

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Université de Mohamed El-Bachir El-Ibrahimi - Bordj Bou Arreridj

Faculté des Sciences et de la technologie

Département d'électronique

Mémoire

Présenté pour obtenir

LE DIPLOME DE MASTER

FILIERE : ELECTRONIQUE

Spécialité : Electronique des systèmes embarqués

Par

ZOUICHE Achref

Intitulé

*Approches variationnelles appliquées à la restauration d'images couleurs et
au niveau de gris par déconvolution*

Soutenu le : XX-XX-2022

Devant le Jury composé de :

<i>Nom & Prénom</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Etablissement</i>
<i>DAACHI Mohamed El Hossine</i>	<i>MCA</i>	<i>Président</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>DIFELLAH Nacira/HAMDINI Rabah</i>	<i>MCB</i>	<i>Encadreur</i>	<i>Univ-BBA</i>
<i>LATOUI Abdelhakime</i>	<i>MCA</i>	<i>Examineur</i>	<i>Univ-BBA</i>

Année Universitaire 2021/2022

Remerciements

Remerciements

Avant tout, je remercie Dieu le tout puissant qui a illuminé notre chemin et qui nous a donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire.

Je voudrais dans un premier temps remercier, mon encadreuse Dr. Nacira DIFFELLAH , enseignante chercheuse à l'université Mohamed El Bachir El Ibrahimi, pour sa patience, sa rigueur, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans son aide précieuse et son encadrement exceptionnel.

Mes remerciements s'adressent à mon Co-encadreur Dr. Rabah HAMDINI enseignant vacataire au sein de notre département d'avoir me dirigé avec une grande patience, une pédagogie extraordinaire et avec de bonne humeur notre travail, qu'il trouve ici le témoignage de toutes mes reconnaissances et profondes grâces, je le remercie chaleureusement.

mes remerciements s'adressent également à l'ensemble des membres du jury : Dr DAACHI Mohamed El Houssine et DR LATOUI Abdelhakim, qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir étudier avec attention mon travail.

Je remercie également tous les enseignants qui ont contribué à ma formation, pour la qualité de l'enseignement qu'ils m'ont prodigué au cours des années passées à l'Université de MOHAMED EL BACHIR EL IBRAHIMI.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude envers le personnel administratif du département d'électronique.

C'est avec un grand plaisir que je réserve ces lignes en signe de gratitude et de reconnaissance aux nombreuses personnes qui ont contribué de près ou de loin pour la réalisation de ce travail.

Merci.

Dédicace

Dédicace

je dédie ce modeste travail:

A la mémoire de mon père

A la personne la plus chère de ma vie, ma mère

A mes chers frères et sœurs.

Une spéciale dédicace pour Dr.Diffellah.

Résumé

ملخص

في مذكرة الماستر هذه، نحن مهتمون بطرق التنظيم الحتمية حيث يكون التنظيم هو نفسه في كل مكان من الصورة من أجل إيجاد حل لمشاكل تقليل الضوضاء أو فك الارتباط.

تتمثل مشكلتنا في إيجاد الحد الأدنى من الدالة التي تتكون من حدين : الحد الأول يجذب الحل إلى حل المربعات الصغرى ، هذا هو الحد المرفق إلى البيانات و الحد الثاني الذي ينظم هذا الحل عن طريق تقليل معيار الحل. الهدف من هذا المشروع هو تطوير وتنفيذ خوارزمية عددية لحل مشاكل تحسين المربعات الصغرى تحت التباين الكلي كقيد الكلمات المفتاحية: تقليل الضوضاء، التباين الكلي، فك الارتباط، معيار l_1 ، معيار l_2

Résumé

Dans ce travail de master, nous nous intéressons aux méthodes de régularisation déterministes (variationnelles ou par EDP) où la régularisation est la même partout sur l'image pour trouver une solution aux problèmes de débruitage ou de déconvolution. Notre problème consiste à trouver le minimum d'une fonctionnelle qui comprend deux termes: un premier terme qui attire la solution vers la solution des moindres carrés, c'est le terme d'attache aux données et un second terme qui régularise cette solution en minimisant la norme de la solution. Le but de ce projet est de développer et implémenter un algorithme numérique pour résoudre les problèmes d'optimisation des moindres carrés sous la variation totale comme contrainte.

Mots clés : déconvolution, débruitage, variation totale, norme l_1 , norme l_2

abstract

In this master memory, we are interested in deterministic regularization methods (variational or by PDE) where the regularization is the same everywhere on the image to find a solution to denoising or deconvolution problems. Our problem consists in finding the minimum of a functional which consists of two terms: a first term that attracts the solution to the least squares solution, this is the attachment term to the data and a second term that regularizes this solution by minimizing the norm of the solution. The objective of this project is to develop and implement a numerical algorithm to solve the least-squares optimization problems under total variation as a constraint.

Keywords :deconvolution, denoising, total variation, norm l_1 , norm l_2

Sommaire

Sommaire

Introduction générale.....	01
-----------------------------------	-----------

Partie théorique :

Restauration d'images par déconvolution

I.1 introductions.....	02
I.2 bruit.....	02
I.2.1 Définition du bruit.....	02
I.2.2 Les différentes sources du bruit	02
Problème de transmission	02
Problème optiques	02
Problème de compression	02
Problème d'échantillonnage	03
I.2.3 Types de bruit et modélisation	03
Bruit additif	03
Bruit multiplicatif	05
Bruit convolutif	05
Bruit impulsionnel.....	05
I.3 Débruitage d'images.....	05
I.4 Quelque rappel mathématique de l'espace et l'analyse vectoriels.....	06
I.4.1 Espaces vectoriels normés.....	06
I.4.2 Gradient.....	07
I.5 Déconvolution d'image par les méthodes classiques.....	07
I.5.1 Filtre de wiener.....	07
I.5.2 Déconvolution de Richardson-Lucy.....	10
I.6 Restauration d'images par les méthodes Variationnelles.....	11

Sommaire

I.6.1.Introduction.....	11
I.6.2. Méthode des moindres carrées.....	11
I.6.3. Régularisation de Tychonov	12
I.6.4 La méthode Rudin, Osher et Fatemi (ROF)	13
I.7 Méthodes variationnelles de déconvolution.....	14
1.7.1 Déconvolution variationnelle par la norme ℓ_1	15
1.7.2 Déconvolution variationnelle par la norme ℓ_2	16
I.8 Critère d'analyse pour le débruitage d'images.....	17
I.8.1 Erreur quadratique moyenne (MSE)	18
I.8.2 Rapport signal sur bruit (SNR)	18
I.8.3 Rapport signal sur bruit en pic (PSNR)	19
I.8.4 Indice de Similarité Structurale (Structural Similarity : SSIM)	19
I.9 Conclusion.....	20

Partie pratique :

Résultats de simulation et discussion

II.1 Introduction.....	21
II.2 Image de test.....	21
II.3 Résultats de simulation des images niveau de gris.....	22
II.3.1 Test de l'image '42049.jpeg'.....	22
a) Test de l'image '42049.jpeg' avec sigma=1. 3.....	23
b) Test de l'image '42049.jpeg' sigma=2.....	24
c) Test de l'image '42049.jpeg' sigma=10.....	25
II.3.2 Test de l'image 'lena.tif'	26

Sommaire

a) Test de l'image 'Lena.tif' avec $\sigma=1$. 3.....	26
b) Test de l'image 'Lena.tif' avec $\sigma=2$	27
c) Test de l'image 'Lena.tif' avec $\sigma=10$	28
II.3.3 Test de l'image '208001.jpeg'.....	28
a) Test de l'image '208001.jpeg' avec $\sigma=1$. 3.....	29
b) Test de l'image '208001.jpeg' avec $\sigma=2$	30
c) Test de l'image '208001.jpeg' avec $\sigma=10$	31
II.4 Résultats de simulation des images couleurs.....	32
II.4.1 Test de l'image '42049c.jpeg'.....	32
a) Test de l'image '42049c.jpeg' avec $\sigma=1$. 3.....	33
b) Test de l'image '42049c.jpeg' $\sigma=2$	34
c) Test de l'image '42049c.jpeg' $\sigma=10$	35
II.4.2 Test de l'image 'lenac.tif'.....	36
a) Test de l'image 'Lenac.tif' avec $\sigma=1$. 3.....	36
b) Test de l'image 'Lenac.tif' avec $\sigma=2$	37
c) Test de l'image 'Lenac.tif' avec $\sigma=10$	38
II.4.3 Test de l'image '208001c.jpeg'.....	38
a) Test de l'image '208001c.jpeg' avec $\sigma=1$. 3.....	39
b) Test de l'image '208001c.jpeg' avec $\sigma=2$	40
c) Test de l'image '208001c.jpeg' avec $\sigma=10$	41
II.5 Interprétations.....	43
II.6 Conclusion	44
Conclusion générale.....	45
Bibliographie.....	46

Liste des tableaux

Tab. II.1. Métriques de l'image '42049'

Tab. II.2. Métriques de l'image 'Lena'

Tab. II.3. Métriques de l'image '208001'

Tab. II.4. Métriques de l'image '42049c'

Tab. II.5. Métriques de l'image 'Lenac'

Tab. II.6. Métriques de l'image '208001c'

