctionnement qui devraient être considérés pendant le contrôle d'un système non linéaire. Comment agréger chaque modèle localement linéaire dans un modèle global représentant le système non linéaire ? C'est l'une des approches efficaces qui est celle de la logique floue. L'ensemble des modèles mathématiques linéaires peut être intégré dans un modèle global qui est équivalent au système non linéaire.

2.2. Modélisation par L'approche Floue

L'identification et la modélisation floue à partir de données expérimentales sont des outils efficaces pour approximer un système non linéaire. Parmi les modèles largement utilisés dans les techniques de modélisation, nous trouvons ceux de Takagi-Sugeno *TS* [1][2]. Un modèle *TS* utilise l'idée de linéarisation des régions floues dans l'espace d'état. Un système non linéaire peut être décomposé en une structure multi-modèles constituée de plusieurs modèles linéaires qui ne sont pas nécessairement indépendants [3][4]. Les ensembles flous prémisses partitionnent l'espace d'entrée en certain nombre de régions floues, tandis que les fonctions des conséquences décrivent le comportement du système dans ces régions [5].

Les modèles flous *TS* peuvent se représenter sous la forme suivante,

$$R^i : \text{Si } z_1 \text{ est } F_1^i \text{ et ... et } z_p \text{ est } F_p^i$$

Alors

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = D_i x(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r$$

(2.1)

Avec les notations: R^i :est l' $i^{\text{ème}}$ règle d'inférence floue, r étant le nombre de règles "Si ... alors", $F_j^i : (j = 1, \dots, p)$ les sous-ensembles flous des prémisses, $x(t) \in R^n$ le vecteur d'état, $u(t) \in R^m$ le vecteur des entrées, $y(t) \in R^q$ le vecteur des sorties, $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$, $D_i \in R^{q \times n}$ et $z_1(t), \dots, z_n(t)$ les variables des prémisses (variables dépendant de l'état et/ou des entrées).

A chaque règle i a attribué un poids F^i qui dépend de la valeur de vérité (ou degré d'appartenance des $z_j(t)$ aux sous-ensembles flous F_j^i , noté $F_j^i(z(t))$, et du choix de la modélisation du connecteur (opérateur) "et" reliant les prémisses. Le connecteur "et" est souvent choisi comme étant le produit F_j^i , d'où :

$$F^i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z(t))$$

$$i = 1, \dots, r$$

(2. 2)

Avec : $F^i(z(t)) \geq 0$ pour tout t .

Puisque les fonctions d'appartenance prennent leur valeur dans l'intervalle $[0, 1]$. À partir des poids attribués à chaque règle, les sorties finals des modèles flous sont inférées de la manière suivante correspondant à une « défuzzification » barycentrique :

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r F^i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^r F^i(z(t))}$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r F^i(z(t))D_i x(t)}{\sum_{i=1}^r F^i(z(t))}$$
(2. 3)

Et qui peuvent être réécrites :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i D_i x(t) \end{cases}$$

(2. 4)

Avec :

$$\mu_i = \mu_i(z(t)) = \frac{F_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r F_i(z(t))}$$

(2. 5)

Vérifiant une propriété de somme convexe : $\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1$ et $F_i(z(t)) \geq 0$, pour tout t .

2.3. La Conception du Contrôleur Par Mode Glissant Flou *FSMC*

En admettant que chaque sous-ensemble linéaire du système flou décrit par l'équation (2.4) est contrôlable, c.à.d. Chaque matrice $M_i = [B_i, A_i B_i, A_i^2 B_i, \dots, A_i^{n-1} B_i]$ est à plein rang, où "*rang* (M) = n ", alors le système d'équation (2.4) est contrôlable, et pour chaque sous-ensemble du modèle flou (2.4), nous pouvons toujours concevoir la commande par mode glissant u^i tels que :

$$S(x) = 0 \quad \dot{S}(x) = 0$$

(2.6)

Et

$$u^i = -(CB_i)^{-1} CA_i x - (CB_i)^{-1} \eta_i \|x\| \text{sign}(S(x))$$

(2.7)

Où $\eta_i > 0$ et $\| \cdot \|$ représentent la norme euclidienne. La norme $\|x\|$ dans ce cas est considérée pour limiter le broutement (chattering) lorsque $x \rightarrow 0$ [6].

Le problème d'intérêt est que la commande u peut assurer la stabilité qui est globalement asymptotique. D'une manière générale, il est possible de stabiliser le système () au moyen d'amalgamer la commande par mode glissant pour chaque sous-ensemble linéaire dans certaines conditions. Ce résultat a été déjà abordé [6],[10],[11] et à partir duquel nous pouvons utiliser le théorème suivant :

Théorème 1 : Pour le système flou (2.4), si la commande (2.7) par mode glissant pour le sous-ensemble d'*l*^{ème} est u^i , et

$$u = \sum_{i=1}^r \mu_i u^i$$

(2.8)

Avec :

$$CB_i = CB_j = CB$$

pour $i \neq j$

(2.9)

Alors le système est asymptotiquement stable.

Démonstration 1 : choisissant $V(x) = \frac{1}{2} S^T(x) S(x)$ comme étant une fonction de Lyapunov. Sa dérivée

sera :

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &= S^T(x) \dot{S}(x) \\
&= S^T(x) (C\dot{x}) \\
&= S^T(x) \left(C \sum_{i=1}^r \mu_i A_i x + C \sum_{i=1}^r \mu_i B_i u \right) \\
&= S^T(x) \left(\sum_{i=1}^r \mu_i C A_i x + C B \sum_{i=1}^r \mu_i u^i \right) \\
&= -S^T(x) \sum_{i=1}^m \mu_i \eta_i \|x\| \text{sign}(S(x)) \\
&= -\sum_{i=1}^r \mu_i \eta_i \|x\| S^T(x) \text{sign}(S(x)) \\
&\leq -\sum_{i=1}^r \mu_i \eta_i \|x\| \|S\|
\end{aligned}$$

(2. 10)

Alors (2.10) indique que le système flou est globalement asymptotiquement stable.

Le *théorème_1* présente les conditions pour garantir la stabilité asymptotique, de telles manières que les conditions $CB_i = CB_j$ pour $i \neq j$ soient rigoureuses pour être appliqué. Dans le travail qui suit, nous fournirons une stratégie robuste de la commande par mode glissant flou.

Avant que nous procédions plus loin, dénotons $\lambda(X)$ représentant les valeurs propres de la matrice X où $\lambda_{\max}(X)$ et $\lambda_{\min}(X)$ représentent respectivement le maximum et le minimum des valeurs Propres de celle-ci. Comme nous avons vu dans le modèle flou global pour la règle R^i , le système peut être dominé par la commande u^k pour une autre règle R^k où $(i \neq k)$ [6][7][8] [9] c à d.

$$R^i : Si \quad z_1 \text{ est } F_1^i \text{ et } \dots \text{ et } z_p \text{ est } F_p^i$$

Alors

$$u^i(t) = -(CB_k)^{-1} CA_k x(t) - (CB_k)^{-1} \eta_k \|x\| \text{sign}(S(x))$$

(2. 11)

$$\text{Où } k = \left\{ j : \max[\mu_1, \dots, \mu_j, \dots, \mu_r] \right\}.$$

Théorème_1 : Pour le système flou (2.4), si

$$\lambda_{\min}(CB_i (CB_k)^{-1} + (CB_i (CB_k)^{-1})^T) > 0$$

(2. 12)

Et

$$\eta_k > \eta_k^0 = \frac{\|CA_i - CB_i (CB_k)^{-1} CA_k\|}{\lambda_{\min}(CB_i (CB_k)^{-1} + (CB_i (CB_k)^{-1})^T)}$$

(2.13)

Alors le système est asymptotiquement stable.

