

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département Génie Mécanique

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MASTER

FILIERE : Génie Mécanique

Spécialité : Énergétique

Par

➤ BELGUENDOUZE Abdelouahab

➤ BOULAÂSSE Sofiane

Intitulé

Etude d'une tuyère a section variables pour différents nombre de Mach

Soutenu le :

Devant le Jury composé de :

<i>Nom & Prénom</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Etablissement</i>
<i>M. MOUAS Amar</i>	<i>MAA</i>	<i>Président</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M.IMAKHLAF Anis</i>	<i>MCB</i>	<i>Encadreur</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M. SAHNOUNE Yassine</i>	<i>MCA</i>	<i>Co-Encadreur</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>M. TAYEBI Tahar</i>	<i>MCA</i>	<i>Examineur</i>	<i>Univ-BBA</i>

Année Universitaire 2021/2022

Remerciement

On remercie Allah le très miséricordieux.

Le travail présenté dans ce manuscrit a été effectué dans le cadre du projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme de Master sous la direction de

M.IMAKHLAF Anis à qui on tient à exprimer notre gratitude et notre reconnaissance pour ses conseils, sa compréhension, sa patience et sa confiance qu'il nous a témoigné et qui nous a été très utile dans la réalisation de ce modeste travail.

On remercie également M. TAYEBI Tahar pour avoir consacré de son temps précieux pour examiner ce travail.

Je souhaiterais conclure en adressant un remerciement tout particulier au chef de département de mécanique M. MOHAMED BENTOUMI A tous, on vous dit merci.

Dédicace

Je dédie cet humble travail avec grand amour et fierté :

À ceux qui ont su et avoir pu faire de nous ce que nous sommes, nos parents, nos premiers encadrants pour leurs indéfectibles assistance et leurs soutien tout au long de notre formation. Qu'ils trouvent ici l'hommage de notre gratitude qui, grande qu'elles puissent être ne seraient à la hauteur de leurs sacrifices et leurs prières pour nous

À nos frères et sœurs que nous aimons fort et à qui nous souhaitons la réussite et le bonheur.

À tous les instituteurs, professeurs et enseignants qui ont contribué un jour à notre éducation et à notre formation et qui m'ont permis, par leurs efforts, d'atteindre ce niveau.

À nos amies et camarades:

L. TAKIEDDINE ;A.FAROUK ;R.ABDELBAKI ;R.OUSSAMA ;Z.YASSER

B. ABDELKADER ;R.AZZDINE ;B.LATIFA ;D.FATIMA

Enfin à vous qui prenez la peine de lire ce mémoire

Sommaire:

I. Introduction :	2
II. Historique :	2
III. Les types des tuyères :	3
III.1. Tuyères conventionnelles :	3
I. III.1.1 Tuyères coniques :	3
III.1.2 Tuyères contour profilé :	3
III.1.3 Tuyère à noyau centrale :	4
III.2 Tuyères innovantes :	4
III.2.1. Tuyère à section variable :	4
III.2.2. Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie) :	5
III.2.2. Tuyère orientable :	6
III.2.3. Tuyère à divergent déployable :	6
III.2.4. Tuyère double-galbe :	7
I- Présentation d'une tuyère supersonique	8
II- Fonctionnement réel de la tuyère supersonique	9
II-1 Le régime d'adaptation	9
II-2 Le régime de sous-détente	10
II-3 Le régime de sur-détente	10
II-4 Sur-détente avec décollement naissant	11
II-5 Sur-détente avec décollement étendu	11
III- Tables thermodynamiques de fluides isentropiques	12
I. Introduction	35
II. Gambit	35
II.1. Maillage des géométrie	36
II.2. Menu maillage :	39
II.3. Conditions initiales et aux limites:	44
III. Code Fluent	45
IV. Profil de vitesse C_x par rapport nombre de mach :	53
Références bibliographique	58

LISTE DES FIGURES

Figure I- 1 : Tuyère Conique	3
Figure I-2 : Tuyère à contour profil.....	4
Figure I-3 : Tuyère à noyau central.....	4
Figure I-4 : Tuyère à section variable.....	5
Figure I- 5 :Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie)	6
Figure I- 6 : Tuyère orientable	6
Figure I-7 : Tuyère à divergent déployable	7
Figure I-8 : Tuyère double-galbe	7
Figure II- 1 La tuyère supersonique	8
Figure II-2 - Organisation de l'écoulement à l'adaptation.....	9
Figure II-3 : Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente.....	10
Figure II- 4 :Tuyère en sur-détente avec décollement naissant de la couche limite.....	11
Figure II-5 : Tuyère en sur-détente avec décollement étendu de la couche limite	11
Figure II-6-écoulement d'air à travers une section variable	32
Figure III-1 : Structure de base du code " Logiciel-FLUEN	35
Figure III- 2-Interface de Gambit.....	36
Figure III-3-Menu du Maillage spécifique pour la couche limite.	39
Figure III- 4-Menu de maillage d'une ligne.	40
Figure III-5--Maillage d'une face	42
Figure III-6--Maillage d'un volume.	43
Figure III-7--Conditions aux limites en Gambit.	45
Figure III-8 - Choix de la version.....	46
Figure III-9: Vue globale de Fluent.....	47
Figure III-10-Conditions aux limites en Fluent	48
Figure III-11-Option facteurs de sous-relaxation du système.....	49
Figure III-12-option Initialisation.	50
Figure III-13-option résiduel.....	51
Figure III-14-Option contours.....	51
Figure III-15-countour de pression	52
Figure III-16- countour de vitesse.....	52
Figure III-17-Profil de vitesse C_x par rapport nombre de mach	53

Figure III-18 : Variation du nombre de mach en fonction du rapport de pression.....	54
Figure III-19 : Variation du nombre de mach en fonction du rapport de température	55

Nomenclature:

Liste de symboles:

A_s	:	Section de sortie
a	:	vitesse du son.
C_p	:	chaleur spécifique à pression constante
C_v	:	chaleur spécifique à volume constante.
P	:	pression
r	:	constante du gaz parfait
T	:	Température de l'écoulement
γ	:	Rapport des capacités caloriques
c_e	:	vitesse de l'écoulement dans l'entree
c_s	:	vitesse de l'écoulement dans la sortie
Q_m	:	debit massique
ρ	:	masse volumique
Q_v	:	debit volumique
h	:	enthalpie

Indices:

i:indices d'une point du maillage suivant x

j:indices d'une point du maillage suivant y

k:indices d'une point du maillage suivant z

INTRODUCTION GENERALE

En génie énergétique, les fluides sont omniprésents, qu'ils soient incompressibles ou Compressibles, ils interviennent dans de nombreux domaines de l'industrie ou de transport. En Effet, ils sont très souvent les agents des transferts énergétiques par leurs propriétés de Conduction de la chaleur et surtout leur faculté à transporter l'énergie sous diverses formes : Énergie cinétique, énergie potentielle, pression, énergie interne, etc.

Pour assurer ce rôle, ils sont quasiment toujours mis en mouvement. Il est alors, essentiel de bien connaître les lois de la cinématique, de la thermodynamique et de la Dynamique des fluides. Dans leur généralité, ces lois sont relativement complexes et donnent Lieu à des résolutions faisant appel à des méthodes numériques et à des temps de calculs Importants. Heureusement, dans un grand nombre de situations industrielles, on note des Conditions particulières qui permettent de simplifier les équations de base et leur résolution.

L'écoulement monodimensionnel des gaz parfaits en régime permanent en est un exemple. En Réalité, ce type d'écoulement, au sens strict, ne représente que très peu de cas réels.

En effet, dans presque toutes les situations pratiques, les paramètres des écoulements de gaz ou de vapeurs varient selon deux, voire trois, dimensions de l'espace. Ils sont donc bidimensionnels ou tridimensionnels. Cependant, en admettant quelques distorsions par rapport à la réalité, on peut dans certaines études qui ne nécessitent pas des résultats rigoureux, faire l'hypothèse que les variations des paramètres dans les directions transversales peuvent être négligées.

Le présent travail nous permettra de traiter de façon relativement simple des problèmes d'écoulements de fluides compressibles et d'aboutir à des résultats utiles pour la résolution numérique d'écoulement d'un fluide compressible à travers une tuyère dite de Laval.

Dans le premier chapitre, on a passé en revue divers travaux sur le domaine. Le deuxième chapitre est consacré à la présentation du problème physique ainsi qu'aux équations régissant. La description de la méthode de résolution employée par un code de calcul numérique CFD est présentée dans le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté les principaux résultats qui concerne les résultats de simulations relatifs à l'écoulement Eulérien dans une tuyère convergent-divergent

Chapitre 01

Généralités sur les types de tuyères

I. Introduction

La propulsion est l'action de fournir une poussée à un corps pour qu'il se déplace dans l'espace environnant. La propulsion dans un sens large est l'acte de changer le mouvement d'un corps. Les mécanismes de propulsion fournissent une force qui déplace les corps initialement au repos, change une vitesse, ou surmonte des forces de ralentissement quand un corps est propulsé à travers un milieu. La propulsion par réaction est un moyen de locomotion par lequel une force de réaction est transmise à un dispositif par l'impulsion de la matière éjectée.

II. Historique

Le premier brevet décrivant un système propulsif à réaction est attribué au Français Jean Delouvrier, dit Charles de Louvrié. Cet inventeur français soumit, en 1863, à l'Académie des sciences un projet d'appareil, l'Aéronave, mû par l'éjection d'un fluide sous pression après apport de chaleur. De nombreux brevets furent déposés en Europe dans la première moitié

du XX^e siècle qui, progressivement, définit le moteur à réaction sous toutes les formes que nous connaissons : moto-réacteur, pulsoréacteur, statoréacteur, turbofusée, turboréacteurs à simple ou à double flux.

Le brevet pris par sir Frank Whittle en 1930 comportait en effet tous les composants de base des turboréacteurs d'aujourd'hui : compresseur axial multiétage suivi d'un compresseur centrifuge, chambre de combustion, turbine entraînant directement le compresseur et tuyère propulsive. L'étape majeure que devait constituer ultérieurement le moteur à deux flux était préfigurée en 1936 dans deux brevets déposés par Whittle. En avril 1937, avec le concours de la British Thomson Houston, il fit fonctionner au banc d'essais son premier réacteur WU, à la poussée de 200 décanewtons. L'année suivante, c'était le début des essais du moteur Whittle W 1 de 380 décanewtons, qui allait recevoir en mai 1941 la consécration du premier vol sur un avion Gloster E 28/39, spécialement construit à cette intention.

III. Les types des tuyères

III.1. Tuyères conventionnelles

III.1.1 Tuyères coniques

Les tuyères à profils coniques sont utilisées particulièrement en raison de la simplicité de la conception et de la réalisation de leur divergent. La vitesse de sortie de ce type de tuyère est essentiellement égale à la valeur correspondante à un rapport de détente unidimensionnel, à l'exception de la direction de l'écoulement à la sortie qui n'est pas complètement axial, d'où une perte de performances due à la divergence de l'écoulement. L'angle de divergence se



situe entre 15 et 25 degrés. Ce type de profil simple équipe principalement les missiles et les propulseurs à poudre. Un exemple de tuyère conique est la tuyère de la fusée historique allemande V-2

III.1.2 Tuyères contour profilé

Comme on vient de le voir, les tuyères coniques engendrent une perte de poussée considérable à cause de la divergence de l'écoulement à la sortie, donc pour remédier à ce problème, il faut tourner le contour du divergent vers l'intérieur pour ramener l'écoulement à une direction axiale et aller avec la partie divergente près du col à des valeurs de divergence relativement importantes pour compenser la détente manquée en faisant incliner le profil vers l'intérieur. C'est justement le but de cette conception.

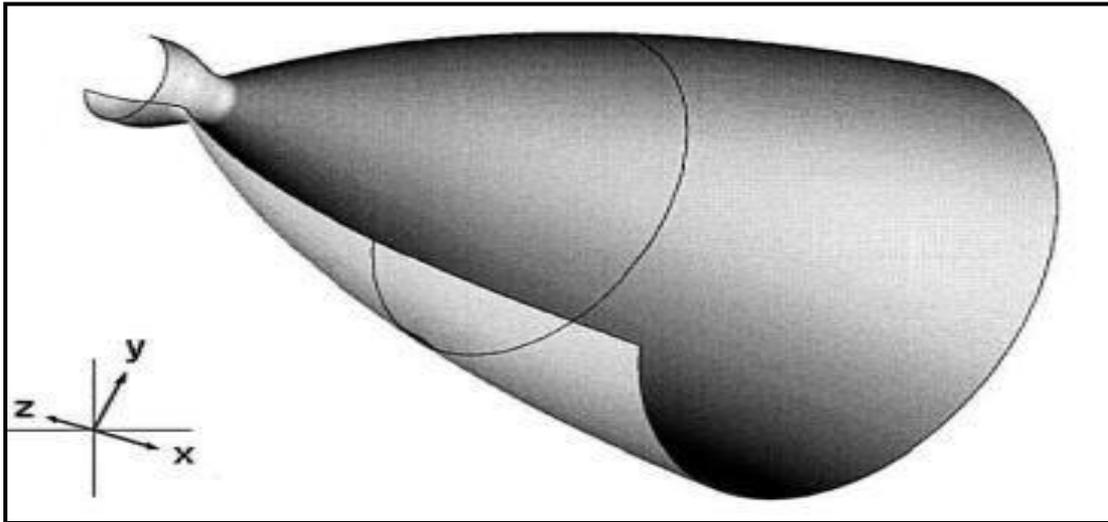


Figure I-2 : Tuyère à contour profil

III.1.3 Tuyère à noyau centrale

Tuyère comportant un corps central qui obture plus ou moins l'orifice de la sortie en vue d'améliorer les performances en modifiant le débit et la forme du jet.



Figure I-3 : Tuyère à noyau central

III.2 Tuyères innovantes

III.2.1. Tuyère à section variable

La sortie de la tuyère à section variable est constituée d'une multitude de volets qui, en se rapprochant ou en s'écartant, modifient le diamètre de la tuyère afin qu'elle soit "adaptée".

Afin de se rapprocher le plus possible de la forme circulaire, les demi-volées sont réalisés par une multitude de petits volets, s'emboîtant les uns dans les autres. En général la commande de position est assurée par un anneau qui est tiré ou poussé (fermeture – ouverture) par des vérins répartis à la périphérie du canal de post-combustion. La pression et la vitesse du jet maintiennent plaqués les volets sur l'anneau de commande. Un ergot de position interdit aux volets de descendre lorsque le moteur est arrêté.



Figure I-4 : Tuyère à section variable

III.2.2. Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie)

C'est une tuyère pour les turboréacteurs de type double flux d'air séparés, comportant :

- Une paroi interne à l'intérieur de laquelle circule un flux d'air primaire (FP) et qui comporte, à l'extrémité externe, des chevrons
 - Une paroi externe entourant au moins partiellement la paroi interne et le long de laquelle s'écoule un flux d'air secondaire (FS), la paroi externe étant mobile le long de la paroi interne.
- L'invention trouve des applications dans le domaine de l'aéronautique et, en particulier, dans le domaine de la réduction des nuisances sonores extérieures produites par les turboréacteurs d'un aéronef notamment lors de la phase de décollage.



Figure I- 5 : Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie)

III.2.2. Tuyère orientable

C'est une tuyère articulée autour d'un ou deux axes comportant une partie fixe d'une part et de l'autre une partie pivotante et des vérins de commande permettant de déplacer la partie pivotante avec déformation de la structure annulaire élastique ce qui permet d'orienter l'axe de poussé

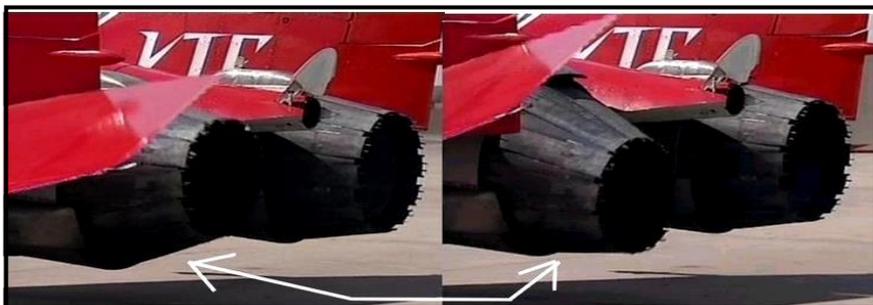


Figure I- 6 : Tuyère orientable

III.2.3. Tuyère à divergent déployable

Cette tuyère présente un axe longitudinal et comprend une première partie définissant un col de tuyère et un premier tronçon de divergent fixe, au moins un deuxième tronçon de divergent déployable de section supérieure à celle du premier tronçon et un mécanisme de déploiement du deuxième tronçon disposé à l'extérieur des premier et deuxième tronçons de divergent.

Le déploiement de la partie déployable du divergent s'effectue de façon automatique à partir d'une commande électrique ou hydraulique, voire pneumatique.

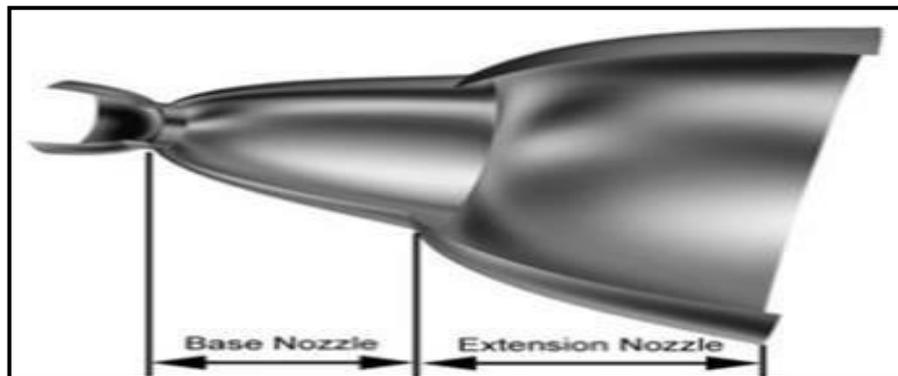


Figure I-7 : Tuyère à divergent déployable

III.2.4. Tuyère double-galbe :

Le principal objectif d'une tuyère double-galbe est le gain de performances par principe d'auto-adaptation en fonction de l'altitude.

En effet, ce système a pour avantage d'avoir une auto adaptation de l'écoulement pour deux régimes de fonctionnement (à basse et à haute altitude) sans activation mécanique. Le principe est théoriquement assez simple mais les efforts structurels mis en jeu peuvent être importants. Il en découle une étude approfondie de ce concept afin de garantir un fonctionnement optimal de ce système. [2] [3]

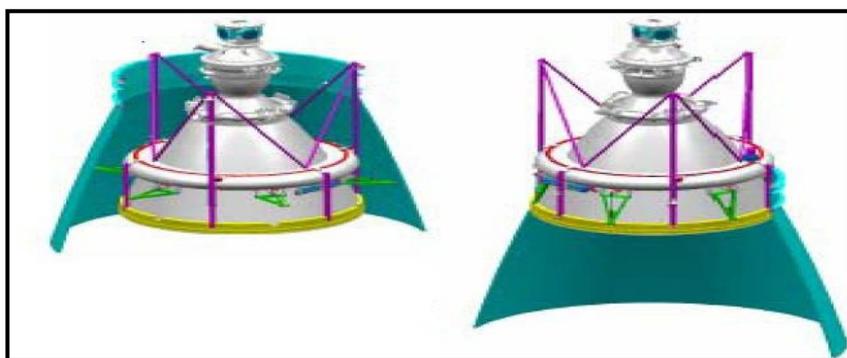


Figure I-8 : Tuyère double-galbe

Chapitre 02

Fonctionnement d'une tuyère convergent

I- Présentation d'une tuyère supersonique

Une tuyère supersonique est une conduite de forme convergente-divergente qui a un profil spécifiquement étudié. Elle met en communication une chambre contenant un gaz comprimé avec un milieu extérieur d'évacuation. La chambre et le milieu extérieur sont à des pressions différentes pour permettre le mouvement du gaz. La tuyère supersonique a pour rôle d'accélérer les gaz d'une vitesse faible à l'entrée du convergent à une vitesse sonique au col puis à une vitesse supersonique à la sortie du divergent de la tuyère.