Liste des figures

Chapitre I : partie théorique

Fig.I.1. densité de probabilité de la distribution Gaussienne $G(\mu, \sigma^2)$

Fig.I.2. Image eight.tif dégradée par un bruit additif

Fig.I.3. Image eight.tif dégradée par le bruit poivre et sel

Chapitre II : partie pratique

Fig. II.1. L'image 'Lena'

Fig. II.2. L'image '42049'

Fig. II.3. L'image '208001'

Fig. II.4. Restauration de l'image '42049.jpeg' pour $\sigma=1.3$

Fig. II.5. Restauration de l'image '42049.jpeg' pour $\sigma=2$

Fig. II.6. Restauration de l'image '42049.jpeg' pour $\sigma=10$

Fig. II.7. Restauration de l'image 'Lena.tif' pour $\sigma=1.3$

Fig. II.8. Restauration de l'image 'Lena.tif' pour $\sigma=2$

Fig. II.9. Restauration de l'image 'Lena.tif' pour $\sigma=10$

Fig. II.10. Restauration de l'image '208001.jpeg' pour $\sigma=1.3$

Fig. II.11. Restauration de l'image '208001.jpeg' pour $\sigma=2$

Fig. II.12. Restauration de l'image '208001.jpeg' pour $\sigma=10$

Fig. II.13. Restauration de l'image '42049c.jpeg' pour $\sigma=1.3$

Fig. II.14. Restauration de l'image '42049c.jpeg' pour $\sigma=2$

Fig. II.15. Restauration de l'image '42049c.jpeg' pour $\sigma=10$

Fig. II.16. Restauration de l'image 'Lenac.tif' pour $\sigma=1.3$

Fig. II.17. Restauration de l'image 'Lenac.tif' pour $\sigma=2$

Fig. II.18. Restauration de l'image 'Lenac.tif' pour $\sigma=10$

Fig. II.19. Restauration de l'image '208001c.jpeg' pour $\sigma=1.3$

Fig. II.20. Restauration de l'image '208001c.jpeg' pour $\sigma=2$

Fig. II.21. Restauration de l'image '208001c.jpeg' pour $\sigma=10$

***Introduction
générale***

Introduction générale

Dans la vie scientifique moderne, les images de haute qualité sont devenues omniprésentes dans différents domaines. Dans certaines applications la présence d'un ensemble de facteurs (liés au capteur d'acquisition, chaîne de transmission, les conditions de prise de vue, etc.) affectent la qualité de ces images. A cet effet, une ou plusieurs versions dégradées de la même image originale proviennent chacune via un canal différent. Cette diversité des canaux est fortement liée à la fonction de flou (filtre dégradant) qui caractérise chaque canal. En plus de la dégradation causée par le flou, le bruit sous ses diverses formes et sources (bruit de capteur, bruit d'amplification, bruit dû aux photons, etc.) s'introduit dans le processus et affecte aussi l'image. Ainsi, les images observées représentent une version à la fois floues et bruitées de la scène. Donc pour éliminer le maximum de bruit et obtenir une version d'image plus approchée à la version originale des techniques de filtrage et de restauration ont été développées pour cette raison [BOU 17]. En parlant de la restauration, on est au courant de deux opérations, une déconvolution pour supprimer la dégradation et un filtrage pour supprimer ou diminuer le bruit [HAD 19].

Dans ce mémoire on a considéré la restauration d'image par déconvolution régularisée en utilisant deux méthodes itératives de restauration basées sur la minimisation d'énergie, la première méthode la fonction énergie est formée par deux termes le premier est le terme d'attache aux données lié au bruit et basé sur la norme ℓ_2 , et le deuxième est le terme de régularisation qui est la variation totale. Dans la deuxième méthode, nous allons remplacer la norme ℓ_2 par la norme ℓ_1 .

Notre mémoire est organisé comme suit : La première partie constitue des généralités et des notions de base mathématiques pour la compréhension de notre travail. Les résultats de simulation sont présentés dans la deuxième partie. Une conclusion générale ainsi que des perspectives sont données à la fin de ce manuscrit.

*Partie
théorique*

Restauration d'images par deconvolution

Les traitements de restauration sont souvent indispensables pour améliorer la qualité des images observées. Le principal problème, que nous allons traiter, consistera à récupérer une image de bonne qualité, proche de l'image originale, à partir d'une image floutée de mauvaise qualité.

Cette partie constitue des généralités et des notions de base mathématiques pour la compréhension de notre travail : les sources et les types de bruit, espace vectoriel, les normes, le gradient, descente de gradient, la discrétisation par différence finie. après nous donnons une aperçu générale sur les méthodes vibrationnelles pour la restauration des images, on présente d'abord la méthode des moindres carrés et puis le filtrage basé sur la minimisation d'énergie en utilisant la norme ℓ_2 et la norme ℓ_1 .

I.2 Bruit

I.2.1 Définition du bruit

Le bruit c'est un signal parasite dont la distribution dans l'image est aléatoire et la plupart du temps inconnue. La variation soudaine d'un pixel par rapport à ses voisins est un phénomène qu'on appelle bruit.

I.2.2. Les différentes sources de bruit

- Les problèmes de transmission : c'est un cas fréquent en astronomie et en aérospatial. Le signal/image est difficile à capter et donc le récepteur terrestre n'en reçoit qu'une partie.
- Les problèmes optiques : cette limite de l'acquisition vient directement du système lui-même que ce soit un appareil numérique, un télescope ou un outil médical tel qu'un IRM.
- Problème de compression : le récepteur ne reçoit pas le signal direct mais une version comprimée pour une meilleure transmission du

signal. Un bon exemple pour les utilisateurs d'internet est le téléchargement des images en JPEG.

- Problème d'échantillonnage : le bruit d'échantillonnage est cause par la résolution spatial avec laquelle le champ de vision observe par la camera est échantillonné.

Ce bruit a les effets suivants :

- Affecte la netteté de la variation rapide (contour) d'illuminance dans l'image.
- Amène des effets de recouvrement spectral (aliasing) lorsque le critère d'échantillonnage de Nyquist n'est pas respecté [DIF 21].

I.2.3.Types de bruit et modélisation

Dans cette sous-section nous donnons un aperçu général sur les différents types de filtres ainsi que leurs modèles mathématiques [DIF 21] :

I.2.3.1 Bruit additif

Ces dégradations sont liées au capteur qui provoque par l'erreur de mesure, par fois ces dégradations sont liées à la perturbation de l'environnement comme une tache de café, elles sont modélisées par l'équation (1.1) :

$$f = u + \eta \quad (1.1)$$

Où f image bruitée, u est l'image originale et η est le bruit.

Le bruit suit la loi normale, sa densité de probabilité est donnée par :

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.2)$$

(1.2)

Où μ est l'espérance mathématique et σ est l'écart type.

Restauration d'images par deconvolution

La représentation de la distribution gaussienne est montrée par la figure (1.1) :

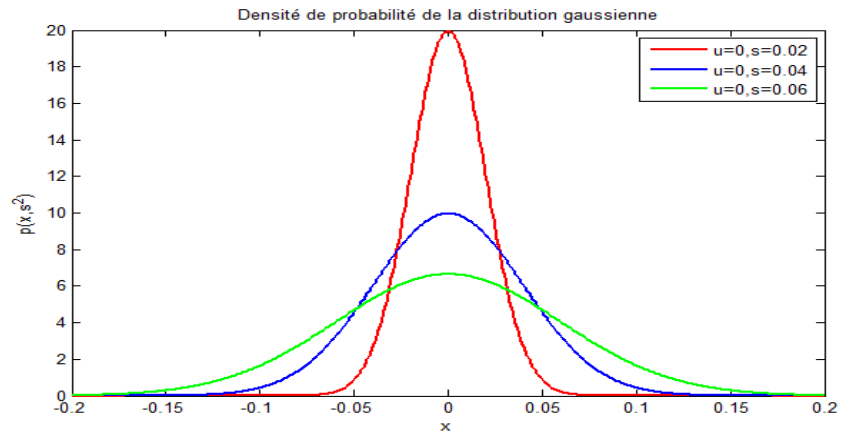
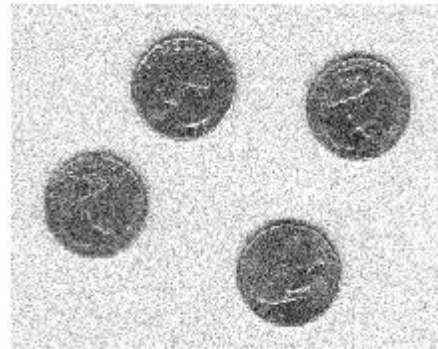


Fig I.1- densité de probabilité de la distribution Gaussienne

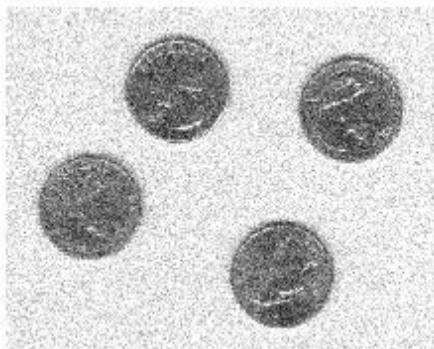
Ci-joint un exemple de l'image 'eight.tif' bruitée par un bruit additif gaussien pour différentes valeurs de σ :



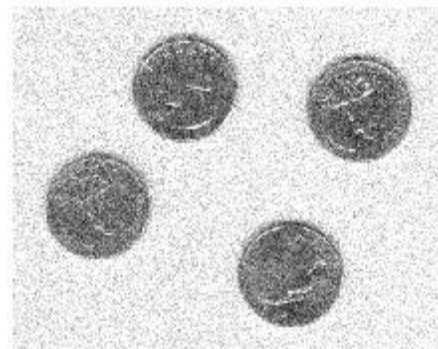
a) Image originale



b) $\sigma = 0.02$



c) $\sigma = 0.04$



d) $\sigma = 0.06$

Fig I.2- Image eight.tif dégradée par un bruit additif

I.2.3.2 Bruit multiplicatif

Le bruit multiplicatif est un phénomène commun dans tous les systèmes d'imagerie cohérents tels que le laser, l'acoustique, les ultrasons, etc.