Démonstration_2 : choissant $V(x) = \frac{1}{2} S^T(x) S(x)$ comme étant une fonction de Lyapunov. Sa dérivée

sera :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= S^T \dot{S} \\ &= S^T (C\dot{x}) \\ &= S^T \left(C \sum_{i=1}^r \mu_i A_i x + C \sum_{i=1}^r \mu_i B_i u \right) \\ &= S^T \left(\sum_{i=1}^r \mu_i CA_i x + \sum_{i=1}^r \mu_i CB_i u^k \right) \\ &= S^T \left(\sum_{i=1}^r \mu_i CA_i x - \sum_{i=1}^r \mu_i CB_i \left((CB_k)^{-1} CA_k x(t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (CB_k)^{-1} \eta_k \|x\| \text{sign}(S) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - \sum_{i=1}^r \mu_i S^T \left(CA_i - CB_i (CB_k)^{-1} CA_k \right) x - S^T CB_i (CB_k)^{-1} \eta_k \|x\| \text{sign}(S) \\ &\leq - \sum_{i=1}^r \mu_i \left\| CA_i - CB_i (CB_k)^{-1} CA_k \right\| \|x\| \|S\| - \lambda_{\min} \left(CB_i (CB_k)^{-1} \right. \\ &\quad \left. + (CB_i (CB_k)^{-1})^T \right) \|x\| \|S\| \end{aligned}$$

(2.14)

En substituant les conditions (2.12) et (2.13) dans (2.14) on obtient $\dot{V}(x) < 0$ et la stabilité asymptotique du système flou global est alors garantie.

Nous étudions les deux cas suivants pour montrer l'efficacité de la commande par mode glissant flou proposée. Le premier exemple doit confirmer le *théorème_1* et le deuxième exemple le *théorème_2*.

Exemple_1 :

Considérer le système flou suivant :

R^1 : Si y est Petite

Alors

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = D_1 x(t) \end{cases} \quad ()$$

R^2 : Si y est Grande

Alors

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = D_2 x(t) \end{cases}$$

Où

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.125 & 0.311 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = [0.5 \quad 1 \quad 0.5], D_2 = [1 \quad 0.8 \quad 0.1]$$

Les ensembles flous de *Petite* et *grande* sont représentés par :

$$\mu_1(y) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(-2(y - 0.5))}$$

$$\mu_2(y) = \frac{1}{1 + \exp(-2(y - 0.5))}$$

Les commandes par mode glissant flou pour les deux sous-ensembles sont :

$$u^1 = -(CB_1)^{-1} CA_1 x - (CB_1)^{-1} \eta_1 \|x\| \text{sign}(S)$$

$$u^2 = -(CB_2)^{-1} CA_2 x - (CB_2)^{-1} \eta_2 \|x\| \text{sign}(S)$$

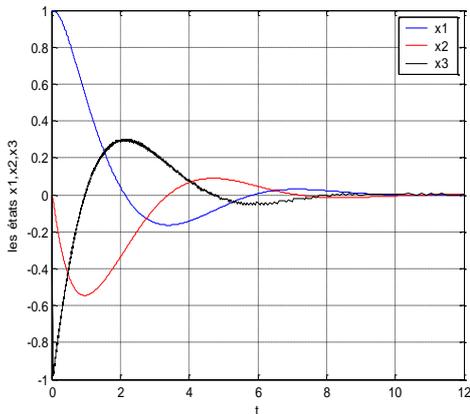


Figure 2.1.a Les variables d'état du Système

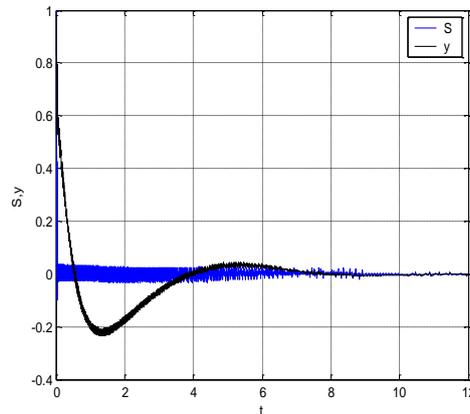


Figure 2.1.b la surface de glissement

Et la sortie y

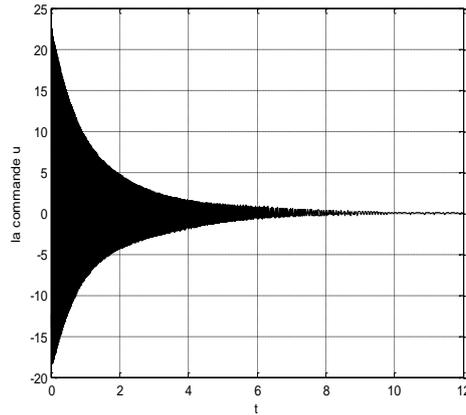


Figure II.1.c la commande u

La figure 2.1.(a,b,c) montre l'exécution de la commande par mode glissant flou. L'état initial est $x = [1; 0; 0]$. Le système a été stabilisé à l'aide de $u = \mu_1 u^1 + \mu_2 u^2$

Exemple 2 : L'équilibrage d'un pendule inversé sur un chariot est considéré [6]. La dynamique du pendule est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin(x_1) - (\alpha m / x_2^2) \sin(2x_1) - \alpha \cos(x_1) u}{4l/3 - \alpha m l \cos^2(x_1)} \end{aligned}$$

où x_1 représente l'angle du pendule de l'axe vertical, et x_2 la Vitesse angulaire, g est la constante de gravité, m est la masse du pendule, $2l$ est la longueur du pendule, $\alpha = 1/(m + M)$ où M est la masse de chariot et u est la force appliquée au chariot.

Le modèle flou de ce pendule est obtenu en linéarisant l'équation non linéaire au-dessus d'un certain nombre de points de fonctionnement.