La forme de la tuyère permet de détendre les gaz. L'opération de détente transforme l'énergie potentielle du gaz en énergie cinétique. Tout le long de la tuyère, la vitesse du gaz augmente, cependant que sa pression et sa température diminuent. La tuyère supersonique est appelée tuyère de Laval, elle est représentée dans la figure

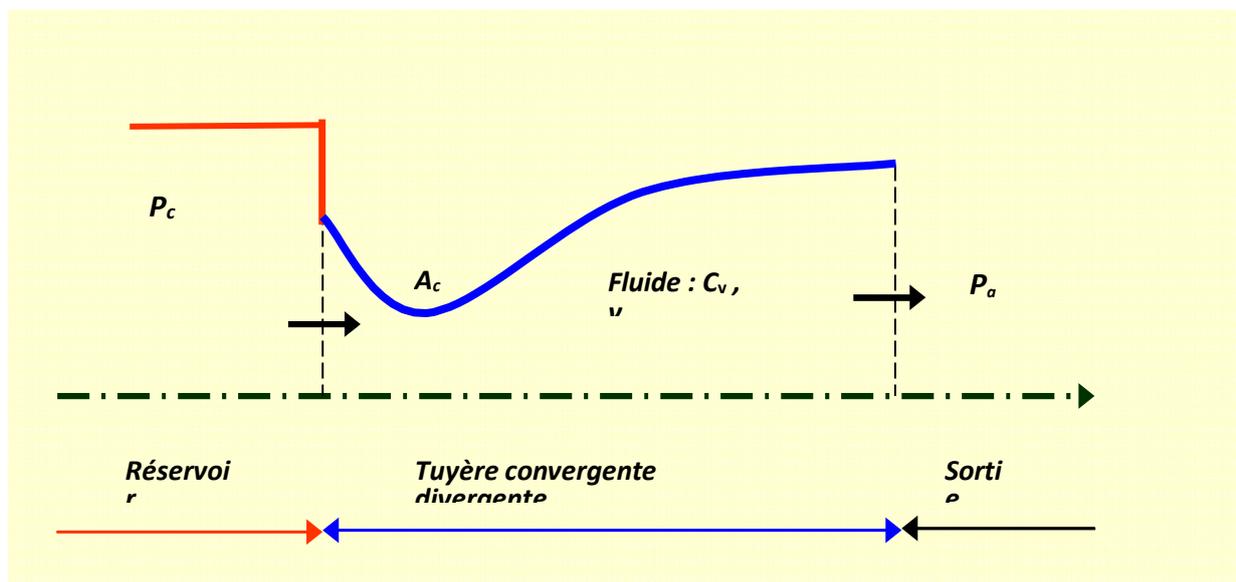


Figure II- 1 La tuyère supersonique

II- Fonctionnement réel de la tuyère supersonique

Dans les écoulements réels, la tuyère comporte une couche limite qui est très sensible aux variations de pression, ce qui rend les phénomènes physiques dans la tuyère plus complexes. Lorsque le col de la tuyère est sonique, l'écoulement dans la tuyère dépend uniquement de la pression à la sortie de la tuyère notée P_e et de la pression du milieu ambiant P_a . En fonction de la différence entre ces deux pressions, on distingue trois cas [3] :

- Si $e = P_a$, la tuyère est dite adaptée.
- Si $e > P_a$, la tuyère est dite sous-détendue.
- Si $e < P_a$, la tuyère est dite sur-détendue.

II-1 Le régime d'adaptation

Dans le cas du régime adapté, la détente du gaz est complètement accomplie dans la tuyère. Le gaz se détend depuis la chambre jusqu'à la sortie de la tuyère. En sortant de la tuyère aucune adaptation de pression n'est nécessaire vue que la pression du milieu ambiant P_a est égale à la pression de sortie P_e . L'écoulement du gaz sortant de la tuyère sous forme d'un jet supersonique quasi-uniforme. Une frontière isobare sépare le jet supersonique du fluide ambiant. En sortant de la tuyère, la couche limite du jet entre en contact avec le fluide ambiant et l'entraîne dans son sillage. Cette interaction forme une couche de mélange

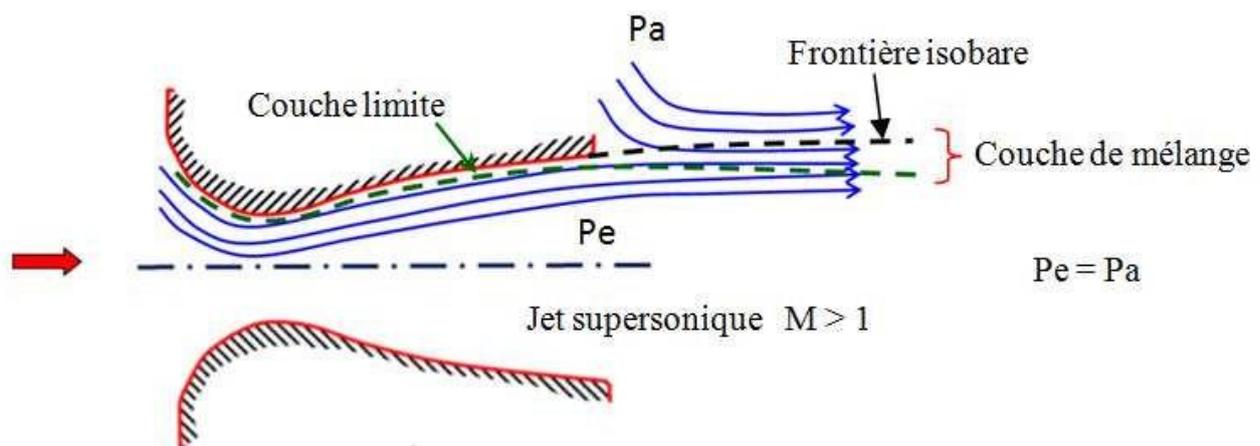


Figure II-2 - Organisation de l'écoulement à l'adaptation

II-2 Le régime de sous-détente

Ce régime supersonique hors adaptation est appelé régime de sous-détente. Il se concrétise lorsque la pression du milieu ambiant P_a est inférieure à la pression d'adaptation. La détente est incomplète dans la tuyère. En sortant de la tuyère, le gaz continu sa détente de la pression de sortie P_e à la pression inférieure ambiante P_a . La suite de la détente du gaz est réalisée à la sortie de la tuyère par un faisceau d'ondes de détente. Vu que la pression de sortie est supérieure à la pression ambiante, on observe à la sortie de la tuyère, un élargissement du jet supersonique et la frontière isobare qui sépare le jet supersonique du fluide du milieu ambiant prend une forme divergente

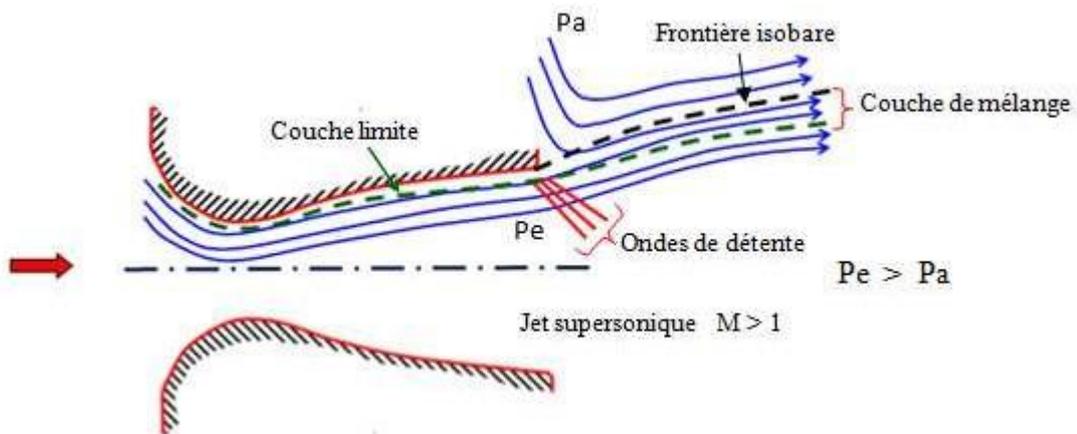


Figure II-3 : Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente

II-3 Le régime de sur-détente

Le deuxième régime supersonique hors adaptation est le régime désigné par le régime de sur-détente. Ce régime se produit lorsque la pression du milieu ambiant P_a est supérieure à la pression d'adaptation de la tuyère. La détente des gaz dans la tuyère s'effectue jusqu'à une pression statique P_1 qui est inférieure à la pression ambiante P_a . La couche limite du jet dans cette situation subit une contre-pression et un choc d'intensité P_2/P_1 se forme dans l'écoulement. La pression P_2 est la pression après le choc, elle est presque égale à la pression ambiante. Suivant l'intensité du choc, nous pouvons distinguer deux cas : le régime de sur-détente avec décollement naissant et le régime de sur-détente avec décollement étendu.

II-4 Sur-détente avec décollement naissant

Pour des gradients de pression adverse modérés, la couche limite subsonique détecte ou ressent la contre pression en un point O appelé origine de l'interaction juste un peu en avant de la sortie de la tuyère. La couche limite décolle de la tuyère à la lèvres et un choc oblique se forme à la sortie de la tuyère. Dans ce régime il n'y a pas de point de décollement. Ce régime de sur-détente est qualifié de sur-détente avec décollement naissant

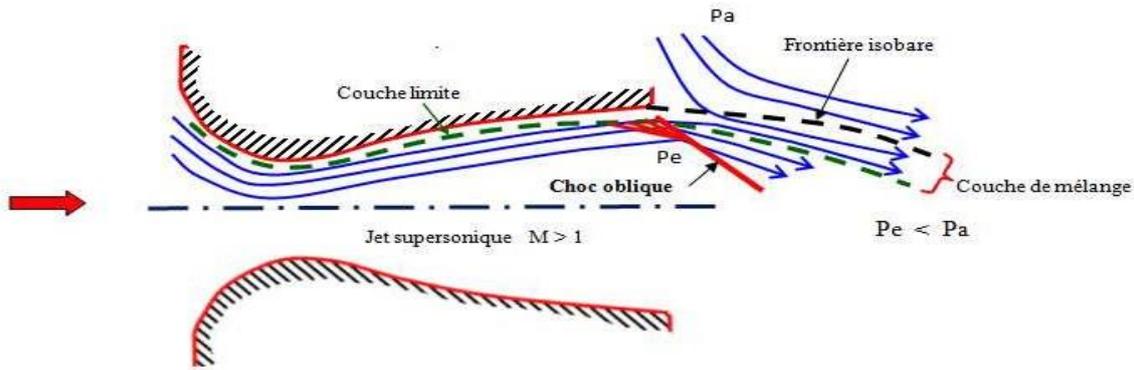


Figure II- 4 :Tuyère en sur-détente avec décollement naissant de la couche limite

II-5 Sur-détente avec décollement étendu

La couche limite n'est pas en mesure de supporter n'importe qu'elle valeur de contre pression. Au-delà d'une certaine valeur critique, la couche limite décolle à l'intérieur de la tuyère. Ce décollement entraîne une profonde modification de l'écoulement, comme le montre le montage réalisé dans la figure

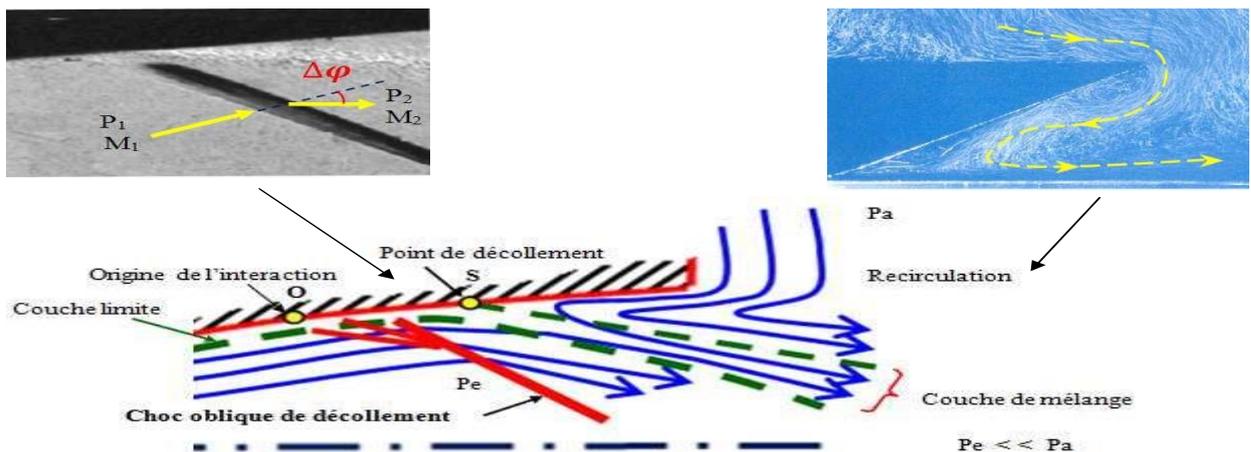


Figure II-5 : Tuyère en sur-détente avec décollement étendu de la couche limite

III- Tables thermodynamiques de fluides isentropiques

$\gamma = 1,4$							
M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*	M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*
0.00	1.0000	1.0000	Infinite	0.35	0.9188	0.9761	1.7780
0.01	0.9999	1.0000	57.8738	0.36	0.9143	0.9747	1.7358
0.02	0.9997	0.9999	28.9421	0.37	0.9098	0.9733	1.6961
0.03	0.9994	0.9998	19.3005	0.38	0.9052	0.9719	1.6587
0.04	0.9989	0.9997	14.4815	0.39	0.9004	0.9705	1.6234
0.05	0.9983	0.9995	11.5914	0.40	0.8956	0.9690	1.5901
0.06	0.9975	0.9993	9.6659	0.41	0.8907	0.9675	1.5587
0.07	0.9966	0.9990	8.2915	0.42	0.8857	0.9659	1.5289
0.08	0.9955	0.9987	7.2616	0.43	0.8807	0.9643	1.5007
0.09	0.9944	0.9984	6.4613	0.44	0.8755	0.9627	1.4740
0.10	0.9930	0.9980	5.8218	0.45	0.8703	0.9611	1.4487
0.11	0.9916	0.9976	5.2992	0.46	0.8650	0.9594	1.4246
0.12	0.9900	0.9971	4.8643	0.47	0.8596	0.9577	1.4018
0.13	0.9883	0.9966	4.4969	0.48	0.8541	0.9559	1.3801
0.14	0.9864	0.9961	4.1824	0.49	0.8486	0.9542	1.3595
0.15	0.9844	0.9955	3.9103	0.50	0.8430	0.9524	1.3398
0.16	0.9823	0.9949	3.6727	0.51	0.8374	0.9506	1.3212
0.17	0.9800	0.9943	3.4635	0.52	0.8317	0.9487	1.3034
0.18	0.9776	0.9936	3.2779	0.53	0.8259	0.9468	1.2865
0.19	0.9751	0.9928	3.1123	0.54	0.8201	0.9449	1.2703
0.20	0.9725	0.9921	2.9635	0.55	0.8142	0.9430	1.2549
0.21	0.9697	0.9913	2.8293	0.56	0.8082	0.9410	1.2403
0.22	0.9668	0.9904	2.7076	0.57	0.8022	0.9390	1.2263
0.23	0.9638	0.9895	2.5968	0.58	0.7962	0.9370	1.2130
0.24	0.9607	0.9886	2.4956	0.59	0.7901	0.9349	1.2003
0.25	0.9575	0.9877	2.4027	0.60	0.7840	0.9328	1.1882
0.26	0.9541	0.9867	2.3173	0.61	0.7778	0.9307	1.1767
0.27	0.9506	0.9856	2.2385	0.62	0.7716	0.9286	1.1656
0.28	0.9470	0.9846	2.1656	0.63	0.7654	0.9265	1.1552
0.29	0.9433	0.9835	2.0979	0.64	0.7591	0.9243	1.1451
0.30	0.9395	0.9823	2.0351	0.65	0.7528	0.9221	1.1356
0.31	0.9355	0.9811	1.9765	0.66	0.7465	0.9199	1.1265
0.32	0.9315	0.9799	1.9219	0.67	0.7401	0.9176	1.1179
0.33	0.9274	0.9787	1.8707	0.68	0.7338	0.9153	1.1097
0.34	0.9231	0.9774	1.8229	0.69	0.7274	0.9131	1.1018

Table 1

$\gamma = 1.4$							
M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*	M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*
0.70	0.7209	0.9107	1.0944	1.05	0.4979	0.8193	1.0020
0.71	0.7145	0.9084	1.0873	1.06	0.4919	0.8165	1.0029
0.72	0.7080	0.9061	1.0806	1.07	0.4860	0.8137	1.0039
0.73	0.7016	0.9037	1.0742	1.08	0.4800	0.8108	1.0051
0.74	0.6951	0.9013	1.0681	1.09	0.4742	0.8080	1.0064
0.75	0.6886	0.8989	1.0624	1.10	0.4684	0.8052	1.0079
0.76	0.6821	0.8964	1.0570	1.11	0.4626	0.8023	1.0095
0.77	0.6756	0.8940	1.0519	1.12	0.4568	0.7994	1.0113
0.78	0.6691	0.8915	1.0471	1.13	0.4511	0.7966	1.0132
0.79	0.6625	0.8890	1.0425	1.14	0.4455	0.7937	1.0153
0.80	0.6560	0.8865	1.0382	1.15	0.4398	0.7908	1.0175
0.81	0.6495	0.8840	1.0342	1.16	0.4343	0.7879	1.0198
0.82	0.6430	0.8815	1.0305	1.17	0.4287	0.7851	1.0222
0.83	0.6365	0.8789	1.0270	1.18	0.4232	0.7822	1.0248
0.84	0.6300	0.8763	1.0237	1.19	0.4178	0.7793	1.0276
0.85	0.6235	0.8737	1.0207	1.20	0.4124	0.7764	1.0304
0.86	0.6170	0.8711	1.0179	1.21	0.4070	0.7735	1.0334
0.87	0.6106	0.8685	1.0153	1.22	0.4017	0.7706	1.0366
0.88	0.6041	0.8659	1.0129	1.23	0.3964	0.7677	1.0398
0.89	0.5977	0.8632	1.0108	1.24	0.3912	0.7648	1.0432
0.90	0.5913	0.8606	1.0089	1.25	0.3861	0.7619	1.0468
0.91	0.5849	0.8579	1.0071	1.26	0.3809	0.7590	1.0504
0.92	0.5785	0.8552	1.0056	1.27	0.3759	0.7561	1.0542
0.93	0.5721	0.8525	1.0043	1.28	0.3708	0.7532	1.0581
0.94	0.5658	0.8498	1.0031	1.29	0.3658	0.7503	1.0621
0.95	0.5595	0.8471	1.0021	1.30	0.3609	0.7474	1.0663
0.96	0.5532	0.8444	1.0014	1.31	0.3560	0.7445	1.0706
0.97	0.5469	0.8416	1.0008	1.32	0.3512	0.7416	1.0750
0.98	0.5407	0.8389	1.0003	1.33	0.3464	0.7387	1.0796
0.99	0.5345	0.8361	1.0001	1.34	0.3417	0.7358	1.0842
1.00	0.5283	0.8333	1.0000	1.35	0.3370	0.7329	1.0890
1.01	0.5221	0.8306	1.0001	1.36	0.3323	0.7300	1.0940
1.02	0.5160	0.8278	1.0003	1.37	0.3277	0.7271	1.0990
1.03	0.5099	0.8250	1.0007	1.38	0.3232	0.7242	1.1042
1.04	0.5039	0.8222	1.0013	1.39	0.3187	0.7213	1.1095