En général, le bruit multiplicatif est modélisé selon l'expression suivante:

$$f = u \cdot \eta \quad (1.3)$$

I.2.3.3 Bruit convolutif

Le bruit convolutif lié à un mouvement du capteur ou un défaut de mise au point. Il est modélisé par l'expression suivante :

$$f = K * u \quad (1.4)$$

I.2.3.4 Bruit impulsif dit sel et poivre

Le bruit poivre et sel qui apparait dans une image numérique du soit à des erreurs de transmission de données, soit au dysfonctionnement ou à la présence de particules fines sur les éléments du capteur de la camera ou à des emplacements mémoire défectueux dans le matériel.

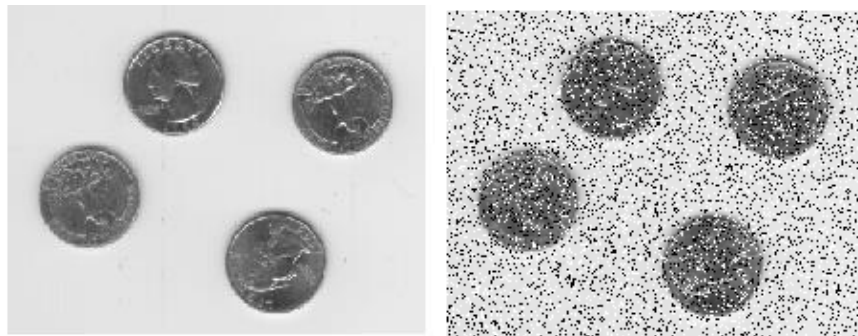


Fig I.3-Image eight.tif dégradée par le bruit poivre et sel

I.3. Débruitage d'images

Le débruitage d'images a pour objectif principal d'atténuer, voire de supprimer dans les cas les plus favorables, les dégradations que subie une image.

Le débruitage d'images essaye donc de recréer, à partir de l'image dont on dispose, l'image telle que l'on devrait l'avoir en situation idéale. Ce qui est visé, c'est la fidélité de l'image obtenue à la scène qu'elle représente [KHL12].

I.4. Quelques rappels mathématiques de l'espace et l'analyse vectoriels

I.4.1. Espaces vectoriels normés

Soit E un espace vectoriel sur \mathbb{R} .

Une application $N : E \rightarrow \mathbb{R}$ est une norme ssi :

- $\forall x \in E, \forall \lambda \in \mathbb{R}, N(\lambda x) = |\lambda| N(x)$ (homogénéité)
- $\forall x, y \in E, N(x + y) \leq N(x) + N(y)$ (inégalité triangulaire)
- $\forall x \in E, N(x) \geq 0$ (positivité)
- $\forall x \in E, N(x) = 0 \iff x = 0$ (définie).

Un espace vectoriel muni d'une norme est appelé espace vectoriel normé.

Exemples :

a) L'espace vectoriel $E \rightarrow \mathbb{R}$ muni de l'application valeur absolue $x \mapsto |x|$

c) Tout espace vectoriel euclidien $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ muni de la norme

$N(x) = \|x\| := \sqrt{\langle x, x \rangle}$ est un espace vectoriel normé.

Pour tout $x \in \mathbb{R}^n$, on note les normes usuelles sur \mathbb{R}^n comme suit:

$$\|x\|_1 := |x_1| + \dots + |x_n| \quad (1.5)$$

$$\|x\|_2 := \sqrt{(x_1)^2 + \dots + (x_n)^2} \quad (1.6)$$

$$\|x\|_{\infty} := \max(|x_1|, \dots, |x_n|). \quad (1.7)$$

I.4.2. Gradient

Le gradient est un vecteur dont les coordonnées sont les dérivées partielles. Il est très important en physique et a des nombreuses applications géométriques, car il donne l'équation des tangences aux courbes et surfaces.

Soit $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction admettant des dérivées partielles. Le gradient en $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, noté $gradf(x)$, est le vecteur :

$$gradf(x) = \begin{pmatrix} \frac{\delta f}{\delta x_1}(x) \\ \vdots \\ \frac{\delta f}{\delta x_n}(x) \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

Les physiciens notent $\nabla f(x)$ souvent pour $gradf(x)$. Le symbole ∇ se lit « nabra ».

Pour une fonctions $f(x, y)$ de deux variables, au point (x_0, y_0) , on a donc

$$gradf(x_0, y_0) = \begin{pmatrix} \frac{\delta f}{\delta x}(x_0, y_0) \\ \frac{\delta f}{\delta y}(x_0, y_0) \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

I.5. Déconvolution d'image par les méthodes classiques

I.5.1 Filtre de Wiener ⁽¹⁾

Le filtre de Wiener est un filtre utilisé pour estimer la valeur désirée d'un signal bruité. Le filtre de Wiener minimise l'erreur quadratique moyenne entre le processus aléatoire estimée et le processus souhaité.

⁽¹⁾ <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00512280v1>

Restauration d'images par deconvolution

L'application Le filtre de Wiener a une variété d'applications de traitement du signal, traitement d'image, des systèmes de contrôle et de la communication numérique : identification de système et déconvolution, réduction de Bruit, théorie de la Détection etc.

Le filtre de Wiener lui, ne caractérise pas le signal et le bruit par leur forme analytique mais par leurs propriétés statistiques. On considère que les images sont des réalisations d'un processus aléatoire stationnaire : on cherche alors à minimiser la moyenne du carré de la différence entre l'image initiale et l'image restaurée. Ce filtre est très efficace pour traiter des images d' dégradées à la fois par du flou et du bruit. On considère donc une image d' dégradée

$$f = Ku + \eta \quad (1.10)$$

Où u C'est l'image originale f c'est l'image dégradée K le noyau de convolution et η un bruit de loi de probabilité En appliquant la transformation de Fourier le problème de minimisation s'écrit alors

$$\min_{U \in L^2(\mathbb{R})} \|F - KU\|_2^2 + \|UQ\|_2^2 \quad (1.11)$$

Le noyau q sera fixé ultérieurement en fonction du rapport signal sur bruit.

La solution u de ce problème est obtenue par dérivation :

$$\forall V \in L^2(\mathbb{R}) \quad (KU - F, KV)_{L^2} + (QU, QV)_{L^2} = 0 \quad (1.11)$$

On obtient

$$\overline{K}(KU - F) + |Q|^2 U = 0 \quad (1.12)$$

C'est-à-dire

$$U = \frac{\bar{K}}{|K|^2 + |Q|^2} F \quad (1.13)$$

Le principe du filtrage de Wiener est de fixer $|Q|^2$ en fonction d'une estimation du rapport signal sur bruit. Lorsque $Q=0$ on retrouve le filtrage inverse (pas de bruit). Idéalement, il faudrait choisir

$$Q(\omega) = \frac{|\hat{\eta}(\omega)|}{|\hat{u}(\omega)|} \quad (1.14)$$

Mais le choix le plus courant est de prendre l'inverse du rapport signal sur bruit :

$$Q^2 = \frac{\langle |\hat{\eta}|^2 \rangle}{\langle |\hat{u}|^2 \rangle} \quad (1.15)$$

Où $\langle |\hat{\eta}|^2 \rangle$ (resp. $\langle |\hat{u}|^2 \rangle$) est la puissance spectrale moyenne de b (resp. u) Pour implémenter le filtre de Wiener, nous devons être en mesure d'estimer correctement la puissance spectrale moyenne est égale à la variance σ^2 du bruit. La puissance spectrale de u est difficile à obtenir puisqu'on ne connaît pas u !! Toutefois

$$f = K * u + \eta \Rightarrow \hat{f} = \hat{K} \hat{u} + \hat{\eta} \Rightarrow |\hat{f}| = |\hat{K}| |\hat{u}| + |\hat{\eta}| \quad (1.16)$$

Puisque le bruit η et l'image sont indépendants. Donc, pour un bruit gaussien

$$|\hat{u}|^2 \approx \frac{|\hat{f}|^2 - |\hat{\eta}|^2}{|\hat{K}|^2} \approx \frac{|\hat{f}|^2 - \sigma^2}{|\hat{K}|^2} \quad (1.17)$$

En résumé, la fonction de transfert du filtre de Wiener est donnée par

$$W = \frac{\hat{K}}{|\hat{K}|^2 + Q^2} \quad (1.18)$$

avec dans le cas où η est un bruit blanc gaussien d'écart-type σ

$$Q^2 = \frac{\sigma^2 \langle |\hat{K}|^2 \rangle}{\langle |\hat{f}|^2 \rangle - \sigma^2} \quad (1.19)$$

I.5.2 Déconvolution de Richardson-Lucy.