R^1 : Si x_1 est 0 et x_2 est 0
 Alors $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 17.2941 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1765 \end{bmatrix}$$

R^2 : Si x_1 est 0 et x_2 est ± 4
 Alors $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t)$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 14.4706 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1765 \end{bmatrix}$$

R^3 : Si x_1 est $\pm \pi/3$ et x_2 est 0
 Alors $\dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_3 u(t)$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5.8512 & 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0779 \end{bmatrix}$$

R^4 : Si x_1 est $+\pi/3$ et x_2 est +4
 ou x_1 est $-\pi/3$ et x_2 est -4
 Alors $\dot{x}(t) = A_4 x(t) + B_4 u(t)$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7.2437 & 0.5399 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0779 \end{bmatrix}$$

R^5 : Si x_1 est $+\pi/3$ et x_2 est +4
 ou x_1 est $-\pi/3$ et x_2 est -4
 Alors $\dot{x}(t) = A_5 x(t) + B_5 u(t)$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7.2437 & 0.5399 \end{bmatrix}, B_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0779 \end{bmatrix}$$

Les fonctions d'appartenance, pour les deux entrées x_1, x_2 sont représentées sur la figure 2.2 suivante :

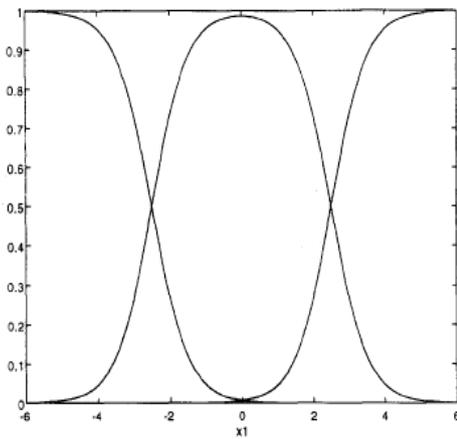


Figure 2.2.a ensemble flou de l'état x_1

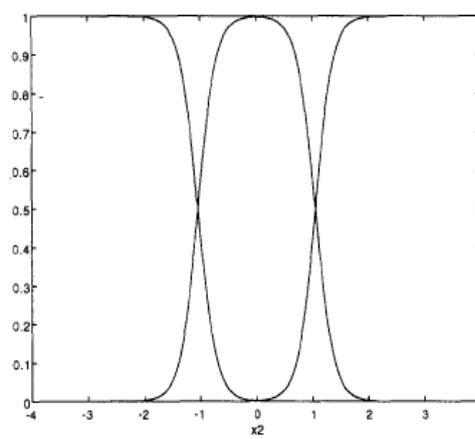


Figure 2.2.b ensemble flou de l'état x_2

L'exécution du contrôleur mode glissant flou est montrée dans les figures. 3 et 4.

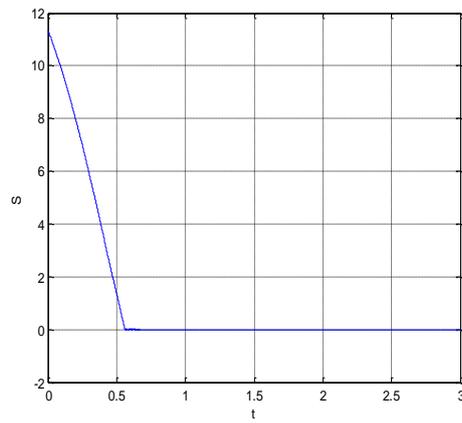
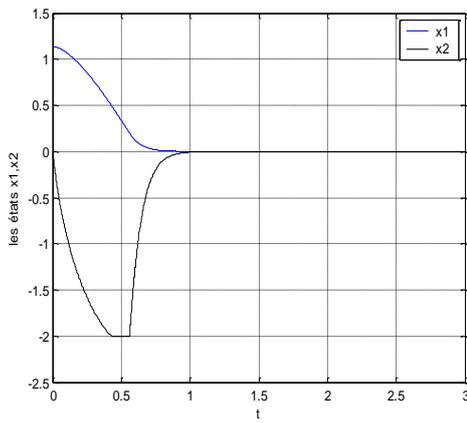


Figure 2.3.a Les variables d'état de Système

Figure 2.3.b la surface de glissement

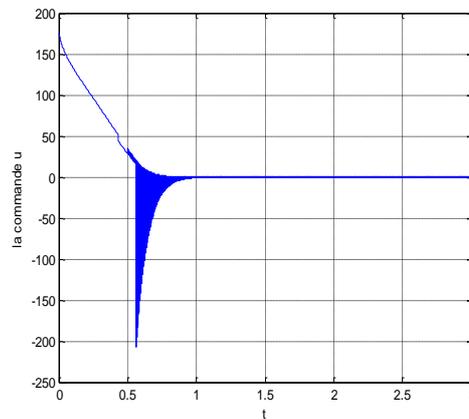


Figure 2.3.c la commande u

Figure 2.3. (a, b, c) : représentation des états x_1, x_2 , la surface de glissement S et la commande par mode glissant flou u , pour les conditions initiales $x(65^0, 0)$.

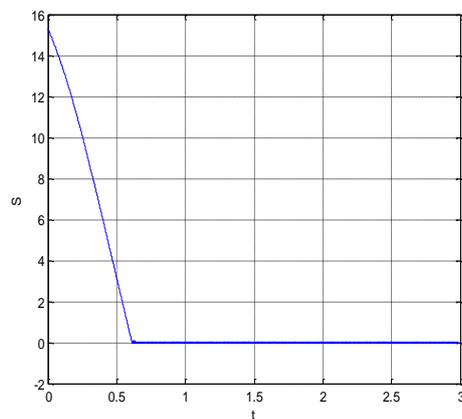
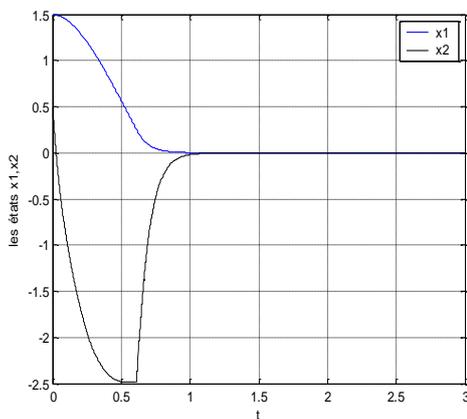


Figure 2.4.a Les variables d'état de Système

Figure 2.4.b la surface de glissement

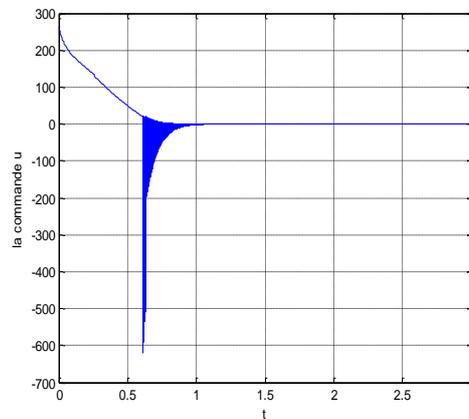


Figure 2.3.c la commande u

Figure 2.4.(a, b, c) : représentation des états x_1 , x_2 , la surface de glissement S et la commande par mode glissant flou u , pour les conditions initiales $x(85^\circ, 0)$

L'état initial est choisi pour $x(65^\circ, 0)$, $x(85^\circ, 0)$, la surface de glissement est rapidement atténuée et le système converge à l'état d'équilibre $x(0, 0)$.

2.4 Conclusion

Une stratégie de la commande par mode glissant flou a été développée dans ce chapitre. Cette commande se compose des commandes par mode glissant amalgamées par un système flou linéarisant un système non linéaire autour d'un ensemble de points de fonctionnement. La commande par mode glissant pour chaque modèle individuellement linéaire est bien connue. Nous avons montré que dans certaines conditions la commande par mode glissant amalgamée peut stabiliser le modèle flou global. L'état suffisant pour une commande flou robuste a été également donné.

Cette méthodologie sera utilisée dans la suite de ce travail pour la commande et la synchronisations des systèmes chaotiques.