Table 2

$\gamma = 1.4$							
M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*	M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*
1.40	0.3142	0.7184	1.1149	1.75	0.1878	0.6202	1.3865
1.41	0.3098	0.7155	1.1205	1.76	0.1850	0.6175	1.3967
1.42	0.3055	0.7126	1.1262	1.77	0.1822	0.6148	1.4070
1.43	0.3012	0.7097	1.1320	1.78	0.1794	0.6121	1.4175
1.44	0.2969	0.7069	1.1379	1.79	0.1767	0.6095	1.4282
1.45	0.2927	0.7040	1.1440	1.80	0.1740	0.6068	1.4390
1.46	0.2886	0.7011	1.1501	1.81	0.1714	0.6041	1.4499
1.47	0.2845	0.6982	1.1565	1.82	0.1688	0.6015	1.4610
1.48	0.2804	0.6954	1.1629	1.83	0.1662	0.5989	1.4723
1.49	0.2764	0.6925	1.1695	1.84	0.1637	0.5963	1.4836
1.50	0.2724	0.6897	1.1762	1.85	0.1612	0.5936	1.4952
1.51	0.2685	0.6868	1.1830	1.86	0.1587	0.5910	1.5069
1.52	0.2646	0.6840	1.1899	1.87	0.1563	0.5884	1.5187
1.53	0.2608	0.6811	1.1970	1.88	0.1539	0.5859	1.5308
1.54	0.2570	0.6783	1.2042	1.89	0.1516	0.5833	1.5429
1.55	0.2533	0.6754	1.2116	1.90	0.1492	0.5807	1.5553
1.56	0.2496	0.6726	1.2190	1.91	0.1470	0.5782	1.5677
1.57	0.2459	0.6698	1.2266	1.92	0.1447	0.5756	1.5804
1.58	0.2423	0.6670	1.2344	1.93	0.1425	0.5731	1.5932
1.59	0.2388	0.6642	1.2422	1.94	0.1403	0.5705	1.6062
1.60	0.2353	0.6614	1.2502	1.95	0.1381	0.5680	1.6193
1.61	0.2318	0.6586	1.2584	1.96	0.1360	0.5655	1.6326
1.62	0.2284	0.6558	1.2666	1.97	0.1339	0.5630	1.6461
1.63	0.2250	0.6530	1.2750	1.98	0.1318	0.5605	1.6597
1.64	0.2217	0.6502	1.2836	1.99	0.1298	0.5580	1.6735
1.65	0.2184	0.6475	1.2922	2.00	0.1278	0.5556	1.6875
1.66	0.2151	0.6447	1.3010	2.01	0.1258	0.5531	1.7016
1.67	0.2119	0.6419	1.3100	2.02	0.1239	0.5506	1.7160
1.68	0.2088	0.6392	1.3190	2.03	0.1220	0.5482	1.7305
1.69	0.2057	0.6364	1.3283	2.04	0.1201	0.5458	1.7451
1.70	0.2026	0.6337	1.3376	2.05	0.1182	0.5433	1.7600
1.71	0.1996	0.6310	1.3471	2.06	0.1164	0.5409	1.7750
1.72	0.1966	0.6283	1.3567	2.07	0.1146	0.5385	1.7902
1.73	0.1936	0.6256	1.3665	2.08	0.1128	0.5361	1.8056
1.74	0.1907	0.6229	1.3764	2.09	0.1111	0.5337	1.8212

Table 3

$\gamma = 1.4$							
M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*	M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*
2.10	0.1094	0.5313	1.8369	2.45	0.6327e-1	0.4544	2.5168
2.11	0.1077	0.5290	1.8529	2.46	0.6229e-1	0.4524	2.5403
2.12	0.1060	0.5266	1.8690	2.47	0.6133e-1	0.4504	2.5640
2.13	0.1043	0.5243	1.8853	2.48	0.6038e-1	0.4484	2.5880
2.14	0.1027	0.5219	1.9018	2.49	0.5945e-1	0.4464	2.6122
2.15	0.1011e+0	0.5196	1.9185	2.50	0.5853e-1	0.4444	2.6367
2.16	0.9956e-1	0.5173	1.9354	2.51	0.5762e-1	0.4425	2.6615
2.17	0.9802e-1	0.5150	1.9525	2.52	0.5674e-1	0.4405	2.6865
2.18	0.9649e-1	0.5127	1.9698	2.53	0.5586e-1	0.4386	2.7117
2.19	0.9500e-1	0.5104	1.9873	2.54	0.5500e-1	0.4366	2.7372
2.20	0.9352e-1	0.5081	2.0050	2.55	0.5415e-1	0.4347	2.7630
2.21	0.9207e-1	0.5059	2.0229	2.56	0.5332e-1	0.4328	2.7891
2.22	0.9064e-1	0.5036	2.0409	2.57	0.5250e-1	0.4309	2.8154
2.23	0.8923e-1	0.5014	2.0592	2.58	0.5169e-1	0.4289	2.8420
2.24	0.8785e-1	0.4991	2.0777	2.59	0.5090e-1	0.4271	2.8688
2.25	0.8648e-1	0.4969	2.0964	2.60	0.5012e-1	0.4252	2.8960
2.26	0.8514e-1	0.4947	2.1153	2.61	0.4935e-1	0.4233	2.9234
2.27	0.8382e-1	0.4925	2.1345	2.62	0.4859e-1	0.4214	2.9511
2.28	0.8251e-1	0.4903	2.1538	2.63	0.4784e-1	0.4196	2.9791
2.29	0.8123e-1	0.4881	2.1734	2.64	0.4711e-1	0.4177	3.0073
2.30	0.7997e-1	0.4859	2.1931	2.65	0.4639e-1	0.4159	3.0359
2.31	0.7873e-1	0.4837	2.2131	2.66	0.4568e-1	0.4141	3.0647
2.32	0.7751e-1	0.4816	2.2333	2.67	0.4498e-1	0.4122	3.0938
2.33	0.7631e-1	0.4794	2.2538	2.68	0.4429e-1	0.4104	3.1233
2.34	0.751e-1	0.4773	2.2744	2.69	0.4362e-1	0.4086	3.1530
2.35	0.7396e-1	0.4752	2.2953	2.70	0.4295e-1	0.4068	3.1830
2.36	0.7281e-1	0.4731	2.3164	2.71	0.4229e-1	0.4051	3.2133
2.37	0.7168 e-1	0.4709	2.3377	2.72	0.4165e-1	0.4033	3.2440
2.38	0.7057e-1	0.4688	2.3593	2.73	0.4102e-1	0.4015	3.2749
2.39	0.6948e-1	0.4668	2.3811	2.74	0.4039e-1	0.3998	3.3061
2.40	0.6840e-1	0.4647	2.4031	2.75	0.3978e-1	0.3980	3.3377
2.41	0.6734e-1	0.4626	2.4254	2.76	0.3917e-1	0.3963	3.3695
2.42	0.6630e-1	0.4606	2.4479	2.77	0.3858e-1	0.3945	3.4017
2.43	0.6527e-1	0.4585	2.4706	2.78	0.3799e-1	0.3928	3.4342
2.44	0.6426e-1	0.4565	2.4936	2.79	0.3742e-1	0.3911	3.4670

Table 4

$\gamma = 1.4$							
M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*	M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*
2.80	0.3685e-1	0.3894	3.5001	3.15	0.2177e-1	0.3351	4.8838
2.81	0.3629e-1	0.3877	3.5336	3.16	0.2146e-1	0.3337	4.9304
2.82	0.3574e-1	0.3860	3.5674	3.17	0.2114e-1	0.3323	4.9774
2.83	0.3520e-1	0.3844	3.6015	3.18	0.2083e-1	0.3309	5.0248
2.84	0.3467e-1	0.3827	3.6359	3.19	0.2053e-1	0.3295	5.0727
2.85	0.3415e-1	0.3810	3.6707	3.20	0.2023e-1	0.3281	5.1210
2.86	0.3363e-1	0.3794	3.7058	3.21	0.1993e-1	0.3267	5.1697
2.87	0.3312e-1	0.3777	3.7413	3.22	0.1964e-1	0.3253	5.2189
2.88	0.3263e-1	0.3761	3.7771	3.23	0.1936e-1	0.3240	5.2685
2.89	0.3213e-1	0.3745	3.8133	3.24	0.1908e-1	0.3226	5.3186
2.90	0.3165e-1	0.3729	3.8498	3.25	0.1880e-1	0.3213	5.3691
2.91	0.3118e-1	0.3712	3.8866	3.26	0.1853e-1	0.3199	5.4201
2.92	0.3071e-1	0.3696	3.9238	3.27	0.1826e-1	0.3186	5.4715
2.93	0.3025e-1	0.3681	3.9614	3.28	0.1799e-1	0.3173	5.5234
2.94	0.2980e-1	0.3665	3.9993	3.29	0.1773e-1	0.3160	5.5758
2.95	0.2935e-1	0.3649	4.0376	3.30	0.1748e-1	0.3147	5.6286
2.96	0.2891e-1	0.3633	4.0763	3.31	0.1722e-1	0.3134	5.6820
2.97	0.2848e-1	0.3618	4.1153	3.32	0.1698e-1	0.3121	5.7358
2.98	0.2805e-1	0.3602	4.1547	3.33	0.1673e-1	0.3108	5.7900
2.99	0.2764e-1	0.3587	4.1944	3.34	0.1649e-1	0.3095	5.8448
3.00	0.2722e-1	0.3571	4.2346	3.35	0.1625e-1	0.3082	5.9000
3.01	0.2682e-1	0.3556	4.2751	3.36	0.1602e-1	0.3069	5.9558
3.02	0.2642e-1	0.3541	4.3160	3.37	0.1579e-1	0.3057	6.0120
3.03	0.2603e-1	0.3526	4.3573	3.38	0.1557e-1	0.3044	6.0687
3.04	0.2564e-1	0.3511	4.3989	3.39	0.1534e-1	0.3032	6.1260
3.05	0.2526e-1	0.3496	4.4410	3.40	0.1512e-1	0.3019	6.1837
3.06	0.2489e-1	0.3481	4.4835	3.41	0.1491e-1	0.3007	6.2419
3.07	0.2452e-1	0.3466	4.5263	3.42	0.1470e-1	0.2995	6.3007
3.08	0.2416e-1	0.3452	4.5696	3.43	0.1449e-1	0.2982	6.3600
3.09	0.2380e-1	0.3437	4.6132	3.44	0.1428e-1	0.2970	6.4198
3.10	0.2345e-1	0.3422	4.6573	3.45	0.1408e-1	0.2958	6.4801
3.11	0.2310e-1	0.3408	4.7018	3.46	0.1388e-1	0.2946	6.5409
3.12	0.2276e-1	0.3393	4.7467	3.47	0.1368e-1	0.2934	6.6023
3.13	0.2243e-1	0.3379	4.7920	3.48	0.1349e-1	0.2922	6.6642
3.14	0.2210e-1	0.3365	4.8377	3.49	0.1330e-1	0.2910	6.7266

Table 5

$\gamma = 1.4$							
M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*	M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*
3.50	0.1311e-1	0.2899	6.7896	3.85	0.8060e-2	0.2522	9.3661
3.51	0.1293e-1	0.2887	6.8532	3.86	0.7951e-2	0.2513	9.4513
3.52	0.1274e-1	0.2875	6.9172	3.87	0.7844e-2	0.2503	9.5372
3.53	0.1256e-1	0.2864	6.9819	3.88	0.7739e-2	0.2493	9.6237
3.54	0.1239e-1	0.2852	7.0471	3.89	0.7635e-2	0.2484	9.7110
3.55	0.1221e-1	0.2841	7.1128	3.90	0.7532e-2	0.2474	9.7990
3.56	0.1204e-1	0.2829	7.1791	3.91	0.7431e-2	0.2464	9.8877
3.57	0.1188e-1	0.2818	7.2460	3.92	0.7332e-2	0.2455	9.9771
3.58	0.1171e-1	0.2806	7.3135	3.93	0.7233e-2	0.2446	10.0672
3.59	0.1155e-1	0.2795	7.3815	3.94	0.7137e-2	0.2436	10.1581
3.60	0.1138e-1	0.2784	7.4501	3.95	0.7042e-2	0.2427	10.2496
3.61	0.1123e-1	0.2773	7.5193	3.96	0.6948e-2	0.2418	10.3420
3.62	0.1107e-1	0.2762	7.5891	3.97	0.6855e-2	0.2408	10.4350
3.63	0.1092e-1	0.2751	7.6595	3.98	0.6764e-2	0.2399	10.5289
3.64	0.1076e-1	0.2740	7.7305	3.99	0.6675e-2	0.2390	10.6234
3.65	0.1062e-1	0.2729	7.8020	4.00	0.6586e-2	0.2381	10.7188
3.66	0.1047e-1	0.2718	7.8742	4.01	0.6499e-2	0.2372	10.8148
3.67	0.1032e-1	0.2707	7.9470	4.02	0.6413e-2	0.2363	10.9117
3.68	0.1018e-1	0.2697	8.0204	4.03	0.6328e-2	0.2354	11.0093
3.69	0.1004e-1	0.2686	8.0944	4.04	0.6245e-2	0.2345	11.1077
3.70	0.9903e-2	0.2675	8.1691	4.05	0.6163e-2	0.2336	11.2069
3.71	0.9767e-2	0.2665	8.2443	4.06	0.6082e-2	0.2327	11.3068
3.72	0.9633e-2	0.2654	8.3202	4.07	0.6002e-2	0.2319	11.4076
3.73	0.9500e-2	0.2644	8.3968	4.08	0.5923e-2	0.2310	11.5091
3.74	0.9370e-2	0.2633	8.4739	4.09	0.5845e-2	0.2301	11.6115
3.75	0.9242e-2	0.2623	8.5517	4.10	0.5769e-2	0.2293	11.7147
3.76	0.9116e-2	0.2613	8.6302	4.11	0.5694e-2	0.2284	11.8186
3.77	0.8991e-2	0.2602	8.7093	4.12	0.5619e-2	0.2275	11.9234
3.78	0.8869e-2	0.2592	8.7891	4.13	0.5546e-2	0.2267	12.0290
3.79	0.8748e-2	0.2582	8.8695	4.14	0.5474e-2	0.2258	12.1354
3.80	0.8629e-2	0.2572	8.9506	4.15	0.5403e-2	0.2250	12.2427
3.81	0.8512e-2	0.2562	9.0323	4.16	0.5333e-2	0.2242	12.3508
3.82	0.8396e-2	0.2552	9.1148	4.17	0.5264e-2	0.2233	12.4597
3.83	0.8283e-2	0.2542	9.1979	4.18	0.5195e-2	0.2225	12.5695
3.84	0.8171e-2	0.2532	9.2817	4.19	0.5128e-2	0.2217	12.6801

Table 6

$\gamma = 1.4$							
M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*	M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*
4.20	0.5062e-2	0.2208	12.7916	4.55	0.3247e-2	0.1945	17.2767
4.21	0.4997e-2	0.2200	12.9040	4.56	0.3207e-2	0.1938	17.4228
4.22	0.4932e-2	0.2192	13.0172	4.57	0.3168e-2	0.1932	17.5699
4.23	0.4869e-2	0.2184	13.1313	4.58	0.3129e-2	0.1925	17.7181
4.24	0.4806e-2	0.2176	13.2463	4.59	0.3090e-2	0.1918	17.8674
4.25	0.4745e-2	0.2168	13.3622	4.60	0.3053e-2	0.1911	18.0178
4.26	0.4684e-2	0.2160	13.4789	4.61	0.3015e-2	0.1905	18.1693
4.27	0.4624e-2	0.2152	13.5965	4.62	0.2978e-2	0.1898	18.3218
4.28	0.4565e-2	0.2144	13.7151	4.63	0.2942e-2	0.1891	18.4755
4.29	0.4507e-2	0.2136	13.8345	4.64	0.2906e-2	0.1885	18.6303
4.30	0.4449e-2	0.2129	13.9549	4.65	0.2871e-2	0.1878	18.7862
4.31	0.4393e-2	0.2121	14.0762	4.66	0.2836e-2	0.1872	18.9433
4.32	0.4337e-2	0.2113	14.1984	4.67	0.2802e-2	0.1865	19.1015
4.33	0.4282e-2	0.2105	14.3215	4.68	0.2768e-2	0.1859	19.2608
4.34	0.4228e-2	0.2098	14.4456	4.69	0.2734e-2	0.1852	19.4212
4.35	0.4174e-2	0.2090	14.5706	4.70	0.2701e-2	0.1846	19.5828
4.36	0.4121e-2	0.2083	14.6965	4.71	0.2669e-2	0.1839	19.7456
4.37	0.4069e-2	0.2075	14.8234	4.72	0.2637e-2	0.1833	19.9095
4.38	0.4018e-2	0.2067	14.9513	4.73	0.2605e-2	0.1827	20.0746
4.39	0.3968e-2	0.2060	15.0801	4.74	0.2573e-2	0.1820	20.2409
4.40	0.3918e-2	0.2053	15.2099	4.75	0.2543e-2	0.1814	20.4084
4.41	0.3868e-2	0.2045	15.3406	4.76	0.2512e-2	0.1808	20.5770
4.42	0.3820e-2	0.2038	15.4724	4.77	0.2482e-2	0.1802	20.7469
4.43	0.3772e-2	0.2030	15.6051	4.78	0.2452e-2	0.1795	20.9179
4.44	0.3725e-2	0.2023	15.7388	4.79	0.2423e-2	0.1789	21.0902
4.45	0.3678e-2	0.2016	15.8735	4.80	0.2394e-2	0.1783	21.2637
4.46	0.3633e-2	0.2009	16.0092	4.81	0.2366e-2	0.1777	21.4384
4.47	0.3587e-2	0.2002	16.1459	4.82	0.2338e-2	0.1771	21.6144
4.48	0.3543e-2	0.1994	16.2837	4.83	0.2310e-2	0.1765	21.7916
4.49	0.3499e-2	0.1987	16.4224	4.84	0.2283e-2	0.1759	21.9700
4.50	0.3455e-2	0.1980	16.5622	4.85	0.2255e-2	0.1753	22.1497
4.51	0.3412e-2	0.1973	16.7030	4.86	0.2229e-2	0.1747	22.3306
4.52	0.3370e-2	0.1966	16.8449	4.87	0.2202e-2	0.1741	22.5128
4.53	0.3329e-2	0.1959	16.9878	4.88	0.2177e-2	0.1735	22.6963
4.54	0.3288e-2	0.1952	17.1317	4.89	0.2151e-2	0.1729	22.8811

Table 7

$\gamma = 1.4$							
M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*	M	P/P ₀	T/T ₀	A/A*
4.90	0.2126e-2	0.1724	23.0671	5.25	0.1419e-2	0.1536	30.4467
4.91	0.2101e-2	0.1718	23.2545	5.26	0.1403e-2	0.1531	30.6840
4.92	0.2076e-2	0.1712	23.4431	5.27	0.1387e-2	0.1526	30.9229
4.93	0.2052e-2	0.1706	23.6331	5.28	0.1372e-2	0.1521	31.1634
4.94	0.2028e-2	0.1700	23.8243	5.29	0.1356e-2	0.1516	31.4054
4.95	0.2004e-2	0.1695	24.0169	5.30	0.1341e-2	0.1511	31.6491
4.96	0.1981e-2	0.1689	24.2109	5.31	0.1326e-2	0.1506	31.8943
4.97	0.1957e-2	0.1683	24.4061	5.32	0.1311e-2	0.1501	32.1411
4.98	0.1935e-2	0.1678	24.6027	5.33	0.1297e-2	0.1497	32.3896
4.99	0.1912e-2	0.1672	24.8007	5.34	0.1282e-2	0.1492	32.6397
5.00	0.1890e-2	0.1667	25.0000	5.35	0.1268e-2	0.1487	32.8914
5.01	0.1868e-2	0.1661	25.2007	5.36	0.1254e-2	0.1482	33.1448
5.02	0.1847e-2	0.1656	25.4027	5.37	0.1240e-2	0.1478	33.3998
5.03	0.1825e-2	0.1650	25.6062	5.38	0.1227e-2	0.1473	33.6565
5.04	0.1804e-2	0.1645	25.8110	5.39	0.1213e-2	0.1468	33.9148
5.05	0.1783e-2	0.1639	26.0172	5.40	0.1200e-2	0.1464	34.1748
5.06	0.1763e-2	0.1634	26.2249	5.41	0.1187e-2	0.1459	34.4365
5.07	0.1742e-2	0.1628	26.4339	5.42	0.1174e-2	0.1454	34.6999
5.08	0.1722e-2	0.1623	26.6444	5.43	0.1161e-2	0.1450	34.9650
5.09	0.1703e-2	0.1618	26.8563	5.44	0.1148e-2	0.1445	35.2318
5.10	0.1683e-2	0.1612	27.0696	5.45	0.1135e-2	0.1441	35.5003
5.11	0.1664e-2	0.1607	27.2843	5.46	0.1123e-2	0.1436	35.7705
5.12	0.1645e-2	0.1602	27.5005	5.47	0.1111e-2	0.1432	36.0425
5.13	0.1626e-2	0.1597	27.7182	5.48	0.1099e-2	0.1427	36.3162
5.14	0.1608e-2	0.1591	27.9373	5.49	0.1087e-2	0.1423	36.5917
5.15	0.1589e-2	0.1586	28.1579	5.50	0.1075e-2	0.1418	36.8690
5.16	0.1571e-2	0.1581	28.3800	5.51	0.1063e-2	0.1414	37.1480
5.17	0.1553e-2	0.1576	28.6036	5.52	0.1052e-2	0.1410	37.4288
5.18	0.1536e-2	0.1571	28.8287	5.53	0.1040e-2	0.1405	37.7113
5.19	0.1518e-2	0.1566	29.0552	5.54	0.1029e-2	0.1401	37.9957
5.20	0.1501e-2	0.1561	29.2833	5.55	0.1018e-2	0.1397	38.2819
5.21	0.1484e-2	0.1555	29.5129	5.56	0.1007e-2	0.1392	38.5699
5.22	0.1468e-2	0.1550	29.7441	5.57	0.9961e-3	0.1388	38.8597
5.23	0.1451e-2	0.1545	29.9767	5.58	0.9853e-3	0.1384	39.1513
5.24	0.1435e-2	0.1540	30.2109	5.59	0.9748e-3	0.1379	39.4448