L'algorithme de Richardson-Lucy est un algorithme itératif spatial. Comme précédemment on considère une image d dégradée par du flou (noyau K connu ou estimé) et du bruit η : $f = K * u + \eta$

On veut identifier u . L'itération courante est

$$u_{k+1} = u_k \left[\frac{f}{(u_k * K)} * \check{K} \right] \quad (1.20)$$

Avec (par exemple) $u_0 = f$ et $\check{K}(x, y) = K(-x, -y)$.

Lorsque la réponse impulsionnelle du flou K n'est pas connue on fait une déconvolution aveugle (Blind déconvolution) avec l'algorithme suivant :

Algorithme de Richardson-Lucy aveugle

(1) Initialisation : choix de u_0 et K_0

(2) (a) Estimation de K

$$K_{k+1} = u_k \frac{K_k}{\sum_{i,j} u_k(i,j)} \left[\frac{f}{(u_k * K_k)} * \tilde{u}_k \right]$$

(b) Estimation de u

$$u_{k+1} = u_k \left[\frac{f}{(u_k * K_{k+1})} * \tilde{K}_{k+1} \right]$$

(3) $u_{k+1} = \max(u_k, 0)$

I.6. Restauration d'images par les méthodes Variationnelles

I.6.1. Introduction

La restauration d'images est un problème inverse, non linéaire et très mal posés. Afin de résoudre ce problème, un grand nombre de techniques ont été développées. Une des techniques les plus connues est la minimisation du bruit et la régularisation. [CLI 09].

I.6.2. Méthode des moindres carrés

C'est une méthode mathématique de minimisation d'erreurs permet de déterminer l'estimation de l'image estimée \hat{u} TCR [04]

L'équation $f = Ku + \eta$ à résoudre par la méthode des moindres carrés, avec image f bruitée u image originale k le masque η le bruit

Pour minimiser les erreurs d'approximation, on choisit de minimiser la norme du vecteur d'erreurs h , ce qui nous donne une solution à moindres carrés on a :

$$\|\eta\|^2 = \|Ku - f\|^2 \tag{1.21}$$

$$\|\eta\|^2 = {}^t(Ku - f)(Ku - f) \tag{1.22}$$

On peut minimiser $\|\eta\|$ en dérivant $\|\eta\|^2$ par rapport à u puis en mettant le résultat à 0 :

$$\frac{d\|\eta\|^2}{du} = 0 \quad (1.23)$$

$$2^T kku - 2^T kf = 0 \quad (1.24)$$

Ce qui implique

$$\hat{u} = ((^T KK)^{-1} K) f \quad (1.25)$$

Où la matrice $((^T KK)^{-1} K)$ est appelée pseudo-inverse de la matrice k

La question qui se pose ici, c'est que $^T KK$ est inversible, ou non, même si on considère qu'elle est inversible elle est mal conditionnée, cela implique qu'une petite erreur sur les mesures f entraîne une erreur importante sur la solution u . Trouver une solution numérique nécessite l'introduction d'un terme de régularisation :

$$(P) : \min_{u \in L^2} \|Ku - f\|^2 + R(u) \quad (1.26)$$

I.6.3. Régularisation de Tychonov

On considère le problème :

$$(P) : \min_u \|u - f\|^2 + 2\lambda \|\nabla u\|^2 \quad (1.27)$$

Résolution par EDP

L'équation d'Euler associée est :

$$u(x, y; t) - f(x, y; t) - \lambda \Delta u(x, y; t) = 0 \quad (1.28)$$

Et l'on est ainsi amené à résoudre l'équation :

$$\frac{du}{dt} = -u(x, y; t) + f(x, y; t) + \lambda \Delta u(x, y; t) \quad (1.29)$$

Maintenant nous passons à la discrétisation par différence fini qui donne le résultat suivant :

$$\left(\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\delta t} \right) = -(u_{i,j}^n - f_{i,j}^n + \lambda(u_{i-1,j}^n + u_{i+1,j}^n + u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n - 4u_{i,j}^n)) \quad (1.30)$$

Finalement l'équation à implémenter donne par :

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n - \delta t(u_{i,j}^n - f_{i,j}^n + \lambda(u_{i-1,j}^n + u_{i+1,j}^n + u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n - 4u_{i,j}^n)) \quad (1.31)$$

Ce modèle n'est pas vraiment adapté la minimisation de la norme du gradient entraînant que l'image reconstruite est beaucoup trop floutée

I.6.4 La méthode Rudin, Osher et Fatemi (ROF)

Le modèle d'Osher-Rudin-Fatemi (ROF) consiste à décomposer une image observée f en une image originale u et un terme de bruit η .

$$f = u + \eta \quad (1.32)$$

Pour reconstruire f à partir de u nous devons résoudre le problème

$$E(u, f) = E_{DATA}(u, f) + E_{REG}(u) \quad (1.33)$$

Où, $E_{DATA}(u, f)$ et $E_{REG}(u)$ sont le terme d'attache aux données et le terme de régularisation respectivement.

Ce modèle s'écrit sous la forme d'un problème de minimisation d'une fonctionnelle :

$$\min_u \{ \lambda \|u - f\|^2 + TV(u) \} \quad (1.34)$$

Avec :

$$TV(u) = \|\nabla u\|_2 \quad (1.35)$$

La variable qui minimise cette fonction est obtenue

$$\nabla E(u, f) = 0 \quad (1.36)$$

Terme d'attache aux données

$$\nabla E_{DATA}(u, f) = -2\lambda(f - u) \quad (1.37)$$

après la discrétisation :

$$\nabla E^n_{DATA(i,j)}(u, f) = -2\lambda(f^n_{i,j} - u^n_{i,j}) \quad (1.38)$$

Dans cette section, nous allons utiliser deux méthodes itératives de restauration basées sur la minimisation d'énergie,

- Dans la première méthode la fonction énergie est formé par deux termes le premier est le terme d'attache aux données lié au bruit et basée sur la norme ℓ_2 et le deuxième est le terme de régularisation qui est la variation totale :

$$(P_1): \quad \min_u E = \min_u \frac{\mu}{2} \|Ku - f\|^2 + u_{TV} \quad (1.40)$$

Tels que :

$$E_{reg} = u_{TV} = \|u\| \quad (1.41)$$

$$E_{data} = \|Ku - f\|^2 \quad (1.42)$$

- Dans la deuxième méthode, nous allons remplacer la norme ℓ_2 par la norme ℓ_1 :

$$(P_2): \quad \min_u E = \min_u \frac{\mu}{2} \|Ku - f\| + \|u\| \quad (1.43)$$

Tels que :

$$E_{reg} = \|u\| \quad (1.44)$$

$$E_{data} = \|Ku - f\|^2 \quad (1.45)$$

Les deux modèle variationnels sont difficiles à résoudre vu la non linéarité et la non-différentiabilité de la variation totale. Pour résoudre ce problème on applique la méthode du lagrangien augmenté.

1.7.1 Déconvolution variationnelle par la norme ℓ_1

On transforme le problème (P_1) sans contraintes en un problème d'optimisation avec contraintes comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fonction objectif} \\ \min_{u,c} \frac{\mu}{2} \|Ku - f\|^2 + \|c\| \\ \text{Sous contraintes} \\ c = u_{TV} \end{array} \right. \quad (1.46)$$

La méthode du lagrangien augmenté est appliquée

$$\mathbf{L}(u, c, y) = \frac{\mu}{2} \|Ku - f\|^2 + \|c\| + y^T (c - u_{TV}) + \frac{\rho}{2} \|c - u_{TV}\|^2 \quad (1.47)$$

Avec ρ est le terme de régularisation

$$c = \begin{bmatrix} c_x^T & c_y^T \end{bmatrix}^T \quad (1.48)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_x^T & y_y^T \end{bmatrix}^T \quad (1.49)$$

$$D = \begin{bmatrix} D_x^T & D_y^T \end{bmatrix}^T \quad (1.50)$$

$$\begin{aligned} u_{TV} &= Du \\ &= \begin{pmatrix} D_x u \\ D_y u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u(x+1, y) - u(x, y) \\ u(x, y+1) - u(x, y) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.51)$$

Le point selle de $\mathbf{L}(u, c, y)$ est la solution du problème de la méthode 1

Recherche de u, c, y ?

$$u_{k+1} = \arg \min_u \left\{ \frac{\mu}{2} \|Ku - f\|^2 + y_k^T (c_k - u_{TV}) + \frac{\rho}{2} \|c_k - u_{TV}\|^2 \right\} \quad (1.52)$$

$$c_{k+1} = \arg \min_c \left\{ \|c\| + y^T (c - Du_{k+1}) + \frac{\rho}{2} \|c - Du_{k+1}\|^2 \right\} \quad (1.53)$$

$$y_{k+1} = y_k - \rho (c_{k+1} - Du_{k+1}) \quad (1.54)$$

1.7.2 Déconvolution variationnelle par la norme ℓ_2

On transforme le problème (P_2) sans contraintes en un problème d'optimisation avec contraintes comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fonction objectif} \\ \min_{u, c_1, c} \mu \|c_1\|^2 + \|c\| \\ \text{Sous contraintes} \\ c_1 = Ku - f \\ c = u_{TV} \end{array} \right. \quad (1.55)$$