Chapitre 3 : commande par mode glissant floue des systèmes hyperchaotiques

3.1. Introduction

La modélisation floue T-S consiste à déterminer les régions de validité et les modèles affines locaux correspondants, afin que le comportement non linéaire global du système puisse être décrit de manière appropriée par fusion floue de ces modèles. Le modèle dynamique flou est décrit par des règles floues si- alors et sera utilisé ici pour traiter le problème de conception de contrôle pour le système hyperchaotique. Dans cette section, un exemple d'application basé sur le système Lu hyper-chaotique est donné pour illustrer l'efficacité et les avantages de la méthode de modélisation floue T-S. Considérons maintenant le système hyper-chaotique Lu [29, 30] de la forme :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a(y_2 - y_1) + y_4 \\ \dot{y}_2 = -y_1 y_3 + c y_2 \\ \dot{y}_3 = y_1 y_2 + b y_3 \\ \dot{y}_4 = y_1 y_3 + r y_4 \end{cases} \quad (3.1)$$

Où y_1, y_2, y_3 et y_4 sont les variables d'état et a, b, c et r sont des paramètres système réels.

Le système (III.1) présente un comportement hyperchaotique [18, 19] lorsque les valeurs des paramètres sont : $a = 36, b = 3, c = 20$ et $-0,35 \leq r \leq 1,3$. Supposons que $y_1(t) \in [-\beta, \beta]$ et $\beta > 0$, alors, le modèle dynamique flou adapté au système (III.1) peut être décrit comme suit :

rule 1 :

$$\text{Si } y_1(t) \text{ est } \xi_1 \text{ alors } \dot{y}(t) = A_1 y(t)$$

rule 2 :

$$\text{Si } y_1(t) \text{ est } \xi_2 \text{ alors } \dot{y}(t) = A_2 y(t) \quad (3.2)$$

Où $\xi_1 (i = 1, 2)$ sont les ensembles flous et est $\dot{y}(t) = A_i y(t)$ la sortie des files i^{th} si – alors règles. Ainsi, la sortie finale du modèle flou de l'hyperchaotique

Le système (3.1) est déduit comme suit :

$$\dot{y}(t) = \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) \quad (3.3)$$

Où

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 1 \\ 0 & c & -\beta & 0 \\ 0 & \beta & b & 0 \\ 0 & 0 & \beta & r \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 1 \\ 0 & c & -\beta & 0 \\ 0 & -\beta & b & 0 \\ 0 & 0 & -\beta & r \end{bmatrix}, \quad \xi_1 = 0.5 \frac{y_1(t)}{2\beta},$$

$$\xi_2 = 0.5 - \frac{y_1(t)}{2\beta}$$

Les simulations numériques suivantes sont effectuées pour vérifier que le système flou a bien un comportement hyperchaotique.

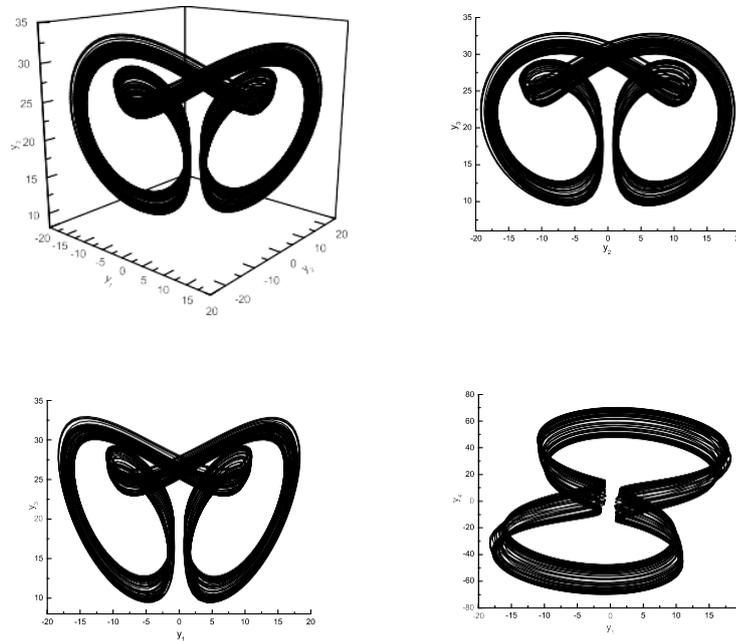


Figure 3.1 comportements dynamiques typiques du système flou (3)

Les réponses du système illustrées à la figure 1 sont identiques aux résultats obtenus et discutés dans [29, 30]. Ainsi, pour toute région d'intérêt, le système Lu hyperchaotique (3.1) peut être modélisé exactement par le système flou (3.3).

3.3. Synchronisation synergique floue T-S des systèmes hyperchaotiques

La théorie du contrôle synergique (SC) offre un cadre de contrôle basé sur une théorie conçue pour contrôler les processus dynamiques non linéaires. Les techniques SC [20, 27, 28, 31] peuvent fournir une sorte de loi de contrôle continu, pour conduire les états du système aux régions / ensembles d'attraction qui correspondent aux objectifs de contrôle, puis forcer les trajectoires à rester sur ces régions. Certains des concepts de base de SC seront passés en revue ici avant que le schéma de contrôle synergique flou T-S proposé soit introduit.

Tout d'abord, considérons le système contrôlable linéaire

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.4)$$

Où $x \in R^{nx1}$ est l'état du système, $A \in R^{nxn}$ et $B \in R^{nxr}$ sont des matrices constantes et, $v \in R^{rx1}$ est le contrôle synergique à concevoir. Fondamentalement, la synthèse SC commence par définir une macro-variable choisie par le concepteur qui doit être égale à zéro. La macro-variable

Est fonction des variables système qui peuvent être définies comme suit :

$$\sigma(x) = \kappa(x - y_d) \quad (3.5)$$

Où $y_d = [y_{d1}, y_{d2}, \dots, y_{nd}] \in R^{nx1}$ est le signal de sortie souhaité et κ est une matrice constante à déterminer. Par conséquent, pour atteindre les objectifs de contrôle, attracteur est introduit où la macro-variable (III.5) est égale à zéro. Le SC donne une équation qui peut être utilisée pour créer un système dynamique avec attracteur $\sigma = 0$ qui peut être déclaré comme suit :

$$\dot{\sigma} + \tau\sigma = 0 \quad \tau > 0 \quad (3.6)$$

En utilisant (3.5) pour résoudre le système (3.4) avec la condition d'évolution (3.6), alors on peut avoir :

$$\kappa Ax(t) + \kappa Bv(t) = -\tau\sigma + \kappa \dot{y}_d \quad (3.7)$$

La loi de contrôle synergique qui en résulte peut-être exprimée comme suit :

$$\kappa Ax(t) + \kappa Bv(t) = -\tau\sigma + \kappa \dot{y}_d \neq 0 \quad (3.8)$$

Ensuite, la procédure de conception synergique de contrôleur pour la synchronisation des systèmes hyperchaotiques est présentée. Choisissez le système hyperchaotique Lu contrôlé comme système d'entraînement et considérez le système hyperchaotique de Lorenz comme un système de réponse qui a le modèle flou suivant [32].