Table 8

Table des vitesses

Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses	Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses
0	0	0	0.33	47.19	31.46
0.01	1.43	0.953333333	0.34	48.62	32.41333333
0.02	2.86	1.906666667	0.35	50.05	33.36666667
0.03	4.29	2.86	0.36	51.48	34.32
0.04	5.72	3.813333333	0.37	52.91	35.27333333
0.05	7.15	4.766666667	0.38	54.34	36.22666667
0.06	8.58	5.72	0.39	55.77	37.18
0.07	10.01	6.673333333	0.4	57.2	38.13333333
0.08	11.44	7.626666667	0.41	58.63	39.08666667
0.09	12.87	8.58	0.42	60.06	40.04
0.1	14.3	9.533333333	0.43	61.49	40.99333333
0.11	15.73	10.48666667	0.44	62.92	41.94666667
0.12	17.16	11.44	0.45	64.35	42.9
0.13	18.59	12.39333333	0.46	65.78	43.85333333
0.14	20.02	13.34666667	0.47	67.21	44.80666667
0.15	21.45	14.3	0.48	68.64	45.76
0.16	22.88	15.25333333	0.49	70.07	46.71333333
0.17	24.31	16.20666667	0.5	71.5	47.66666667
0.18	25.74	17.16	0.51	72.93	48.62
0.19	27.17	18.11333333	0.52	74.36	49.57333333
0.2	28.6	19.06666667	0.53	75.79	50.52666667
0.21	30.03	20.02	0.54	77.22	51.48
0.22	31.46	20.97333333	0.55	78.65	52.43333333
0.23	32.89	21.92666667	0.56	80.08	53.38666667
0.24	34.32	22.88	0.57	81.51	54.34
0.25	35.75	23.83333333	0.58	82.94	55.29333333
0.26	37.18	24.78666667	0.59	84.37	56.24666667
0.27	38.61	25.74	0.6	85.8	57.2
0.28	40.04	26.69333333	0.61	87.23	58.15333333
0.29	41.47	27.64666667	0.62	88.66	59.10666667
0.3	42.9	28.6	0.63	90.09	60.06
0.31	44.33	29.55333333	0.64	91.52	61.01333333
0.32	45.76	30.50666667	0.65	92.95	61.96666667

Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses	Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses
0.66	94.38	62.92	1	143	95.33333333
0.67	95.81	63.87333333	1.01	144.43	96.28666667
0.68	97.24	64.82666667	1.02	145.86	97.24
0.69	98.67	65.78	1.03	147.29	98.19333333
0.7	100.1	66.73333333	1.04	148.72	99.14666667
0.71	101.53	67.68666667	1.05	150.15	100.1
0.72	102.96	68.64	1.06	151.58	101.05333333
0.73	104.39	69.59333333	1.07	153.01	102.00666667
0.74	105.82	70.54666667	1.08	154.44	102.96
0.75	107.25	71.5	1.09	155.87	103.91333333
0.76	108.68	72.45333333	1.1	157.3	104.86666667
0.77	110.11	73.40666667	1.11	158.73	105.82
0.78	111.54	74.36	1.12	160.16	106.77333333
0.79	112.97	75.31333333	1.13	161.59	107.72666667
0.8	114.4	76.26666667	1.14	163.02	108.68
0.81	115.83	77.22	1.15	164.45	109.63333333
0.82	117.26	78.17333333	1.16	165.88	110.58666667
0.83	118.69	79.12666667	1.17	167.31	111.54
0.84	120.12	80.08	1.18	168.74	112.49333333
0.85	121.55	81.03333333	1.19	170.17	113.44666667
0.86	122.98	81.98666667	1.2	171.6	114.4
0.87	124.41	82.94	1.21	173.03	115.35333333
0.88	125.84	83.89333333	1.22	174.46	116.30666667
0.89	127.27	84.84666667	1.23	175.89	117.26
0.9	128.7	85.8	1.24	177.32	118.21333333
0.91	130.13	86.75333333	1.25	178.75	119.16666667
0.92	131.56	87.70666667	1.26	180.18	120.12
0.93	132.99	88.66	1.27	181.61	121.07333333
0.94	134.42	89.61333333	1.28	183.04	122.02666667
0.95	135.85	90.56666667	1.29	184.47	122.98
0.96	137.28	91.52	1.3	185.9	123.93333333
0.97	138.71	92.47333333	1.31	187.33	124.88666667
0.98	140.14	93.42666667	1.32	188.76	125.84
0.99	141.57	94.38	1.33	190.19	126.79333333

Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses	Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses
1.34	191.62	127.7466667	1.68	240.24	160.16
1.35	193.05	128.7	1.69	241.67	161.1133333
1.36	194.48	129.6533333	1.7	243.1	162.0666667
1.37	195.91	130.6066667	1.71	244.53	163.02
1.38	197.34	131.56	1.72	245.96	163.9733333
1.39	198.77	132.5133333	1.73	247.39	164.9266667
1.4	200.2	133.4666667	1.74	248.82	165.88
1.41	201.63	134.42	1.75	250.25	166.8333333
1.42	203.06	135.3733333	1.76	251.68	167.7866667
1.43	204.49	136.3266667	1.77	253.11	168.74
1.44	205.92	137.28	1.78	254.54	169.6933333
1.45	207.35	138.2333333	1.79	255.97	170.6466667
1.46	208.78	139.1866667	1.8	257.4	171.6
1.47	210.21	140.14	1.81	258.83	172.5533333
1.48	211.64	141.0933333	1.82	260.26	173.5066667
1.49	213.07	142.0466667	1.83	261.69	174.46
1.5	214.5	143	1.84	263.12	175.4133333
1.51	215.93	143.9533333	1.85	264.55	176.3666667
1.52	217.36	144.9066667	1.86	265.98	177.32
1.53	218.79	145.86	1.87	267.41	178.2733333
1.54	220.22	146.8133333	1.88	268.84	179.2266667
1.55	221.65	147.7666667	1.89	270.27	180.18
1.56	223.08	148.72	1.9	271.7	181.1333333
1.57	224.51	149.6733333	1.91	273.13	182.0866667
1.58	225.94	150.6266667	1.92	274.56	183.04
1.59	227.37	151.58	1.93	275.99	183.9933333
1.6	228.8	152.5333333	1.94	277.42	184.9466667
1.61	230.23	153.4866667	1.95	278.85	185.9
1.62	231.66	154.44	1.96	280.28	186.8533333
1.63	233.09	155.3933333	1.97	281.71	187.8066667
1.64	234.52	156.3466667	1.98	283.14	188.76
1.65	235.95	157.3	1.99	284.57	189.7133333
1.66	237.38	158.2533333	2	286	190.6666667

1.67	238.81	159.2066667	2.01	287.43	191.62
Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses	Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses
2.02	288.86	192.5733333	2.36	337.48	224.9866667
2.03	290.29	193.5266667	2.37	338.91	225.94
2.04	291.72	194.48	2.38	340.34	226.8933333
2.05	293.15	195.4333333	2.39	341.77	227.8466667
2.06	294.58	196.3866667	2.4	343.2	228.8
2.07	296.01	197.34	2.41	344.63	229.7533333
2.08	297.44	198.2933333	2.42	346.06	230.7066667
2.09	298.87	199.2466667	2.43	347.49	231.66
2.1	300.3	200.2	2.44	348.92	232.6133333
2.11	301.73	201.1533333	2.45	350.35	233.5666667
2.12	303.16	202.1066667	2.46	351.78	234.52
2.13	304.59	203.06	2.47	353.21	235.4733333
2.14	306.02	204.0133333	2.48	354.64	236.4266667
2.15	307.45	204.9666667	2.49	356.07	237.38
2.16	308.88	205.92	2.5	357.5	238.3333333
2.17	310.31	206.8733333	2.51	358.93	239.2866667
2.18	311.74	207.8266667	2.52	360.36	240.24
2.19	313.17	208.78	2.53	361.79	241.1933333
2.2	314.6	209.7333333	2.54	363.22	242.1466667
2.21	316.03	210.6866667	2.55	364.65	243.1
2.22	317.46	211.64	2.56	366.08	244.0533333
2.23	318.89	212.5933333	2.57	367.51	245.0066667
2.24	320.32	213.5466667	2.58	368.94	245.96
2.25	321.75	214.5	2.59	370.37	246.9133333
2.26	323.18	215.4533333	2.6	371.8	247.8666667
2.27	324.61	216.4066667	2.61	373.23	248.82
2.28	326.04	217.36	2.62	374.66	249.7733333
2.29	327.47	218.3133333	2.63	376.09	250.7266667
2.3	328.9	219.2666667	2.64	377.52	251.68
2.31	330.33	220.22	2.65	378.95	252.6333333
2.32	331.76	221.1733333	2.66	380.38	253.5866667
2.33	333.19	222.1266667	2.67	381.81	254.54
2.34	334.62	223.08	2.68	383.24	255.4933333
2.35	336.05	224.0333333	2.69	384.67	256.4466667

Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses	Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses
2.7	386.1	257.4	3.04	434.72	289.8133333
2.71	387.53	258.3533333	3.05	436.15	290.7666667
2.72	388.96	259.3066667	3.06	437.58	291.72
2.73	390.39	260.26	3.07	439.01	292.6733333
2.74	391.82	261.2133333	3.08	440.44	293.6266667
2.75	393.25	262.1666667	3.09	441.87	294.58
2.76	394.68	263.12	3.1	443.3	295.5333333
2.77	396.11	264.0733333	3.11	444.73	296.4866667
2.78	397.54	265.0266667	3.12	446.16	297.44
2.79	398.97	265.98	3.13	447.59	298.3933333
2.8	400.4	266.9333333	3.14	449.02	299.3466667
2.81	401.83	267.8866667	3.15	450.45	300.3
2.82	403.26	268.84	3.16	451.88	301.2533333
2.83	404.69	269.7933333	3.17	453.31	302.2066667
2.84	406.12	270.7466667	3.18	454.74	303.16
2.85	407.55	271.7	3.19	456.17	304.1133333
2.86	408.98	272.6533333	3.2	457.6	305.0666667
2.87	410.41	273.6066667	3.21	459.03	306.02
2.88	411.84	274.56	3.22	460.46	306.9733333
2.89	413.27	275.5133333	3.23	461.89	307.9266667
2.9	414.7	276.4666667	3.24	463.32	308.88
2.91	416.13	277.42	3.25	464.75	309.8333333
2.92	417.56	278.3733333	3.26	466.18	310.7866667
2.93	418.99	279.3266667	3.27	467.61	311.74
2.94	420.42	280.28	3.28	469.04	312.6933333
2.95	421.85	281.2333333	3.29	470.47	313.6466667
2.96	423.28	282.1866667	3.3	471.9	314.6
2.97	424.71	283.14	3.31	473.33	315.5533333
2.98	426.14	284.0933333	3.32	474.76	316.5066667
2.99	427.57	285.0466667	3.33	476.19	317.46
3	429	286	3.34	477.62	318.4133333
3.01	430.43	286.9533333	3.35	479.05	319.3666667
3.02	431.86	287.9066667	3.36	480.48	320.32
3.03	433.29	288.86	3.37	481.91	321.2733333

Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses	Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses
3.38	483.34	322.2266667	3.72	531.96	354.64
3.39	484.77	323.18	3.73	533.39	355.5933333
3.4	486.2	324.1333333	3.74	534.82	356.5466667
3.41	487.63	325.0866667	3.75	536.25	357.5
3.42	489.06	326.04	3.76	537.68	358.4533333
3.43	490.49	326.9933333	3.77	539.11	359.4066667
3.44	491.92	327.9466667	3.78	540.54	360.36
3.45	493.35	328.9	3.79	541.97	361.3133333
3.46	494.78	329.8533333	3.8	543.4	362.2666667
3.47	496.21	330.8066667	3.81	544.83	363.22
3.48	497.64	331.76	3.82	546.26	364.1733333
3.49	499.07	332.7133333	3.83	547.69	365.1266667
3.5	500.5	333.6666667	3.84	549.12	366.08
3.51	501.93	334.62	3.85	550.55	367.0333333
3.52	503.36	335.5733333	3.86	551.98	367.9866667
3.53	504.79	336.5266667	3.87	553.41	368.94
3.54	506.22	337.48	3.88	554.84	369.8933333
3.55	507.65	338.4333333	3.89	556.27	370.8466667
3.56	509.08	339.3866667	3.9	557.7	371.8
3.57	510.51	340.34	3.91	559.13	372.7533333
3.58	511.94	341.2933333	3.92	560.56	373.7066667
3.59	513.37	342.2466667	3.93	561.99	374.66
3.6	514.8	343.2	3.94	563.42	375.6133333
3.61	516.23	344.1533333	3.95	564.85	376.5666667
3.62	517.66	345.1066667	3.96	566.28	377.52
3.63	519.09	346.06	3.97	567.71	378.4733333
3.64	520.52	347.0133333	3.98	569.14	379.4266667
3.65	521.95	347.9666667	3.99	570.57	380.38
3.66	523.38	348.92	4	572	381.3333333
3.67	524.81	349.8733333	4.01	573.43	382.2866667
3.68	526.24	350.8266667	4.02	574.86	383.24
3.69	527.67	351.78	4.03	576.29	384.1933333
3.7	529.1	352.7333333	4.04	577.72	385.1466667
3.71	530.53	353.6866667	4.05	579.15	386.1

Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses	Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses
4.06	580.58	387.0533333	4.4	629.2	419.4666667
4.07	582.01	388.0066667	4.41	630.63	420.42
4.08	583.44	388.96	4.42	632.06	421.3733333
4.09	584.87	389.9133333	4.43	633.49	422.3266667
4.1	586.3	390.8666667	4.44	634.92	423.28
4.11	587.73	391.82	4.45	636.35	424.2333333
4.12	589.16	392.7733333	4.46	637.78	425.1866667
4.13	590.59	393.7266667	4.47	639.21	426.14
4.14	592.02	394.68	4.48	640.64	427.0933333
4.15	593.45	395.6333333	4.49	642.07	428.0466667
4.16	594.88	396.5866667	4.5	643.5	429
4.17	596.31	397.54	4.51	644.93	429.9533333
4.18	597.74	398.4933333	4.52	646.36	430.9066667
4.19	599.17	399.4466667	4.53	647.79	431.86
4.2	600.6	400.4	4.54	649.22	432.8133333
4.21	602.03	401.3533333	4.55	650.65	433.7666667
4.22	603.46	402.3066667	4.56	652.08	434.72
4.23	604.89	403.26	4.57	653.51	435.6733333
4.24	606.32	404.2133333	4.58	654.94	436.6266667
4.25	607.75	405.1666667	4.59	656.37	437.58
4.26	609.18	406.12	4.6	657.8	438.5333333
4.27	610.61	407.0733333	4.61	659.23	439.4866667
4.28	612.04	408.0266667	4.62	660.66	440.44
4.29	613.47	408.98	4.63	662.09	441.3933333
4.3	614.9	409.9333333	4.64	663.52	442.3466667
4.31	616.33	410.8866667	4.65	664.95	443.3
4.32	617.76	411.84	4.66	666.38	444.2533333
4.33	619.19	412.7933333	4.67	667.81	445.2066667
4.34	620.62	413.7466667	4.68	669.24	446.16
4.35	622.05	414.7	4.69	670.67	447.1133333
4.36	623.48	415.6533333	4.7	672.1	448.0666667
4.37	624.91	416.6066667	4.71	673.53	449.02
4.38	626.34	417.56	4.72	674.96	449.9733333
4.39	627.77	418.5133333	4.73	676.39	450.9266667

Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses	Nombre de mach	la vitesse Cx	le rapport des vitesses
4.74	677.82	451.88	5.08	726.44	484.2933333
4.75	679.25	452.8333333	5.09	727.87	485.2466667
4.76	680.68	453.7866667	5.1	729.3	486.2
4.77	682.11	454.74	5.11	730.73	487.1533333
4.78	683.54	455.6933333	5.12	732.16	488.1066667
4.79	684.97	456.6466667	5.13	733.59	489.06
4.8	686.4	457.6	5.14	735.02	490.0133333
4.81	687.83	458.5533333	5.15	736.45	490.9666667
4.82	689.26	459.5066667	5.16	737.88	491.92
4.83	690.69	460.46	5.17	739.31	492.8733333
4.84	692.12	461.4133333	5.18	740.74	493.8266667
4.85	693.55	462.3666667	5.19	742.17	494.78
4.86	694.98	463.32	5.2	743.6	495.7333333
4.87	696.41	464.2733333	5.21	745.03	496.6866667
4.88	697.84	465.2266667	5.22	746.46	497.64
4.89	699.27	466.18	5.23	747.89	498.5933333
4.9	700.7	467.1333333	5.24	749.32	499.5466667
4.91	702.13	468.0866667	5.25	750.75	500.5
4.92	703.56	469.04	5.26	752.18	501.4533333
4.93	704.99	469.9933333	5.27	753.61	502.4066667
4.94	706.42	470.9466667	5.28	755.04	503.36
4.95	707.85	471.9	5.29	756.47	504.3133333
4.96	709.28	472.8533333	5.3	757.9	505.2666667
4.97	710.71	473.8066667	5.31	759.33	506.22
4.98	712.14	474.76	5.32	760.76	507.1733333
4.99	713.57	475.7133333	5.33	762.19	508.1266667
5	715	476.6666667	5.34	763.62	509.08
5.01	716.43	477.62	5.35	765.05	510.0333333
5.02	717.86	478.5733333	5.36	766.48	510.9866667
5.03	719.29	479.5266667	5.37	767.91	511.94
5.04	720.72	480.48	5.38	769.34	512.8933333
5.05	722.15	481.4333333	5.39	770.77	513.8466667
5.06	723.58	482.3866667	5.4	772.2	514.8
5.07	725.01	483.34	5.41	773.63	515.7533333
5.42	775.06	516.7066667	5.51	787.93	525.2866667

5.43	776.49	517.66	5.52	789.36	526.24
5.44	777.92	518.6133333	5.53	790.79	527.1933333
5.45	779.35	519.5666667	5.54	792.22	528.1466667
5.46	780.78	520.52	5.55	793.65	529.1
5.47	782.21	521.4733333	5.56	795.08	530.0533333
5.48	783.64	522.4266667	5.57	796.51	531.0066667
5.49	785.07	523.38	5.58	797.94	531.96
5.5	786.5	524.3333333	5.59	799.37	532.9133333

IV-RAPPELS DE THERMODYNAMIQUE

$$\Delta U = U_1 - U_2 + \int dW + \int dQ = W + Q$$

$$\Rightarrow dU = dW + dQ$$

On définit la pression exercée par une force (F) sur la surface (S) du piston par :

$$P = F / S$$

Donc le travail exercé est la force (F) par un déplacement (dx):

$$dW = F \cdot dx = P \cdot S \cdot dx = P \cdot S \frac{dV}{S} = P \cdot dV$$

$$\Rightarrow W = - \int_e^s P \cdot dV$$

• **Enthalpie :** $H = U + PV$

On a déjà vu que pour une transformation infinitésimale :

$$dU = dW + dQ$$

Ou :

$$dU = dQ - P \cdot dV$$

Donc :

$$dH = dU + d(PV)$$

$$dH = dQ - P \cdot dV + P \cdot dV + V \cdot dP$$

$$\Rightarrow dH = dQ + V \cdot dP$$

Capacité calorifique à volume constant:

$$dU = dQ \quad (dV = 0 \text{ donc } dW = 0)$$

$$\Delta U = Q = m \cdot C_v \cdot \Delta T = Q_v$$

$$\Rightarrow C_v = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v$$

Capacité calorifique à pression constante:

$$dH = dQ \quad (dP = 0)$$

$$\Delta H = \Delta Q = m \cdot C_p \cdot \Delta T$$

$$C_p = \left(\frac{dH}{dT} \right)_p$$

Fluide en mouvement

- Energie totale : $E = U + \frac{1}{2} m \cdot C^2$

- Ecoulement adiabatique en milieu fermé :

$$H + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = cte \quad \text{ou bien} \quad h + \frac{1}{2} \cdot V^2 = cte$$