La méthode du lagrangien augmenté est appliquée

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(u, c_1, c, y, z) = & \mu \|c_1\|^2 + \|c\| + z^T (c_1 - (Ku - f)) + \frac{\rho_1}{2} \|c_1 - (Ku - f)\|^2 \\ & + y^T (c - u_{TV}) + \frac{\rho}{2} \|c - u_{TV}\|^2 \end{aligned} \quad (1.56)$$

Avec ρ_1 sont les termes de régularisation

$$z = \begin{bmatrix} z_x^T & z_y^T \end{bmatrix}^T \quad (1.57)$$

Le point selle de $\mathcal{L}(u, c_1, c, y, z)$ est la solution du problème de la méthode 2

Recherche de u, c, y, z

$$\min_u \left\{ z^T Ku + \frac{\rho_1}{2} \|c_1 - (Ku - f)\|^2 + y^T u_{TV} + \frac{\rho}{2} \|c - u_{TV}\|^2 \right\} \quad (1.58)$$

$$\min_{c_1} \left\{ \mu \|c_1\|^2 + z^T c_1 + \frac{\rho_1}{2} \|c_1 - (Ku - f)\|^2 \right\} \quad (1.59)$$

$$y_{k+1} = y_k - \rho (c_{k+1} - Du_{k+1}) \quad (1.60)$$

$$z_{k+1} = z_k + \rho_1 (c_{1k+1} - (Ku_{k+1} - f)) \quad (1.61)$$

La référence [chan 2011] montre la solution détaillée des deux méthodes ainsi que leurs algorithmes.

I.8 Critère d'analyse pour le débruitage d'images

La pertinence des méthodes de débruitage dépend de deux critères, subjectif et objectif permettant d'évaluer l'efficacité des méthodes de restauration. [KHL12] :

- **Critère subjectif (aspect Visuel)**

L'œil humain est un outil essentiel pour apprécier la qualité d'une image. Il va permettre à l'utilisateur d'identifier le contenu des images, la netteté de celles-ci, la présence d'artefacts et la qualité des contours. Il est donc capital que les méthodes de débruitage prennent en compte le système optique humain. Cependant, cette évaluation ne peut être que subjective puisqu'il n'existe aucune mesure correcte pouvant traduire fidèlement la perception de l'œil humain

- **Critère objectif**

Les Critères objectifs d'évaluation de la qualité d'image sont basés sur la mesure des erreurs (différences de signal) entre les images dégradées et les images de référence. Ces erreurs sont quantifiées de manière à simuler la sensibilité visuelle humaine.

Dans ce qui suit, nous allons résumer les principales mesures traditionnelles. Les métriques utilisées sont : MSE (Erreur Quadratique Moyenne), SNR (Rapport Signal sur Bruit), $PSNR$ (Rapport Crête Signal sur Bruit) et le $SSIM$ (Indice de Similarité Structurale) :

I.8.1 Erreur quadratique moyenne (MSE) Bien qu'elle ne corresponde pas toujours avec la perception humaine, la MSE est souvent considérée comme une bonne mesure de la fidélité d'une évaluation d'image. Ce critère est défini comme suit :

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (u(i, j) - f(i, j))^2 \quad (1.62)$$

Avec :

u : Image originale.

f : Image débruitée.

M : Nombre de lignes de l'image.

N : Nombre de colonnes de l'image.

(i, j) : Positionnement des pixels.

I.8.2 Rapport signal sur bruit (SNR)

On utilise parfois une autre variante du rapport signal sur bruit (Signal to Noise Ratio : SNR), qui relie le MSE à l'énergie moyenne de l'image :

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{N} \frac{\sum d^2}{MSE} \right) \quad (1.63)$$

d : La dynamique

I.8.3 Rapport signal sur bruit en pic (PSNR)

Une autre mesure de la qualité de l'image approchée est le rapport signal sur bruit en pic (PSNR) qui est inversement proportionnel à la MSE, son unité est le décibel (dB) et est défini par la relation suivante :

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{d}{MSE} \quad (1.64)$$

Où 255 est la valeur maximale d'un pixel pour une image codée par 8 bits/pixel en niveaux de gris.

I.8.4 Indice de Similarité Structurale (Structural Similarity : SSIM)

La métrique est calculée sur plusieurs fenêtres d'une image. On dénote u et f l'image originale et l'image restaurée respectivement.

$$SSIM(u, f) = \frac{2\mu_u\mu_f + (k_1l)^2}{\mu_u^2 + \mu_f^2 + (k_1l)^2} * \frac{2\sigma_{uf} + (k_2l)^2}{\sigma_u^2 + \sigma_f^2 + (k_2l)^2} \quad (1.65)$$

où :

mesure de l'intensité moyenne de chaque fenêtre.

$$\mu_u = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \quad (1.66)$$

Mesure de la variance de chaque fenêtre.

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_i - \mu_u)^2} \quad (1.67)$$

Mesure la corrélation entre les deux fenêtres.

$$\sigma_{uf} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_i - \mu_u)(f_i - \mu_f) \quad (1.68)$$

N : Le nombre de pixels de chaque fenêtre, u_i L'intensité d'un pixel, k_1 est une constante de très faible valeur. La constante $(k_1 l)^2$ évite l'instabilité de la fonction de comparaison lorsque $\mu_u^2 + \mu_f^2$ sont très proches de zéro. Dans le cas des images à niveau de gris, la constante est $l = 255$.

Ces quatre critères (mesures) en plus de la qualité visuelle sont utilisés dans toutes les parties de simulations de ce mémoire comme mesures déterminant la qualité de l'image floutée et déconvoluée.

I.9. Conclusion

Dans cette partie on a présenté des généralités et des notions de base mathématiques pour la compréhension de notre travail : les sources et les types de bruit, espace vectoriel, les normes, le gradient, descente de gradient, la discrétisation par différence fini et la méthode des moindres carrées. Deux méthodes classiques de déconvolution : Wiener et Richardson-Lucy ont été décrites et on a terminé cette partie par un aperçu général sur les méthodes variationnelles pour la restauration par déconvolution des images.

*Partie
pratique*

Résultats de simulation et discussion

II.1 Introduction

Nous présentons dans ce dernier partie, les résultats de simulation des deux méthodes: la déconvolution variationnelle par la norme ℓ_1 et la déconvolution variationnelle par la norme ℓ_2 lorsque les images sont dégradées par un flou gaussien de taille 9×9 et de variances : 1.3 , 2 et 10.

L'Erreur Quadratique Moyenne (MSE), le rapport signal sur bruit (SNR), le rapport crête signal sur bruit (PSNR) ainsi que le et l'Indice de Similarité Structurale (SSIM) sont utilisés comme critères de performance.

II.2 Image de test

Pour faire le test, on considère trois images de dimensions différentes : 'lena' de dimension 512×512 , '42049' de dimension 321×481 et '208001' de dimension 481×321 . Les figures 2.1, 2.2 et 2.3 montrent ces images de test couleurs et en niveau de gris respectivement :

Image1 :



Fig II.1. L'image 'Lena'

Image2 :



Fig II.2. L'image '42049'

Image3 :



Fig II.3. L'image '208001'

Les sources des images utilisées sont données respectivement comme suit :

<https://github.com/mikolajsenko/lena>

<https://www.cosy.sbg.ac.at/~pmeerw/Watermarking/lena.html>

<https://www2.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds/BSDS300/html/dataset/images/gray/42049.html>

<https://www2.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds/BSDS300/html/dataset/images/color/42049.html>

<https://www2.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds/BSDS300/html/dataset/images/gray/208001.html>

<https://www2.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds/BSDS300/html/dataset/images/color/208001.html>

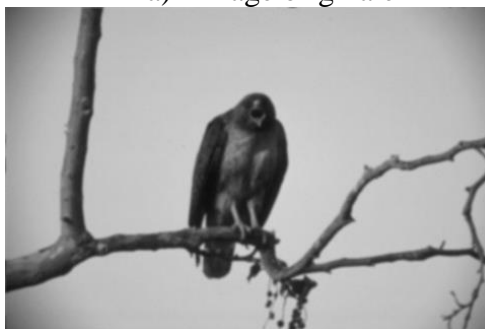
II.3 Résultats de simulation des images niveau de gris