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \xi'_i(x_1) A'_i x(t) \quad (3.9)$$

La structure suivante de règles floues est utilisée pour fournir la loi de contrôle synergique qui synchronise les deux systèmes hyperchaotiques.

$$\begin{aligned} & \text{rule 1 : Si } y_1(t) \text{ est } \xi_1 \text{ et } x_1(t) \text{ est } \xi'_1, \\ & \text{alors } \dot{y}(t) = A_1 y(t) + B_1 v_1(t) \text{ et} \\ v_1(t) &= -(\kappa B_1)^{-1} [\kappa A_1 y(t) + \tau_1 \sigma - \kappa A'_1 x(t)] \\ & \text{rule 2 : Si } y_1(t) \text{ est } \xi_2 \text{ et } x_1(t) \text{ est } \xi'_2, \\ & \text{alors } \dot{y}(t) = A_2 y(t) + B_2 v_2(t) \text{ et} \\ v_2(t) &= -(\kappa B_2)^{-1} [\kappa A_2 y(t) + \tau_2 \sigma - \kappa A'_2 x(t)] \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ainsi, le modèle flou général et le contrôleur global peuvent être représentés par

$$\dot{y}(t) = \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) + \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) B_i v(t) \quad (3.11)$$

$$v(t) = \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) v_i(t) + \kappa \sum_{i=1}^2 \xi'_i(x_1) A'_i x(t) \quad (3.12)$$

Où

$$v_i(t) = -(\kappa B_i)^{-1} [\kappa A_i y(t) + \tau_i \sigma] \quad (3.13)$$

En utilisant l'analyse de stabilité de Lyapunov, les théorèmes suivants pour la stabilisation et la synchronisation des systèmes hyperchaotiques sont vérifiés. Considérons le problème de synchronisation du système de Lorenz hyper-chaotique [32] et du système Lu hyperchaotique (3.1), si l'action SC floue (3.12) est utilisée et que $\kappa B_i = \kappa B_j = \kappa B$ pour $i \neq j$, alors les systèmes d'entraînement et de réponse sont

Asymptotiquement synchronisés. Soit la fonction candidate de Lyapunov $\vartheta = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma$. Par conséquent

$$\dot{\vartheta} = \sigma^T \dot{\sigma} = \sigma^T \kappa (\dot{y}(t) - \dot{x}(t)) \quad (3.14)$$

Substitution de (III.11) en (III.14) rendements

$$\dot{\vartheta} = \sigma^T \kappa \left(\sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i(t) + \kappa \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) B_i v(t) - \dot{x} \right) \quad (3.15)$$

Alors, en utilisant (III.12) et en substituant les conditions du théorème 3, on donne

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= \sigma^T \kappa \left(\sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) + \kappa B \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) v_i(t) \right) \\ &\leq -2 \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) \tau_i \vartheta \leq 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Puisque pour $(\kappa B)^{-1} \neq 0$, $\xi_i(y_1) > 0$ et $\tau_i >$ alors (3.16) indique que les statistiques x_i du système de réponse et les statistiques y_i du système d'entraînement sont synchronisées asymptotiquement.

3.4. Analyse de robustesse

Ensuite, la robustesse de la stratégie de contrôle synergique floue proposée est améliorée lorsque les conditions $\kappa B_i = \kappa B_j = \kappa B$ pour $i \neq j$ ne sont pas facilement applicables. Considérons le problème de synchronisation du système de Lorenz hyperchaotique [32] et du système lu hyperchaotique (3.1), si l'action DE SC floue (3.13) est repensée comme suit :

$$v_i(t) = u^k(t) = -(\kappa B)^{-1} [\kappa A_k y(t) + \tau_k \sigma] \quad k = i : \max [\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_r] \quad (3.17)$$

Lorsque $u^k(t)$ est la loi dominante en de contrôle dans les règles floues (III.10) et que le contrôle est satisfaisant :

$$\tau_k > \tau_i = \frac{\|\kappa A_i - \kappa B_i (\kappa B)^{-1} \kappa A_k\|}{\|\kappa\| [q_{\min} (\kappa B_i (\kappa B_k)^{-1} + (\kappa B_i (\kappa B_k)^{-1})^T)]} > 0 \quad (3.18)$$

Ensuite, les deux systèmes hyperchaotiques sont synchronisés asymptotiquement. Considérons la fonction candidate de Lyapunov : $\vartheta = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma$, dont la dérivée temporelle conduit à :

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= \sigma^T \dot{\sigma} \\ &= \sigma^T \kappa \left(\sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) + \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) B_i v(t) - \sum_{i=1}^2 \xi'_i(x_1) A'_i x(t) \right) \\ &= \sigma^T \left(\sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) A_i y(t) - \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) \kappa B_i ((\kappa B_k)^{-1} [\kappa A_k y(t) + \tau_k \sigma]) \right) \\ &= \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) \sigma^T \left((\kappa A_i - \kappa B_i (\kappa B_k)^{-1} \kappa A_k) y(t) - \kappa B_i (\kappa B_k)^{-1} \tau_k \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Soit $q_{\min} > 0$ la plus petite valeur propre de la matrice $((\kappa B_i (\kappa B_k)^{-1})^T + \kappa B_i (\kappa B_k)^{-1})$ Alors, la minimisation de $\dot{\vartheta}$ peut être obtenue comme :

$$\dot{\vartheta} \leq - \sum_{i=1}^2 \xi_i(y_1) \|y(t)\| [q_{\min} ((\kappa B_i (\kappa B_k)^{-1})^T + \kappa B_i (\kappa B_k)^{-1}) \tau_k \|\kappa\| - \|\kappa A_i - \kappa B_i (\kappa B_k)^{-1} \kappa A_k\|] \|\sigma\| \quad (3.20)$$

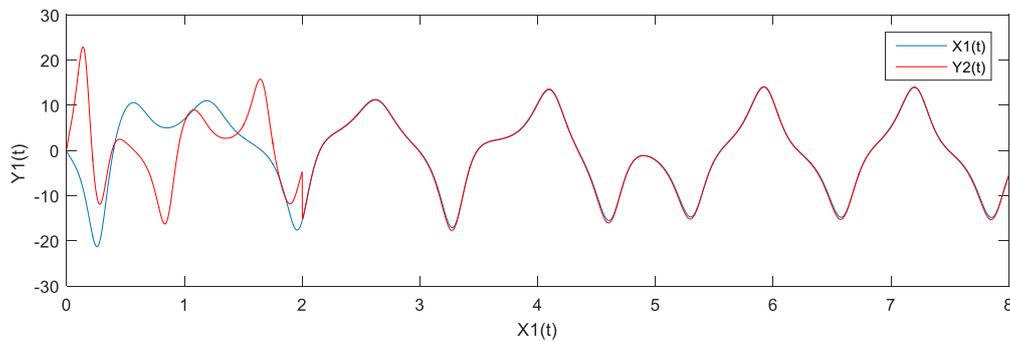
Lorsque la condition de gain (3.18) a été appliquée. Depuis $\theta = 0$, on peut conclure que la synchronisation asymptotique et la stabilité globale sont garanties.