- Application à la section d'éjection (e) de la tuyère

$$\left. \begin{array}{l} h_e = \text{enthalpie des gaz d'éjection} \\ h_f = \text{enthalpie de formation des ergols} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_e + 1/2 (V_e)^2 = h_f \\ \text{ou } V_e = (2(h_f - h_e))^{1/2} \end{array}$$

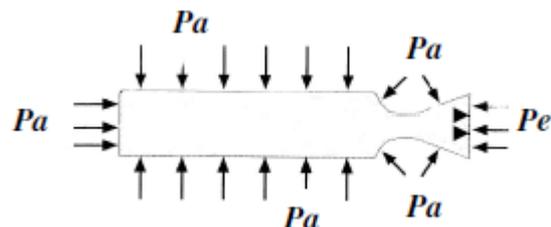
- Efforts dus aux gaz d'éjection: $d(M_f \cdot V_f) = (V_e - V_f) \cdot d(mg)$

(Conservation de la quantité de mouvement)

$$V_f \cdot d(M_f) + M_f \cdot d(V_f) = V_e \cdot d(mg) - V_f \cdot d(mg) \quad \text{avec} \quad d(M_f) = -d(mg) = -Q \cdot dt$$

$$M_f \cdot d(V_f) = V_e \cdot d(mg) = Q \cdot V_e \cdot dt$$

$$M_f \cdot (dV_f/dt) = Q \cdot V_e \quad \text{F Q.V}$$



- Forces atmosphériques

$$F = (P_e - P_a) S_e$$

- Effort résultant : Poussée

$$F = Q \cdot V_e + (P_e - P_a) S_e$$

- Poussée maximale dans le vide
- ($P_a = 0$)
- pour P_a non nulle : F maxi si tuyère adaptée ($P_e = P_a$)

- Gaz parfait :

$$(P/\rho) = r.T = (R/M)T$$

- Isentrope :

$$(P/\rho^\gamma) = cte$$

- Conservation de l'énergie :

$$h + 1/2 V^2 = C_p.T + 1/2 V^2 = cte$$

$$V^2 = 2C_p(T_0 - T) = 2 \frac{\gamma r}{\gamma - 1} T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)$$

- Théorème d'Euler :

$$V.dV + \frac{dP}{\rho} = 0$$

- Conservation de la masse :

$$\rho \cdot S \cdot V = cte$$

- Masse moléculaire (M) et γ des gaz constants

- Vitesse du son :

$$a = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T}$$

- nombre de Mach :

$$M = \frac{v}{a}$$

- Formules de base :

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

(écoulement isentropique + gaz parfait)

- Vitesse limite V_L :

$$V_L^2 = 2 C_p T_0 = 2 \frac{\gamma r}{\gamma - 1} T_0$$

(conservation de l'enthalpie totale)

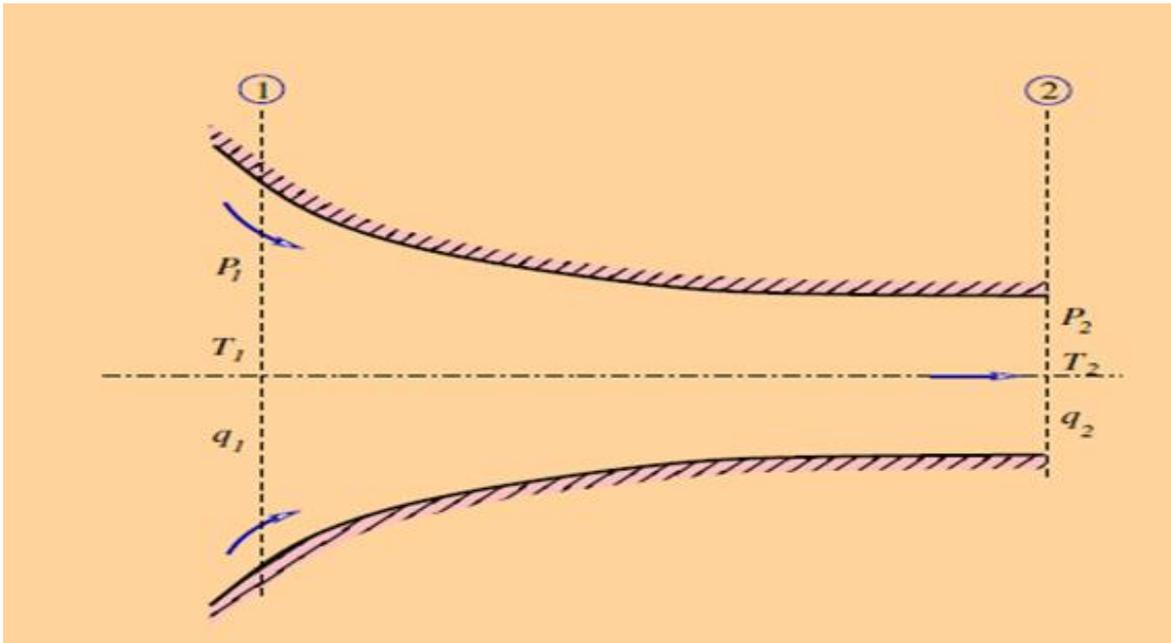


Figure II-6-écoulement d'air à travers une section variable

1er Principe :

$$Q + W = \Delta h_{cz} = (h_x - h_0) + (c_x - c_0)^2 + g(z_x - z_0)$$

Ajoute à celà, on a faire avec un canal fixe , aussi:

$$W = 0$$

Adiabatique :

$$\Rightarrow Q = 0$$

$$\Rightarrow (h_0 - h_x) = \frac{1}{2}(c_x - c_0)^2$$

$$\Rightarrow h_0 + \frac{1}{2}c_0^2 = h_x + \frac{1}{2}c_x^2$$

(conservation de l'enthalpie totale)

h_0 : **Enthalpie statique**

$h_x + \frac{1}{2}c_x^2$: **enthalpie totale : qui est fixe toujours**

$\frac{1}{2}c_0^2$: **Enthalpie dynamique**

Expression de c_x :

Soit $c \approx 0$ (entrée de la tuyère)

$$\frac{1}{2}c_x^2 = (h_0 - h_x)$$

$$\Rightarrow c_x^2 = 2(h_0 - h_x)$$

$$\Rightarrow c_x^2 = 2.Cp(T_0 - T_x)$$

Avec:

$$Cp = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}$$

$$\Rightarrow c_x^2 = \frac{2\gamma r}{\gamma - 1}(T_0 - T_x)$$

Donc :

$$c_x^2 = \frac{2\gamma r T_0}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_x}{T_0}\right)$$

La tuyère est adiabatique :

$$\Rightarrow T_0 P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_x P_x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_x}{T_0} = \left(\frac{P_x}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{P_0}{P_x}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$c_x = \sqrt{\frac{2\gamma r T}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_x}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

Expression de débit massique (q_m) :

$$q_m = \rho \cdot q_v$$

$$\rho = \frac{1}{v}$$

$$\Rightarrow q_m = \frac{s}{v} c \frac{s}{v}$$

$$\Rightarrow Q_m = s \sqrt{\frac{2\gamma r T}{\gamma - 1} \frac{T}{v^2} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

$$P_0 v_0^\gamma = P v^\gamma$$

$$\Rightarrow v^\gamma = v_0^\gamma \frac{P_0}{P}$$

$$\Rightarrow v = v_0 \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Donc :

$$Q_m = s \sqrt{\frac{2\gamma r}{\gamma - 1} \frac{T_0}{v_0^2} \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

avec $v_0 = r \frac{T_0}{P_0}$

$$\Rightarrow Q_m = s \sqrt{\frac{2\gamma r}{\gamma - 1} \frac{T_0 P_0^2}{r^2 T_0^2} \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

$$\Rightarrow Q_m = s P_0 \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{r T_0} \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

Chapitre03

Logiciel et résultats

I. Introduction

L'augmentation rapide de la puissance des calculateurs a rendu possible le développement de codes commerciaux traitant les problèmes de transport dans les fluides. Il existe un certain nombre de codes tridimensionnels industriels, aux meilleurs performances, permettant la prédiction des écoulements de fluide (ANSYS-FLUENT, CFX, PHOENICS, STAR-CD, TRIO, FEMLAB ...). Le logiciel ANSYS-FLUENT est composé, comme tout logiciel de type CFD, de trois éléments clés qui sont : le pré-processeur, le solveur et le post processeur.

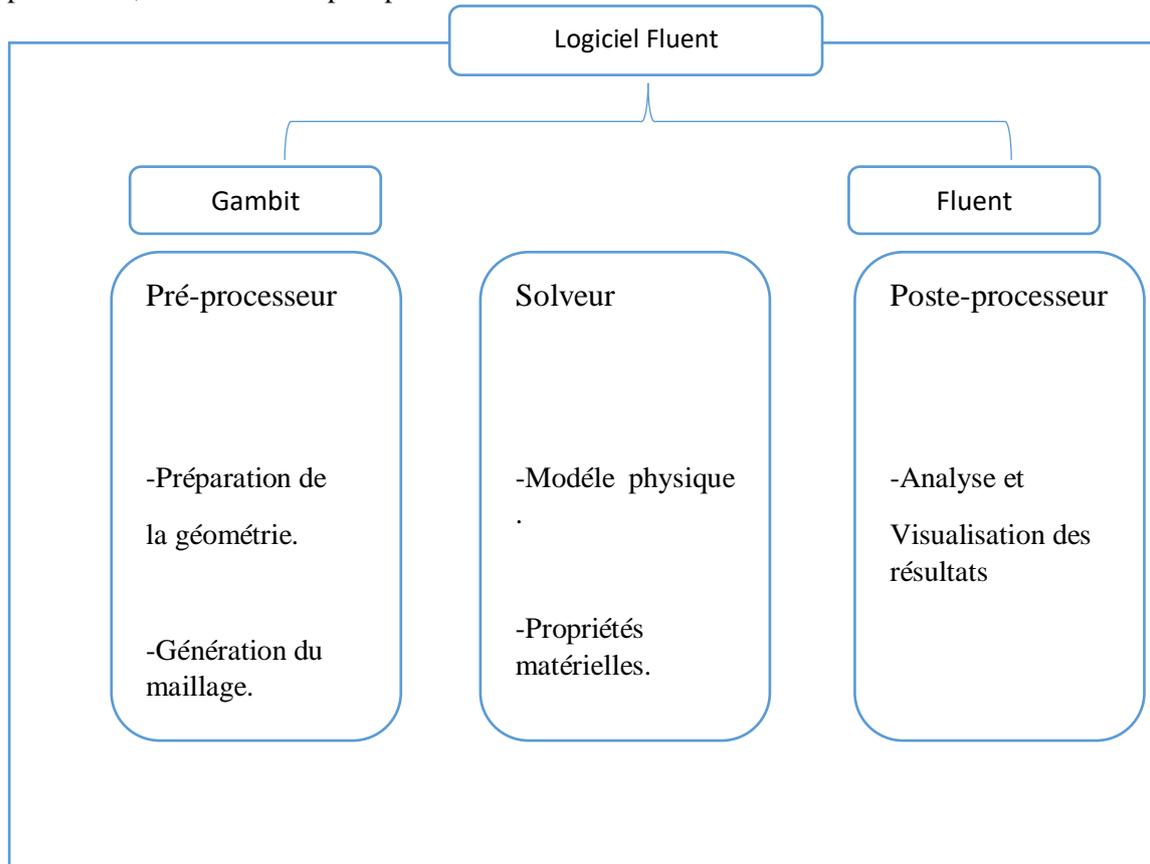


Figure III-1 : Structure de base du code " Logiciel-FLUEN

II. Gambit

Gambit est un logiciel permettant la construction de maillages structurés ou non structurés. Il possède en outre de nombreuses possibilités d'extraction qui permettent l'utilisation de ses maillages par des logiciels comme par exemple Fluent. Lors de la création d'une session, Gambit crée quatre fichiers [39]:

- Un fichier d'extension « dbs » qui contient toutes les données de la session.
- Un fichier « jou », qui retrace l'historique de la session.

- Un fichier « trn », qui reprend toutes les commandes et leurs résultats lors des différentes sessions.
- Un fichier « lok ».

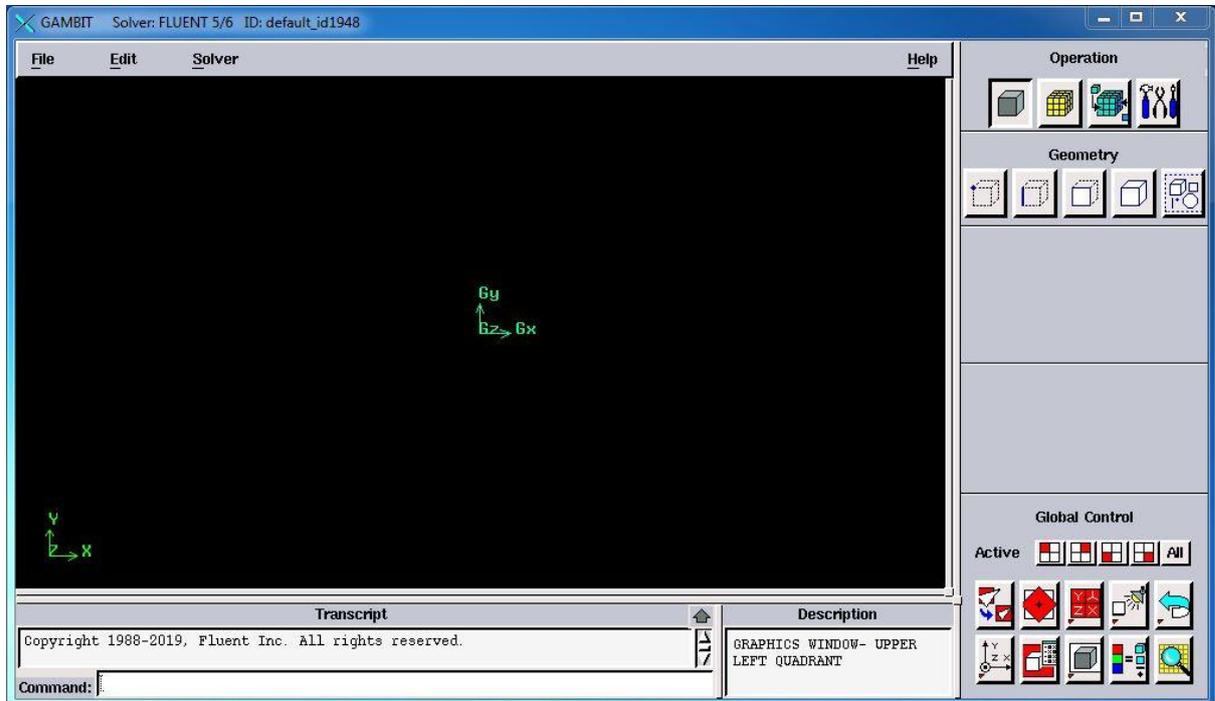


Figure III- 2-Interface de Gambit.

II.1. Maillage des géométrie

Bloc : Zone du maillage indépendante (au moment de sa création) d'autres zones adjacentes.

Sous-bloc : Zone dont le maillage est lié aux zones adjacentes [39].

Maillage conforme : Le maillage est dit conforme s'il est continu sur tout le bloc (continuité des lignes de maillage d'un bloc à l'autre et au travers de l'interface).

Maillage non conforme : Le maillage n'est pas continu au passage d'un bloc à l'autre. Par conséquent, dans un bloc, il peut y avoir plusieurs sous blocs qui sont conformes entre eux. Deux blocs sont par définition non conformes.

Remarque : Si le maillage présente des cellules non structurées, il est considéré comme non conforme et les deux sous-blocs doivent être traités comme des blocs indépendants.

La réalisation d'un maillage se fait en deux étapes : la création de la géométrie puis son maillage surfacique (2D) ou volumique (3D). Avant de commencer à construire la géométrie support du maillage, il convient de bien réfléchir au découpage topologique du domaine [39].

Pour mailler correctement une géométrie, il faut donc séparer les problèmes :

- Identifier les différentes conditions aux limites. Chacune d'entre elles est liée à un segment ou à une face propre.
- Identifier les zones de raffinement nécessaires et les modifications topologiques qui s'en suivent.
- Diviser les surfaces ou volumes en entités distinctes, permettant d'obtenir des rectangles (ou assimilés) en 2D et des parallélogrammes (ou assimilés) en 3D.
- Repérer les points nécessaires à la construction de la géométrie.

Les étapes à suivre pour la construction de la géométrie sont relativement simples une fois la topologie bien définie:

- Mise en place des points nécessaires à la construction. Cela concerne tous les points nécessaires aux segments, aux cercles, aux arcs, etc.... (voir Geometry/Vertex).
- Mise en place des segments du domaine à partir des points définis précédemment (voir Geometry/Edge).
- Mise en place des faces à partir des segments (voir Geometry/Face).
- Mise en place des volumes à partir des faces (voir Geometry/Volume).

La mise en place du maillage est plus délicate. Il convient parfois de revenir à la construction de la topologie pour obtenir un maillage plus correct et qui pourra être résolu numériquement (pas de saut de pas d'espaces trop importants par exemple) :

- On commence par définir le nombre de mailles sur chaque segment (voir Mesh/Edge). En structuré, le décalage d'une maille pouvant entraîner des erreurs importantes, il est donc préférable de définir le nombre de mailles plutôt qu'un pas d'espacement.
- Les maillages surfaciques sont déduits des maillages linéiques. Un problème lors de la mise en place du maillage provient forcément d'une mauvaise définition du nombre de mailles sur les lignes ou de l'utilisation du logiciel

II.2. Menu maillage :

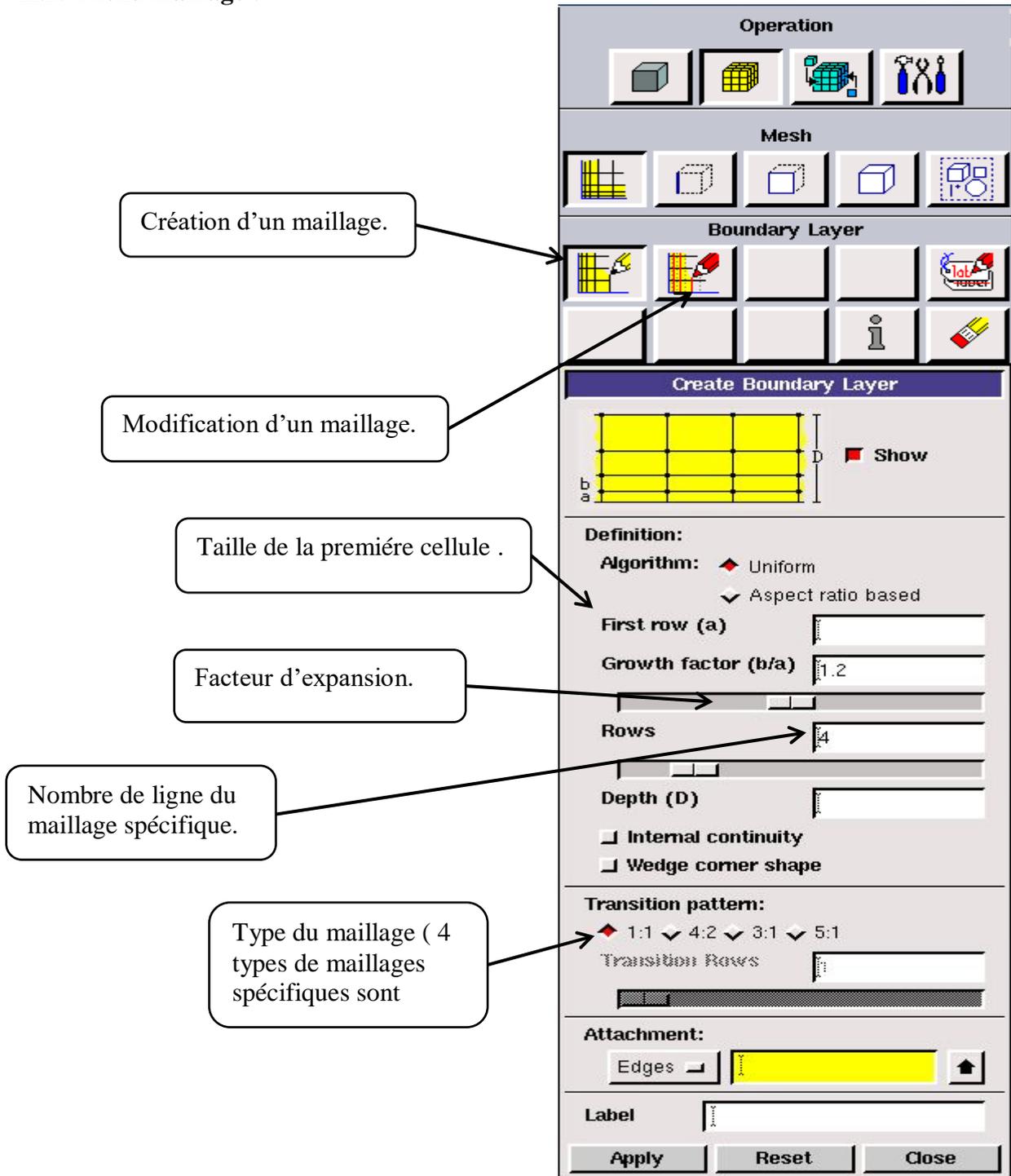


Figure III-3-Menu du Maillage spécifique pour la couche limite.