1. Test de l'image '42049.jpeg'

a) Test de l'image '42049.jpeg' avec $\sigma=1.3$

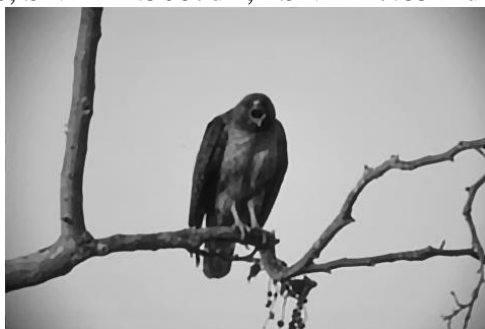


a) Image originale



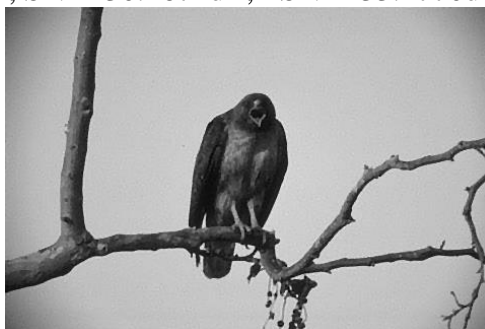
b) Image floutée

MSE=0.0016, SNR=24.5087dB, PSNR=27.8512dB, SSIM=0.9084.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0004, SNR=30.1672dB, PSNR=33.4770dB, SSIM=0.9610.



d) Restauration par ℓ_2

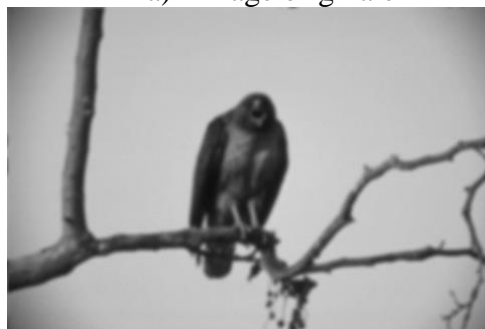
MSE=0.0004, SNR=30.8110dB, PSNR=34.1152dB, SSIM=0.9286.

Fig. II.4. Restauration de l'image '42049.jpeg' pour $\sigma=1.3$

b) Test de l'image '42049.jpeg' sigma=2

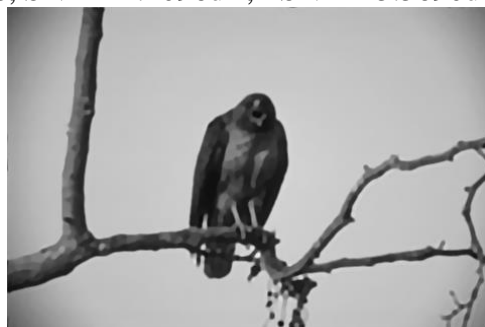


a) Image originale



b) Image floutée

MSE=0.0028, SNR=22.2096dB, PSNR=25.5690dB, SSIM=0.8677.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0010, SNR=26.5976dB, PSNR=29.9149dB, SSIM=0.9348.



d) Restauration par ℓ_2

MSE=0.0007, SNR=28.4146 dB, PSNR=31.7252 dB, SSIM=0.9363.

Fig. II.5. Restauration de l'image '42049.jpeg' pour sigma=2

c) Test de l'image '42049.jpeg' sigma=10

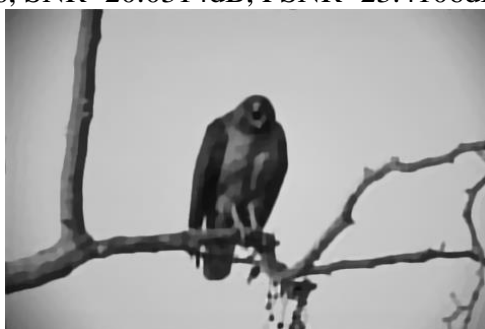


a) Image originale



b) Image floutée

MSE=0.0046, SNR=20.0314dB, PSNR=23.4106dB, SSIM=0.8118.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0012, SNR=25.8630dB, PSNR=29.1842dB, SSIM=0.9230.



d) Restauration par ℓ_2

MSE=0.0007, SNR=28.3387 dB, PSNR=31.6473 dB, SSIM=0.8886.

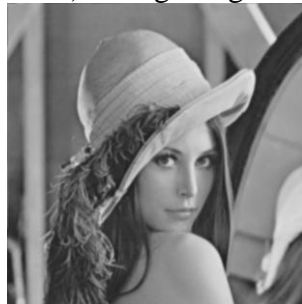
Fig. II.6. Restauration de l'image '42049.jpeg' pour sigma=10

2. Test de l'image 'lena.tif'

a) Test de l'image 'Lena.tif' avec sigma=1.3



a) Image originale



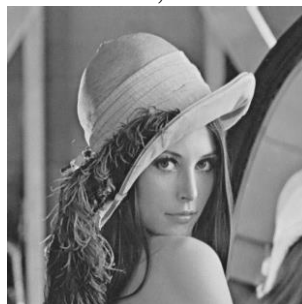
b) Image floutée

MSE=0.0009, SNR=24.9993dB, PSNR=30.6961dB, SSIM=0.8614.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0004, SNR=28.3790dB, PSNR=34.0408dB, SSIM=0.9025.



d) Restauration par ℓ_2

MSE=0.0004, SNR=28.2777 dB, PSNR=33.9345dB, SSIM=0.8882.

Fig. II.7. Restauration de l'image 'Lena.tif' pour sigma=1.3

b) Test de l'image 'Lena.tif' avec sigma=2

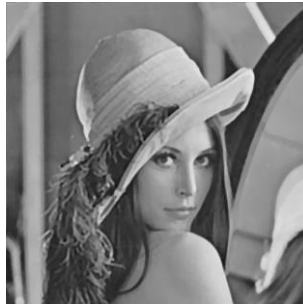


a) Image originale



b) Image floutée

MSE=0.0015, SNR=22.4996dB, PSNR=28.2157dB, SSIM=0.8007.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0008, SNR=25.4665dB, PSNR=31.1358 dB, SSIM=0.8511.



d) Restauration par ℓ_2

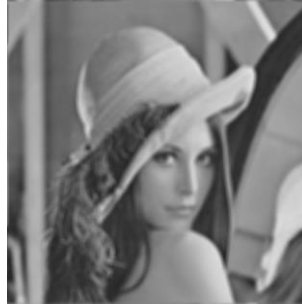
MSE=0.0006, SNR=26.4453 dB, PSNR=32.1077dB, SSIM=0.8652.

Fig. II.8. Restauration de l'image 'Lena.tif' pour sigma=2

c) Test de l'image 'Lena.tif' avec sigma=10



a) Image originale



b) Image floutée

MSE=0.0026, SNR=20.1726dB, PSNR=25.9123dB, SSIM=0.7249.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0010, SNR=24.1846 dB, PSNR=29.8612dB, SSIM=0.8205.



d) Restauration par ℓ_2

MSE=0.0008, SNR=25.4076 dB, PSNR=31.0703 dB, SSIM=0.8240.

Fig. II.9. Restauration de l'image 'Lena.tif' pour $\sigma=10$

3. Test de l'image '208001.jpeg'

a) Test de l'image '208001.jpeg' avec $\sigma=1.3$



a) Image originale



b) Image floutée
MSE=0.0017,
SNR=19.4178dB,
PSNR=27.6334 dB,
SSIM=0.7732.



c) Restauration par ℓ_1
MSE=0.0010,
SNR=21.7919dB,
PSNR=29.9382dB,
SSIM=0.8542.



d) Restauration par ℓ_2
MSE=0.0008,
SNR=23.0827dB,
PSNR=31.2052dB,
SSIM=0.8857.

Fig. II.10. Restauration de l'image '208001.jpeg' pour sigma=1.3

b) Test de l'image '208001.jpeg' avec sigma=2



a) Image originale



b) Image floutée
MSE=0.0027,
SNR=17.3939dB,
PSNR=25.6421 dB,
SSIM=0.6462.



c) Restauration par ℓ_1
MSE=0.0018,
SNR=19.2022dB,
PSNR=27.3714dB,
SSIM=0.7373.



d) Restauration par ℓ_2
MSE=0.015,
SNR=20.2191 dB,
PSNR=28.3684dB,
SSIM=0.7901.

Fig. II.11. Restauration de l'image '208001.jpeg' pour sigma=2

c) Test de l'image '208001.jpeg' avec sigma=10



a) Image originale



b) Image floutée
MSE=0.0041,
SNR=15.6360dB,
PSNR=23.9186 dB,
SSIM=0.5030.



c) Restauration par ℓ_1
MSE=0.0024,
SNR=18.0422dB,
PSNR=26.2354dB,
SSIM=0.6474.



d) Restauration par ℓ_2
MSE=0.0015,
SNR=20.0716 dB,
PSNR=28.2186dB,
SSIM=0.7647.