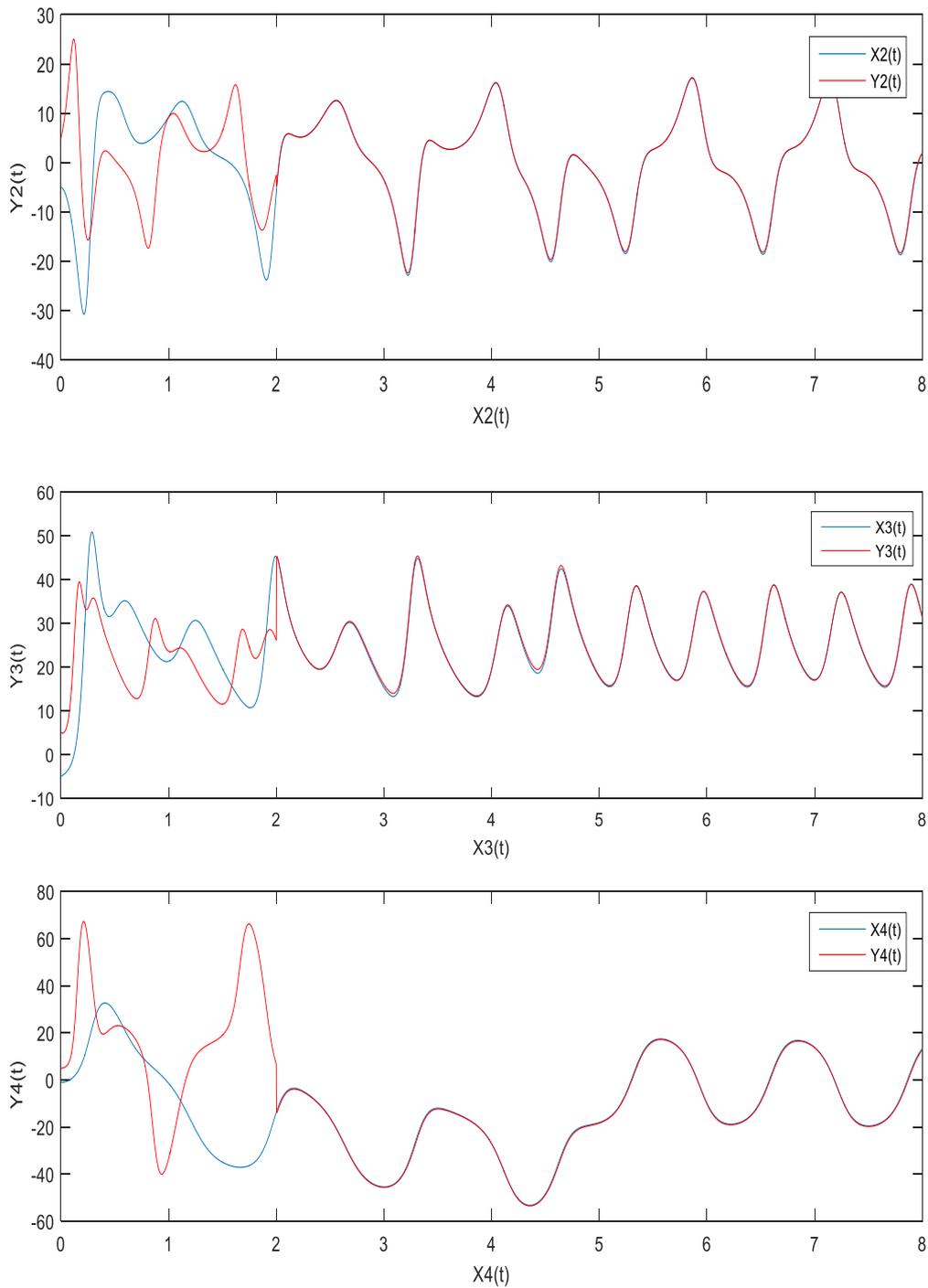
3.5. Résultats de la simulation

Dans cette section, un exemple d'application basé sur le système de Lorenz hyperchaotique est donné pour illustrer l'efficacité et les avantages de la méthode proposée. Le modèle flou du système Lu hyperchaotique est obtenu en linéarisant l'équation non linéaire (3.1) sur deux points de fonctionnement comme indiqué à la section 2. Le modèle flou T-S pour le système de Lorenz hyperchaotique est introduit dans [32]. Obtenir une synchronisation synergique floue efficace entre les systèmes hyper-chaotiques ci-dessus ; le gain de contrôle est choisi pour être $\tau_\kappa = 9$ qui est supérieur à tout. Aussi $\rho_{min} > 0$ est satisfait pour tous les i et k .

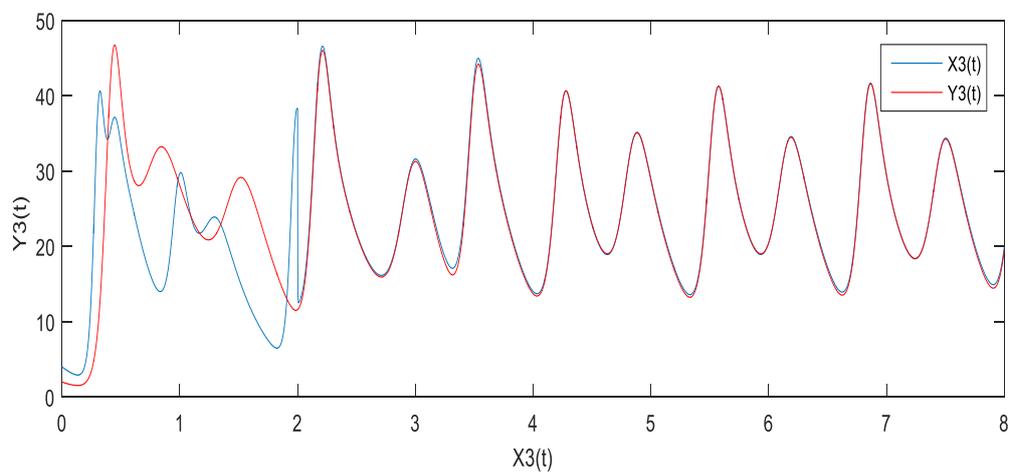
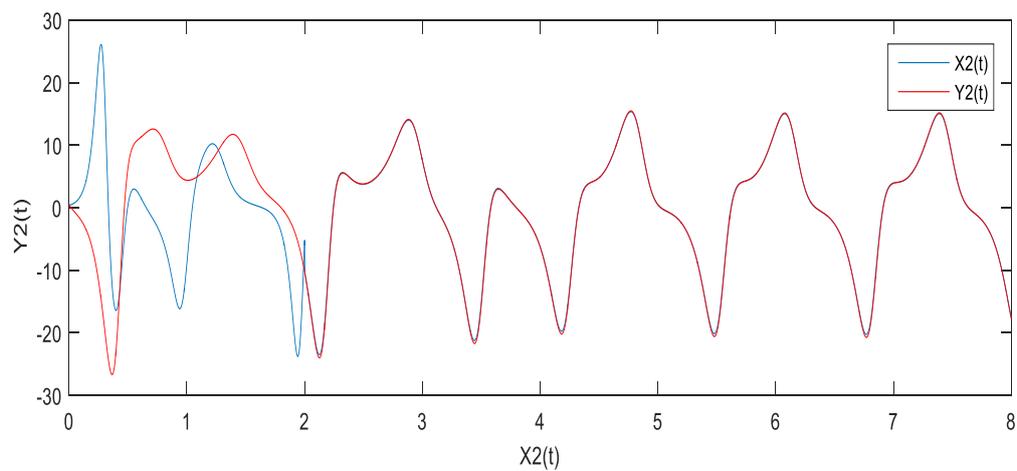
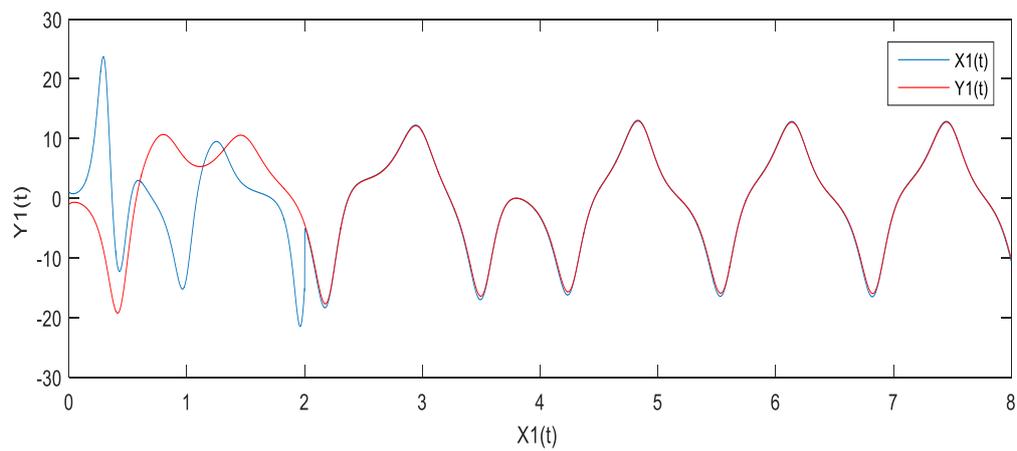
Tout d'abord, le système Lu hyperchaotique est considéré comme un système d'entraînement, les conditions initiales des systèmes d'entraînement et de réponse sont sélectionnées comme $x(0) = y(0) = [-1 \ 1 \ -0.1 \ 0.1]$ Les résultats de la simulation sont présentés à la figure 2.