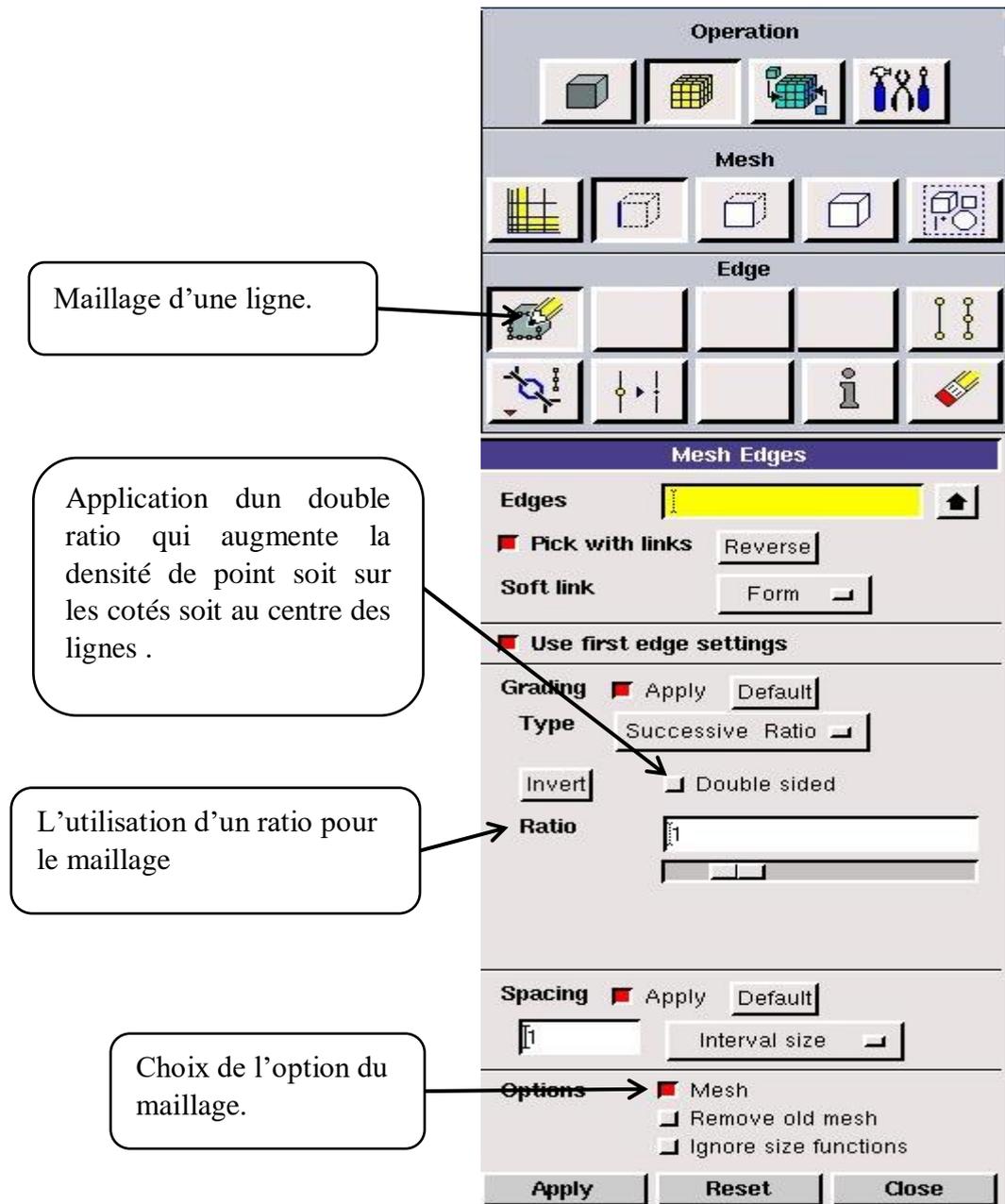


Figure III- 4-Menu de maillage d'une ligne.

Ce menu permet de mailler en particulier une ligne de la géométrie, à savoir disposer les nœuds avec des conditions particulières (utilisation d'un ratio pour modifier la pondération du maillage, application de formes différentes de maillage).

Il n'est pas nécessaire de mailler les arêtes avant de mailler le volume si on ne désire pas utiliser une pondération des nœuds sur les lignes. En effet, Gambit peut mailler un volume ou une face (en structuré ou en non structuré) avec un pas d'espace fixe pour l'ensemble de la géométrie [31].

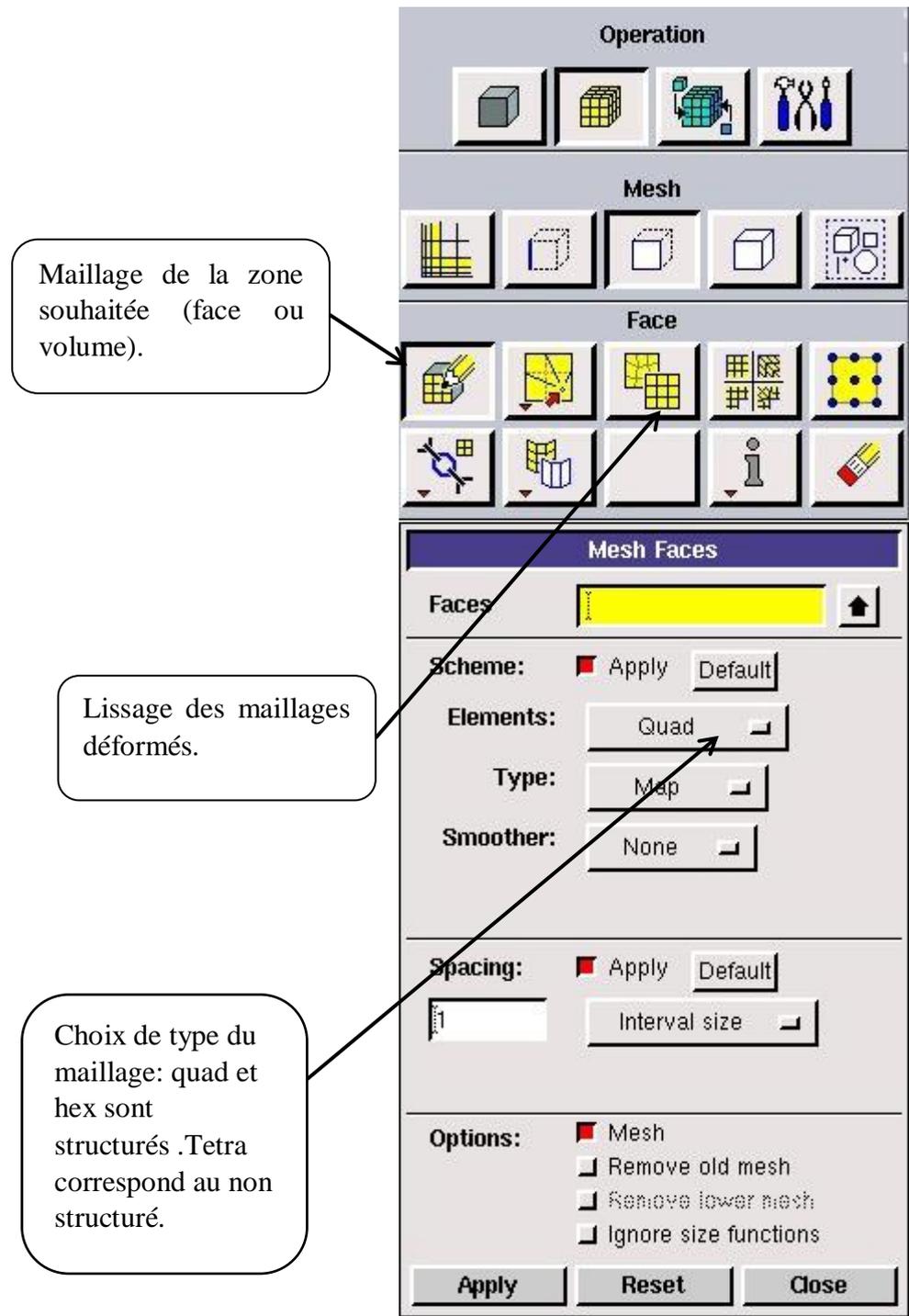


Figure III-5--Maillage d'une face .

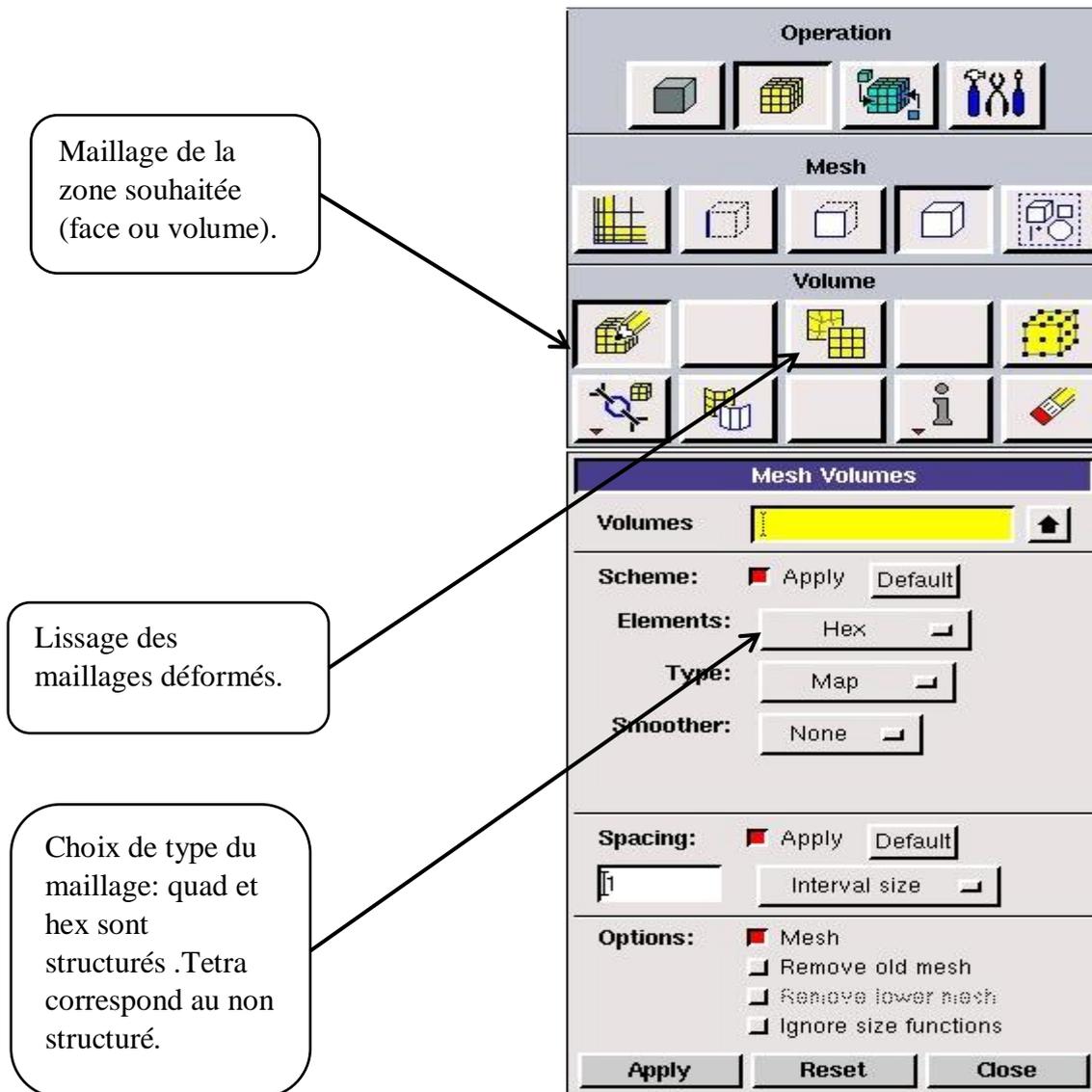


Figure III-6--Maillage d'un volume.

Ces deux menus sont fondamentaux pour la création d'un maillage dans un domaine. On peut encore une fois procéder de deux façons : soit avoir un volume et le mailler régulièrement sans avoir maillé les arêtes (plus rapide mais impossible à maîtriser), soit utiliser le maillage défini sur les lignes pour mailler le volume (dans ce cas, bien vérifier que "apply" ne soit pas coché dans "spacing").

Il est possible que dans certaines géométries complexes, Gambit refuse de mailler un domaine en structuré. Dans ce cas, deux solutions sont possibles :

soit de mailler en non structuré, soit de définir des « sous-domaines » dans lesquelles la géométrie est assez cartésienne pour permettre un maillage structuré

II.3. Conditions initiales et aux limites

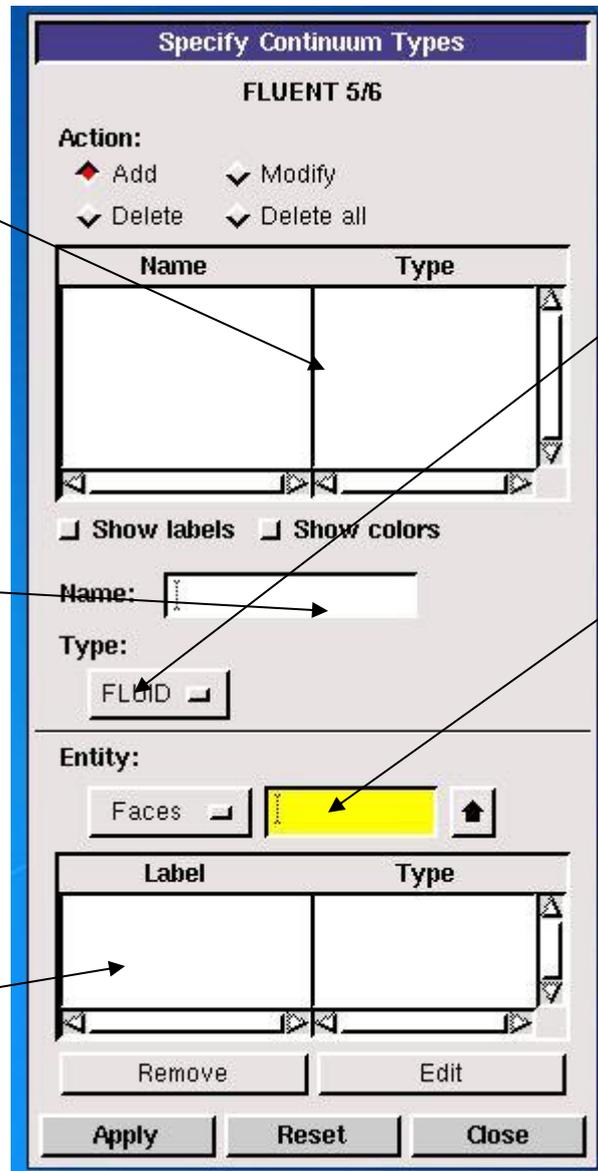
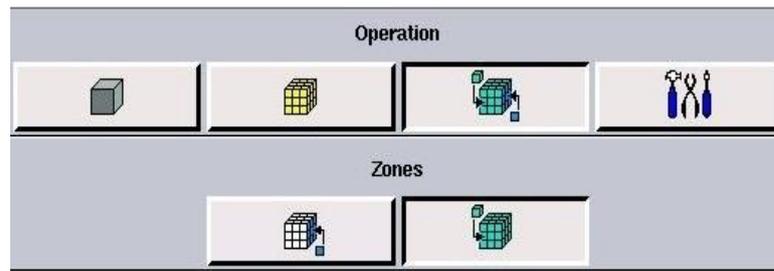
La réalisation des simulations numériques nécessite la connaissance de conditions initiales pour les variables de l'écoulement. Toutes les équations développées pour décrire un écoulement turbulent sont des équations aux dérivées partielles, dont il faut définir les conditions aux limites à partir des nœuds [43].

Dans le cas multi-bloc, les interfaces entre les blocs doivent être définies en premier dans une limite unique. L'utilisateur doit adapter la géométrie aux conditions limites, une surface en 3D (un segment en 2D) ne peut être liée à plus d'un type de limite. Toutes les limites du même type (exemple toutes les parois) peuvent être définies sous une limite unique. Chaque limite doit être nommée dans Gambit, même les limites usuelles [43]. Seules les interfaces entre les sous-blocs ne doivent pas apparaître dans les limites.

Chaque face extérieure au domaine doit faire partie d'une limite pour que le maillage soit correct, sinon Gambit refusera de créer le fichier (msh) utilisable par Fluent. Une icône renvoie à un menu similaire à celui-ci, mais qui concerne le ou les fluides présents à l'intérieur du domaine. Si seul un fluide est utilisé, il n'est pas nécessaire de le définir (Fluent le reconnaît directement). En revanche, s'il y a deux fluides ou plus, il est conseillé de les définir séparément [39].

La spécification des conditions aux limites est effectuée selon le problème traité

Ce menu permet de définir les conditions physiques aux limites du domaine, à savoir si les lignes (en 2D) ou les faces (en 3D) sont des entrées, des sorties de fluide, des surfaces libres, des axes de symétries, des murs...



L'ensemble des Conditions aux limites.

Nom donné à la limite en train d'être définie. Ce nom est important car il sera repris sous Fluent. Si les noms ne sont pas clairs, on risque de mélanger les limites (problématique pour fixer des conditions).

Ensembles des faces que comprenant la limite.

Type de limite choisi (le choix varie en fonction du solveur choisi pour résoudre le problème).

Faces ou lignes définissant la limite

Figure III-7--Conditions aux limites en Gambit.

III. Code Fluent

Le code de calcul Fluent [42] utilisé dans notre étude est commercialisé par le groupe Fluent. Ce groupe est actuellement l'un des pôles de compétence en mécanique des fluides numérique les plus importants. Il développe et commercialise une solution complète sous forme de

logiciels de CFD (Computational Fluid Dynamics) généralistes qui simulent tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques pour toute l'industrie. Ce code est largement utilisé dans l'industrie aéronautique, automobile et offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Fluent est un programme informatique conçu pour la simulation des écoulements de fluide et du transfert de chaleur dans des géométries complexes. Il présente une grande flexibilité des résultats et une adaptation avec n'importe quel type de maillage. Il permet le raffinement du maillage en fonction des conditions aux limites, des dimensions et même des résultats déjà obtenus.

Fluent, écrit en langage C, emploie toute la flexibilité et la puissance qu'offre ce langage. Il utilise l'architecture « serveur client » nécessaire au calcul parallèle sur plusieurs machines. Fluent dispose d'un outil de graphisme pour l'affichage des résultats et leur exploitation. On peut aussi exporter les résultats vers un autre logiciel de graphisme [39].

Interface du code Fluent

On peut utiliser 4 versions de Fluent 2d, 3d, 2ddp, 3ddp ayant la même interface



Figure III-8 - Choix de la version.

- 2d (2 dimensions).
- 2ddp (2 dimensions double précision).