Fig. II.12. Restauration de l'image '208001.jpeg' pour sigma=10

Ci-dessous un tableau récapitulatif des métriques :

Résultats de simulation et discussion

Tab II.1. Métriques de l'image '42049'

Sigma	Méthode	Métriques			
		MSE	SNR [dB]	PSNR [dB]	SSIM
1.3	l_1	0.0004	30.1672	33.4770	0.9610
	l_2	0.0004	30.8110	34.1152	0.9286
2	l_1	0.0010	26.5976	29.9149	0.9348
	l_2	0.0007	28.4146	31.7252	0.9363
10	l_1	0.0012	25.8630	29.1842	0.9230
	l_2	0.0007	28.3387	31.6473	0.8886

Tab II.2. Métriques de l'image 'Lena'

1.3	l_1	0.0004	28.3790	34.0408	0.9025
	l_2	0.0004	28.2777	33.9345	0.8882
2	l_1	0.0008	25.4665	31.1358	0.8511
	l_2	0.0006	26.4453	32.1077	0.8652
10	l_1	0.0010	24.1846	29.8612	0.8205
	l_2	0.0008	25.4076	31.0703	0.8240

Tab II.3. Métriques de l'image '208001'

1.3	l_1	0.0010	21.7919	29.9382	0.8542
	l_2	0.0008	23.0827	31.2052	0.8857
2	l_1	0.0018	19.2022	27.3714	0.7373
	l_2	0.015	20.2191	28.3684	0.7901
10	l_1	0.0024	18.0422	26.2354	0.6474
	l_2	0.0015	20.0716	28.2186	0.7647

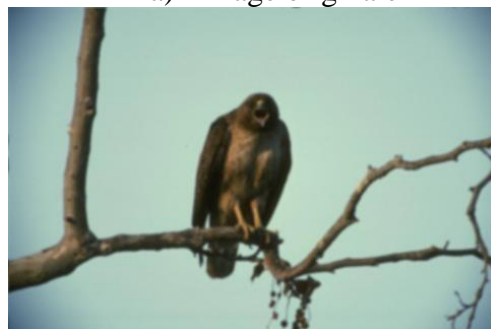
II.4 Résultats de simulation des images couleurs

1. Test de l'image '42049.jpeg'

a) Test de l'image '42049.jpeg' avec sigma=1.3



a) Image originale



b) Image floutée

MSE=0.0016, SNR=24.3920dB, PSNR=27.8553dB, SSIM=0.9464.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0005, SNR=29.9992dB, PSNR=33.4288dB, SSIM=0.9788.



d) Restauration par ℓ_2

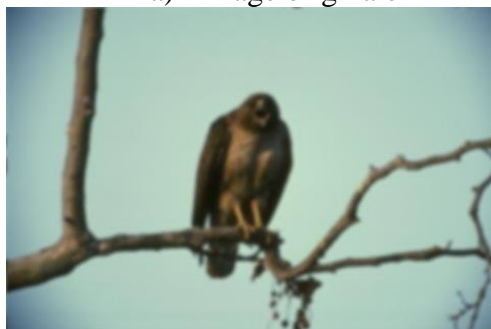
MSE=0.0004, SNR=30.6310 dB, PSNR=34.0551 dB, SSIM=0.9750.

Fig. II.13. Restauration de l'image '42049c.jpeg' pour sigma=1.3

b) Test de l'image '42049.jpeg' sigma=2

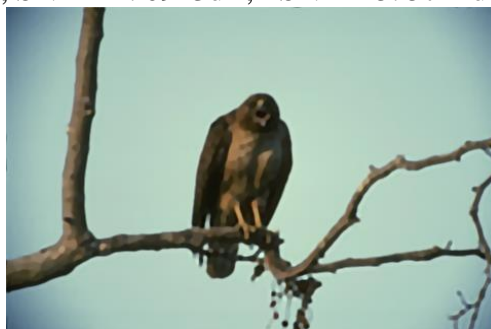


a) Image originale



b) Image floutée

MSE=0.0028, SNR=22.0913dB, PSNR=25.5722dB, SSIM=0.9152.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0010, SNR=26.4667dB, PSNR=29.9041dB, SSIM=0.9603.



d) Restauration par ℓ_2

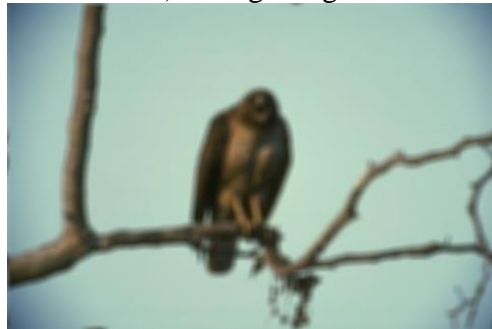
MSE=0.0007, SNR=28.2581 dB, PSNR=31.6889 dB, SSIM=0.9683.

Fig. II.14. Restauration de l'image '42049c.jpeg' pour $\sigma=2$

c) Test de l'image '42049.jpeg' sigma=10

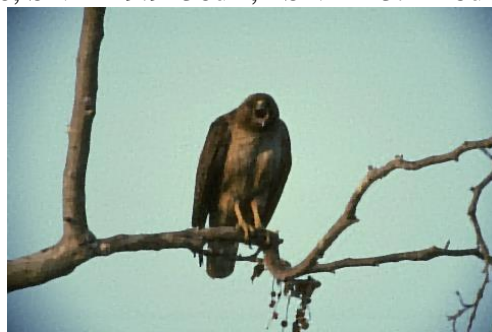


a) Image originale



b) Image floutée

MSE=0.0046, SNR=19.9136dB, PSNR=23.4148dB, SSIM=0.8731.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0012, SNR=25.6281dB, PSNR=29.0700dB, SSIM=0.9519.



d) Restauration par ℓ_2

MSE=0.0007, SNR=28.1146 dB, PSNR=31.5435 dB, SSIM=0.9566.

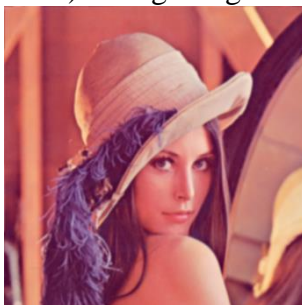
Fig. II.15. Restauration de l'image '42049c.jpeg' pour sigma=10

4. Test de l'image 'lena.tif'

d) Test de l'image 'Lena.tif' avec sigma=1.3

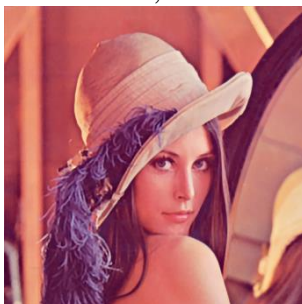


a) Image originale



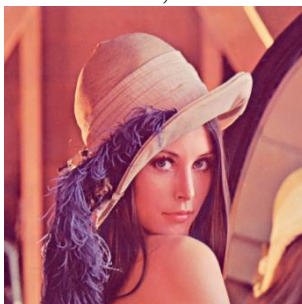
b) Image floutée

MSE=0.0009, SNR=25.0927dB, PSNR=30.2653dB, SSIM=0.9765.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0005, SNR=27.70456dB, PSNR=32.8493dB, SSIM=0.9853.



d) Restauration par ℓ_2

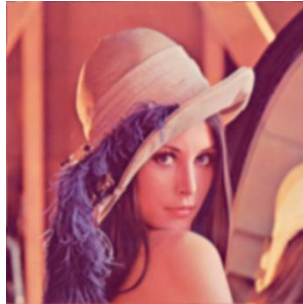
MSE=0.0005, SNR=27.8815 dB, PSNR=33.0210 dB, SSIM=0.9865.

Fig. II.16. Restauration de l'image 'Lena.tif' pour sigma=1.3

e) Test de l'image 'Lena.tif' avec sigma=2

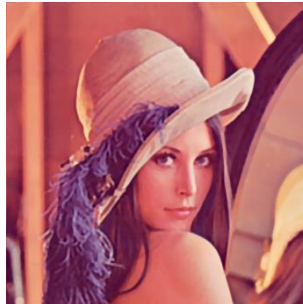


a) Image originale



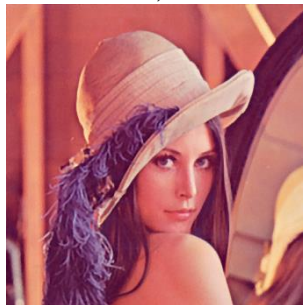
a) Image floutée

MSE=0.0016, SNR=22.8924dB, PSNR=28.0806dB, SSIM=0.9640.



b) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0009, SNR=25.3574dB, PSNR=30.5081dB, SSIM=0.9755.



c) Restauration par ℓ_2

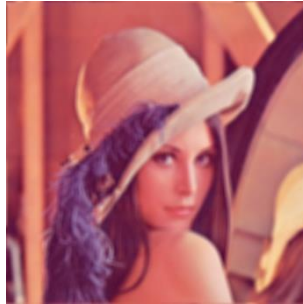
MSE=0.0007, SNR=26.2039 dB, PSNR=31.3490 dB, SSIM=0.9798.

Fig. II.17. Restauration de l'image 'Lenac.tif' pour sigma=2

f) Test de l'image 'Lena.tif' avec sigma=10

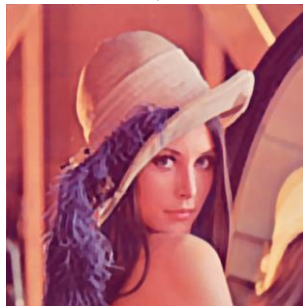


a) Image originale



b) Image floutée

MSE=0.0025, SNR=20.7741dB, PSNR=25.9811dB, SSIM=0.9478.



c) Restauration par ℓ_1

MSE=0.0011, SNR=24.2940dB, PSNR=29.2504dB, SSIM=0.9698.



d) Restauration par ℓ_2

MSE=0.0009, SNR=25.4408 dB, PSNR=30.5854 dB, SSIM=0.9764.