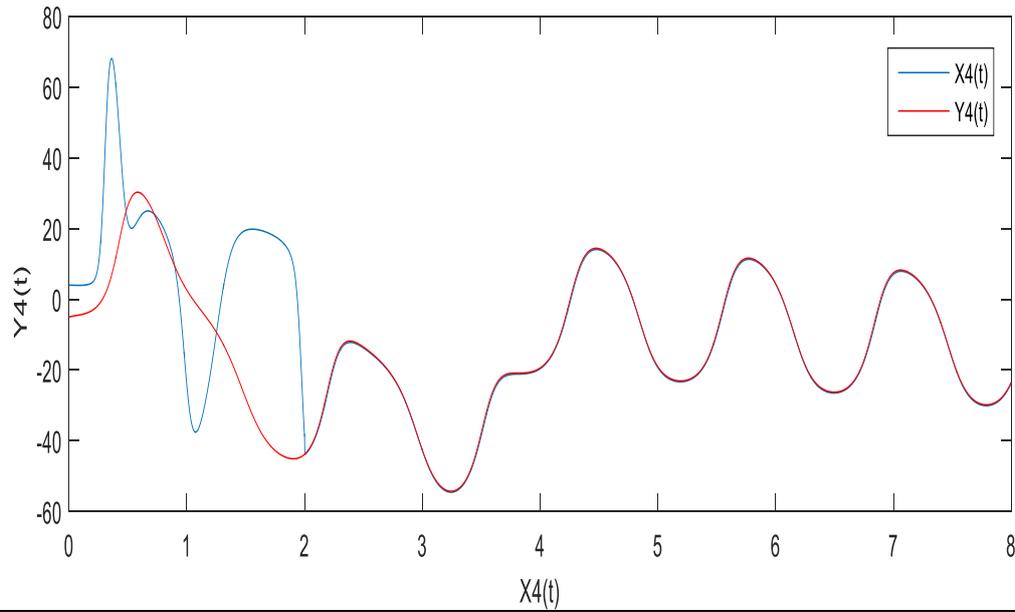
Le contrôleur est éteint pendant $t < 6s$ et est allumé pendant $t \geq 6s$. Évidemment, évidemment, les trajectoires des systèmes d'entraînement et de réponse sont en effet réalisées avec une synchronisation chaos.





Deuxièmement, le système de Lorenz hyperchaotique est considéré comme un système d'entraînement, les conditions initiales des systèmes d'entraînement et de réponse sont sélectionnées comme $y(0) = x(0) = [5 \ 8 \ -1 \ -2]$. Les résultats de la simulation numérique sont présentés à la figure 3, qui montre que la méthode proposée réussit à synchroniser les deux systèmes.





3.6. Conclusion

L'objectif de cette enquête était de proposer un contrôleur robuste pour la synchronisation des systèmes hyperchaotiques basé sur la théorie du contrôle par mode glissant associée aux propriétés du modèle flou de Takagi-Sugeno, qui est réalisée par des simulations numériques. En outre, une méthode de synthèse basée sur Lyapunov a été développée pour assurer la synchronisation asymptotique et la stabilité des modèles flous généraux. Les résultats de la simulation ont également été présentés pour illustrer les caractéristiques de la stratégie proposée. Pour les travaux futurs, le schéma proposé devrait être utilisé pour une synchronisation efficace ou anti-synchronisation d'un plus grand nombre de types de systèmes hyper-chaotiques.

Conclusion générale

L'objectif principal de ce travail est la conception d'un contrôleur synergétique flou qui s'imprègnait dans les techniques de l'intelligence artificielle pour les systèmes dynamiques chaotiques.

Nous avons éclairé la notion d'un système dynamique chaotique, et ce à partir des définitions et sa présentation. Nous avons surtout modélisé un système hyperchaotique. En suite nous nous sommes intéressés à la commande par mode glissant. Nous avons présenté aussi les concepts théoriques de base de la commande floue.

Après avoir donné une idée générale sur les deux commandes, nous avons élaboré une méthode qui combine ces deux commandes en se basant sur le modèle dynamique flou TS.

Cette méthode repose sur le fait que le système hyperchaotique peut être linéarisé autour de quelques points de fonctionnement. Les modèles obtenus sont stabilisés séparément par la technique par mode glissant qui est ensuite amalgamé en un modèle flou global.

La stabilité étant garantie par la seconde loi de Lyapunov, les résultats de simulation indiquent des performances remarquables dans cette technique de commande. Cependant une implémentation pratique reste nécessaire quant à la robustesse de la méthode de commande proposée.