- 3d (3 dimensions).
- 3ddp (3 dimensions double précision).

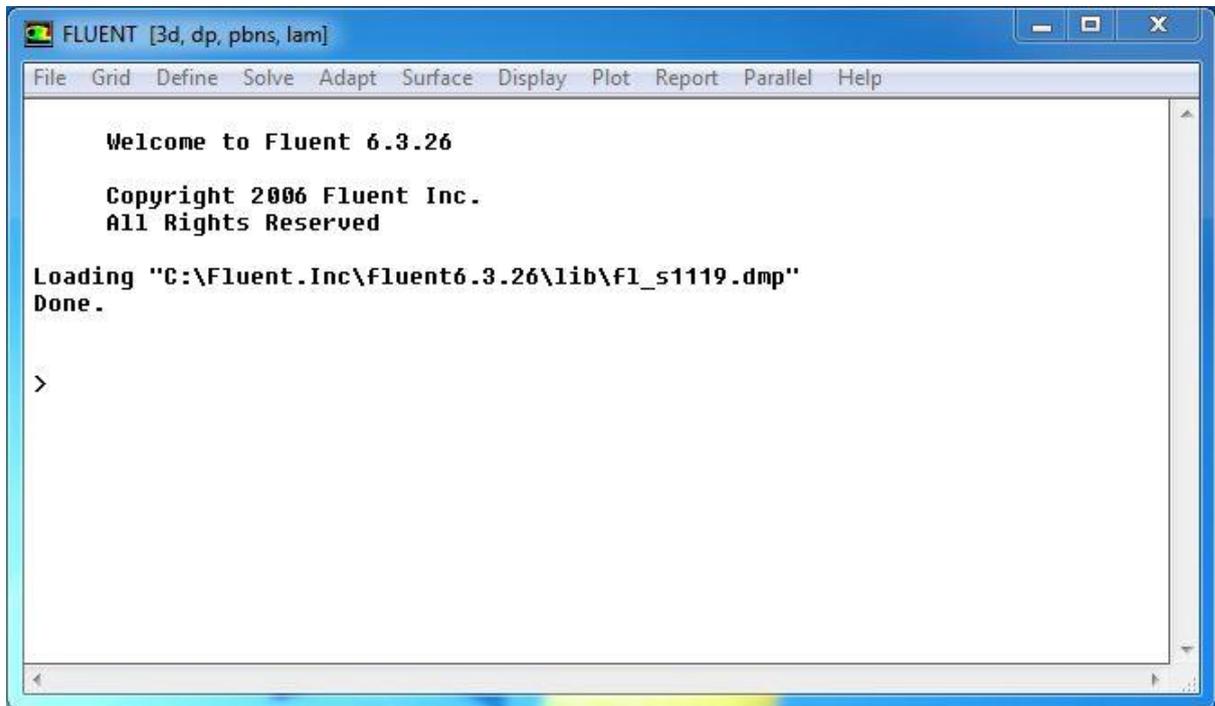


Figure III-9: Vue globale de Fluent.

Fluent est un logiciel largement utilisé dans l'industrie parce qu'il offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Ces raisons ont motivé notre choix pour l'utilisation de Fluent. Les fonctions (figure III.5) disponibles pour la procédure numérique sont:

File: pour les opérations concernant les fichiers: lecture, sauvegarde, importation etc....

Grid: pour la vérification et la manipulation du maillage ainsi que la géométrie.

Define: pour définir les phénomènes physiques, les matériaux et les conditions aux limites.

Solve : pour choisir les équations à résoudre, les schémas de discrétisations, les facteurs de sous relaxation, les critères de convergence et pour initialiser et procéder au calcul.

Adapt: pour l'adaptation du maillage selon plusieurs paramètres.

Surface: pour créer des points, des lignes et des plans nécessaires à l'affichage des résultats.

Display et plot: pour l'exploitation des résultats.

Report : pour afficher des rapports contenant les détails du problème traité.

Parallèle : pour le calcul parallèle.

Help : pour l'exploitation du contenu du code.

Le post-processeur permet de visualiser la géométrie et le maillage du domaine mais surtout d'afficher les résultats obtenus. Il est ainsi possible de visualiser les champs de pressions, de vitesses et de températures ..., ainsi que toutes les grandeurs calculées. Il offre aussi la possibilité de tracer et de visualiser les lignes de courants.

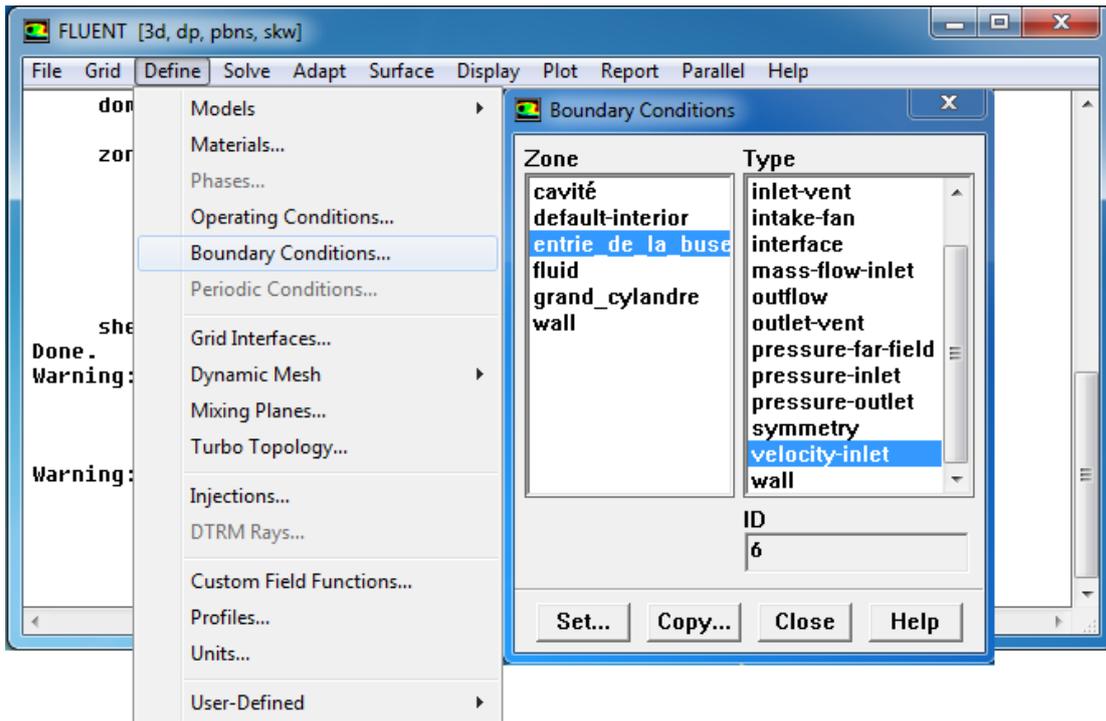


Figure III-10-Conditions aux limites en Fluent

Le dernier sous-menu utile ou Fluent est « Boundary Conditions» qui fixe les conditions aux limites du problème. On a précédemment vu que les limites physiques sont déjà introduites sous Gambit, cependant on doit les expliciter et leur donner une valeur sous Fluent (ceci montre que même si l'on a fait une erreur de condition sous Gambit, on peut encore la corriger sous Fluent). Il faut fournir au modèle numérique les conditions initiales qui représentent l'état de l'écoulement lors du démarrage de la simulation. Il est nécessaire de donner des vitesses initiales de l'écoulement à l'entrée du diffuseur, ainsi que les valeurs initiales pour la turbulence, et si c'est possible, donner la valeur de la pression à l'entrée.

Le menu « SOLVE » : le premier sous-menu est le menu « Controls » qui comprend tout d'abord l'option solution : C'est grâce à cette option que l'on va pouvoir entrer les différents

facteurs de sous-relaxation du système : pression, température, etc... Ces facteurs peuvent être modifiés au cours de la résolution.

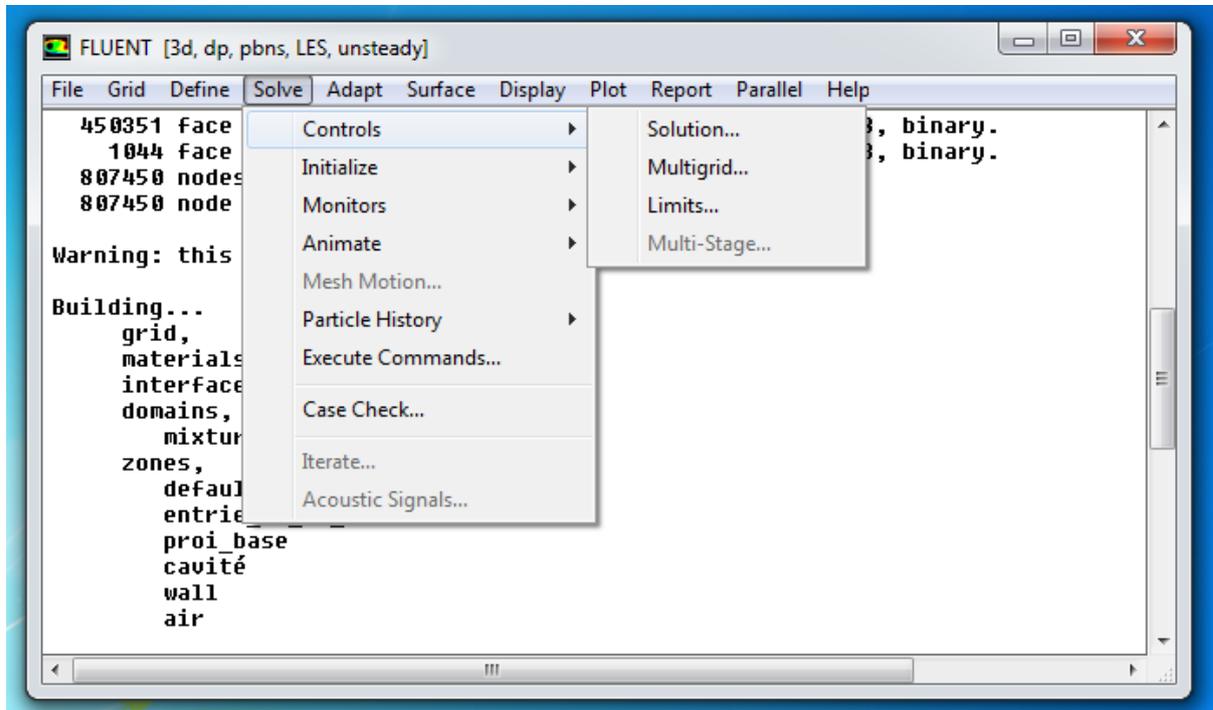


Figure III-11-Option facteurs de sous-relaxation du système.

L'autre sous-menu de SOLVE est Initialize : ce menu permet de fixer les conditions initiales du système telles que les vitesses initiales suivant (x, y et z) par exemple, ainsi que la température du fluide.

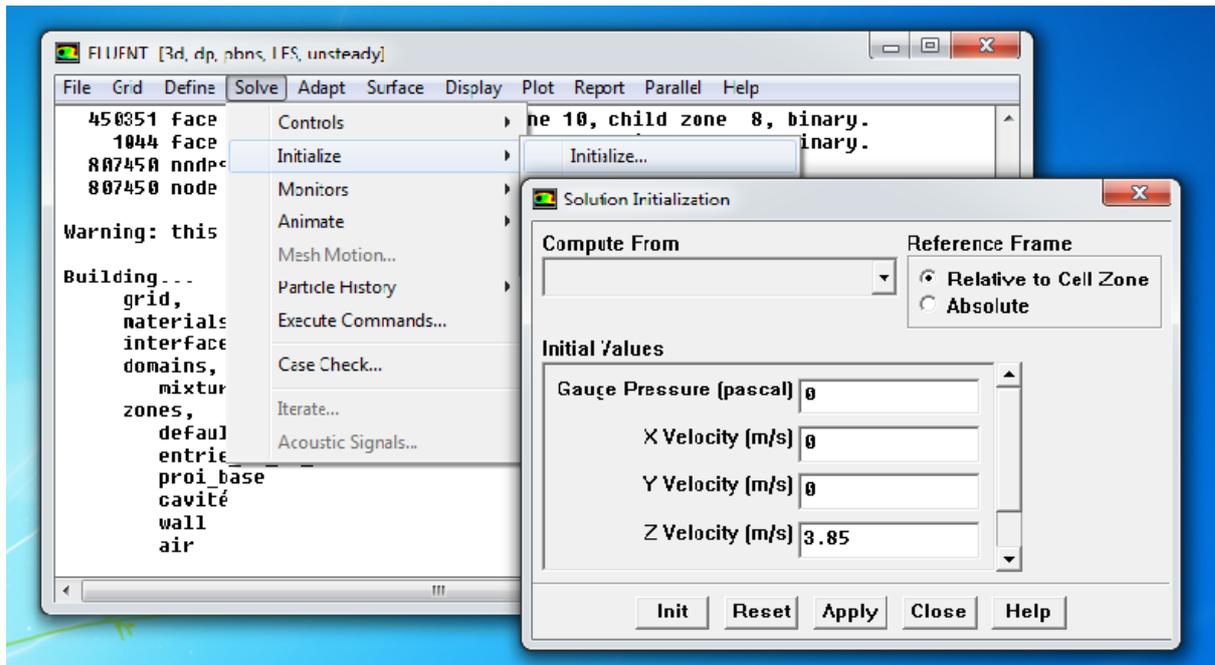


Figure III-12-option Initialisation.

Le menu suivant « Monitors » : l’option qu’il contient et qu’il faut bien utiliser est l’option «résiduel», dans cette option il faut d’abord cocher plot afin d’afficher graphiquement l’évolution des résidus en fonction des itérations successives.

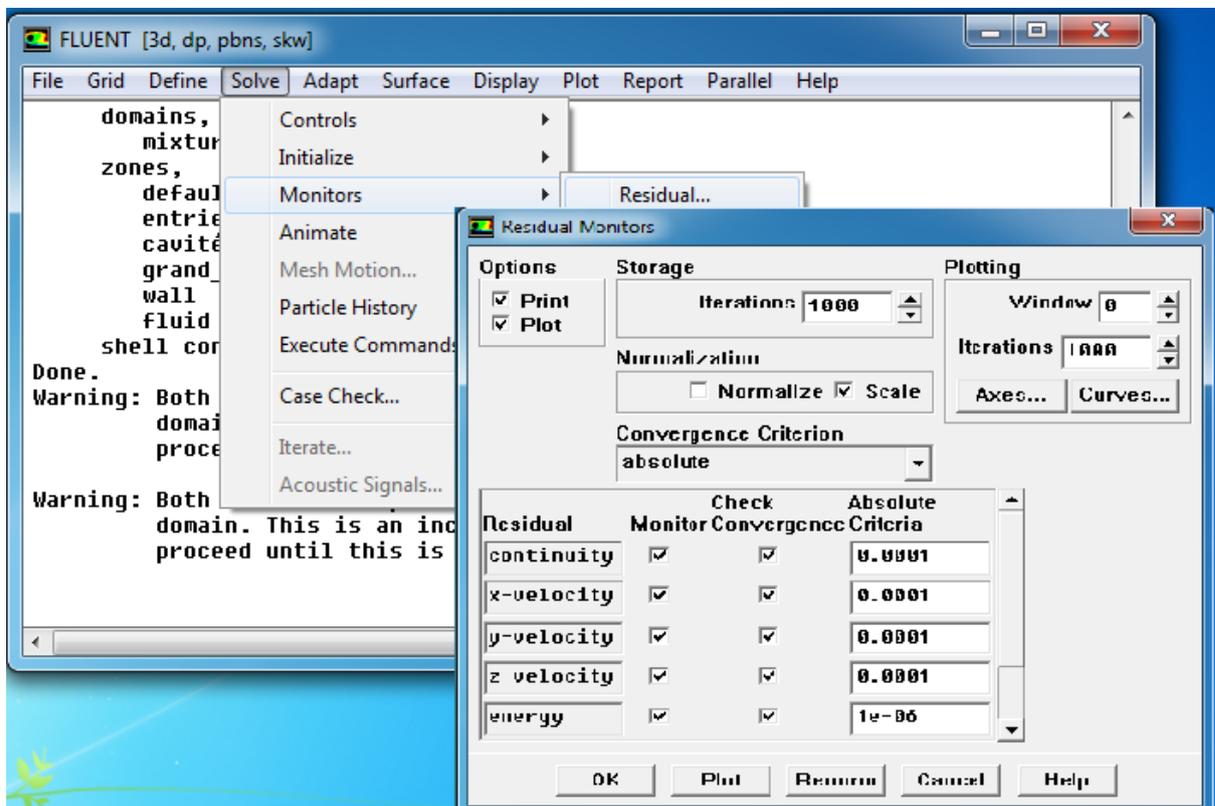


Figure III-13-option residuel.

Lancer les calculs en choisissant le sous-menu « Iterate » et de choisir encore une fois le nombre d'itération maximum que l'on se fixe pour souhaiter que les résultats convergent.

On utilise le menu « DISPLAY ».

Le menu « contours » : on observe les variations des variables (vitesse, température...) avec les iso-surfaces.

Le menu « vectors » : les valeurs sont traduites par des vecteurs, ceci est surtout utile pour la visualisation des vecteur de vitesse.

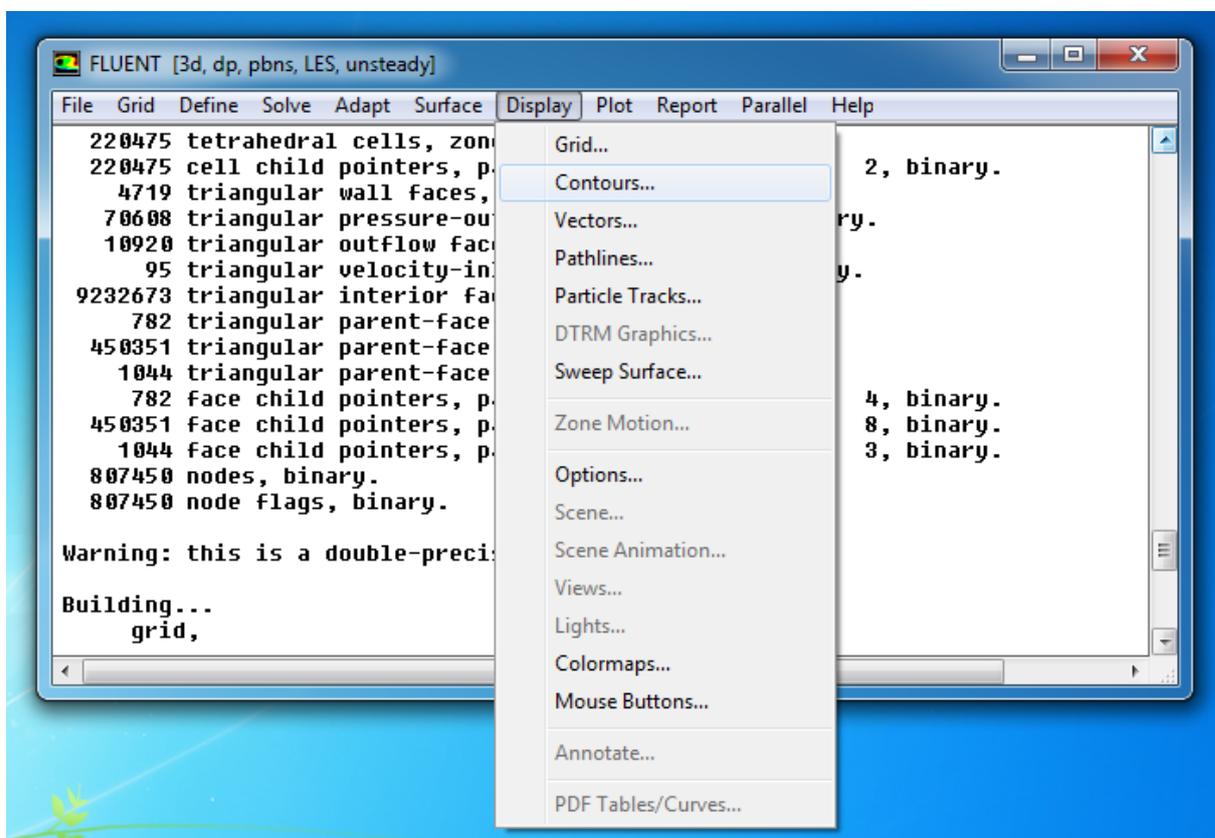


Figure III-14-Option contours.