Fig. II.18. Restauration de l'image 'Lenac.tif' pour sigma=10

5. Test de l'image '208001.jpeg'

d) Test de l'image '208001.jpeg' avec sigma=1.3



e) Image originale



f) Image floutée
MSE=0.0017,
SNR=18.8644dB,
PSNR=27.6622 dB,
SSIM=0.9040.



g) Restauration par ℓ_1
MSE=0.0010,
SNR=21.1914dB,
PSNR=29.9123dB,
SSIM=0.9376.



h) Restauration par ℓ_2
MSE=0.0008,
SNR=22.5032 dB,
PSNR=31.1976dB,
SSIM=0.9504.

Fig. II.19. Restauration de l'image '208001c.jpeg' pour sigma=1.3

e) Test de l'image '208001.jpeg' avec sigma=2



i) Image originale



j) Image floutée
MSE=0.0027,
SNR=16.8525 dB,
PSNR=25.6864 dB,
SSIM=0.8525.



k) Restauration par ℓ_1
MSE=0.0019,
SNR=18.5743dB,
PSNR=27.3234 dB,
SSIM=0.8892.



l) Restauration par ℓ_2
MSE=0.0014,
SNR=19.7082 dB,
PSNR=28.4346 dB,
SSIM=0.9116.

Fig. II.20. Restauration de l'image '208001c.jpeg' pour sigma=2

f) Test de l'image '208001.jpeg' avec sigma=10



m) Image originale



n) Image floutée
MSE=0.0040,
SNR=15.1146dB,
PSNR=23.9852 dB,
SSIM=0.7939.



o) Restauration par ℓ_1
MSE=0.0024,
SNR=17.3867dB,
PSNR=26.1630dB,
SSIM=0.8571.



p) Restauration par ℓ_2
MSE=0.0015,
SNR=19.4719 dB,
PSNR=28.1952dB,
SSIM=0.9004.

Fig. II.21. Restauration de l'image '208001c.jpeg' pour $\sigma=10$

Ci-dessous un tableau récapitulatif des métriques :

Résultats de simulation et discussion

Tab II.4. Métriques de l'image '42049c'

Sigma	Méthode	Métriques			
		MSE	SNR [dB]	PSNR [dB]	SSIM
1.3	l_1	0.0005	29.9992	33.4288	0.9788
	l_2	0.0004	30.6310	34.0551	0.9750
2	l_1	0.0010	26.4667	29.9041	0.9603
	l_2	0.0007	28.2581	31.6889	0.9683
10	l_1	0.0012	25.6281	29.0700	0.9519
	l_2	0.0007	28.1146	31.5435	0.9566

Tab II.5. Métriques de l'image 'Lenac'

1.3	l_1	0.0005	27.7045	32.8493	0.9853
	l_2	0.0005	27.8815	33.0210	0.9865
2	l_1	0.0009	25.3574	30.5081	0.9755
	l_2	0.0007	26.2039	31.3490	0.9798
10	l_1	0.0011	24.2940	29.4504	0.9698
	l_2	0.0009	25.4408	30.5854	0.9764

Tab II.6. Métriques de l'image '208001c'

1.3	l_1	0.0010	21.1914	29.9123	0.9376
	l_2	0.0008	22.5032	31.1976	0.9504
2	l_1	0.0019	18.5743	27.3234	0.8892
	l_2	0.0014	19.7082	28.4346	0.9116
10	l_1	0.0024	17.3867	26.1630	0.8571
	l_2	0.0015	19.4719	28.1952	0.9004

II.5 Interprétations

Les images aux niveaux de gris restaurées par déconvolution avec les deux algorithmes sont montrées comme suit :

- Dans les figures II.4, II.5 et II.6, l'image '42049.jpeg' a été floutée par un filtre gaussien de taille 9×9 et de variances 1.3, 2 et 10 respectivement.
- L'image 'lena' a été dégradée par un flou Gaussien de taille 9×9 et de variance 1.3, 2 et 10 respectivement dans les figures II.7, II.8 et II.9
- Les figures II.10, II.11 et II.12 montrent l'image '208001' dégradée par un flou Gaussien de taille 9×9 et de variances 1.3, 2 et 10 respectivement.

Les images couleurs restaurées par déconvolution avec les deux algorithmes sont montrées comme suit :

- Les Figures II.13, II.14 et II.15 illustrent respectivement l'image originale '42049.jpeg', le résultat de sa dégradation par un flou Gaussien de taille 9×9 , pour différentes variance 1.3, 2 et 10 et les deux images restaurées par les normes ℓ_1 et ℓ_2 pour chaque valeur de la variance.
- Les Figures II.16, II.17 et II.18 montrent les résultats de simulation de l'image 'lena'
- Par contre Les Figures II.18, II.19 et II.20 illustrent les résultats de déconvolution par les normes ℓ_1 et ℓ_2 pour les trois valeurs de la variance.

Pour tous les cas cités, la déconvolution par la norme ℓ_2 élimine le bruit et préserve mieux les contours par rapport à la, la déconvolution par la norme ℓ_1 .

Les résultats illustrés dans les tableaux Tab. II.1...Tab .II.6, montrent clairement que la déconvolution par les méthodes variationnelles donnent des résultats satisfaisant de point de vue visuel ou métrique. Cependant, nous constatons que la déconvolution par la norme ℓ_2 dépasse celle trouvée par la

norme ℓ_1 . Cela se traduit un MSE plus petit, un SNR, un PSNR plus grands et un SSIM qui frôle la valeur 1.

II.6 Conclusion

On a consacré la partie finale de ce mémoire à la présentation des deux méthodes de déconvolution variationnelles et à la discussion des résultats trouvés par les deux normes. Pour évaluer les performances des méthodes et la qualité de d'élimination du flou avec la préservation des contours, on a utilisé les mesure de qualité suivantes: l'Erreur Quadratique Moyenne (MSE), le rapport signal sur bruit (SNR), le rapport crête signal sur bruit (PSNR) et l'Indice de Similarité Structurelle (SSIM).

***Conclusion
générale***

Conclusion générale

Le traitement d'images joue aujourd'hui un rôle important dans de nombreux domaines. Cependant, les contraintes d'exploitation dus à la complexité des calculs algorithmiques justifient la multiplicité des techniques développées dans le domaine du traitement d'images.

Le but de ce mémoire est la restauration d'une image de bonne qualité à partir de sa version dégradée par le flou.

Nous avons présenté une étude sur deux approches de filtrage variationnel, dans la première méthode la fonction énergie est formée par deux termes le premier est le terme d'attache aux données lié au bruit et basé sur la norme ℓ_2 , et le deuxième est le terme de régularisation qui est la variation totale et puis on a remplacé la norme ℓ_2 par la norme ℓ_1 . L'objectif est d'explorer les avantages de cette technique par rapport aux techniques de filtrage classique et comparer entre la performance de la norme ℓ_2 et la norme ℓ_1 et on a constaté que la norme ℓ_2 est plus performante et donne des résultats mieux que ℓ_1 .

L'étude comparative établie entre les méthodes de restauration s'est basé sur l'Erreur Quadratique Moyenne (MSE), le rapport signal sur bruit (SNR), le rapport crête signal sur bruit (PSNR) et l'Indice de Similarité Structurale (SSIM), ainsi que sur la qualité visuelle des images restaurées. Les résultats obtenues sont très satisfaisants.

A travers les résultats trouvés, nous pouvons affirmer que notre objectif est quasiment atteint, en effet, nous avons montré que la restauration des images de bonne qualité est possible et les méthodes variationnelles sont solution adéquate

Pour ce problème.

Nous espérons amplement que notre travail sera une invitation aux futurs masters à améliorer ces résultats et pourra être étendu vers son application dans le domaine de la vidéo que ce soit pour les images au niveau de gris ou couleur.

Bibliographie

Bibliographie

- [KHL12] Khelalef.A *Débruitage des images fixes par les techniques de l'intelligence artificielle*. Université El hadj Lakhdar BATNA. Mémoire magister.2012
- [LKH] Lakhdari .R. *Morphologie mathématique : caractérisation morphologique, Segmentation par LPE*.
- [DIF21] Diffellah.N. *Débruitage et simplification d'images*. Université Mohammed Khider – Biskra. Thèse Doctorat.2021
- [AGL] Abdellah Hanani (Lille), Goulwen Fichou et Stéphane Leborgne (Rennes), Laurent Pujon-Menjouet (Lyon). <<Cour de : Gradient – Théorème des accroissements finis >>
- [BRU05] Bruno Bouzy<<Cour descente de gradient>>.2005
- [DOR 11] Dorbane.f<<Application des équations aux dérivées partielles en traitement d'image>>Mémoire en vue de l'obtention du diplôme promotion 2011
- [CLI09] C. Li, <<An Efficient Algorithm For Total Variation Regularization with Applications to the Single Pixel Camera and Compressive Sensing>>, *Ph.D. thesis, Rice University, 2009*.
- TCR[04] Thomas Cormen, Charles Leiserson, Ronald Rivest, Clifford Stein<<INTRODUCTION À L'ALGORITHMIQUE>>DUNOD, 2004
- [Li 2010] Li, Chengbo. *An efficient algorithm for total variation regularization with applications to the single pixel camera and compressive sensing*. Rice University, 2010.
- [chan 2011] Chan, Stanley H., et al. "An augmented Lagrangian method for total variation video restoration." *IEEE Transactions on Image Processing* 20.11 (2011): 3097-3111.