Référence Bibliographique

- [1] J. Abonyi, R. Babuska and F. Szeifert, "Modified Gath-Geva Fuzzy Clustering For Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models", IEEE Trans. Syst. Man and Cybern. Part B : vol. 32, no. 5 pp. 612-621, Oct. 2002.
- [2] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of System and its Applications to Modeling and Control", IEEE Trans. Syst. Man and Cybern., vol. 15, no. 1 pp. 116-132, 1985
- [3] K. Chafaa, "Structures D'identification Et Commande Des Système Non Linaires Basées Sur Les Techniques Floues", Thèse de doctorat d'état en électronique, Université de Batna. 2006.
- [4] M. Chadli, "Stabilité et Commande de Systèmes Décrits Par des Multimodeles", Thèse de doctorat d'état en Automatique, Université de Lorraine. 2006.
- [5] M. Rodrigues, "Diagnostic et Commande Active Tolérante aux Défauts Appliqués Au Système Décrits Par des Multimodeles Linéaires", Thèse de doctorat d'état en Automatique, Université de Nancy. 2005.
- [6]. X. Yu, Z. Man and B. Wu "Design of Fuzzy Sliding-Mode Control Systems". ElseVer Fuzzy Sets and Systems 95 . pp. 295-306. 1998.
- [7] M. J. Kharaajoo and H. Rouhani, "Fuzzy Sliding Mode Control of Robotic Manipulators Based on Genetic Algorithms", Springer-Verlag Berlin Heidelberg. R. Monroy et al. (Eds.): MICAI 2004, LNAI 2972, pp. 892–900, 2004.
- [8]. J. Wang, Y. Wang , X. He, and S. Huangmm "Fuzzy Sliding Mode Tracking Control for a Class of Uncertain Nonlinear Systems" ,Springer-Verlag Berlin Heidelberg. K. Li et al.(Eds.): LSMS 2007, LNCS 4688, pp. 424 – 433, 2007.
- [9] Q. Sun, R. Li, and P. Zhang , "Stable and Optimal Adaptive Fuzzy Control of Complex Systems Using Fuzzy Dynamic Model". Elsevier, Fuzzy Sets and Systems 133m pp. 1–17 2003.
- [10] M. C. M. Teixeira, E. Assunção, and R. G. Avellar , "On Relaxed LMI-Based Designs for Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers" IEEE Trans. Syst. , vol. 11, no. 5 pp. 613-623, 2003

- [11] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI-Based Designs" *IEEE Trans. Syst.*, vol. 6, no. 2 pp. 250-265, 1998.
- [12] F. Yang, J. Mou, Y. Cao, R. Chu, An image encryption algorithm based on BP neural network and hyperchaotic system, *China Communications* 17 (5) (2020) 21–28.
- [13] D. Zhu, R. Wang, C. Liu, J. Duan, Synchronization of Chaotic-Oscillation Permanent Magnet Synchronous Generators Networks via Adaptive Impulsive Control, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs* 67 (10) (2019) 2194–2198.
- [14] H. Acikgoz, R. Mitra, Stochastic polynomial chaos expansion analysis of a split-ring resonator at terahertz frequencies, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 66 (4) (2018) 2131–2134.
- [15] H. Hamiche, K. Kemih, M. Ghanes, G. Zhang, S. Djennoune, Passive and impulsive synchronization of a new four-dimensional chaotic system, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* 74 (4) (2011) 1146–1154.
- [16] J. P´erez, M. Figueroa, A. L´opez, S. Rodri’guez, Synchronization of chaotic Akgul system by means of feedback linearization and pole placement, *IEEE Latin America Transactions* 15 (2) (2017) 249–256.
- [17] X. Wu, Z.-H. Guan, Z. Wu, Adaptive synchronization between two different hyperchaotic systems, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* 68 (5) (2008) 1346–1351.
- [18] J. Lu, R. Wei, X. Wang, Z. Wang, Backstepping control of discrete-time chaotic systems with application to the Henon system, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications* 48 (11) (2001) 1359–1363.
- [19] T.-L. Liao, J.-J. Yan, Y.-Y. Hou, Robust chaos suppression for the family of nonlinear chaotic systems with noise perturbation, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* 69 (1) (2008) 14–23.
- [20] Z. Bouchama, A. Khatir, S. Benagoune, M. N. Harmas, Design and experimental validation of an intelligent controller for DC–DC buck converters, *Journal of the Franklin Institute* 357 (15) (2020) 10353–10366.
- [21] M. Roopaei, M. Z. Jahromi, Chattering-free fuzzy sliding mode control in mimo uncertain systems, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* 71 (10) (2009) 4430–4437.

[22] H. L. Lyu, W. Wang, X. P. Liu, Z. Wang, Modeling of multivariable fuzzy systems by semitensor product, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 28 (2) (2019) 228–235.

[23] W. Zou, C. Li, N. Zhang, AT–S fuzzy model identification approach based on a modified inter type-2 FRCM algorithm, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 26 (3) (2017) 1104–1113.

[24] J. A. Meda-Campaña, A. Grande-Meza, J. de Jesús Rubio, R. TapiaHerrera, T. Hernández-Cortés, A. V. Curtidor-López, L. A. PáramoCarranza, I. O. Cázares-Ramírez, Design of stabilizers and observers for a class of multivariable T–S fuzzy models on the basis of new interpolation functions, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 26 (5) (2017) 2649–2662.

[25] X.-l. Wang, W.-x. Xie, L.-q. Li, Interacting TS fuzzy particle filter algorithm for transfer probability matrix of adaptive online estimation model, *Digital Signal Processing* (2021) 102944.

[26] P. Nirvin, F. A. Rihan, R. Rakkiyappan, C. Pradeep, Impulsive sampled data controller design for synchronization of delayed T–S fuzzy Hindmarsh–Rose neuron model, *Mathematics and Computers in Simulation* (2021).

[27] Z. Bouchama, N. Essounbouli, M. Harmas, A. Hamzaoui, K. Saoudi, Reaching phase free adaptive fuzzy synergetic power system stabilizer, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 77 (2016) 43–49.

[28] Z. Bouchama, M. Harmas, Optimal robust adaptive fuzzy synergetic power system stabilizer design, *Electric Power Systems Research* 83 (1) (2012) 170–175.

[29] A. Chen, J. Lu, J. Lü, S. Yu, Generating hyperchaotic Lü attractor via state feedback control, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 364 (2006) 103–110.

[30] M. Yassen, Synchronization hyperchaos of hyperchaotic systems, *Chaos, Solitons & Fractals* 37 (2) (2008) 465–475.

[31] S. Lu, C. Tian, P. Yan, Adaptive extended state observer-based synergetic control for a long-stroke compliant microstage with stress stiffening, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 25 (1) (2019) 259–270.

[32] J. Wang, X. Xiong, M. Zhao, Y. Zhang, Fuzzy stability and synchronization of hyperchaos systems, *Chaos, Solitons & Fractals* 35 (5) (2008) 922–930.

Résumé

Le but de ce présent travail est d'étudier des systèmes chaotiques du point de vue commande, en mettent en évidence les propriétés et les avantages des nouvelles approches de commande par mode glissant et la commande par la logique floue et d'envisager leurs exploitations dans l'analyse de la stabilité dynamique de ces systèmes. Ce dernier, est linéarisé autour de quelques points de fonctionnement. Les modèles obtenus sont stabilisés séparément par la technique de mode glissant qui sont ensuite amalgamés en un modèle flou global. Ce manuscrit est organisé comme suit :

On donne les différentes définitions des systèmes chaotiques et leurs propriétés. Un aperçu sur les systèmes de commande à structures variables et en particulier la commande par mode glissant. Des notions sur la logique floue et la commande floue, sont aussi présentées. Enfin une stratégie de commande par mode glissant flou a été mise en évidence dont les résultats ont été discutés.

Mots clés : Chaotique, Hyperchaotique, mode glissant, systèmes flous, commande par mode glissant floue.