Enfin enregistrer le fichier (fichier.cas) par file, write, cas.

Résultats

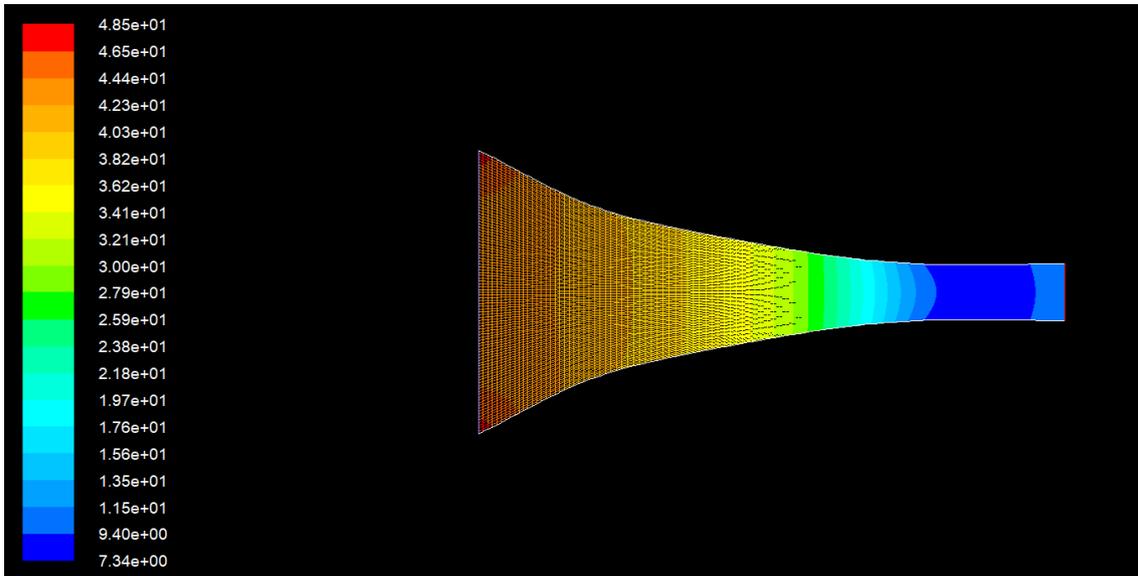


Figure III-15-countour de pression

Dans le cas de pression en remarque que plus on se rapproche de la sortie de la tuyère plus la pression diminue (chute d'enthalpie),

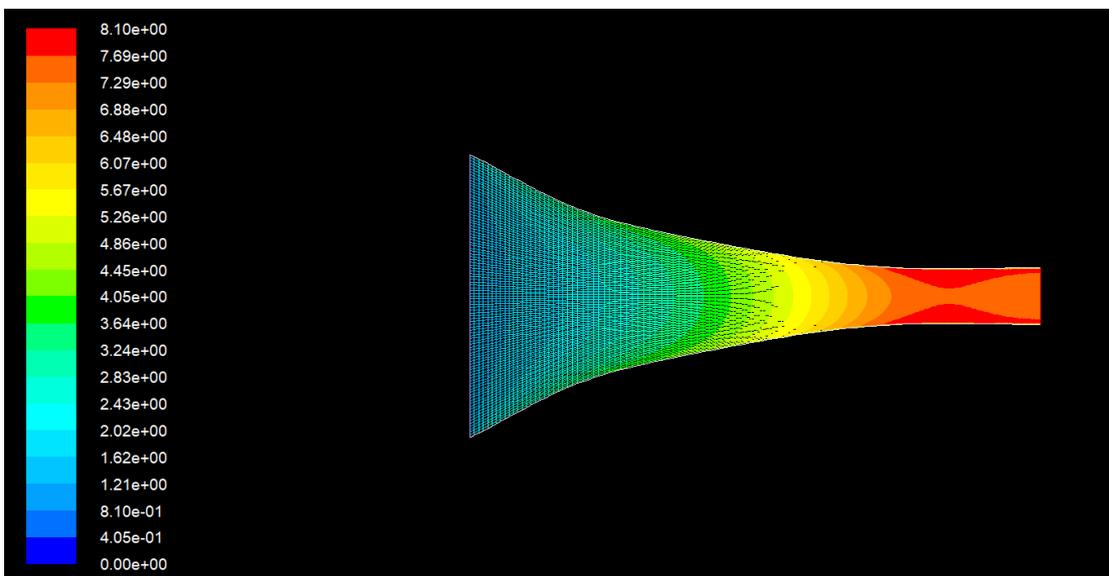


Figure III-16- countour de vitesse

Dans le cas de vitesse en remarque que plus on se rapproche de la sortie de la tuyère plus la vitesse est grande (accroissement en énergie cinétique qui est dû à la chute d'enthalpie)

IV. Profil de vitesse Cx par rapport nombre de mach :

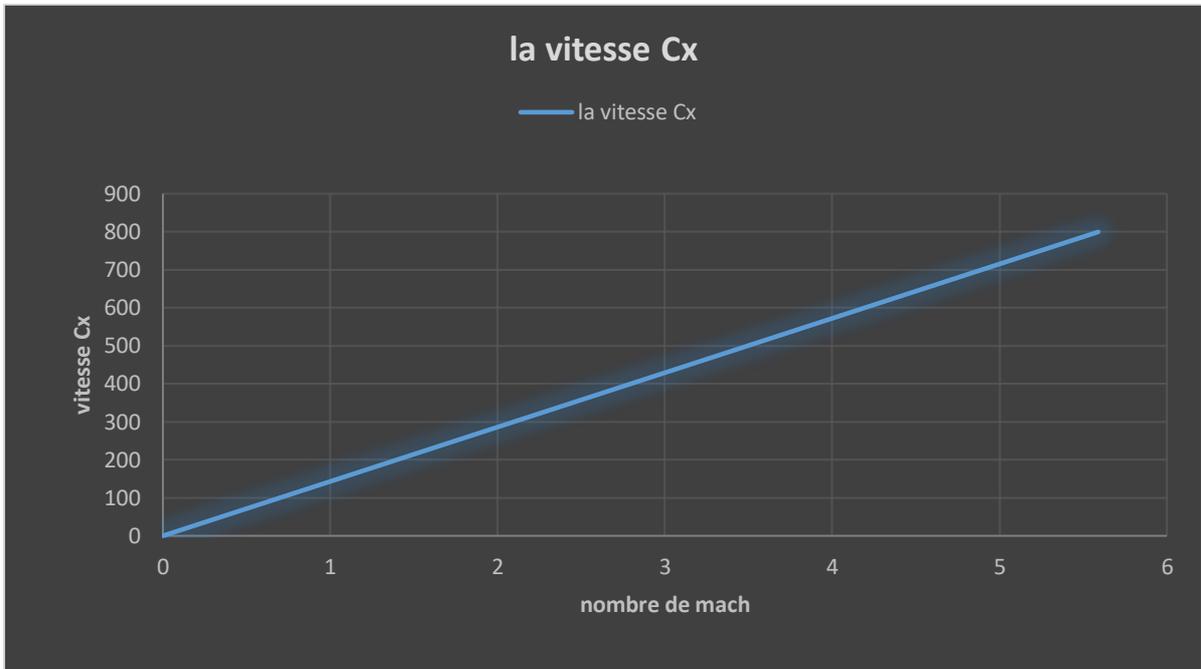


Figure III-17-Profil de vitesse Cx par rapport nombre de mach

En remarque que la vitesse augmente avec l'augmentation de nombre de mach. Cette augmentation démarre normale jusqu'à le nombre de mach égal 3.

Dans ce point, l'augmentation de la vitesse avec le nombre de mach est plus vite qu'il crée trois régimes :

- Subsonique : l'intervalle de ce régime est inférieur de $M=1$ généralement avant le col de tuyère
- Sonique : l'intervalle de ce régime est r de $M=1$ généralement dans le col de tuyère
- Supersonique: l'intervalle de ce régime est le supérieur de $M=1$ généralement après le col de tuyère dans une tuyère de Laval

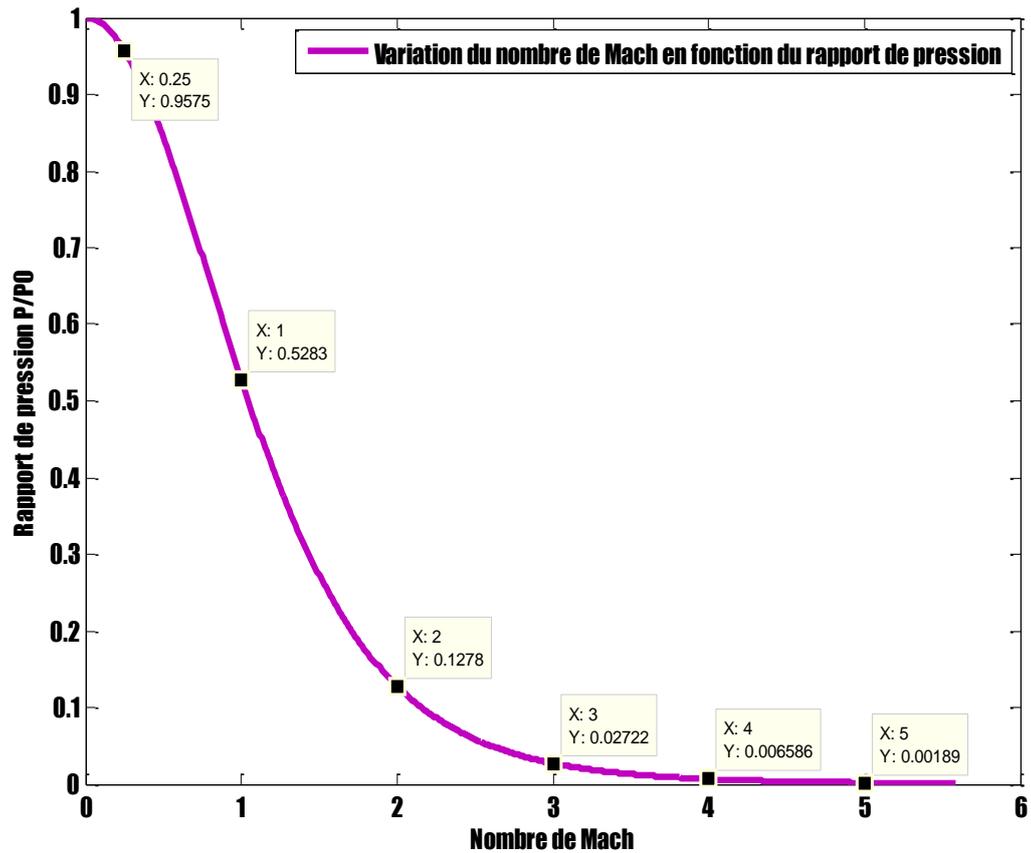


Figure III-18 : Variation du nombre de mach en fonction du rapport de pression

En remarque que le rapport de pression en fonction de nombre de Mach a diminué avec 10 fois jusqu'à $M=3$ après ce point on voit une chute libre de rapport de pression qu'il diminue presque de 30 fois

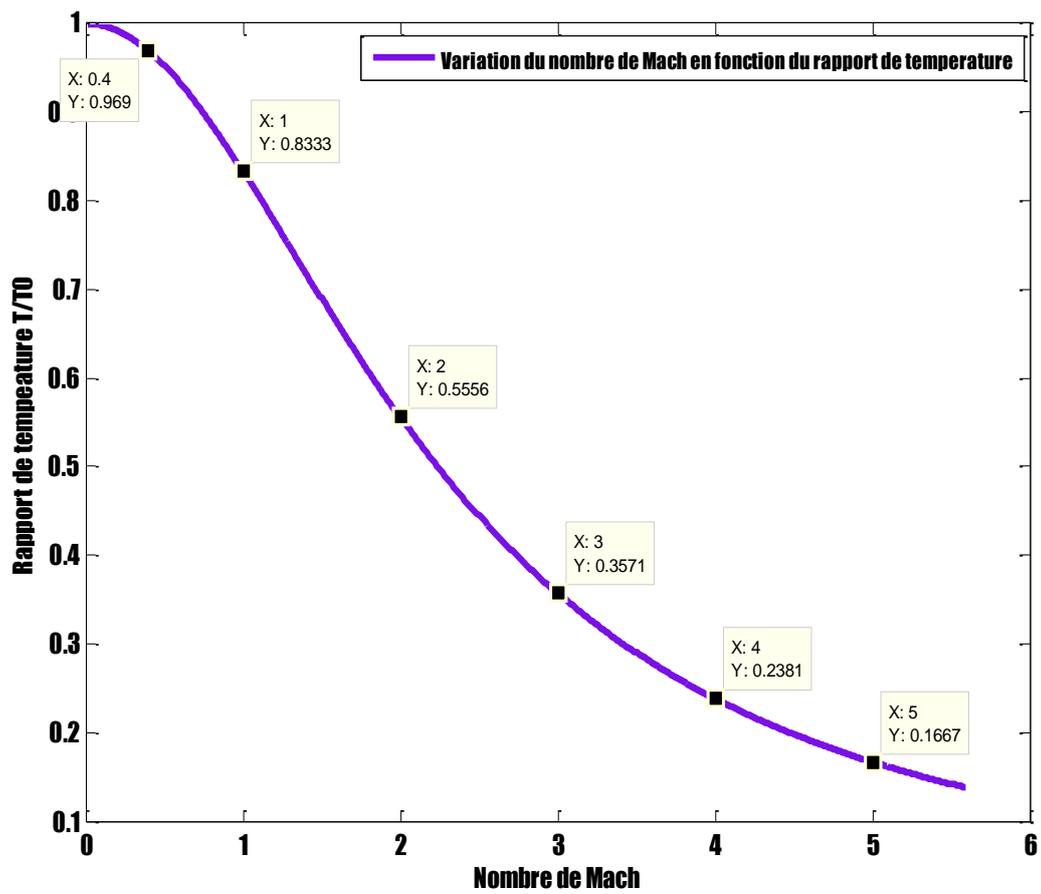


Figure III-19 : Variation du nombre de mach en fonction du rapport de température

En remarque que le rapport de température a diminué en fonction du nombre de Mach jusqu'à $M=6$

Conclusion Générale

La conception des tuyères supersoniques reste un domaine assez vaste avec des sujets de recherches riches en progression, tels que l'amélioration de la manoeuvrabilité et la furtivité des avions de combat via l'obtention d'une poussée maximale par l'intermédiaire de la conception de la tuyère. A partir de cette étude de calcul de l'écoulement supersonique dans la tuyère convergente-divergente avec l'hypothèse d'un gaz parfait et dans le cadre d'un gaz thermiquement et calorifiquement parfait. On a pu avoir nos résultats d'après :

-Le programme de calcul numérique, qui permet de déterminer par une méthode développée en collaboration, les formes de profils des tuyères supersoniques donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle, et le calcul des paramètres thermodynamiques à travers la tuyère.

-La simulation numérique qu'on a réalisée par le code fluent pour le cas bidimensionnelle dans le cadre d'un gaz parfait.

A la fin on peut citer les points suivants :

- Le choix du nombre de Mach de sortie influe sur la conception de celle-ci de sorte qu'un nombre de Mach de sortie plus élevé demande une taille de tuyère plus ample.
- La plus petite longueur de tuyères est obtenue dans le cas d'une tuyère à corps central.
- Tous les paramètres et autres peuvent être déterminés en fonction du nombre de Mach à la sortie MS et le rapport des chaleurs spécifiques γ du gaz utilisé pour le modèle GP.
- La variation des paramètres thermodynamiques contribue au choix du matériau de construction de la tuyère.

Après une recherche bibliographique assez poussée dans le domaine de la conception des tuyères supersoniques tout au long de notre étude, nous remarquons que différents documents et travaux publiés du domaine traitent le modèle du gaz parfait à chaleurs spécifiques C_p et C_v constantes] pour différentes configurations de tuyères, tel que nous l'avons effectué dans ce mémoire pour la tuyère à corps central de type à bouchon.

Cependant, l'hypothèse du gaz parfait devient irrecevable en ce qui concerne le comportement réel du gaz lorsque la température génératrice est élevée, dépassant les 1000 K. De ce fait, le modèle mathématique de calcul nécessite une reconsidération tout en tenant compte de la variation de température, d'où la nouvelle dénomination « modèle du gaz parfait à haute température ». Il faut noter qu'au niveau de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, il n'y a pas de changement quelconque sauf pour la conservation de l'énergie.

L'application des tuyères dimensionnées sur la base des hypothèses d'un gaz parfait au cours des expériences aéronautiques, quand la chambre de combustion génère des températures élevées, donne des résultats concernant les performances convoités par la tuyère, avec des valeurs différentes de celles définies par le calcul. Nous proposons alors en tant que sujet de mémoire future de faire la conception du même type de tuyères, en développant un modèle mathématique qui va tenir compte de la température et la pression, et ainsi en apportant des modifications à l'étude que nous avons établie.

Enfin, nous dirons que ce travail nous a permis de bien comprendre le comportement des écoulements compressibles dans les tuyères supersoniques, ainsi de manipuler un code très puissant qui offre des recherches à moindre coût.

A l'issue de ce travail de nombreuses perspectives apparaissent, nous espérons de faire une étude plus détaillés du cas tridimensionnel, avec une étude d'un cas turbulent. Il nous semble intéressant d'introduire d'autres paramètres influents sur la structure de l'écoulement tel que les parois perforées et le changement brusque de la section.

Références bibliographique

CHAPITRE 1

- [1] CALMON.J. la propulsion des aéronefs. Encyclopædia Universalis, sur universalis.fr (consulté le 16mai2022).
- [2]- DELERY, J. "Traité d'aérodynamique compressible, écoulements monodimensionnels stationnaires et surfaces de discontinuité ", (Vol. 2). Lavoisier. (2008)
- [3] LALLEMEND, A. "Ecoulement monodimensionnel des fluides Compressibles", Techniques de l'ingénieur Génie énergétique – B 8 165.
- [4] LAIR jean-pierre. «Cabinet Barré-Gatti-Laforgue » (16-05-1991) (consulté le 21mai2022)
- [5] Bayle-Laboure, Gérard Joseph Pascal7 bis ; Bouiller, Jean Georges 10 ;Buisson, Marc François Bernard 120 ; Soligny, Marcel Robert 136 (SOCIETE NATIONALE D'ETUDE ET DE CONSTRUCTION DE MOTEURS D'AVIATION, "S.N.E.C.M.A.") (20-06-1984) (consulté le 16mai2022)

CHAPITRE 2

- [1] JEAN DELERY Traité d'aérodynamique compressible, Volume 2, écoulements monodimensionnels stationnaires et surfaces de discontinuité, Lavoisier 2008
- [2] ANDRE LALLEMEND, Ecoulement monodimensionnel des fluides Compressibles, Techniques de l'ingénieur Génie énergétique – B 8 165
- [3] REIJASSE, P, aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régime stabilisé, PhD Thesis, Université de Paris VI, 2005
- [4] J DELERY, Aérodynamique interne, tuyères et arrières corps, Département Aérothermodynamique, E.N.S.A.E, 1989
- [5] Formation Propulseurs – Laurent LEMOINE – septembre 2008
- [6] C. COULON, S. LE BOITEUX et P. seconds thermodynamique physique Cours et exercices avec solutions Edition DUNOD
- [7] H.B. Callen Thermodynamics, Cours , Edition John Wiley and Sons, 1960
- [8] R. CLERAC, C. COULON, P. GOYER, S. LE BOITEUX et C. RIVENC THERMODYNAMICS, Cours et travaux dirigés de thermodynamique Université Bordeaux 1, 2003
- [9] O. PERROT. Cours de thermodynamique I.U.T. de Saint-Omer Dunkerque, 2011
- [10] C. LHUILLIER, J. ROUS, Introduction à la thermodynamique, Edition Dunod

CHAPITRE 3

- [1] Abderahim Belguendouze; Djaafri fouad. Confort thermique dans les locaux à usage d'habitation par l'application d'un jet d'air lobé. Université de Bordj Bou Arreridj 2018/2019
- [2] RAO, G. V. R, "Exhaust nozzle contour for optimum thrust", Jet Propulsion, Vol. 28, No. 6, June 1958.
- [3] RAO, G.V.R., "Approximation of optimum thrust nozzle contours", ARS Journal J30 (6), June 1960.
- [4] Girard, S., Etude des charges latérales dans une tuyère supersonique sur détendue. Thèse de Doctorat : Université de Poitiers, 15 décembre 1999.